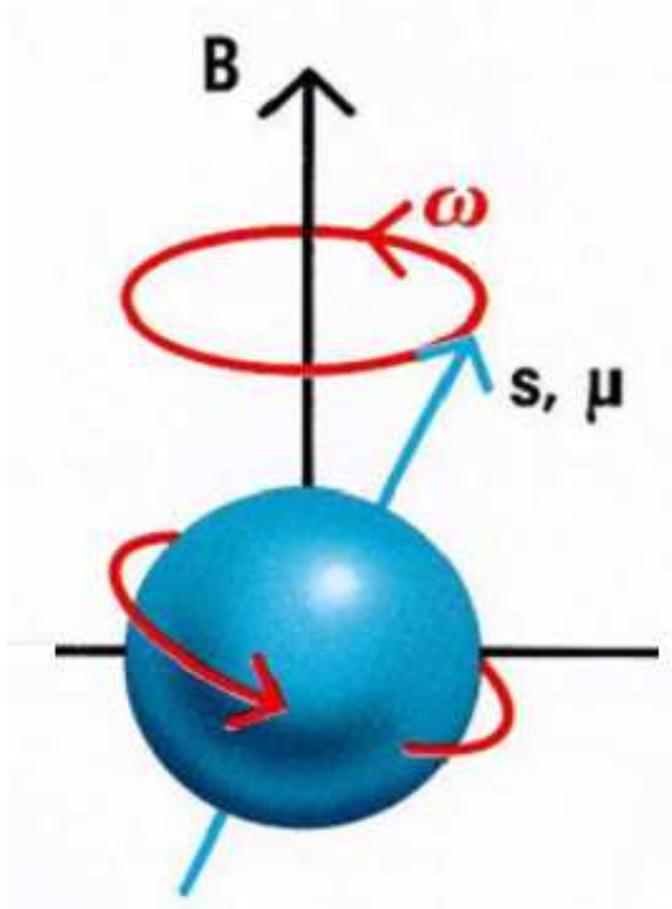


La relation de LARMOR en RMN



Les spins (γ) précessent autour du champ (B) à la fréquence (ν) et donc la pulsation (vitesse angulaire ω) de résonance

$$\omega = 2\pi.\nu = (-) \gamma.B$$

D'où une correspondance exacte entre champ et fréquence selon

$$\nu = \gamma B / 2\pi$$

Tous les spins qui "voient" le même champ résonnent à la même fréquence

Relation différentielle et T2*

Puisque $\nu = \gamma B / 2\pi \quad \Rightarrow \quad \Delta\nu = 1/\Delta t = \gamma \cdot \Delta B / 2\pi$

Tout ΔB dans l'échantillon génère une certaine distribution de la fréquence de résonance

Or T2 est du à un déphasage des spins par des ΔB moléculaires.
Tout ΔB instrumental affectant l'échantillon provoque une dispersion supplémentaire des fréquences de résonance, ce qui raccourci T2 en T2*

$$1/T2^* = 1/T2 + 1/\Delta t = 1/T2 + (\gamma/2\pi) \cdot \Delta B$$

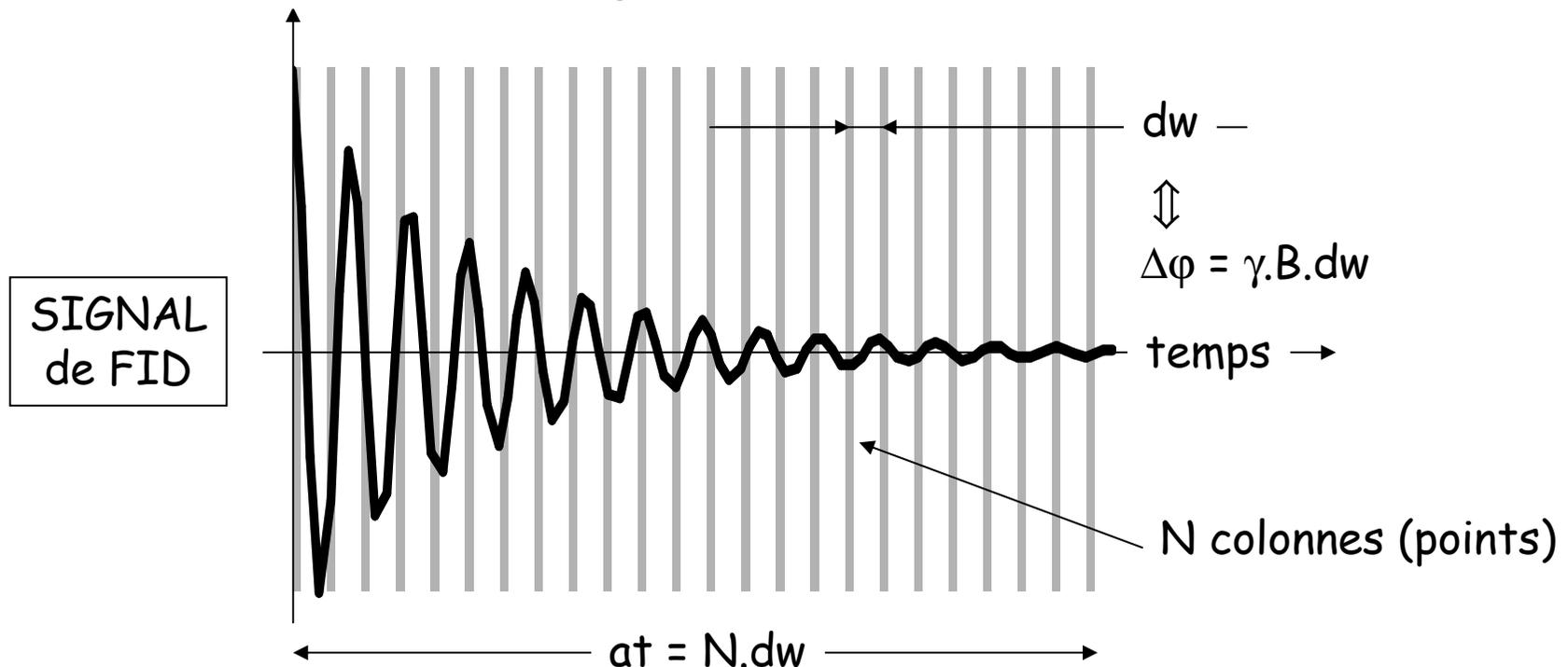
Le signal de RMN (FID) est également raccourci, ce qui se traduit dans le spectre (après TF) par une augmentation de la largeur de raie (lw)

... d'où l'utilité des shims pour minimiser les ΔB et affiner les raies ...

Acquisition et échantillonnage du signal de RMN

Signal détecté à la résonance,
amorti dans le temps en $T2^*$
proportionnel au nombre total de spins (N_s) dans l'échantillon.

$$S(t) = M(N_s, T1).e^{-t/T2^*}.e^{-j.\Delta\omega.t}$$



1^{ère} contrainte :

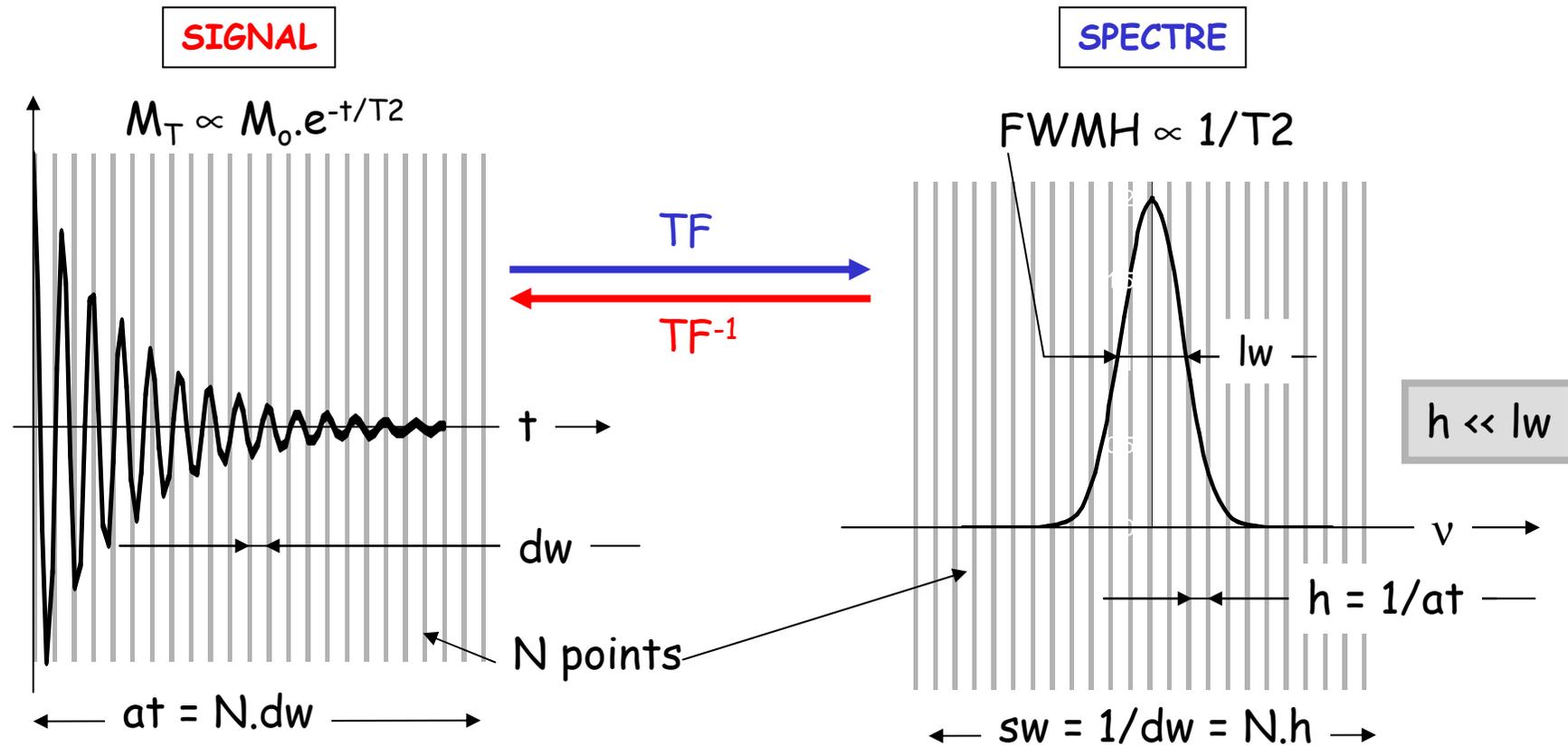
$at = \alpha.FID$, avec α à déterminer, mais $\alpha > 1$
or $FID = \epsilon.T2^*$ avec $\epsilon > 5 \Leftrightarrow at \geq \alpha.\epsilon.T2^*$

Transformation de Fourier et spectre de RMN

La TF du signal temporel fournit le spectre (de raies).

h est le pas d'échantillonnage en fréquences (Hz/point),

sw est la bande passante totale en fréquences (Hz) dans le spectre.



Autre vision de la 1^{ère} contrainte :
 2^{ème} contrainte (artefact δ) :

$h \ll lw$
 $h > \delta \cdot \nu_0$

Les gradients de champ magnétiques en IRM

Ils modifient le module de B dans une direction $r \nabla$.

Le plus souvent linéaires, ils permettent de relier champ et espace.

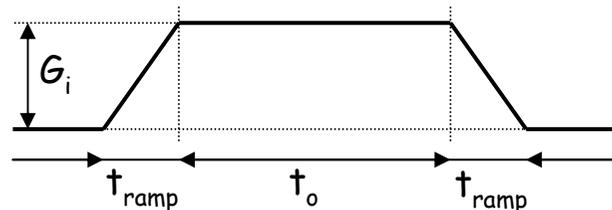
Si on note $G_i = \partial B / \partial i$ celui dans la direction i , la valeur B_i du champ correspondant à l'abscisse i dans cette direction est donnée par

$$B_i = B_0 + G_i \cdot i$$

... d'où la fréquence de résonance, $\nu_i = \nu_0 + \gamma \cdot i \cdot G_i / 2\pi$

... ce qui, avec une démodulation à $\omega_0 = \nu_0 / 2\pi$, fournit une relation de correspondance entre espace et fréquence selon

$$\nu_i = (\gamma \cdot G_i / 2\pi) \cdot i$$



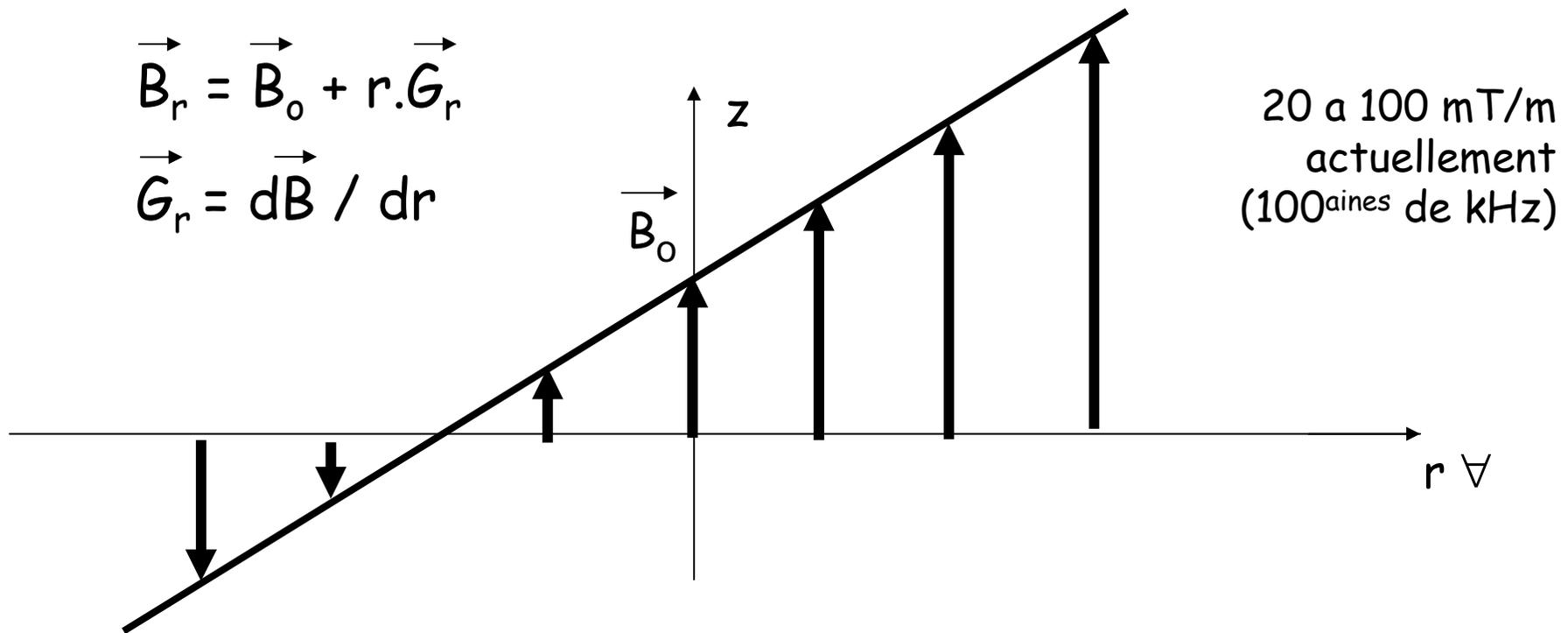
On définit τ , le temps d'application de G_i , comme

$$\int G_i dt = G_i \cdot \tau_i$$

... et donc ici, $\tau_i = t_0 + t_{\text{ramp}}$

Ex de gradient de B selon la direction r

Un gradient $\vec{G}_r = \delta\vec{B}/\delta r$ est un $\Delta\vec{B}$ imposé le long d'une direction r choisie. \vec{G}_r est ici linéaire, mais il peut être quelconque

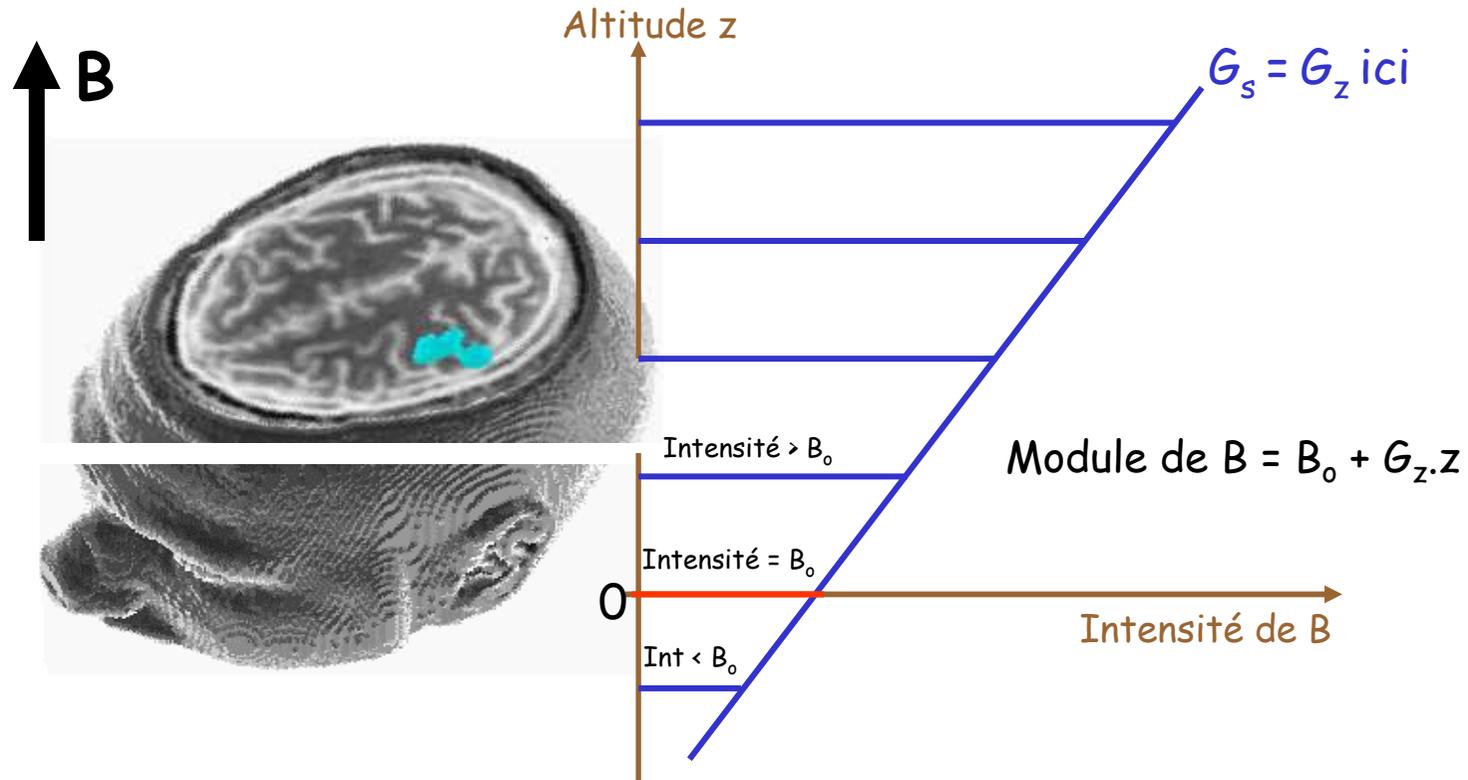


Le gradient \vec{G}_r fait varier \vec{B}_0 le long de r. Le \vec{B}_{eff} reste // \vec{Oz} mais varie le long de r, de même que la fréquence et la phase des spins.

Application des gradients de B en IRM

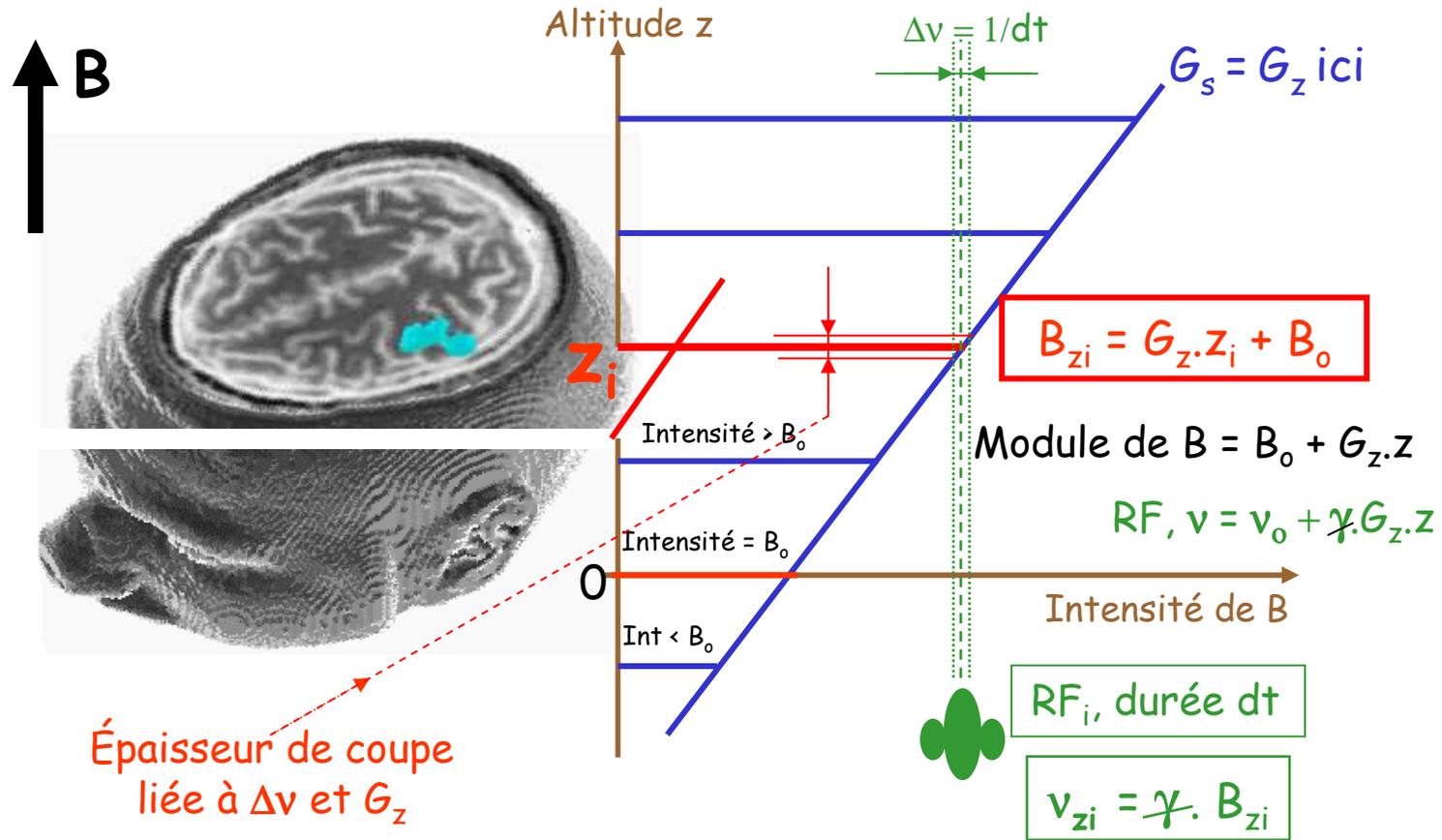
1. Sélection (d'un plan) de coupe par utilisation d'un gradient, dit de sélection (G_s), au cours de l'excitation RF
2. Séparation des voxels d'une ligne par utilisation d'un gradient de lecture (G_r) pendant l'enregistrement du signal. Permet le codage du plan de coupe par la fréquence et sa projection sur la direction du G_r .
3. En méthode 1D (acquisition spiralée), la rotation du gradient de lecture permet d'acquérir des projections dans différentes directions. L'image est ensuite reconstruite par rétroprojection.
4. En méthode 2D (spin warp), on (pré)code le plan de coupe \perp^{ment} au G_r , par un gradient dit de phase, G_p . Ceci permet de remplir, au bout d'autant de répétitions qu'il existe de lignes dans la future image, l'espace des k, réciproque par TF2D du plan image

Gradient de sélection (G_s) et choix d'une coupe



G_s Gradient de sélection G_s temps \rightarrow

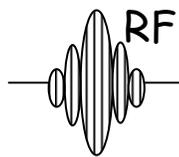
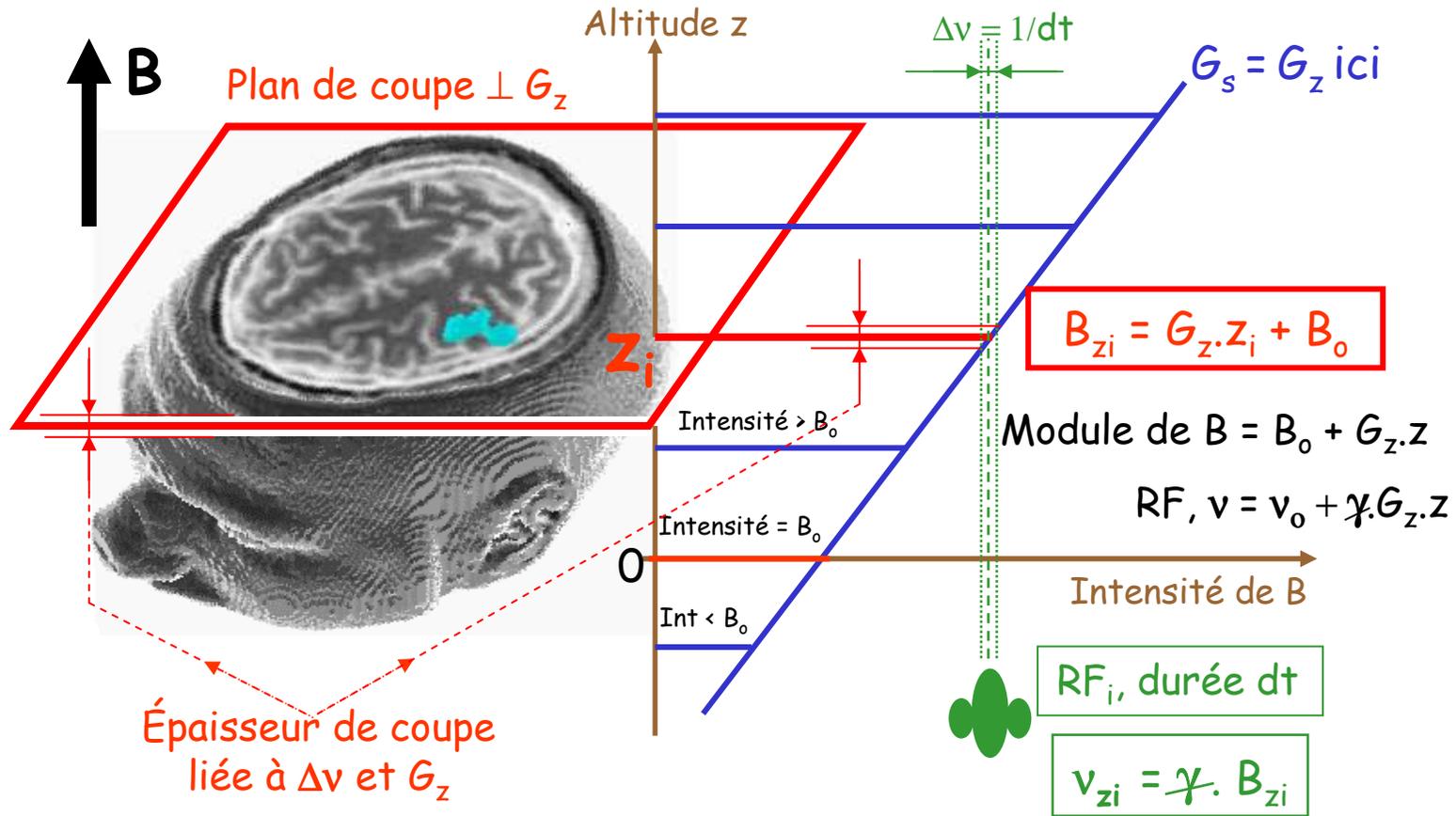
Gradient de sélection (G_s) et choix d'une coupe



RF

G_s Gradient de sélection G_s pendant la RF, sélectionne coupe \perp temps

Gradient de sélection (G_s) et choix d'une coupe



G_s

Gradient de sélection G_s pendant la RF, sélectionne coupe \perp

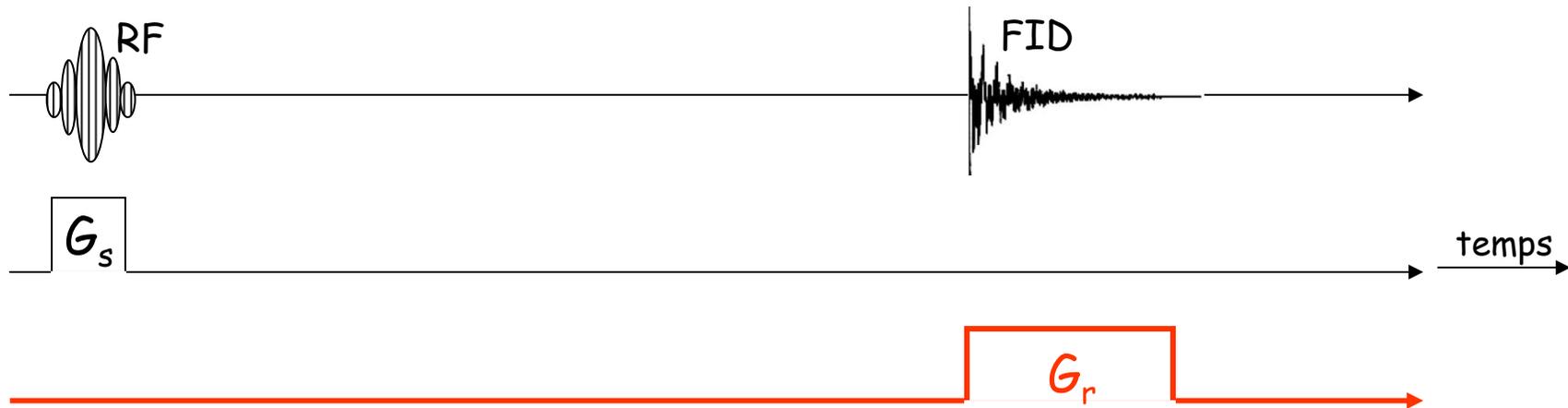
temps

Gradient de lecture (G_r) et codage par la fréquence

L'application, **en même temps que l'enregistrement du signal de RMN**, d'un **gradient G_r dans une direction quelconque r , dite de lecture**, permet de coder le signal en fréquences croissantes avec les colonnes lues : tous les spins d'une même colonne, \perp à la direction r et d'abscisse r , résonnent à la même fréquence

$$\nu_r = (\gamma G_r / 2\pi) \cdot r$$

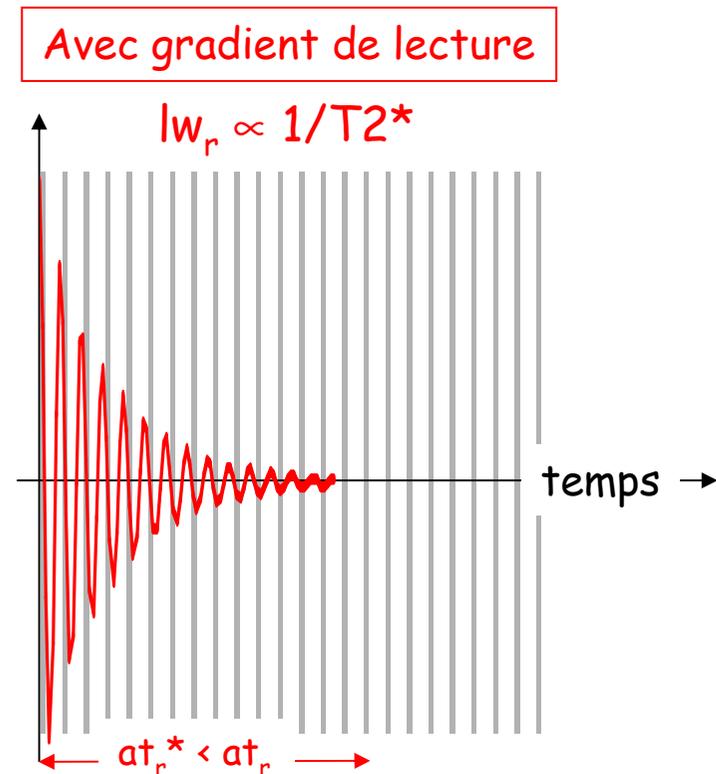
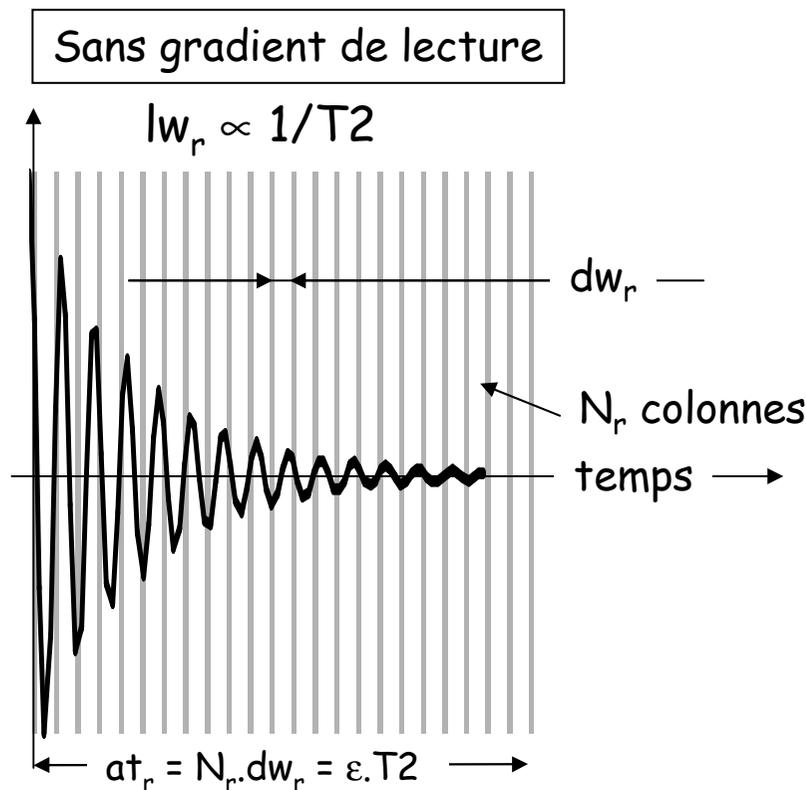
L'échantillonnage s'effectue avec le pas temporel Δt_r pendant le temps d'acquisition total Δt_r



Gradient de lecture G_r pendant la lecture du signal et son échantillonnage

G_r génère des pertes de signal par effet $T2^*$

Si un gradient G_r est appliqué sur Δr (le FOV par ex.) pendant la lecture du signal, son effet est celui de toute hétérogénéité (ΔB) du champ magnétique : dans le domaine temporel, il raccourcit la FID issue de Δr par rapport à ce qu'elle serait sans gradient et élargit donc d'autant la "raie spectrale", avec pour corollaire une 2^{ème} contrainte sur at_r



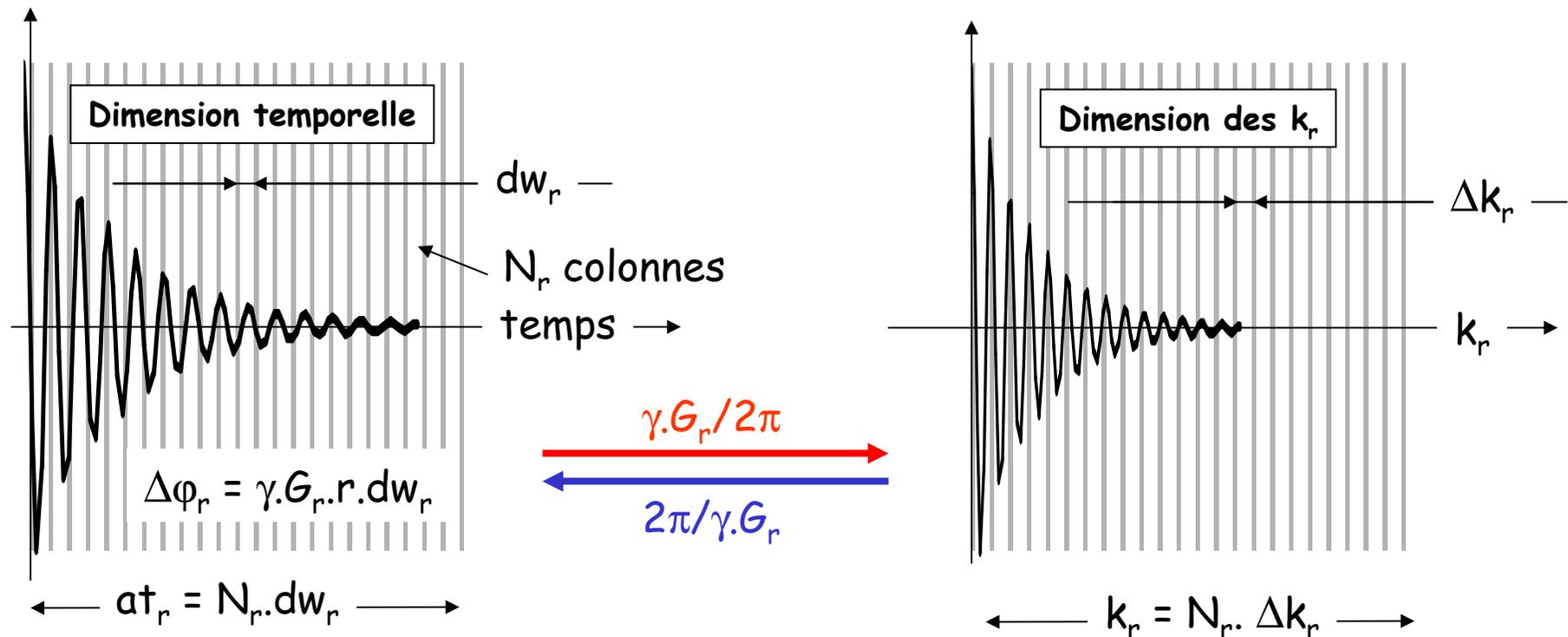
$$at_r^* = \epsilon \cdot T2^* \text{ tel que } 1/at_r^* = 1/at_r + \gamma G_r / (2\pi\epsilon)$$

G_r transforme le temps en "pseudo-temps"

L'incrément de phase acquise pendant dw_r par les spins d'abscisse r vaudra $\Delta\phi_r = \gamma \cdot G_r \cdot r \cdot dw_r = 2\pi \cdot \Delta k_r \cdot r$ si $\Delta k_r = (\gamma \cdot G_r / 2\pi) \cdot dw_r$

On peut donc, grâce à la présence du gradient, transformer le temps t en le "pseudo-temps" $k(t)$ par les relations :

$$\Delta k_r = (\gamma \cdot G_r / 2\pi) \cdot dw_r \Rightarrow k_r = (\gamma \cdot G_r / 2\pi) \cdot at_r$$



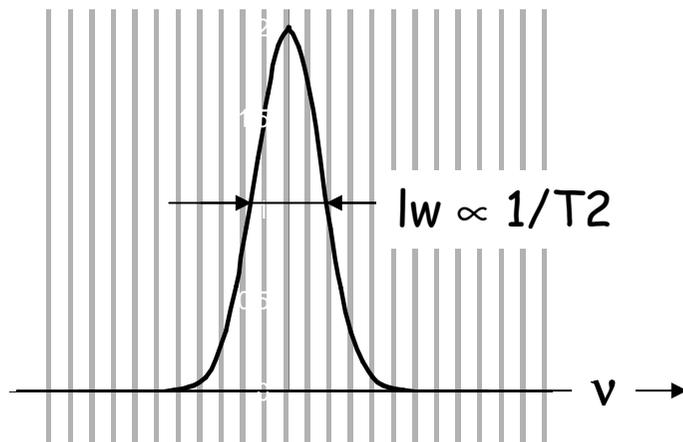
G_r permet de relier la largeur de raie à l'espace

Lorsque la FID décroît en $T2^*$ au lieu de $T2$, la raie s'élargit de la différence des taux de relation, $R2^* - R2 = (\gamma G_r / 2\pi) \cdot \Delta r$

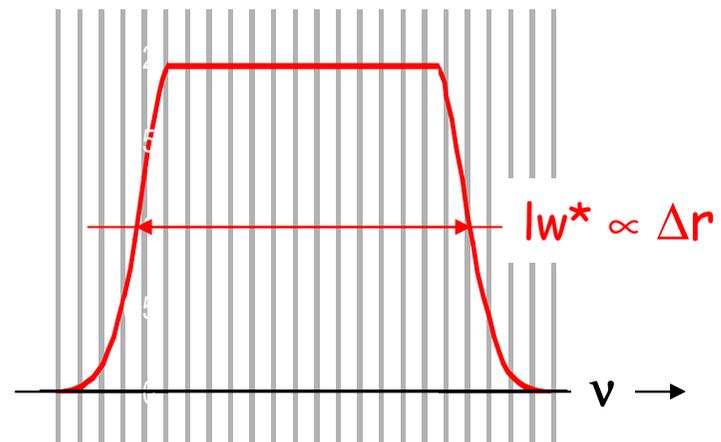
Or $lw \propto R2$ et $lw^* \propto R2^* \Rightarrow lw^* \propto (\gamma G_r / 2\pi) \cdot \Delta r$

La nouvelle largeur de raie, mesurée en présence de G_r , renseigne donc directement sur l'espace codé

Sans gradient de lecture



Avec gradient de lecture



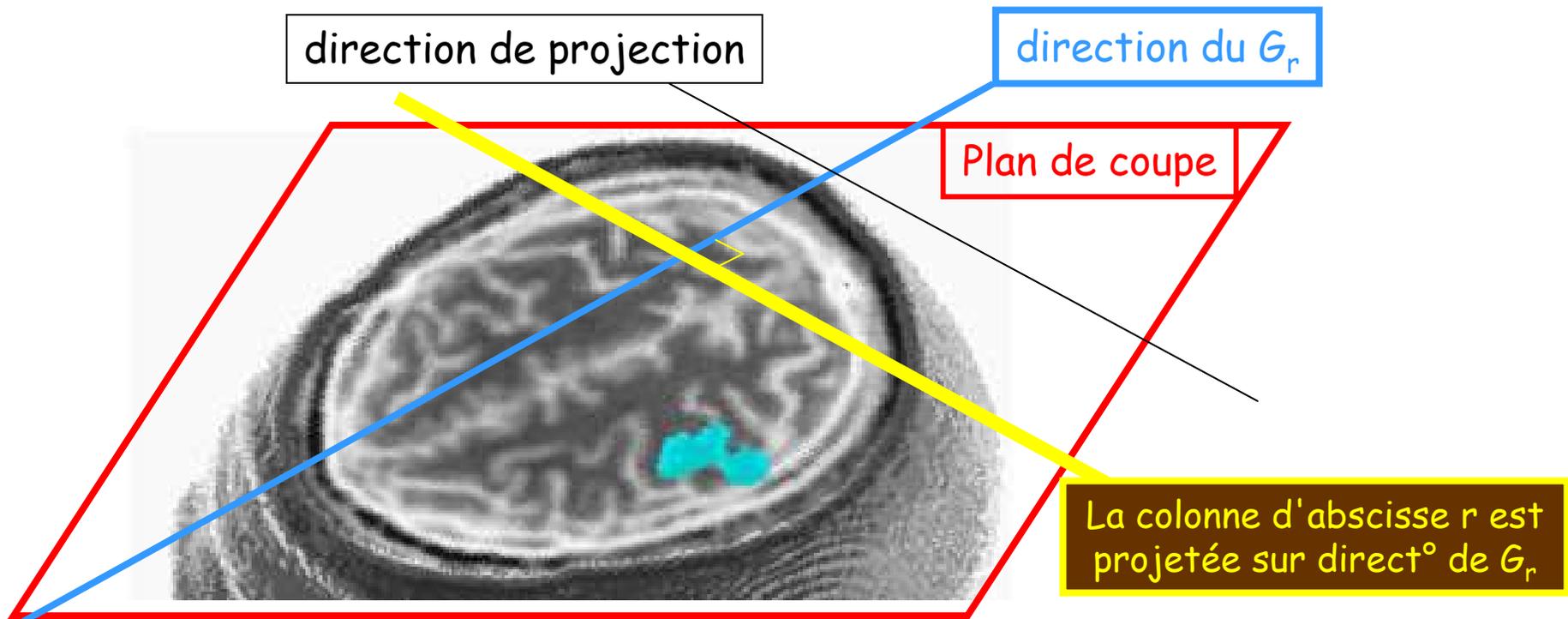
G_r projette le plan de coupe sur sa direction

La fraction de signal acquise pendant at_r dans la colonne d'abscisse r vaut donc

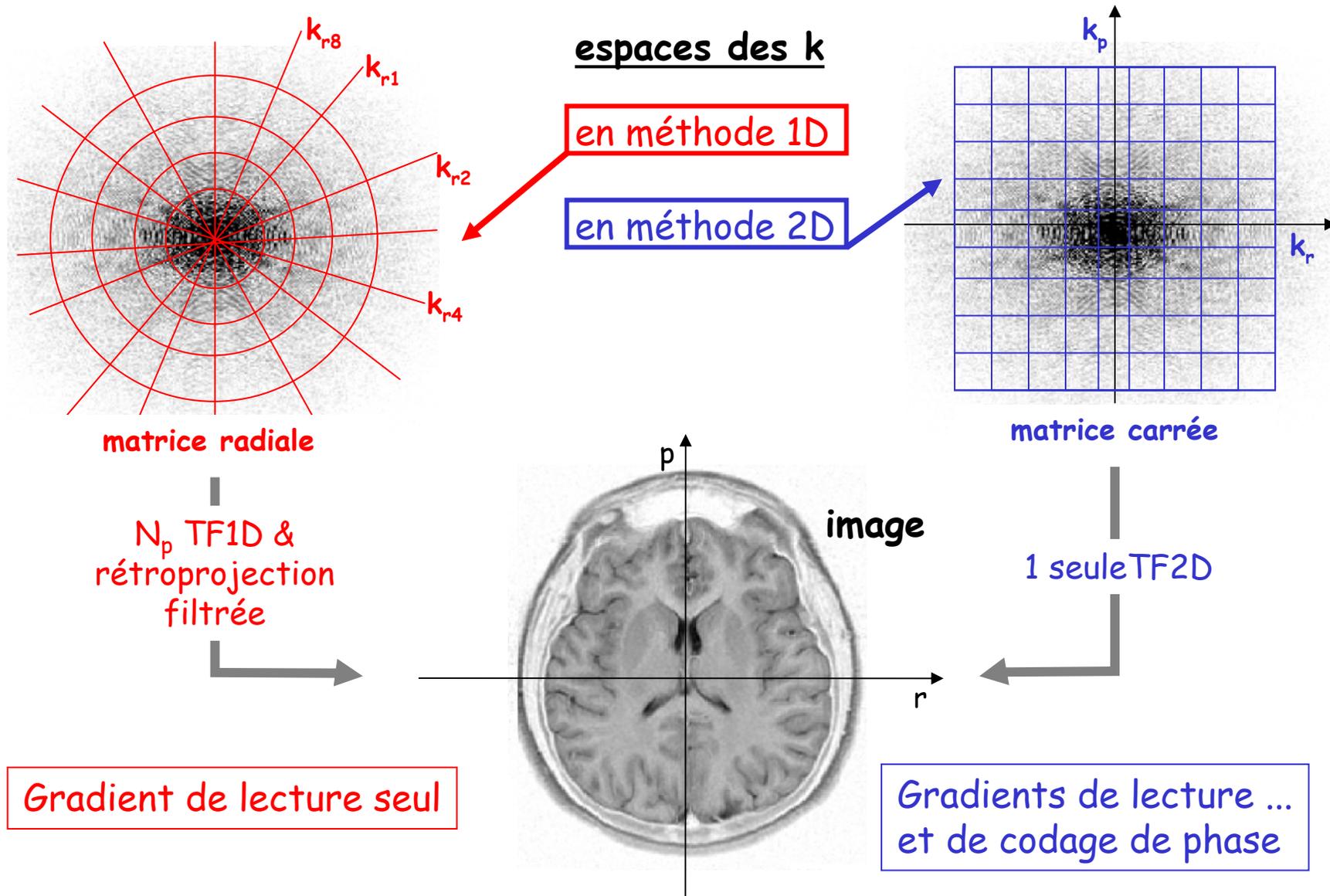
$$s(r, at_r) = m(r).exp(2\pi j.r.k_r)$$

On constate alors que le signal global acquis dans toutes les colonnes n'est autre que la TF du plan image projeté sur la direction de G_r

$$S(at_r) = \int_r M_r e^{2\pi j r k_r} dr$$

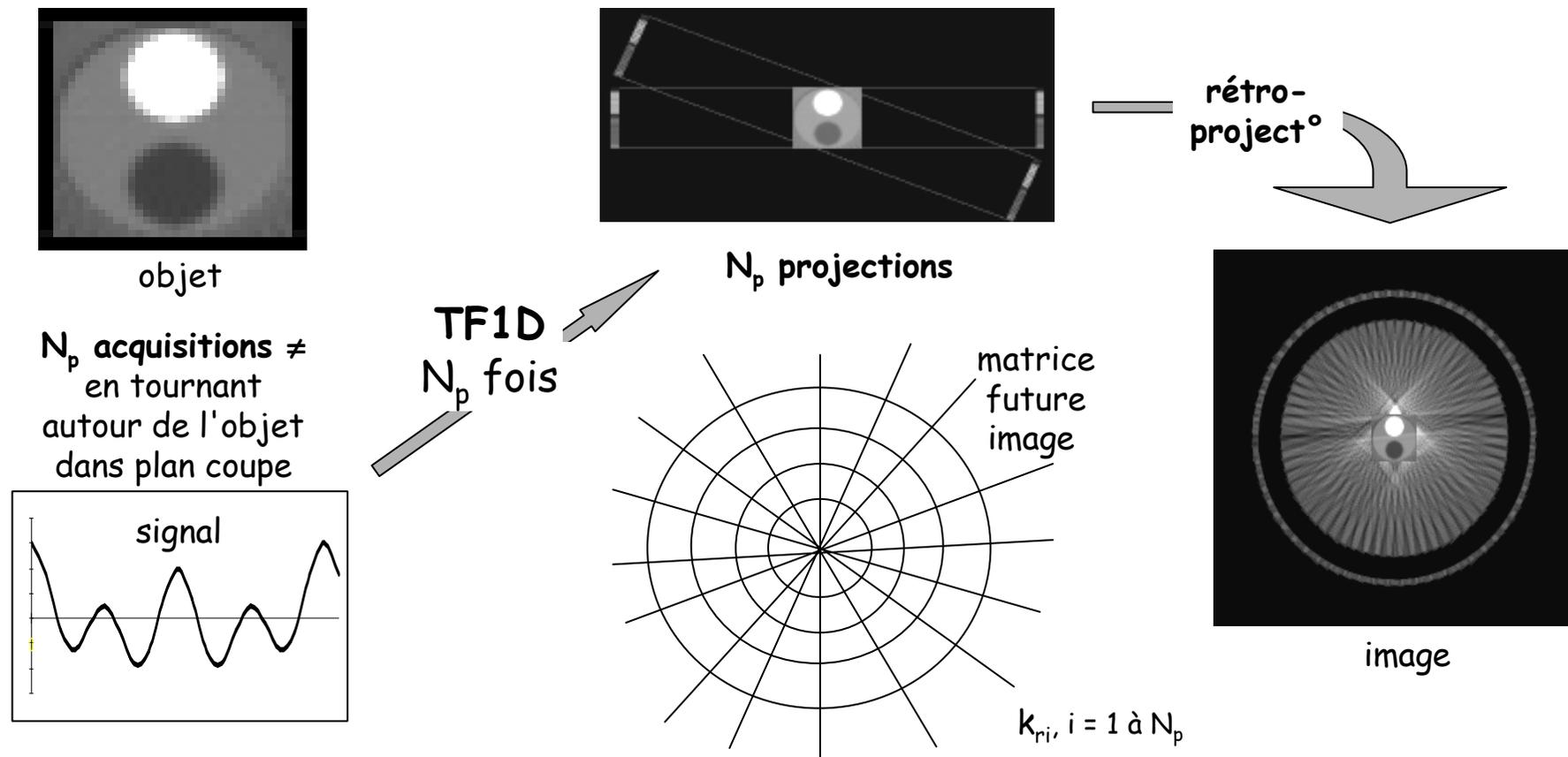


Les 2 grandes méthodes d'imagerie IRM



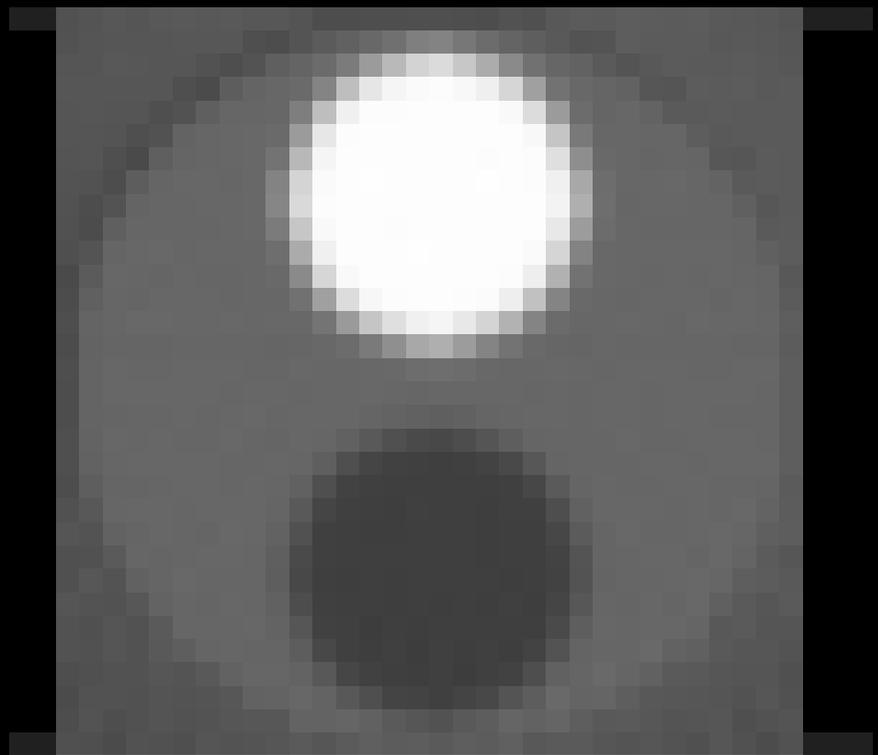
Méthode 1D (radiale) de reconstruction de l'image

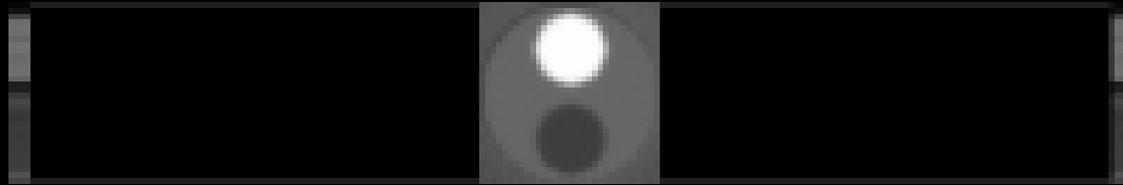
Une simple **TF1D** du signal codé dans la direction « r » fournissant la **projection de l'image dans cette direction**, il suffit, pour acquérir toute l'image, de changer de direction en tournant autour de l'objet

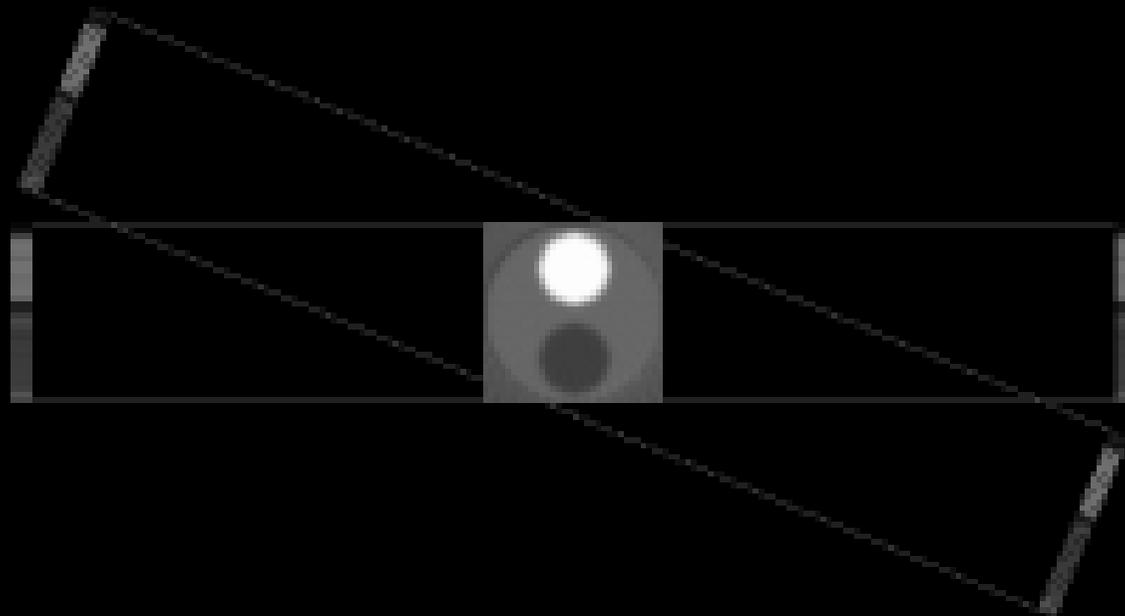


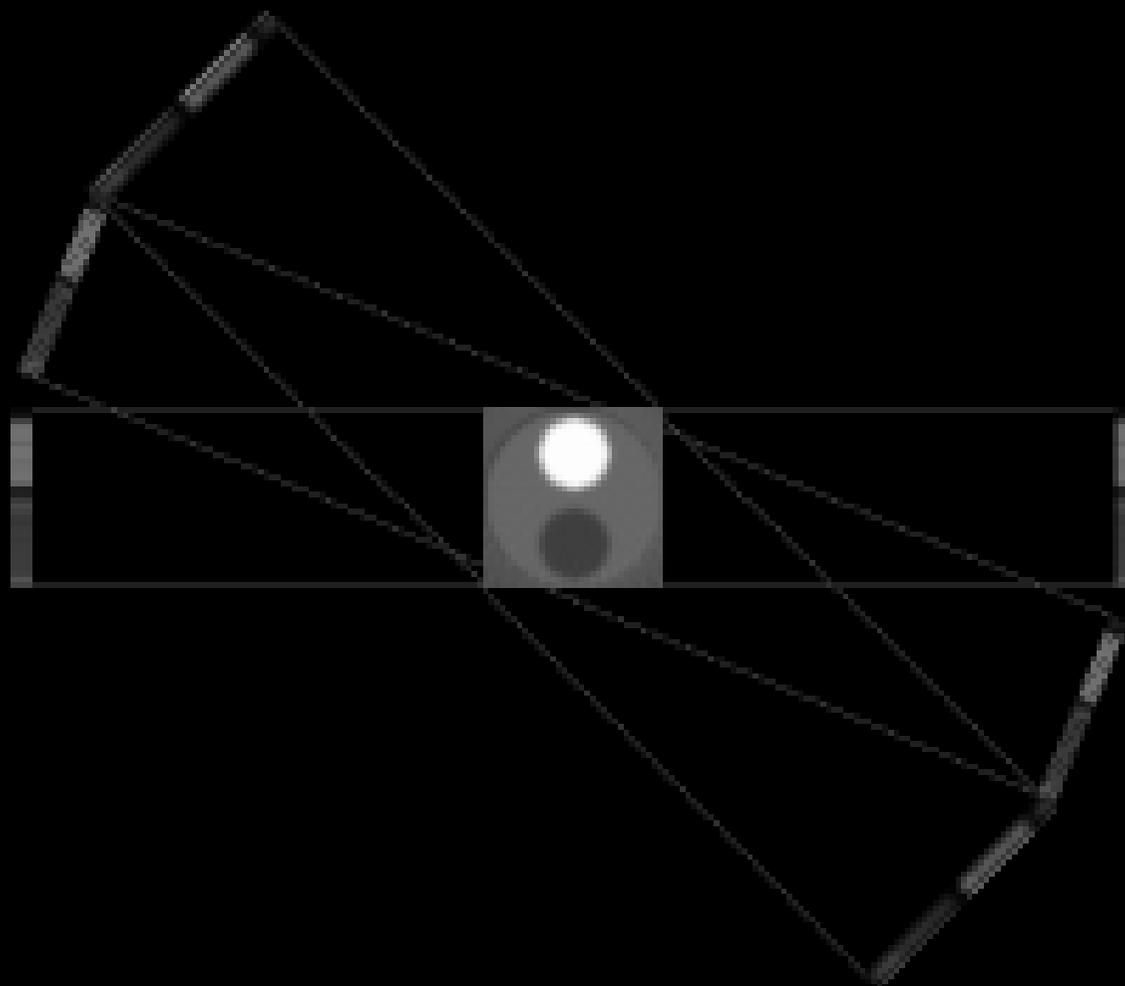
N_p "lignes" dans la future image ... En fait, N_p diamètres

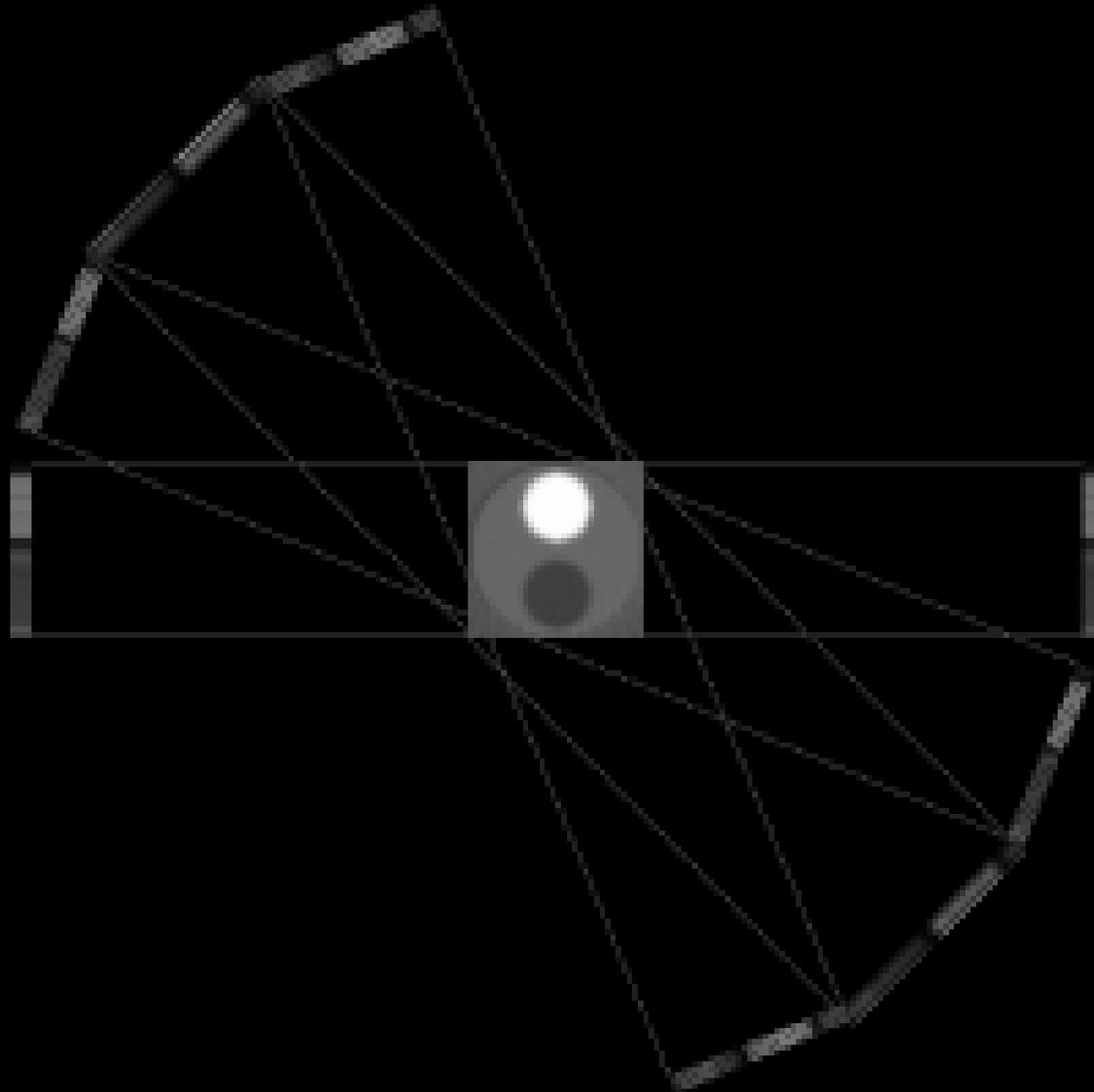
**Exemple utilisant la méthode
de projection et
reconstruction par épandage**

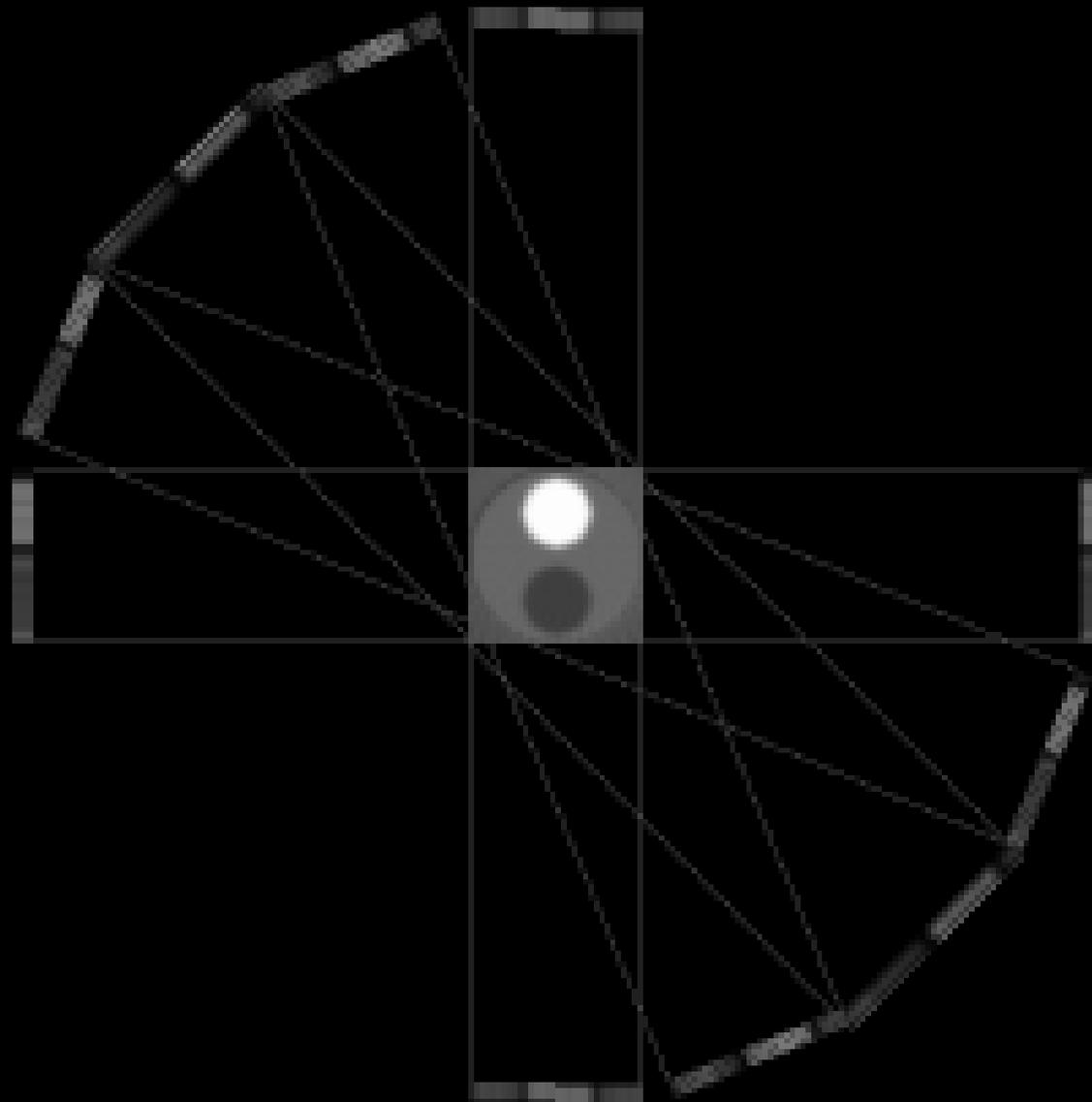


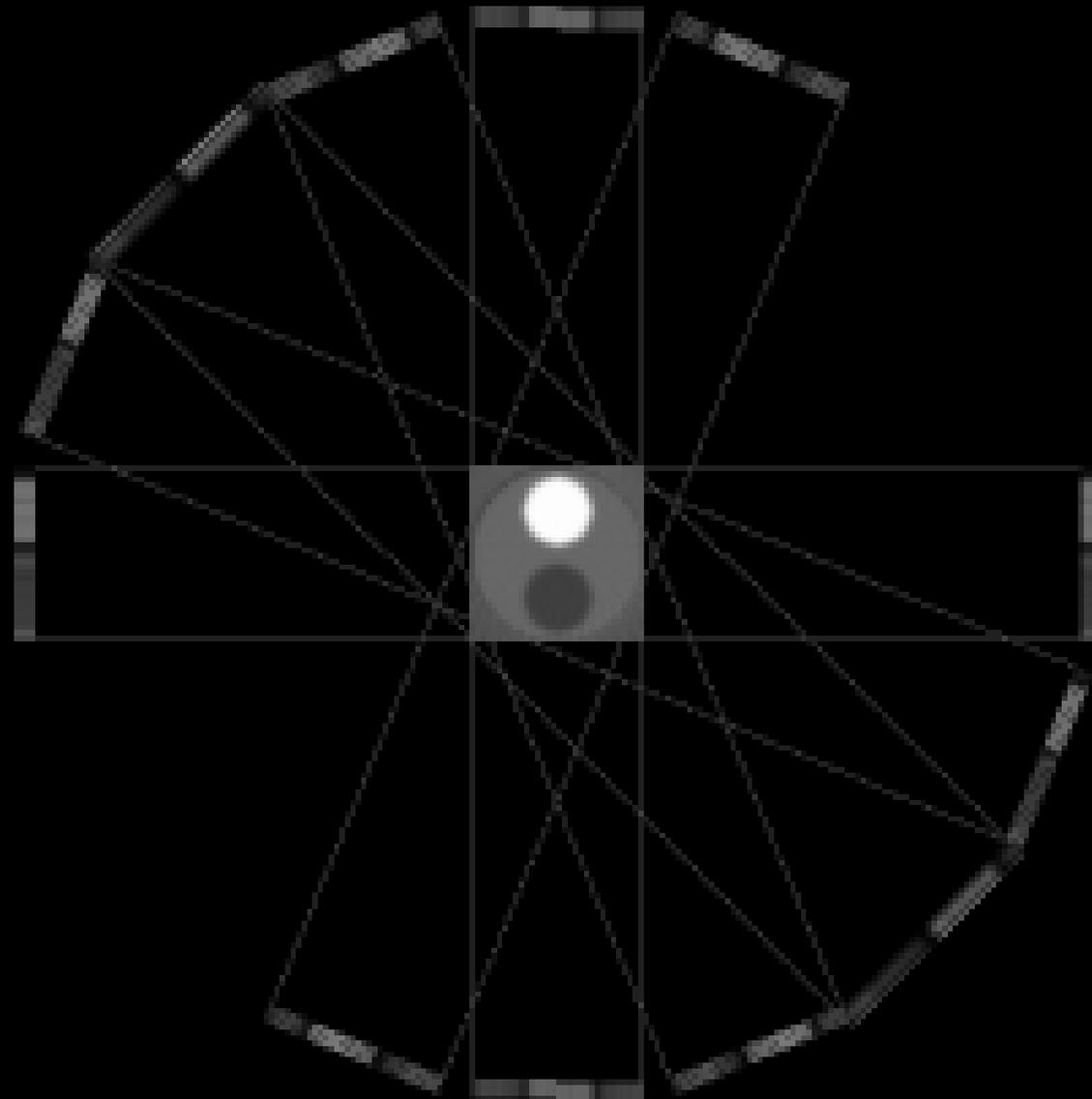


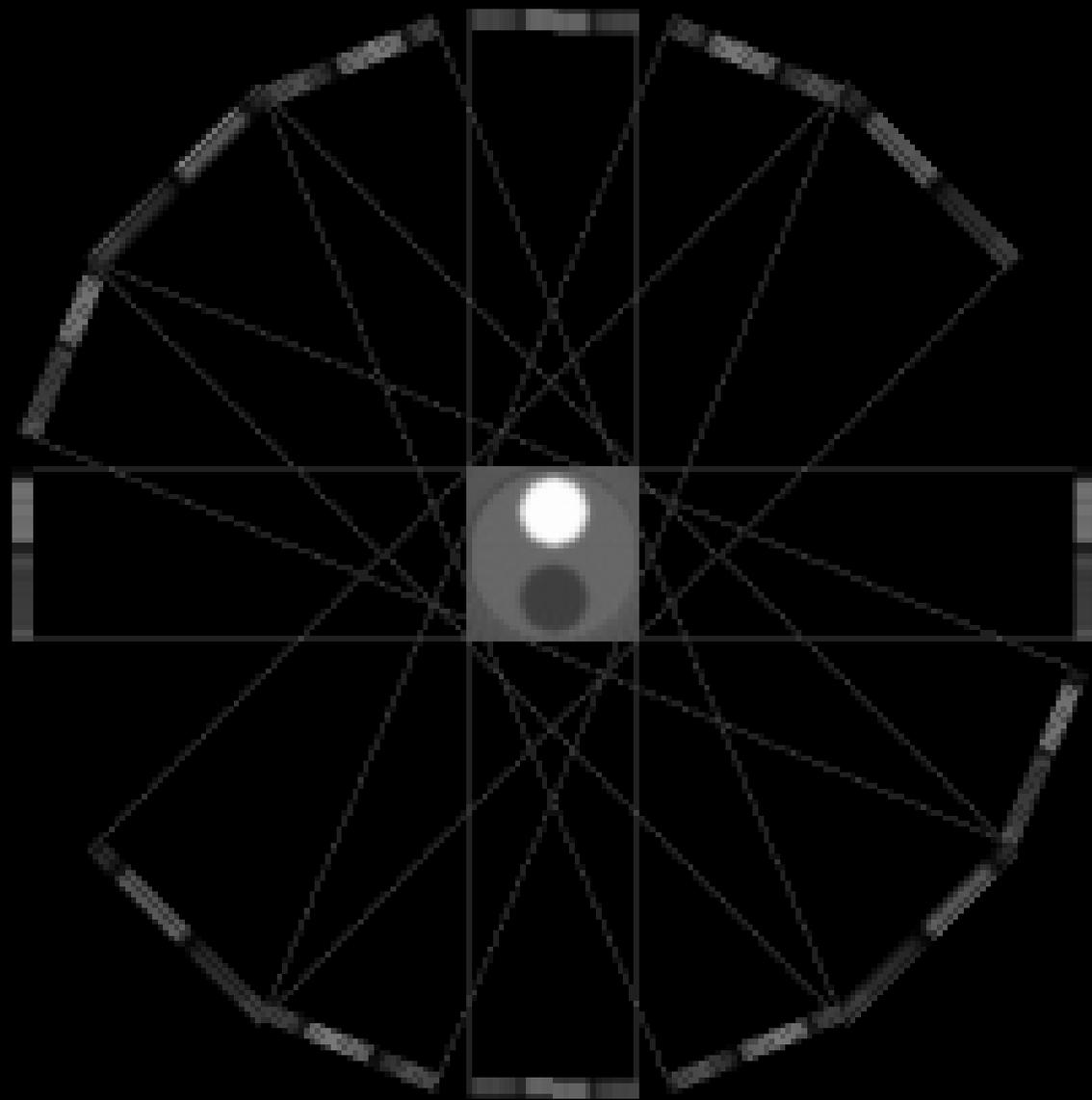


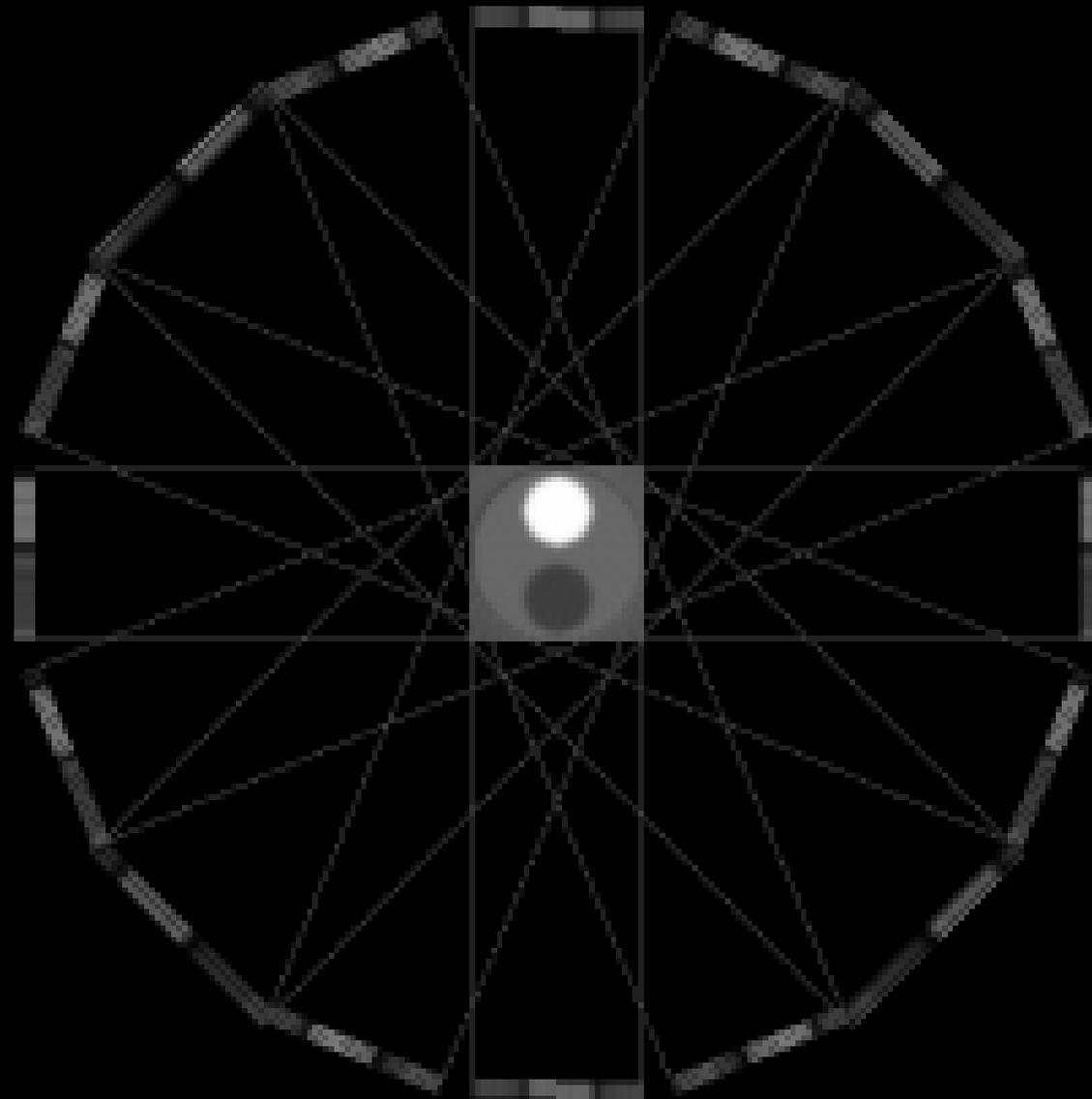


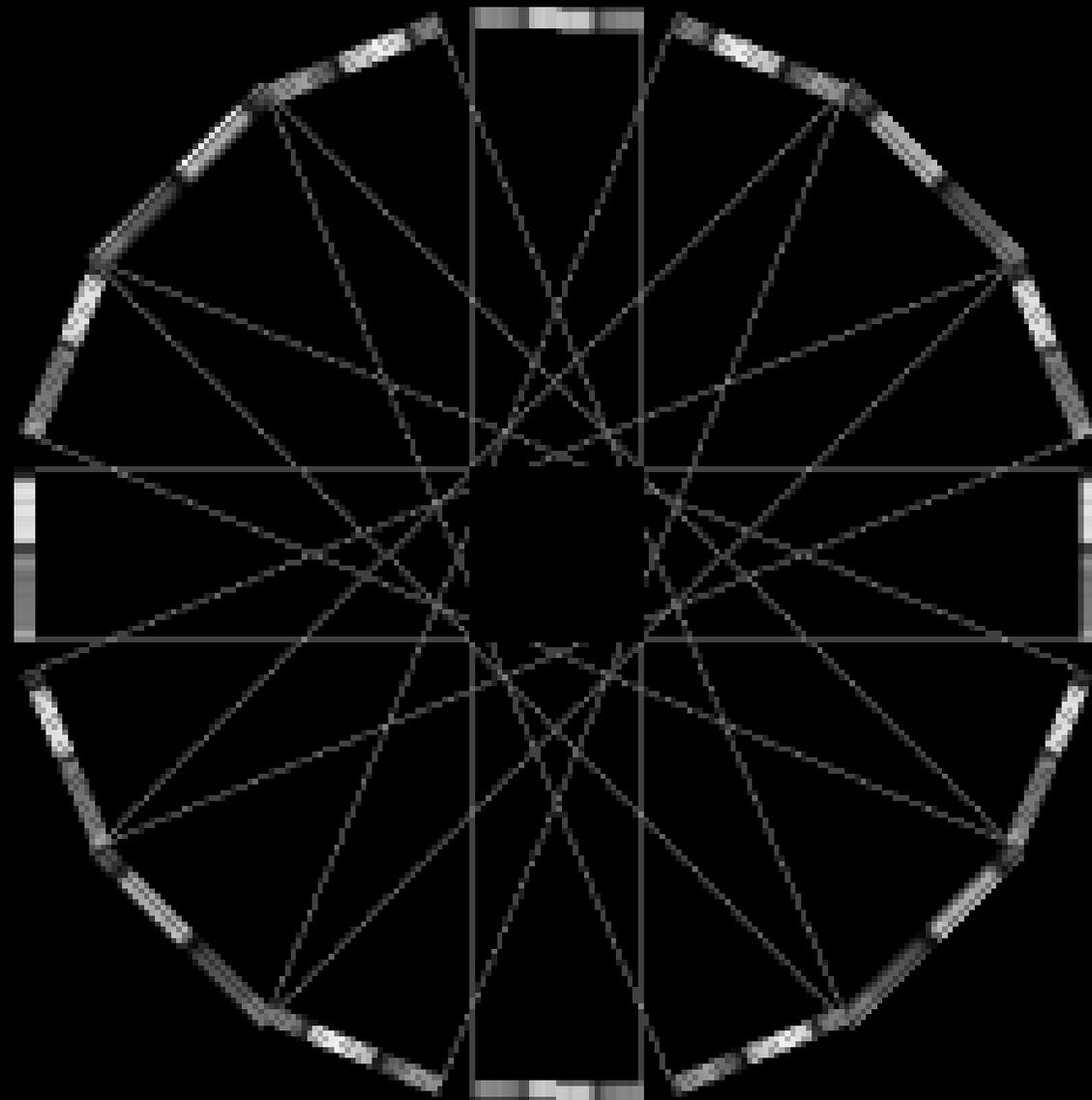






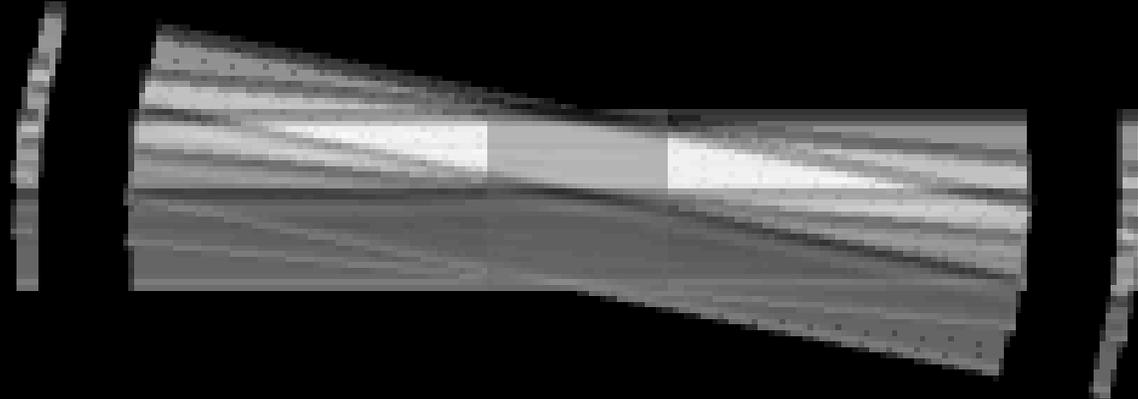


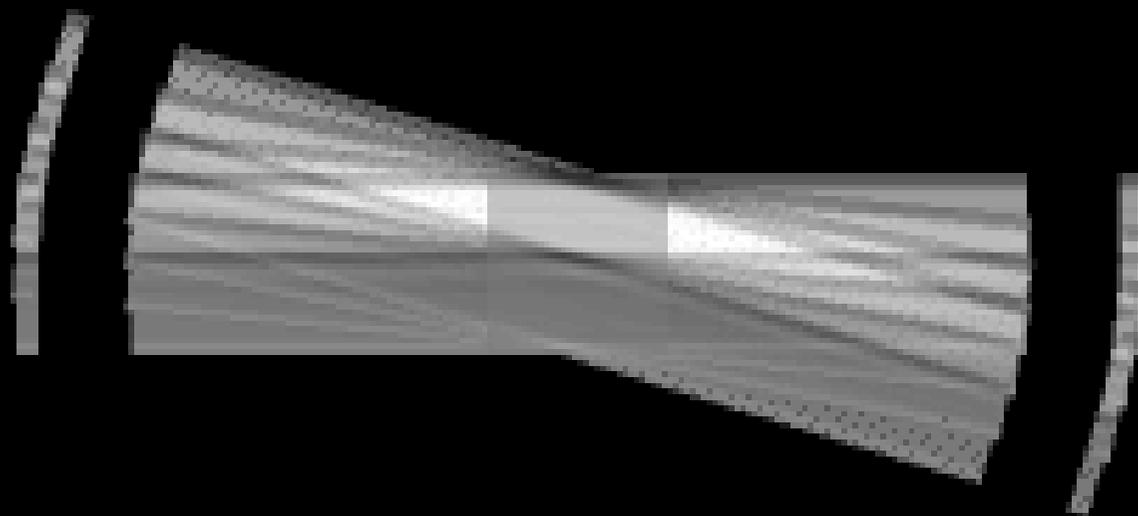


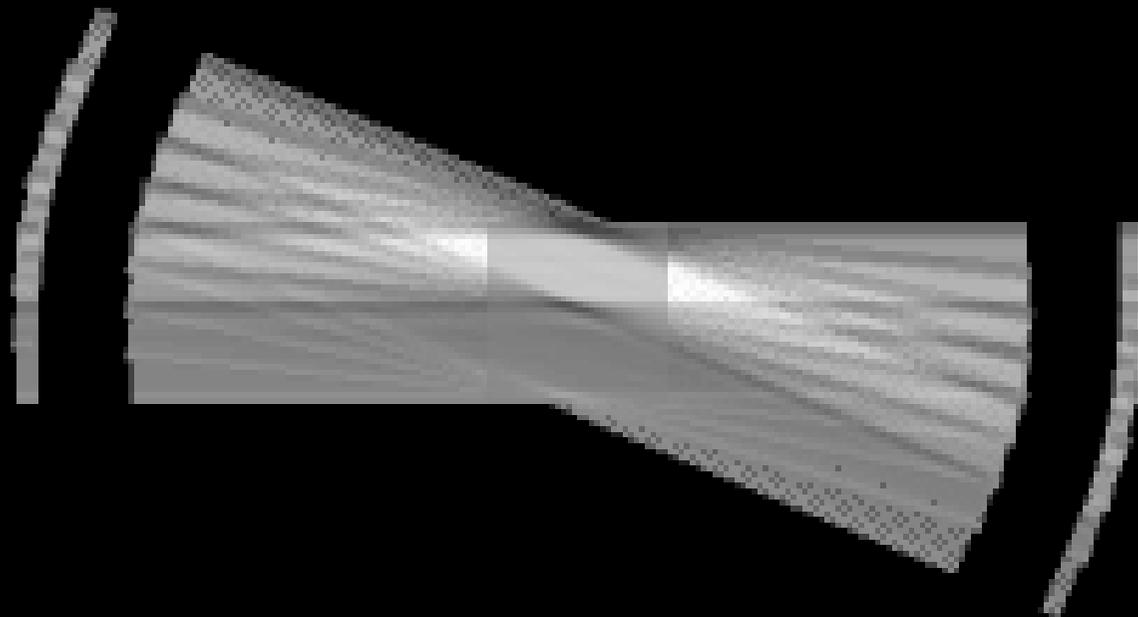


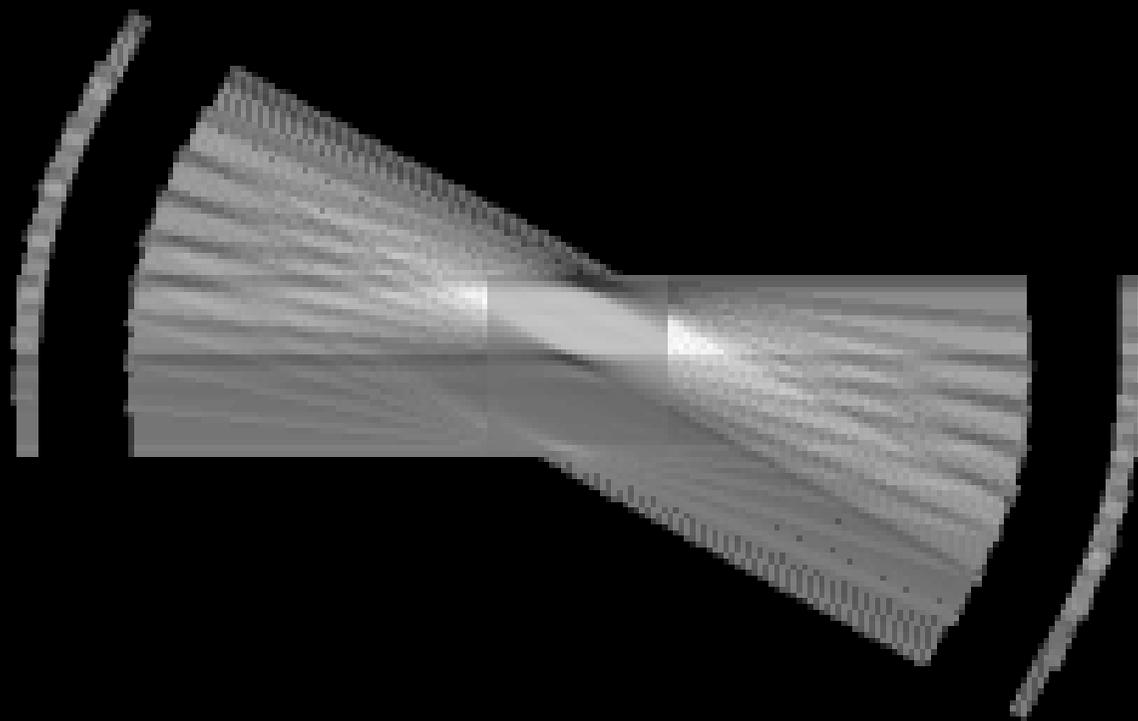


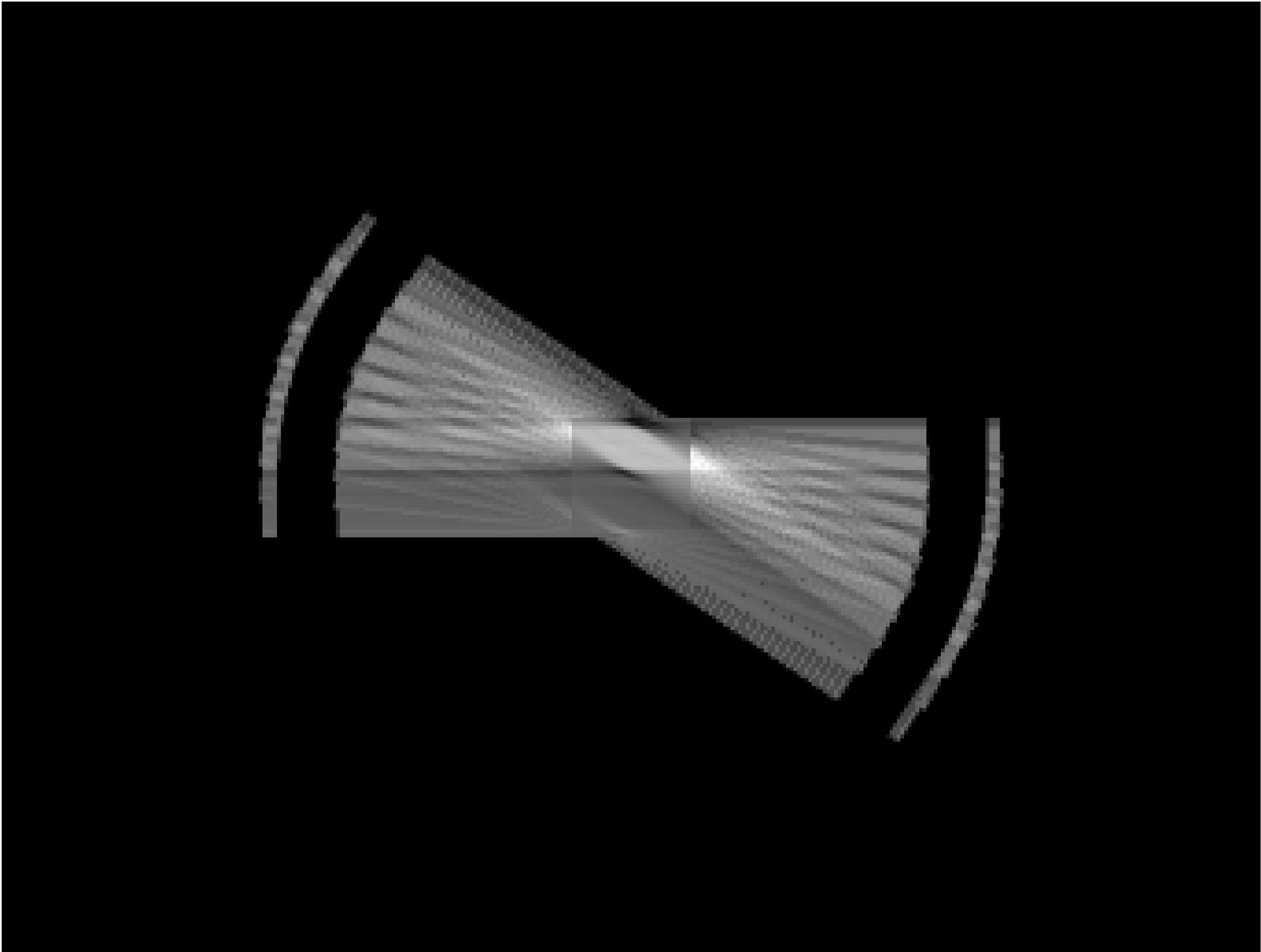


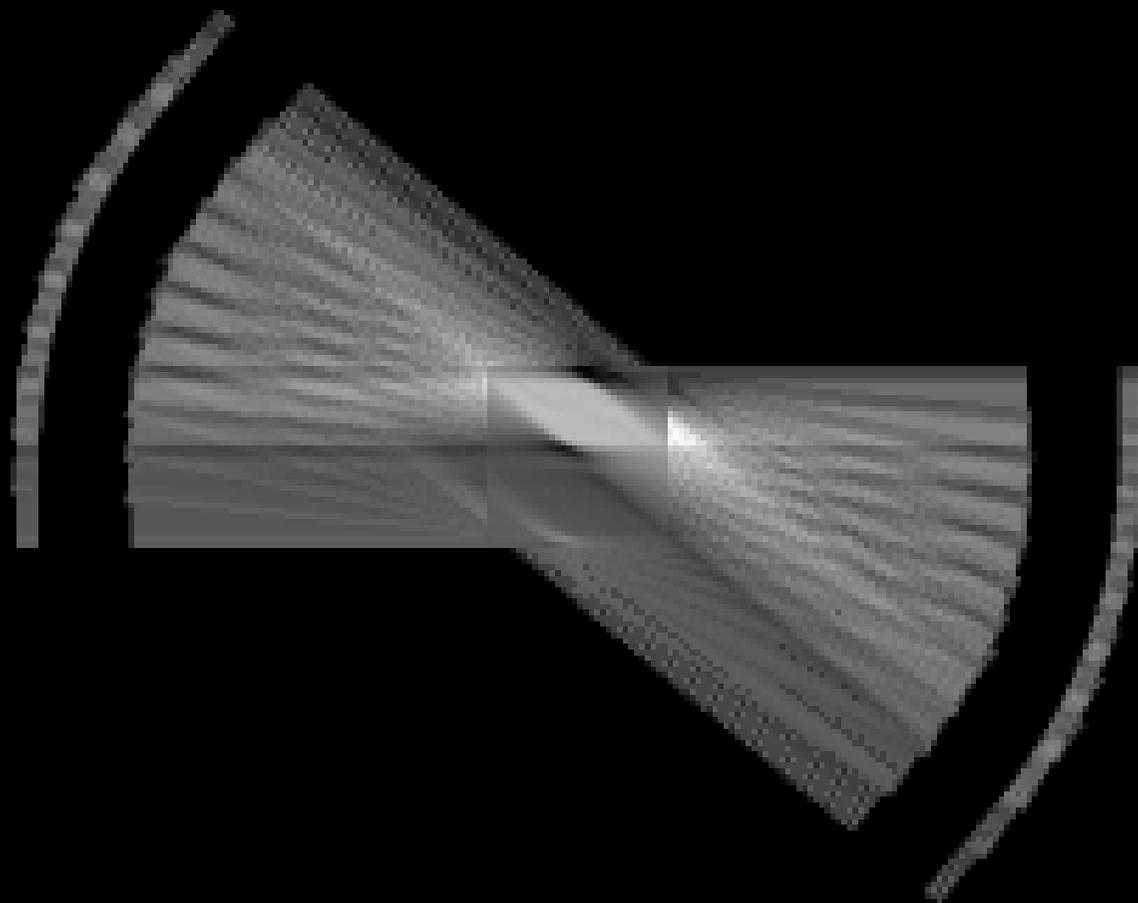


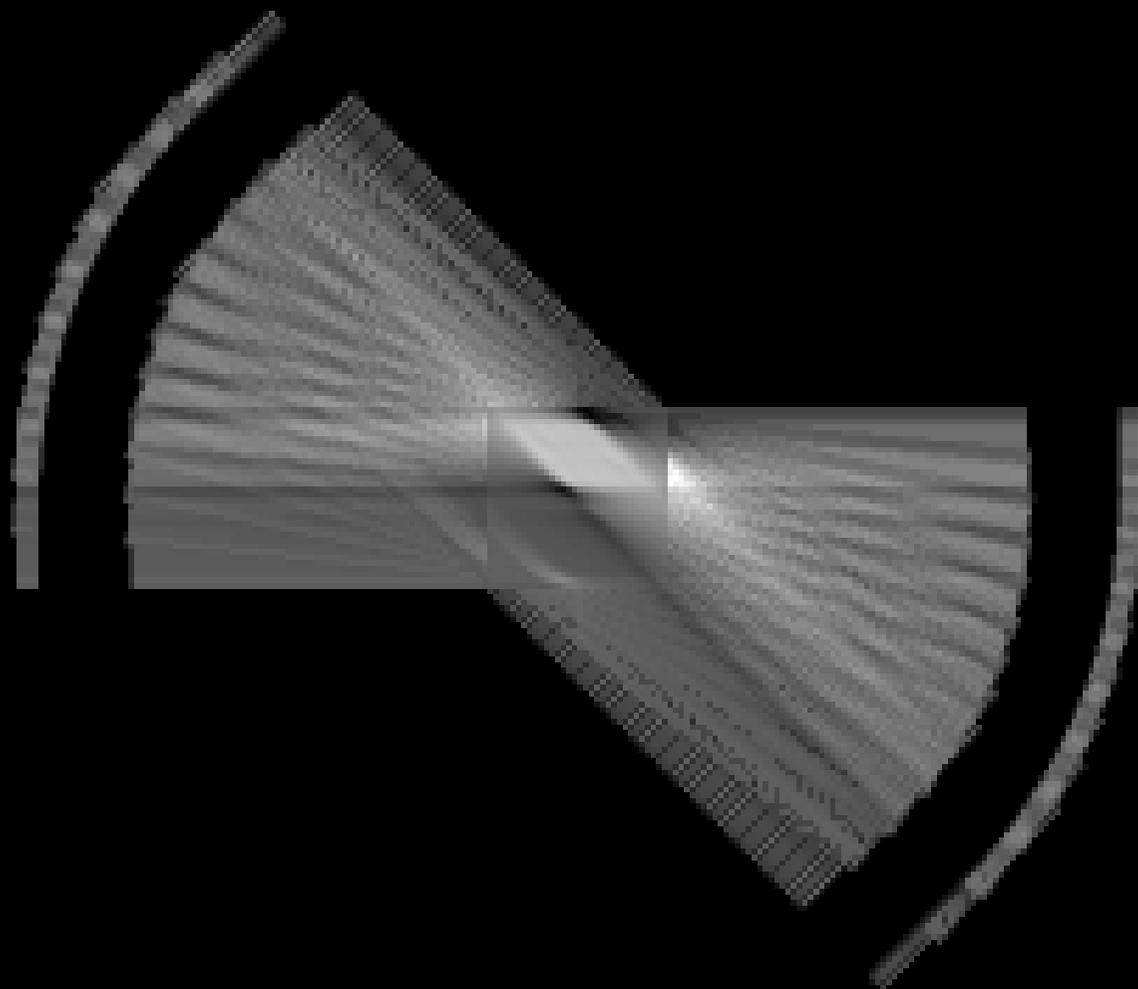


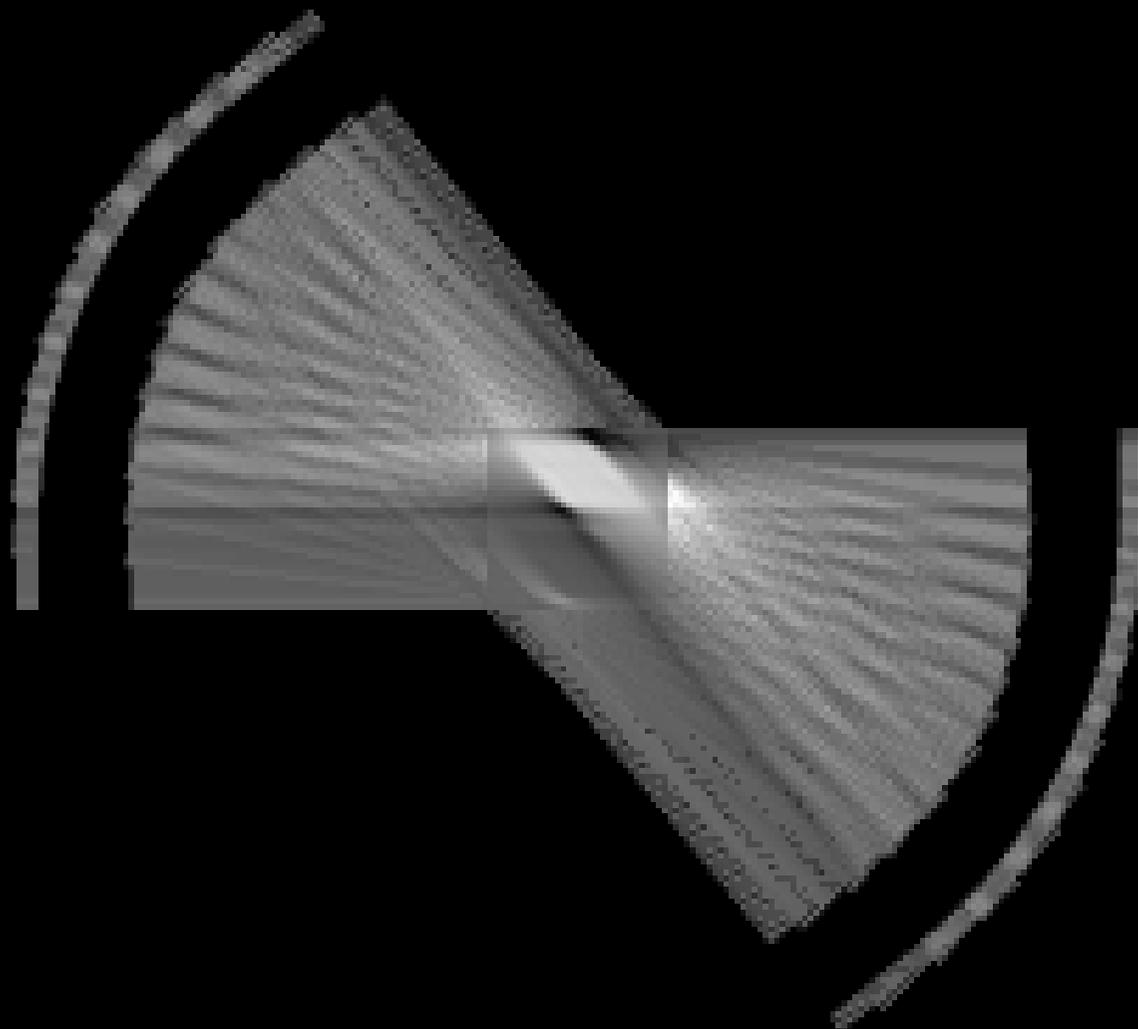


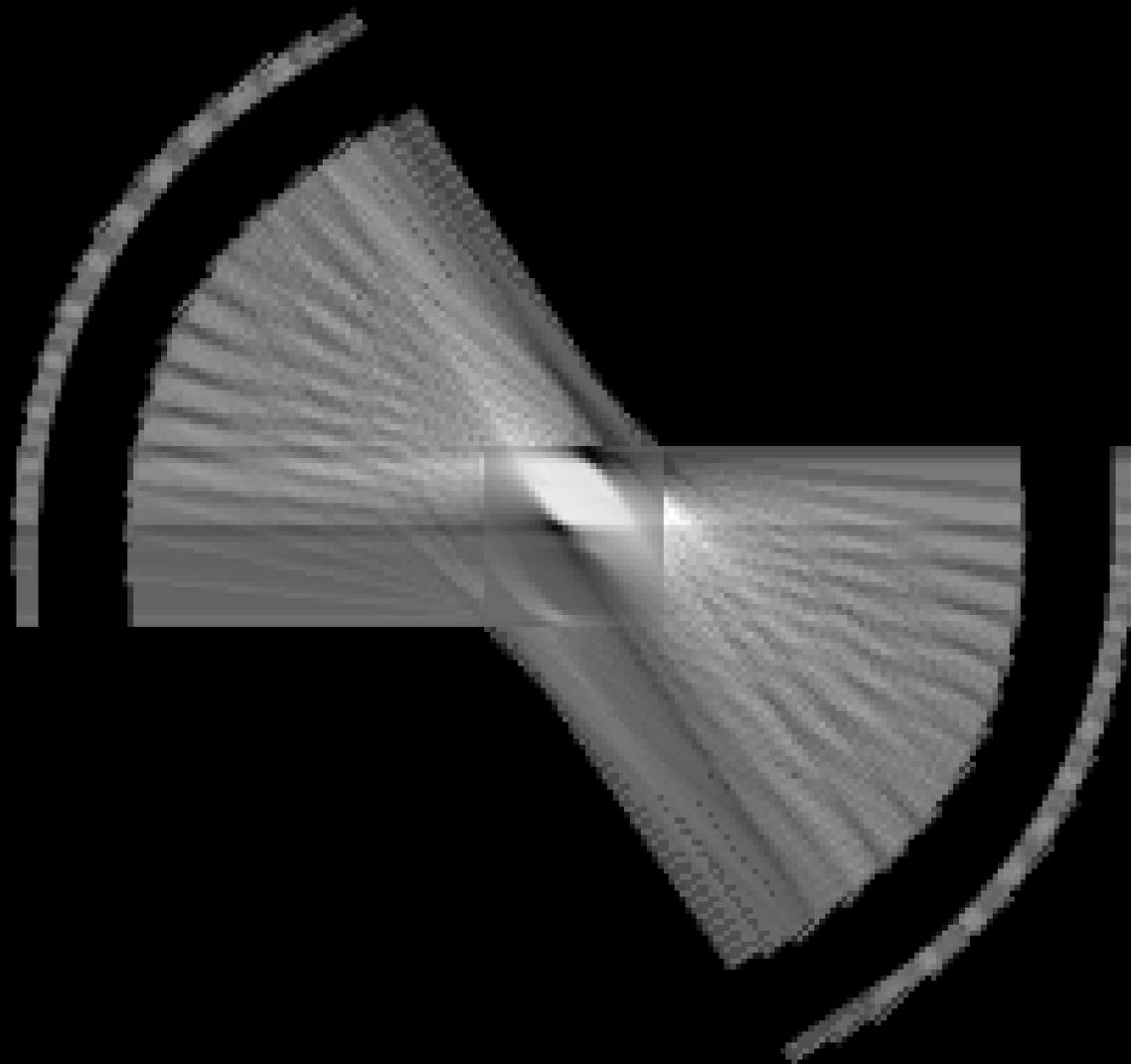


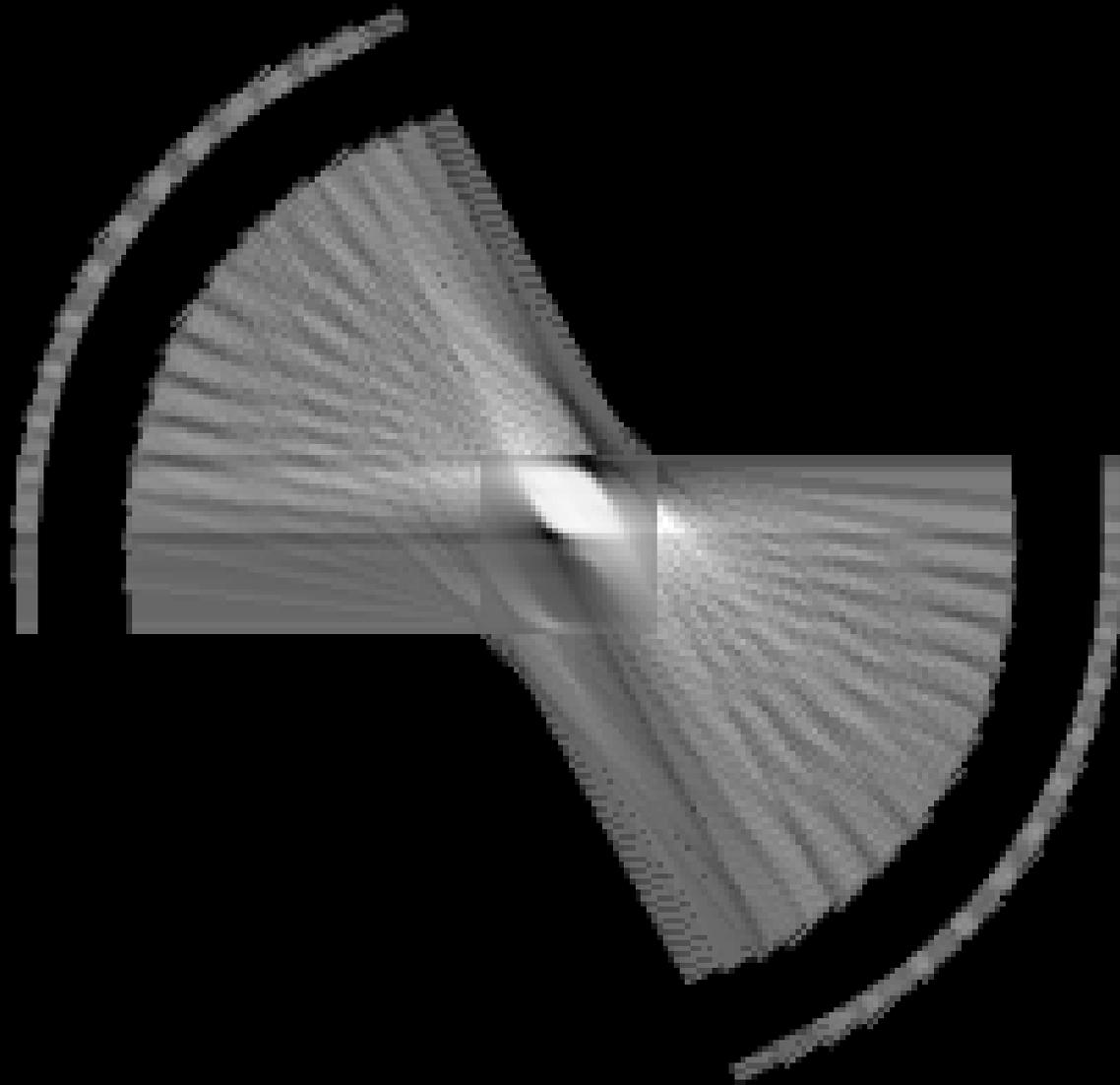


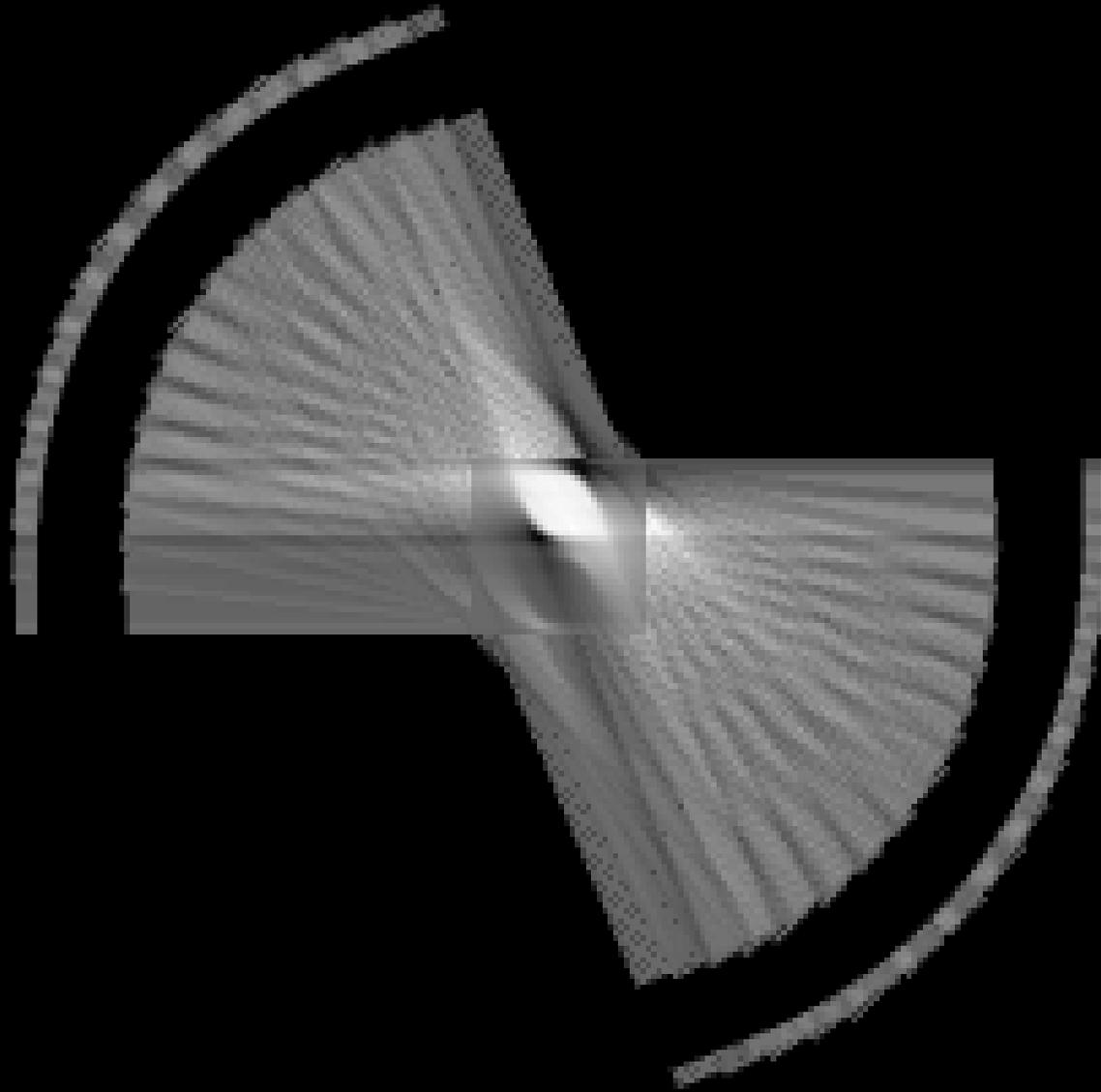


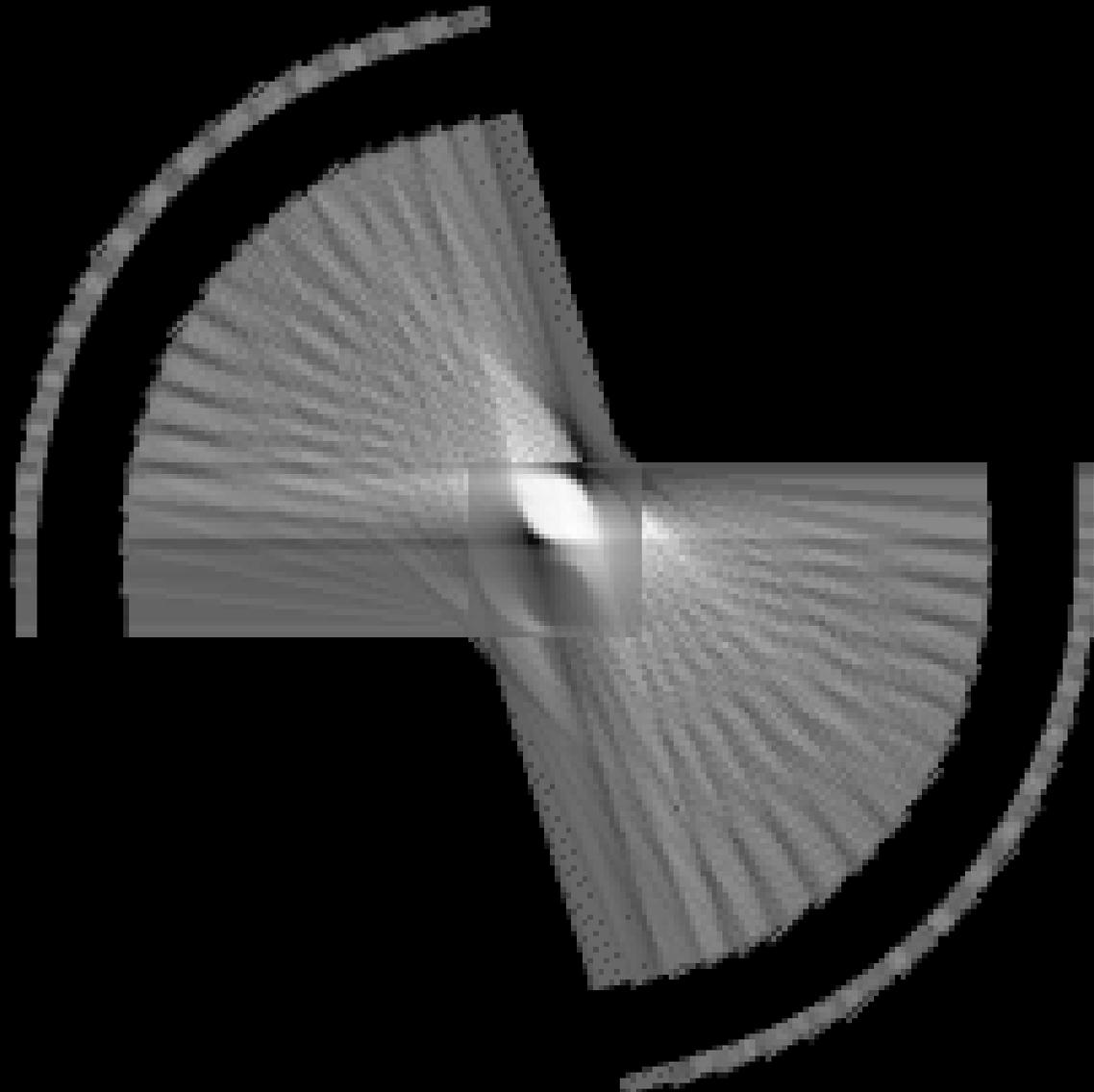


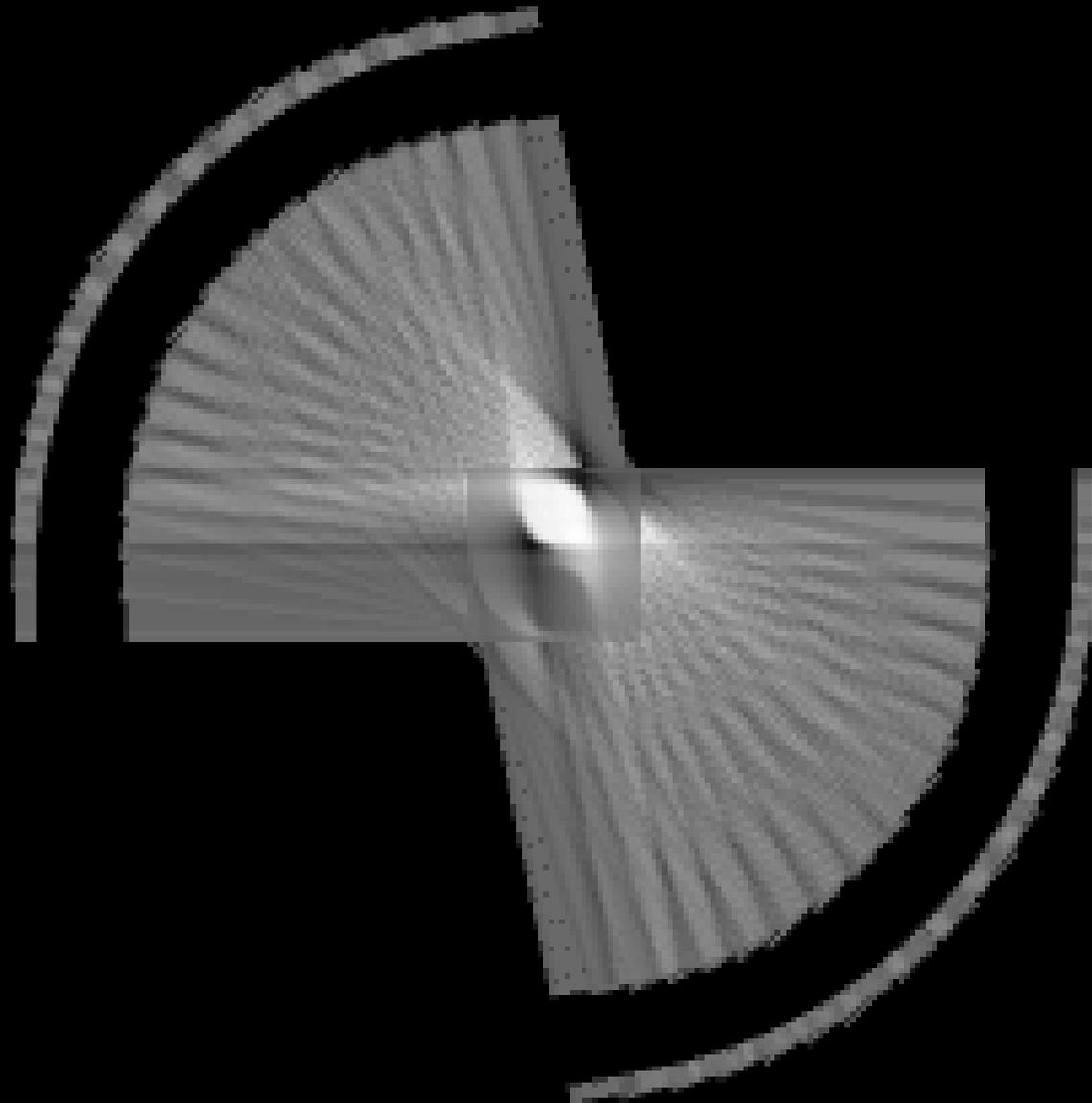


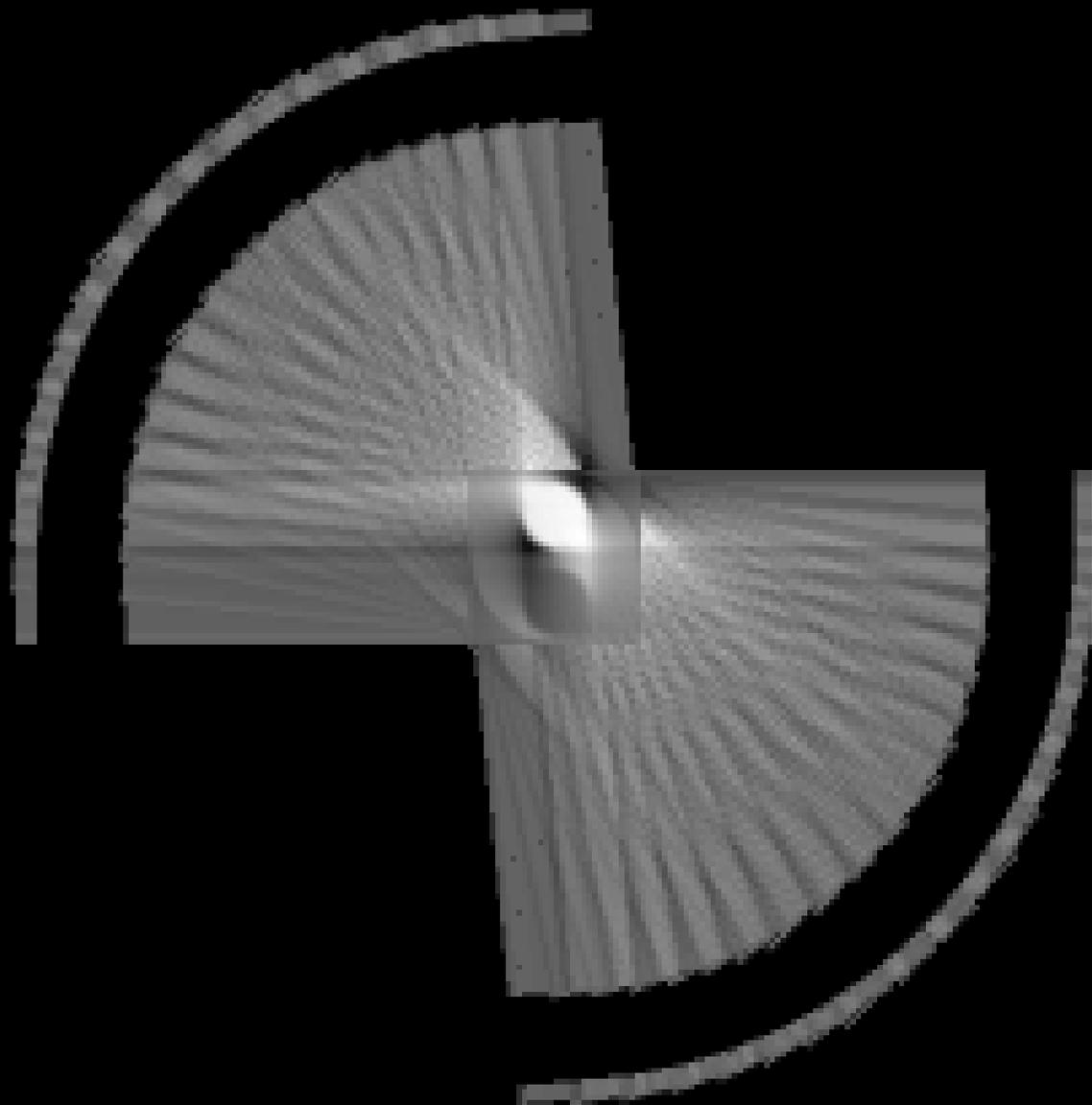


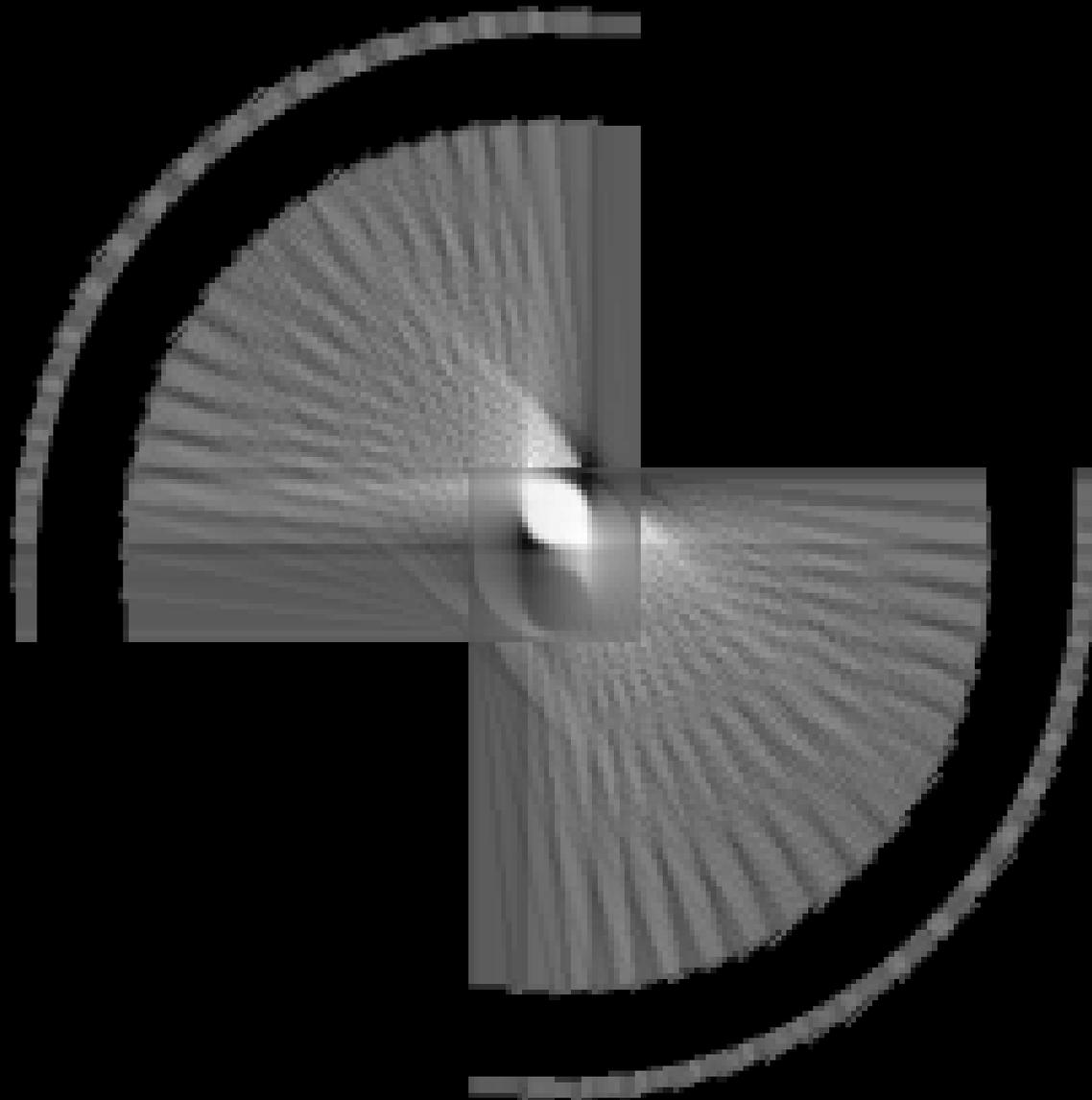


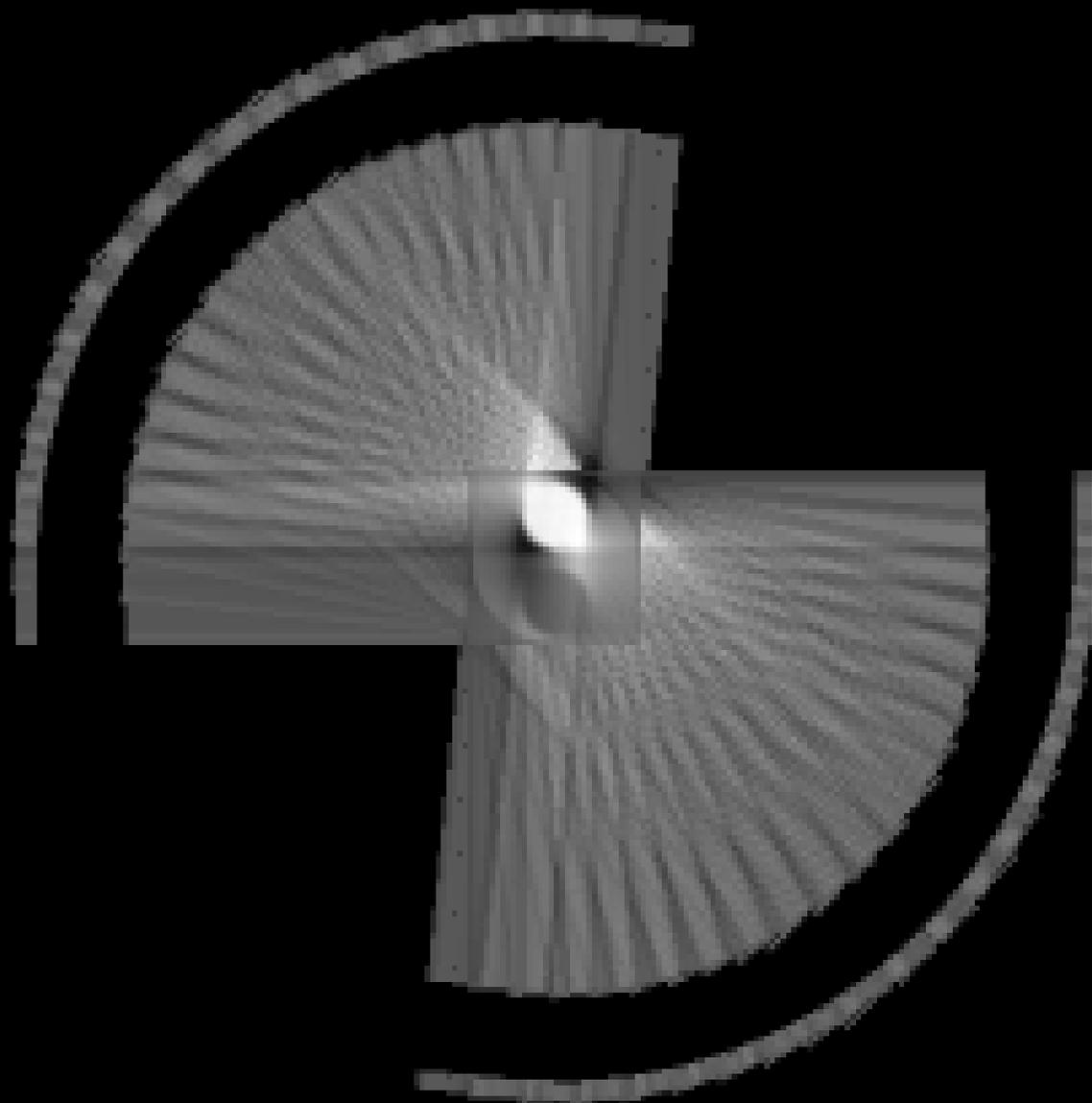


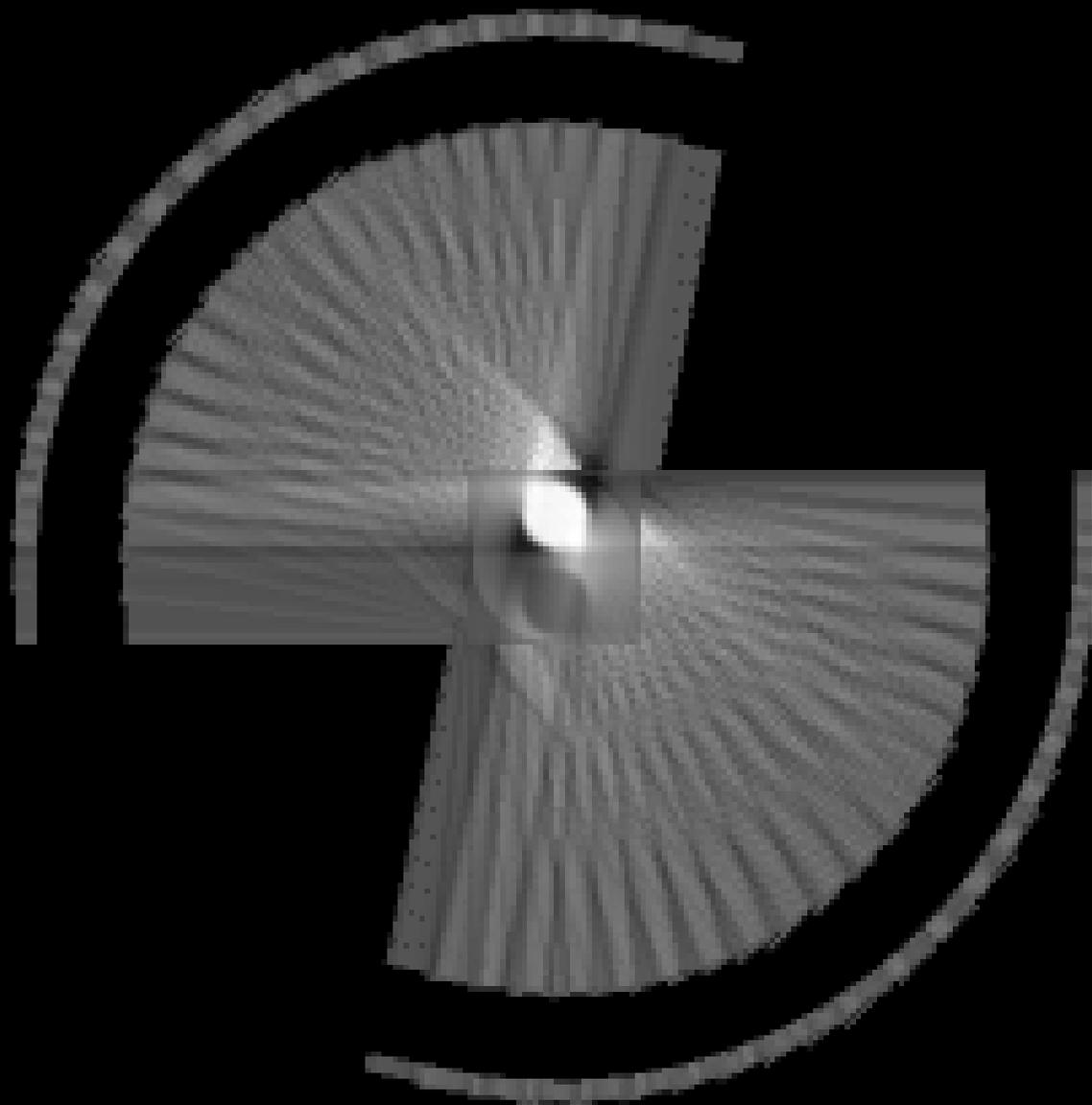


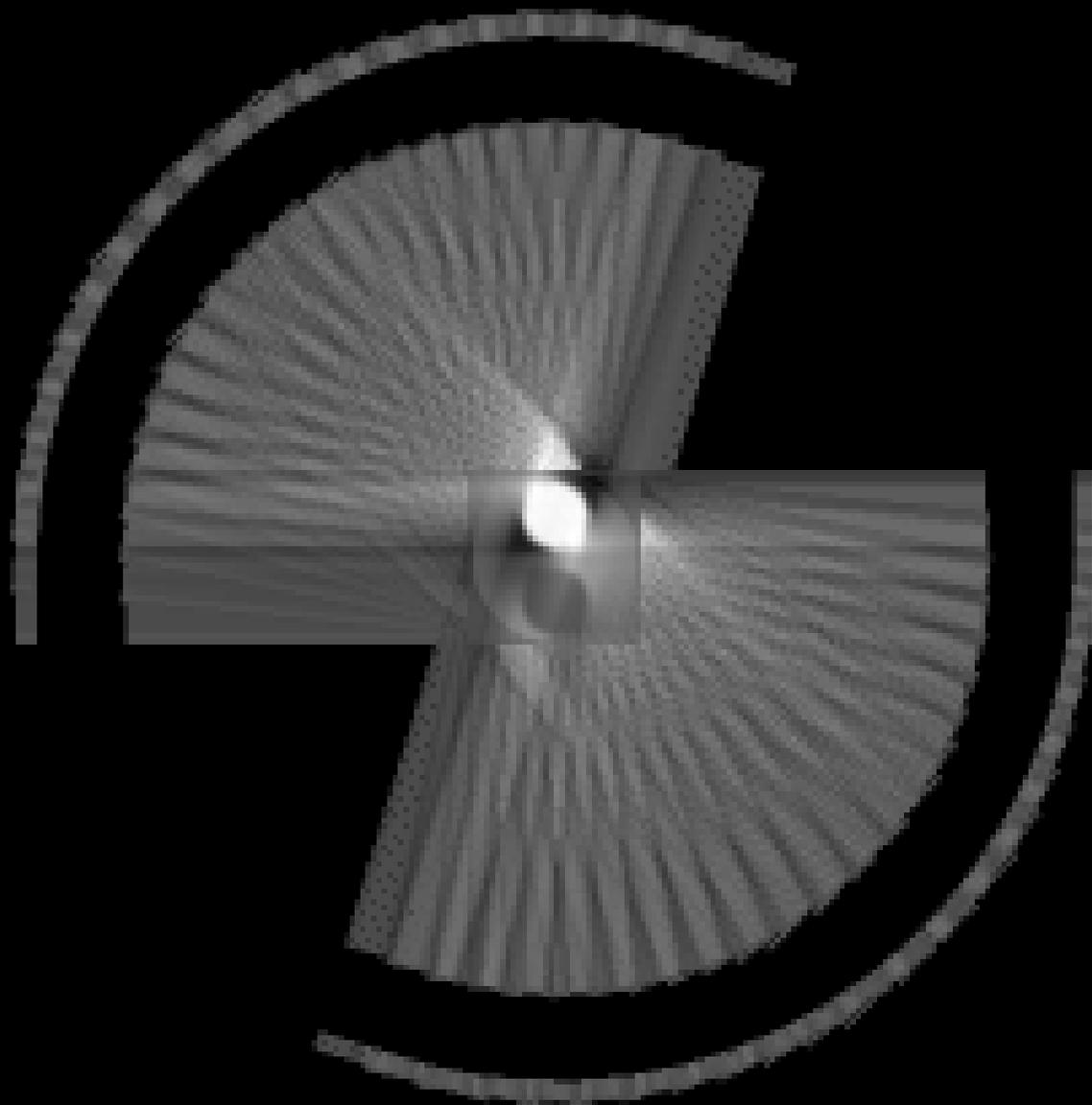


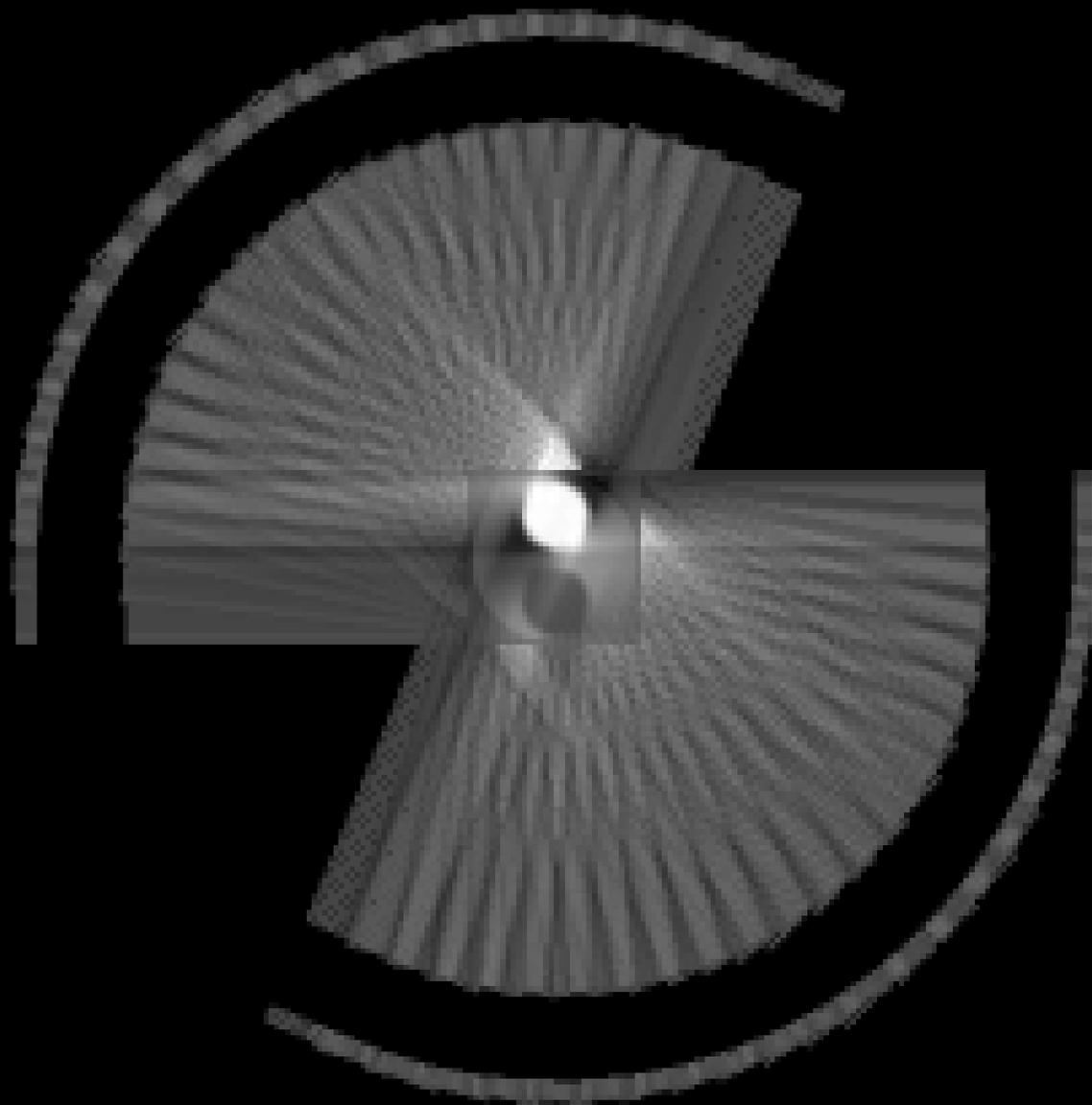


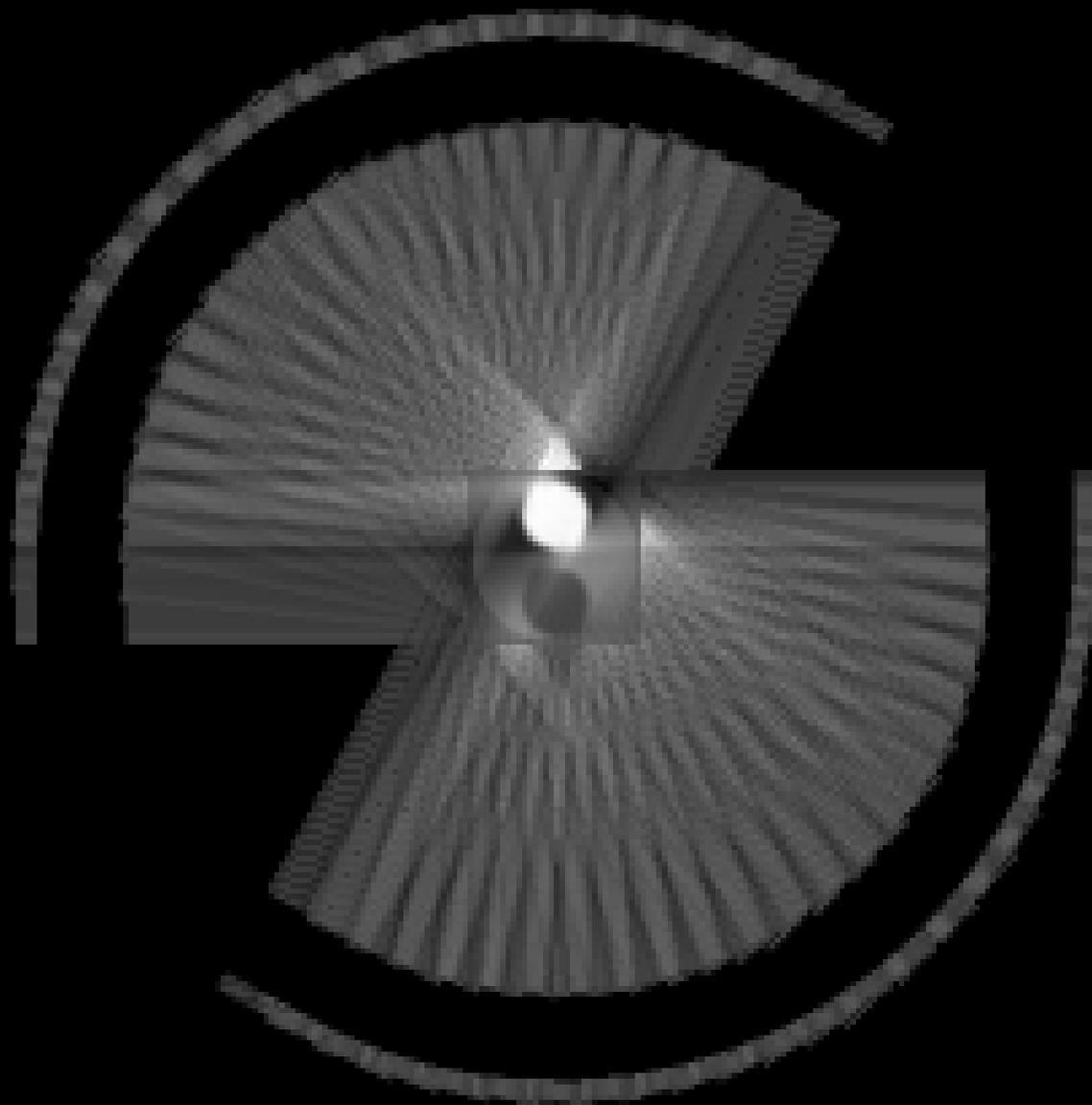


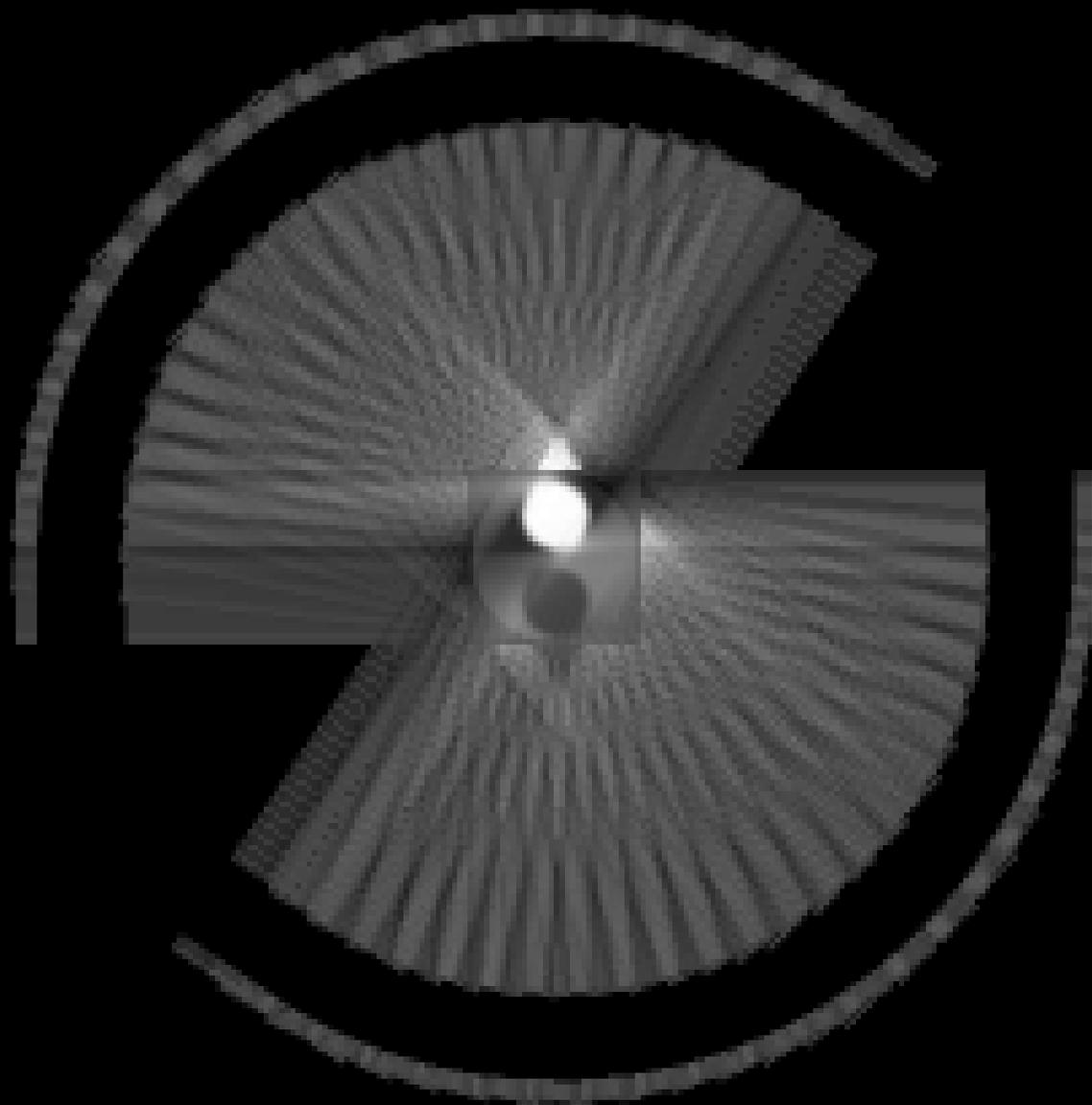


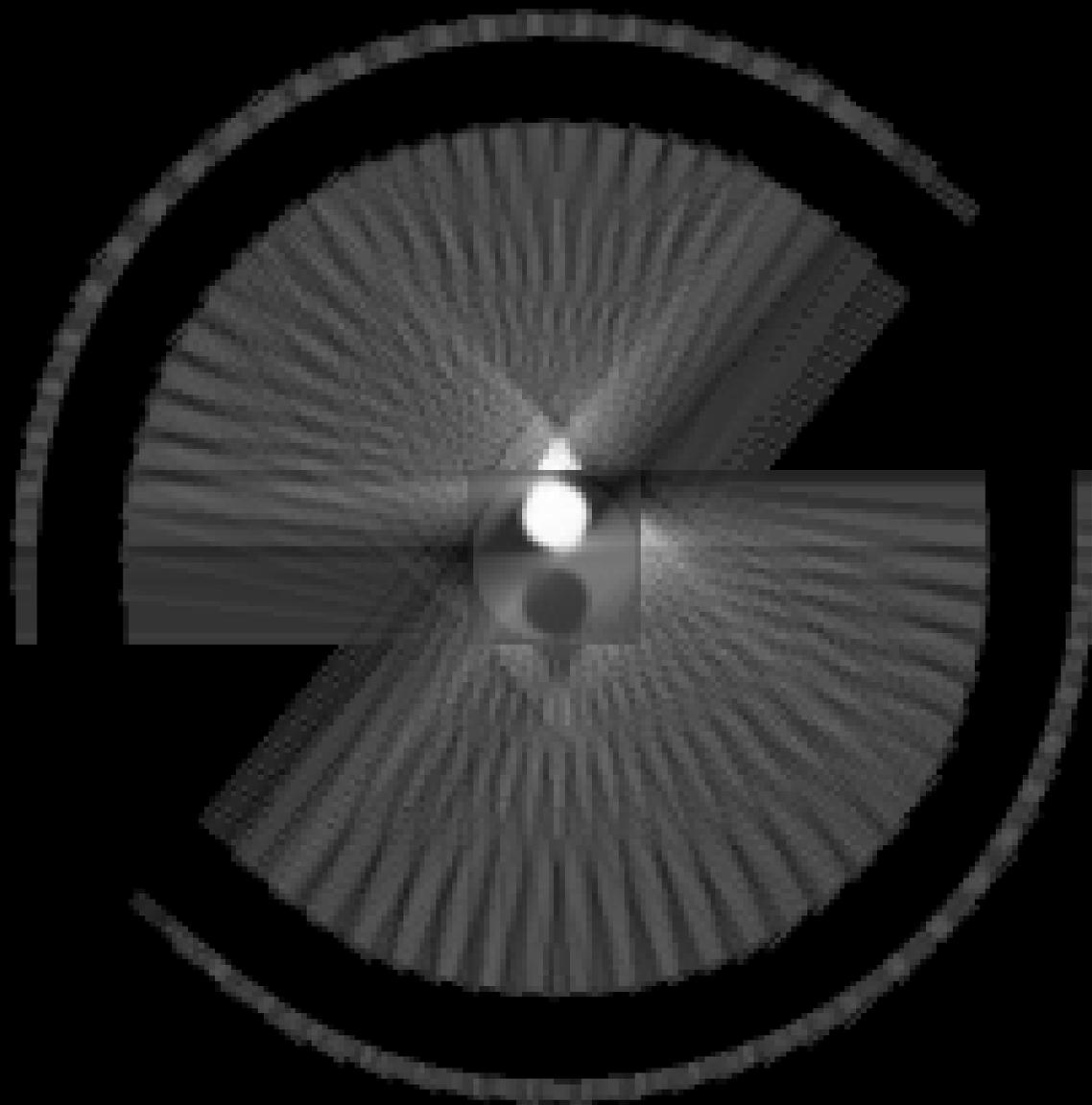


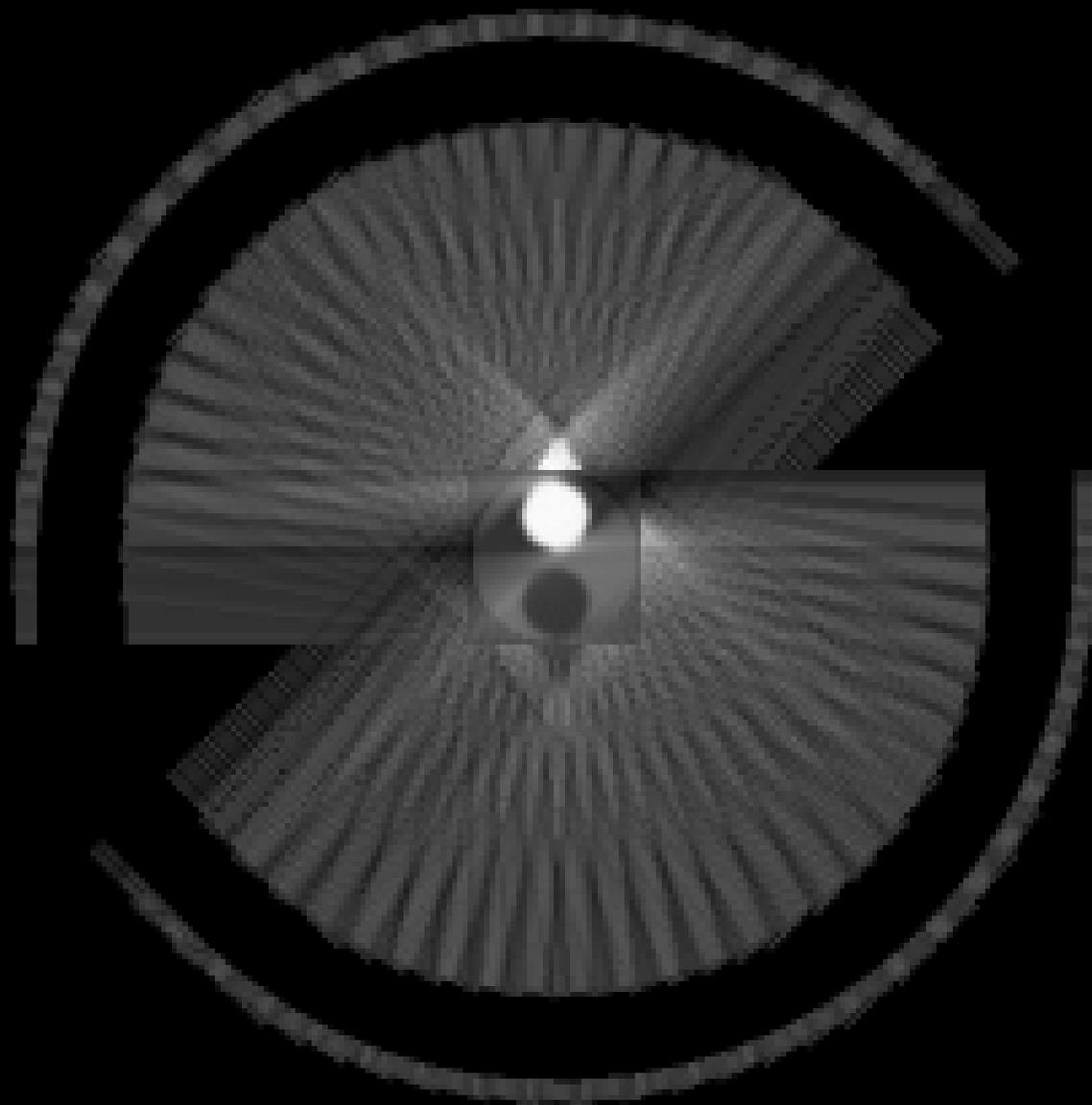


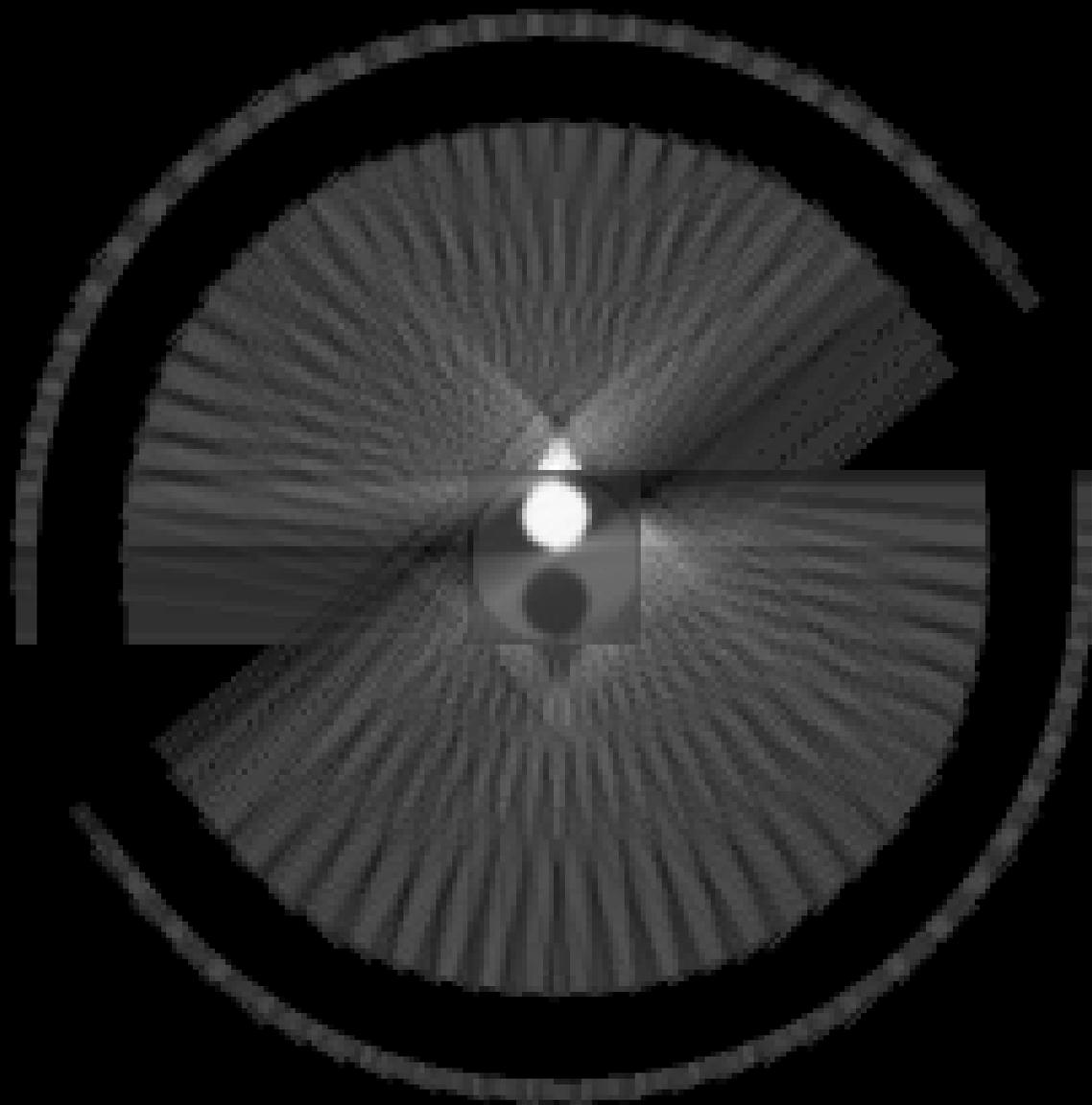


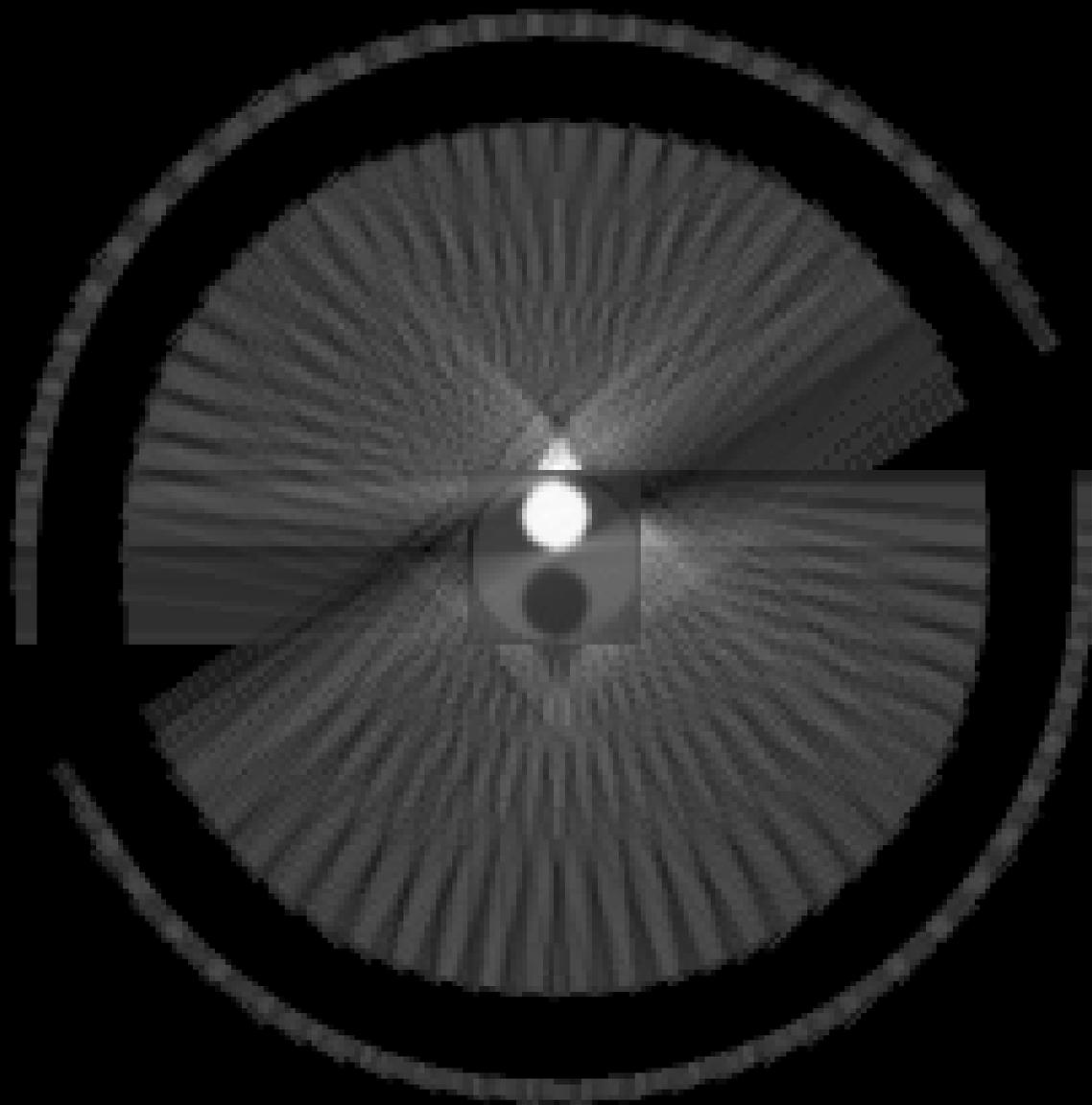


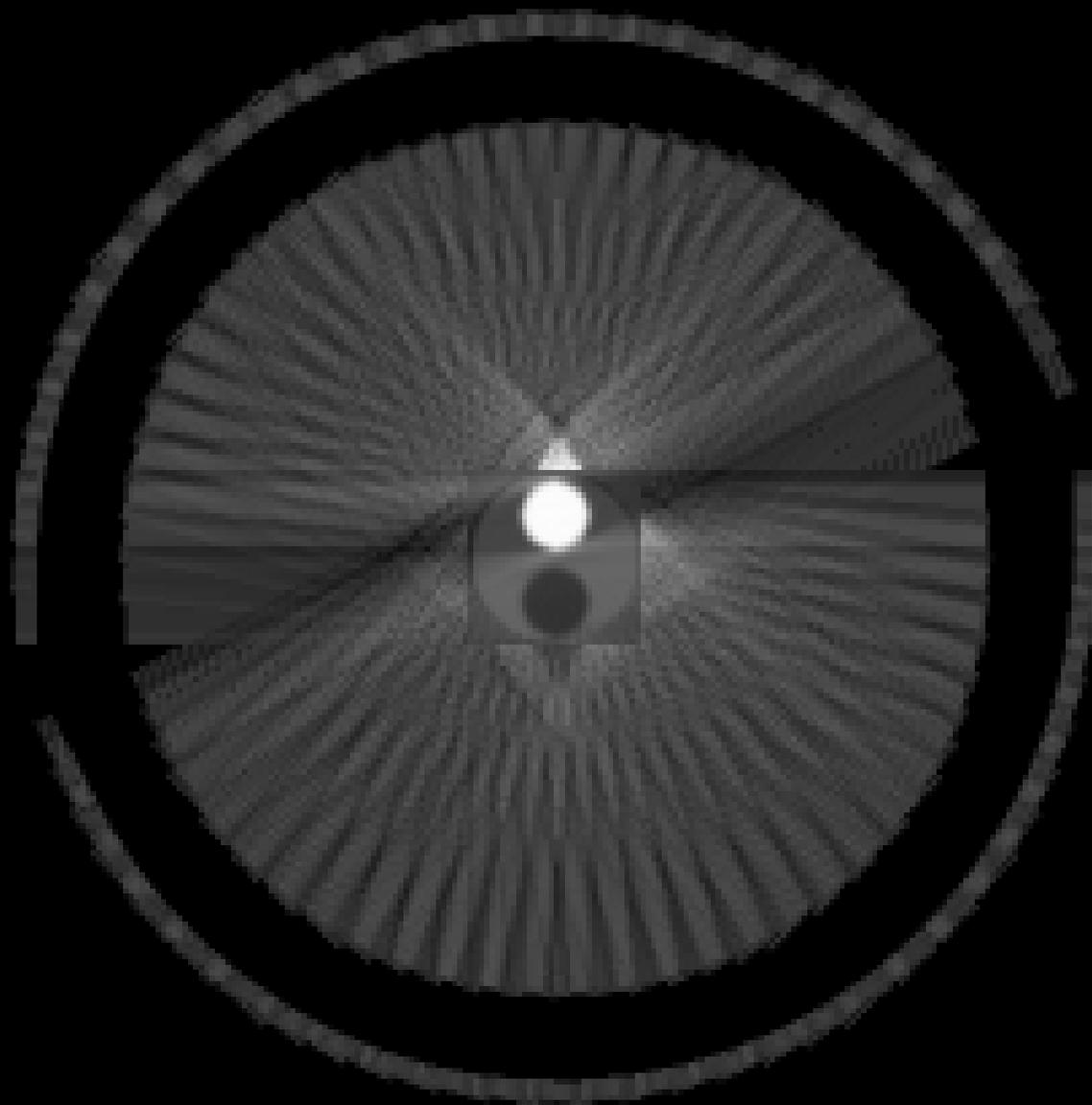


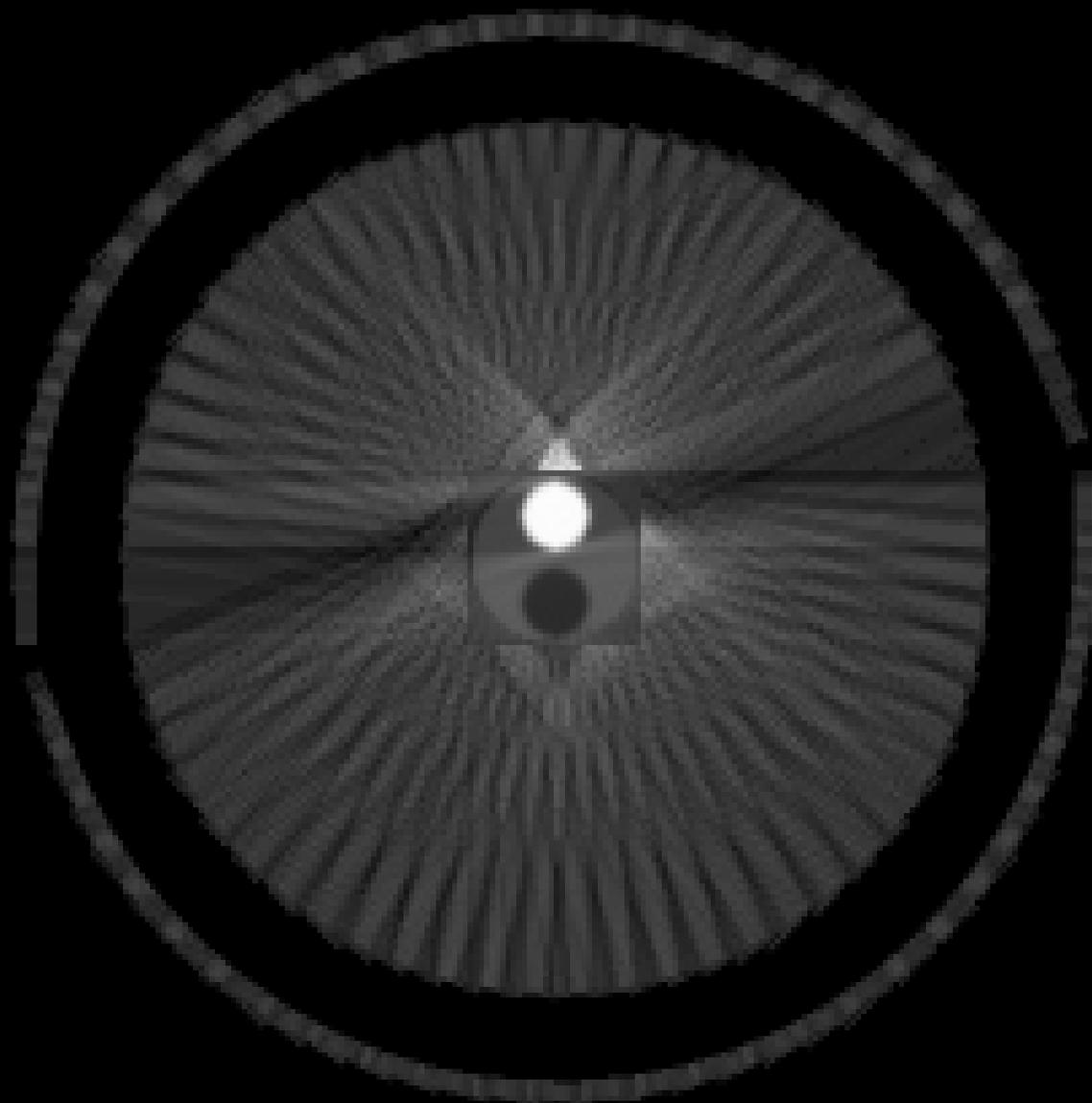


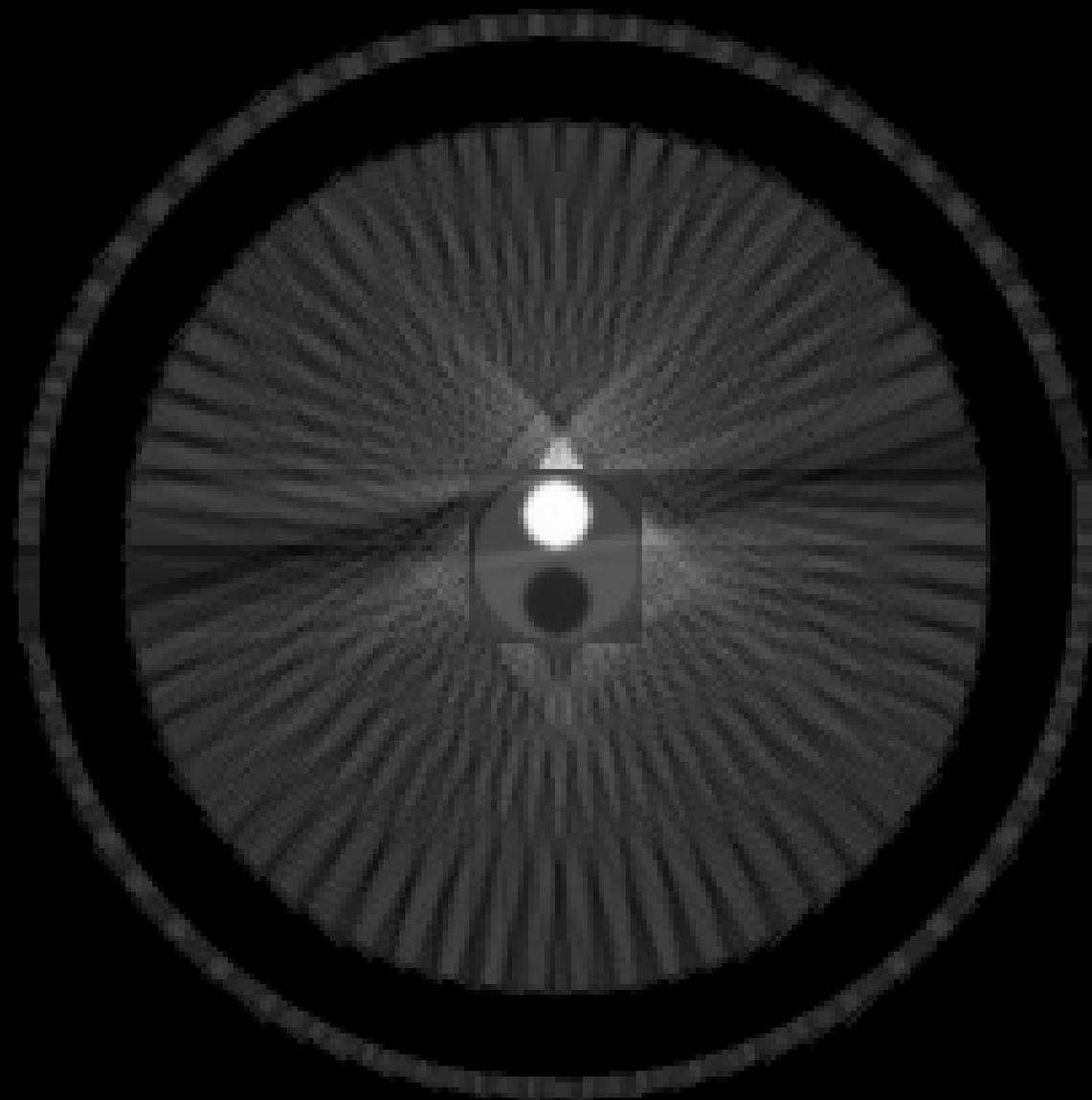


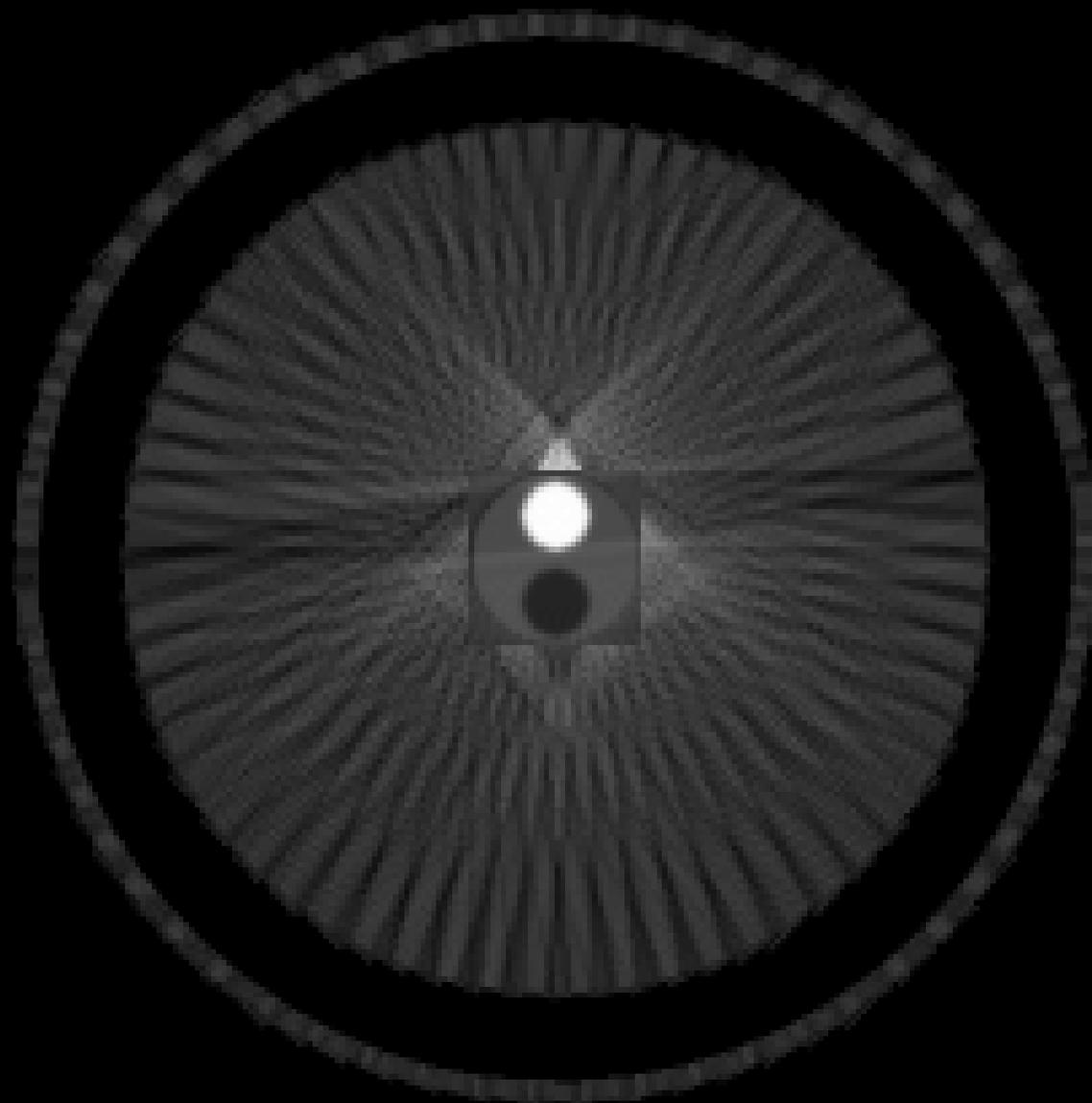














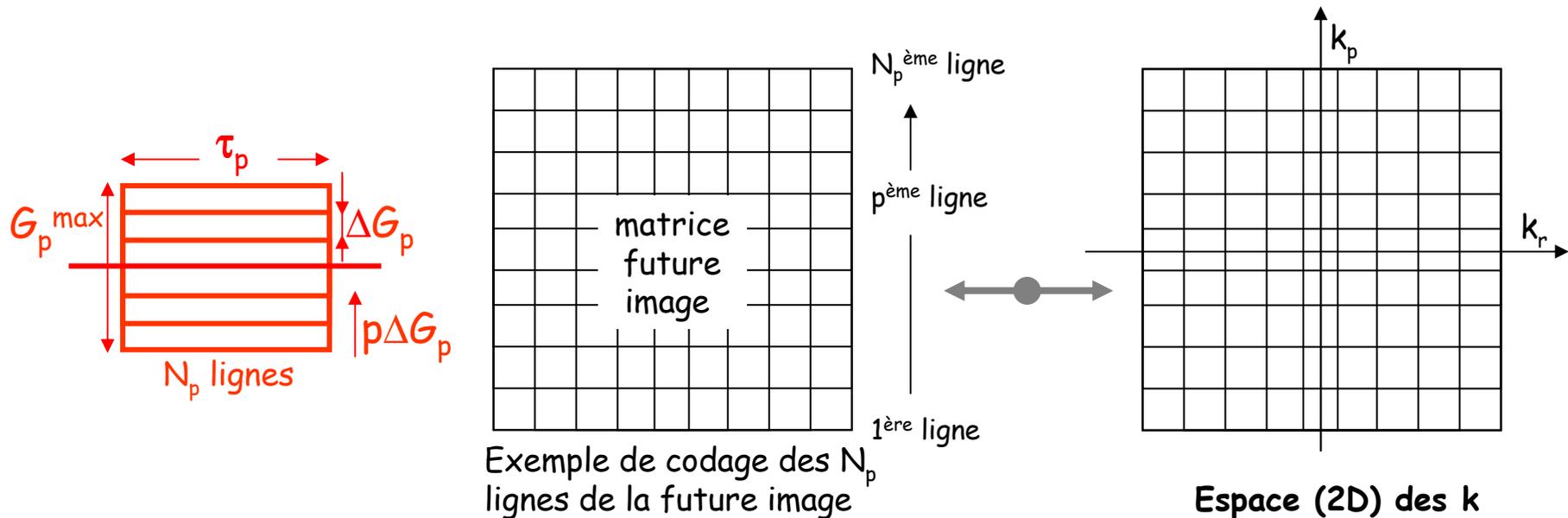
Méthode 2D de reconstruction de l'image

Un déphasage des spins dans une direction $p \perp$ à r est assuré par un gradient de codage de phase, croissant de ligne en ligne (entre 0 et $G_p^{\max} = N_p \cdot \Delta G_p$), appliqué pendant τ_p entre la sélection et la lecture.

Le signal est ainsi préparé par une "mémoire de phase", croissante avec l'ordre des futures lignes de l'image : tous les spins d'une même ligne p (\perp à la direct° de G_p) ont acquis même déphasage $\Delta\phi_p = \gamma \cdot p \cdot \Delta G_p \cdot \tau_p$,

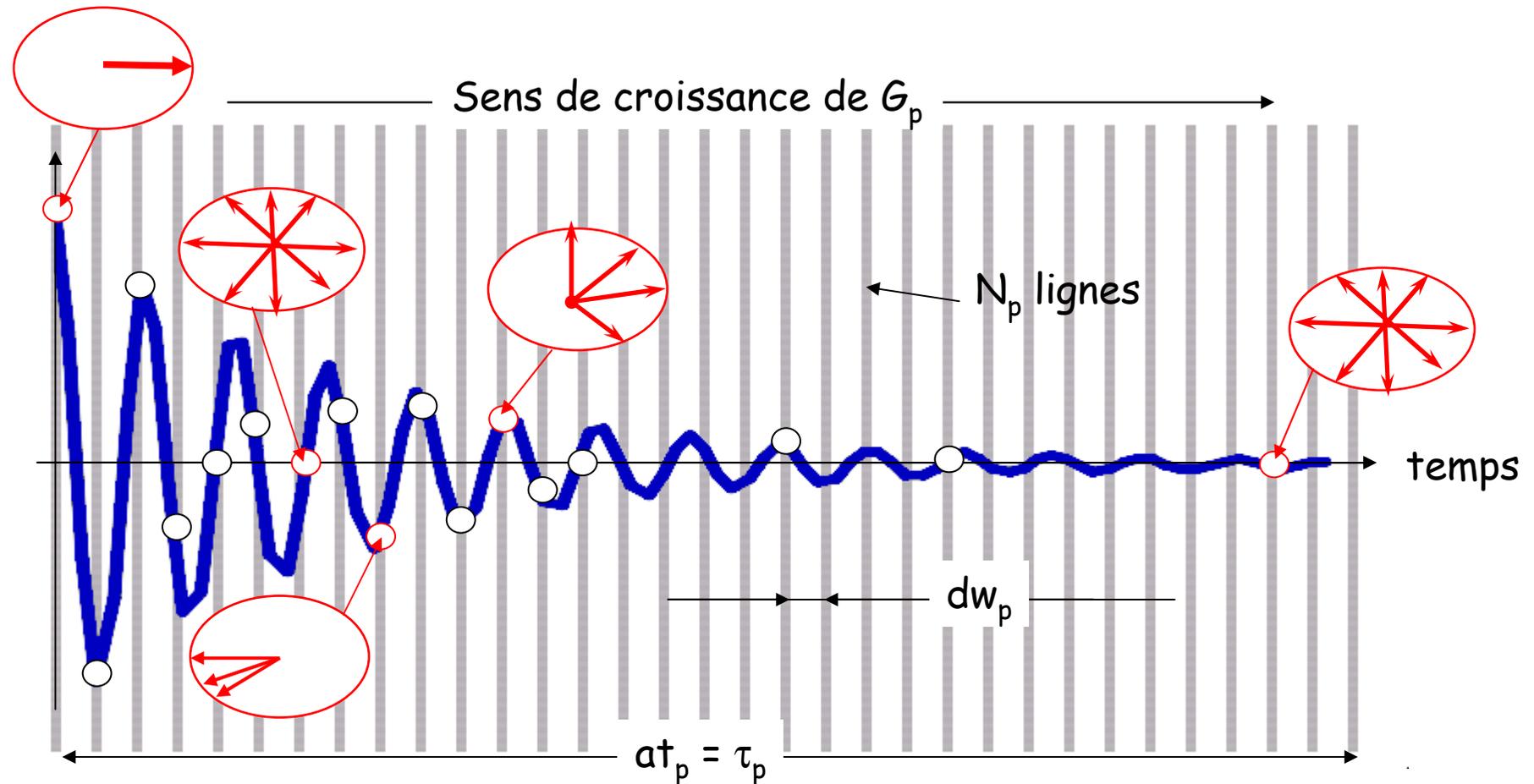
soit $\Delta\phi_p = 2\pi \cdot p \cdot \Delta k_p$ si $\Delta k_p = (\gamma \cdot \Delta G_p / 2\pi) \cdot \tau_p \Rightarrow k_p = (\gamma \cdot G_p^{\max} / 2\pi) \cdot \tau_p$

Le signal est acquis, autant de fois qu'il existe de lignes, par codage fréquentiel via G_r : $\Delta k_r = (\gamma \cdot G_r / 2\pi) \cdot dw_r \Rightarrow k_r = (\gamma \cdot G_r / 2\pi) \cdot at_r$



Effet d'un gradient de phase (G_p) croissant

Dans le plan de coupe sélectionné, le déphasage des spins croît de ligne en ligne avec G_p , ce qui permet de reconstruire, point par point, une FID orthogonalement à la direction de lecture du signal

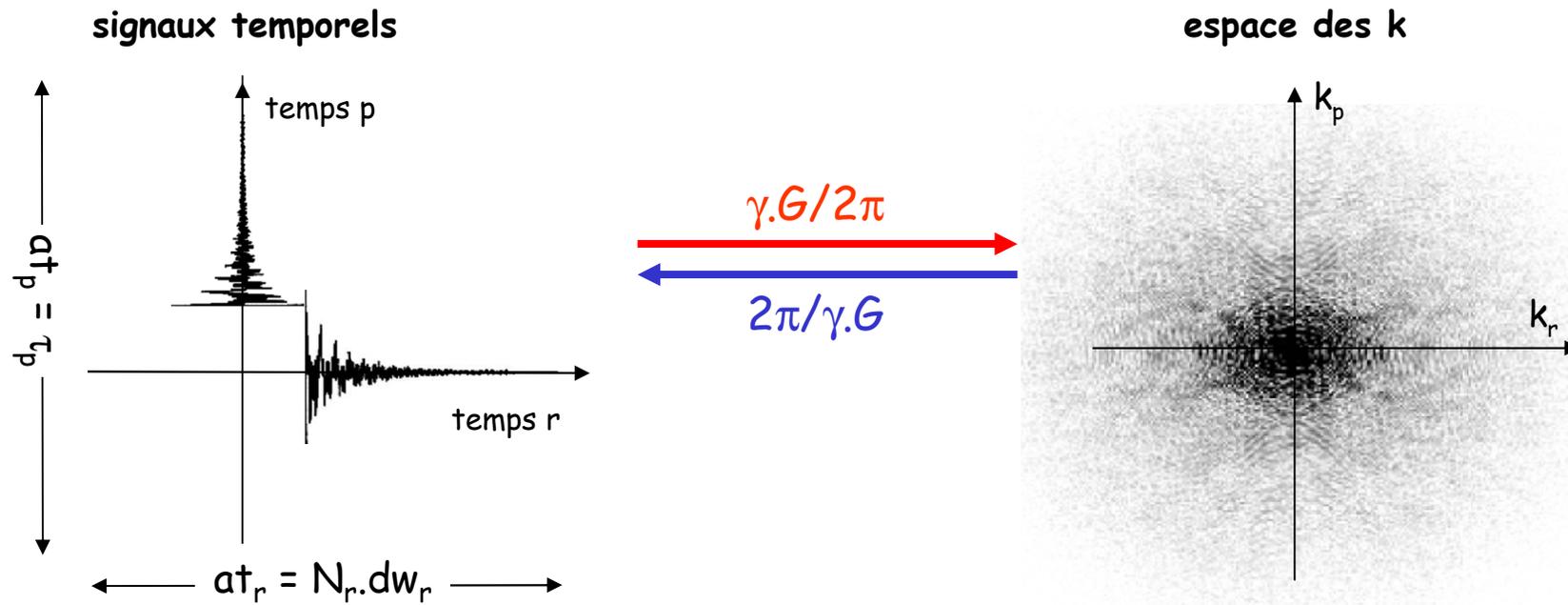


Transformation du temps sous l'effet des $G_{r,p}$

Les gradients imposent une correspondance entre temps et k selon

$k_r = (\gamma \cdot G_r / 2\pi) \cdot at_r$ varie avec le temps d'acquisition du signal (at_r)
car G_r est constant

$k_p = (\gamma \cdot G_p^{\max} / 2\pi) \cdot \tau_p$ varie avec l'incrément de codage de phase ΔG_p
car τ_p est constant



Combinaison des codages par la phase et la fréquence

Méthode d'IRM dite de "Spin Warp"

La fraction de signal acquise dans le pixel (r,p) , donc avec le gradient $p.\Delta G_p$ pour la ligne p , et pendant dw_r avec le gradient G_r dans la colonne d'abscisse r , vaut donc

$$s(dw_r, pG_p) = m(r,p).exp(2\pi j.r.\Delta k_r).exp(2\pi j.p.\Delta k_p)$$

Le signal acquis pour tous les voxels, c'ad pour la coupe entière (image), après N_p répétition de l'acquisition, est ainsi donné par

$$S(at_r, G_p^{\max}) = \iint_{r,p} M_{r,p} e^{2\pi jrk_r} e^{2\pi jpk_p} dr.dp$$

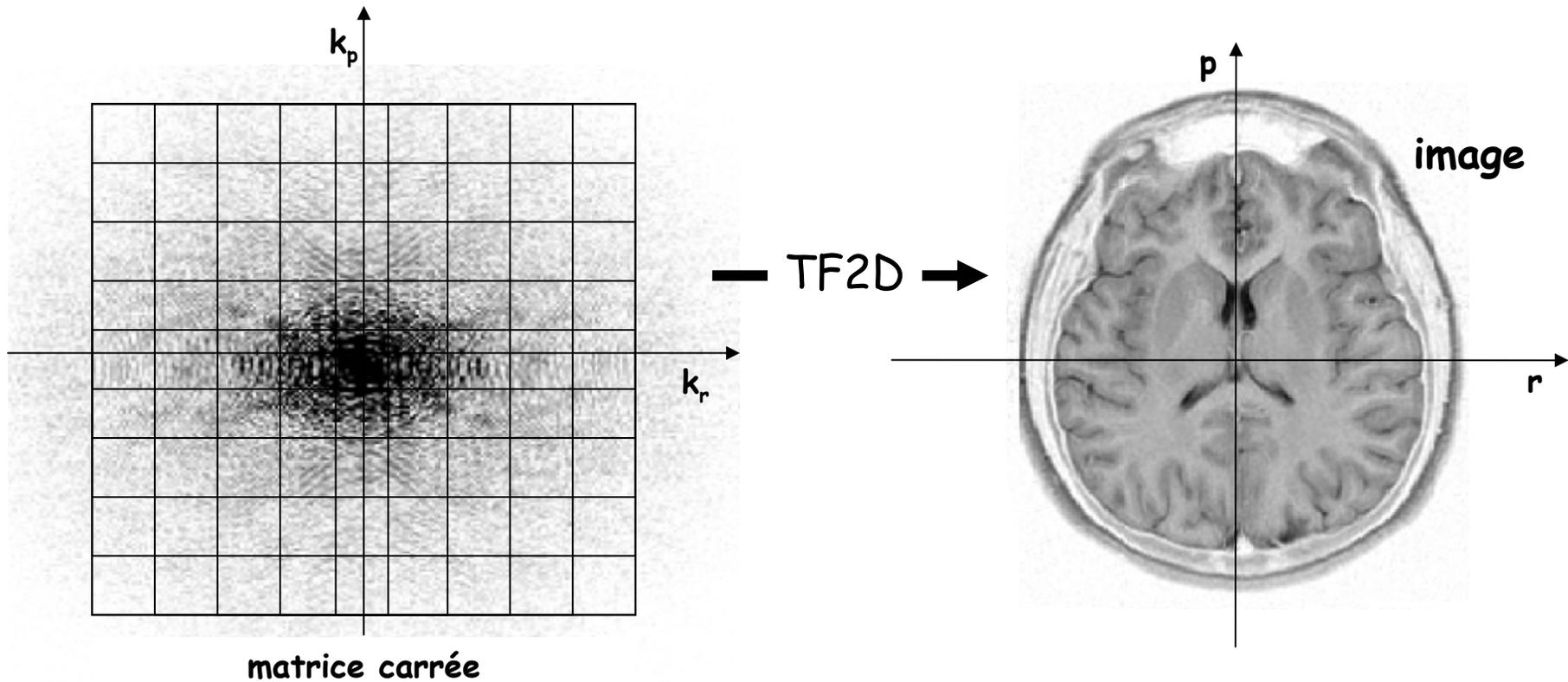
Ainsi l'image

$$M_{im} = \text{TF2D} \{S(at_r, G_p^{\max})\}$$

Une simple TF2D du signal codé en phases et fréquences, c'ad acquis dans l'espace des k , suffit pour "reconstruire" l'image

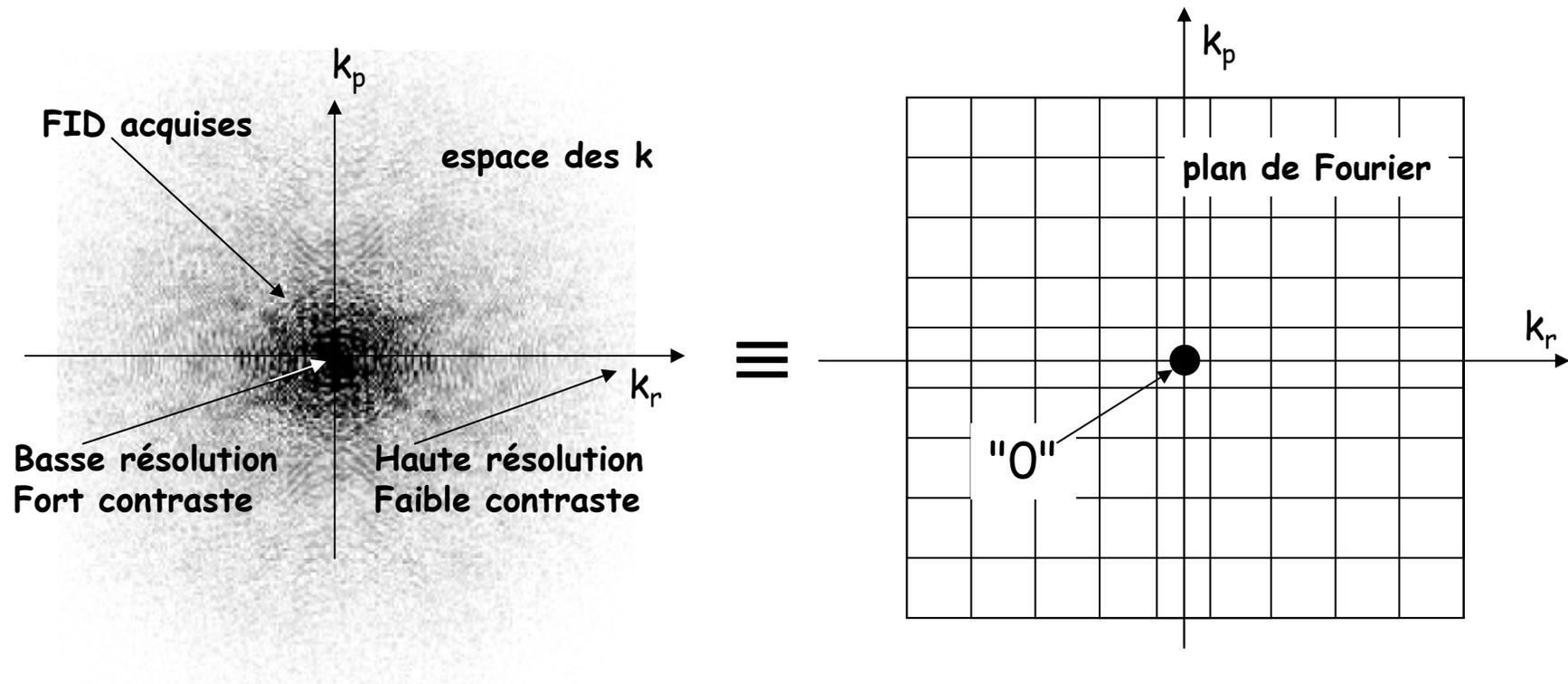
L'image est la simple TF2D du signal codé en 2D

Si la séquence utilise, séquentiellement, un gradient de lecture après un gradient de codage de phase (autant de fois que de lignes dans l'image)



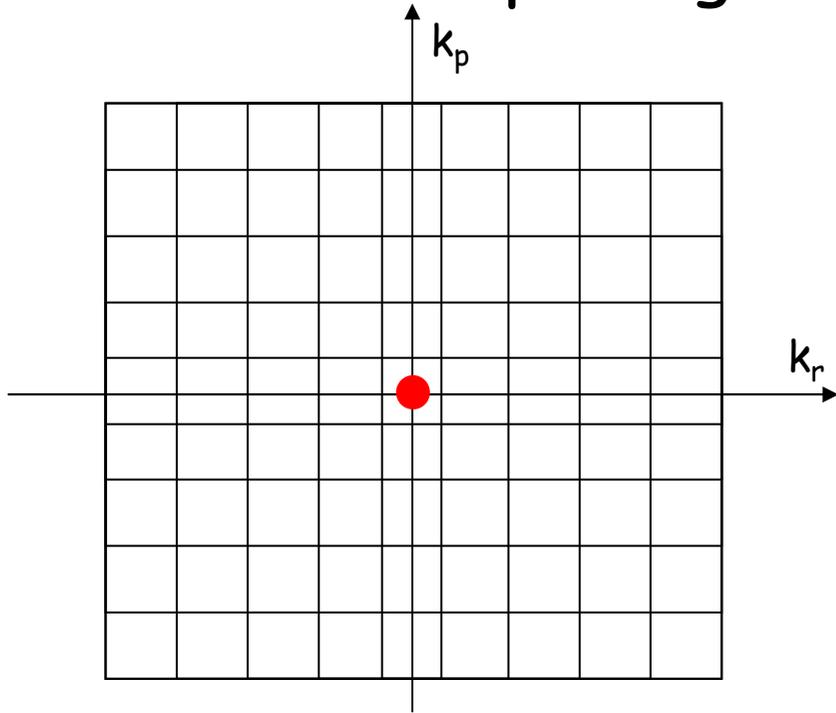
Pseudo-temps et plan de Fourier

L'image étant la TF2D de l'espace des k , réciproquement l'espace des k constitue le plan de Fourier de l'image et les k sont homogènes à des fréquences spatiales



Juste en fin de bascule, on se retrouve à l'origine du plan de Fourier, en position "0"

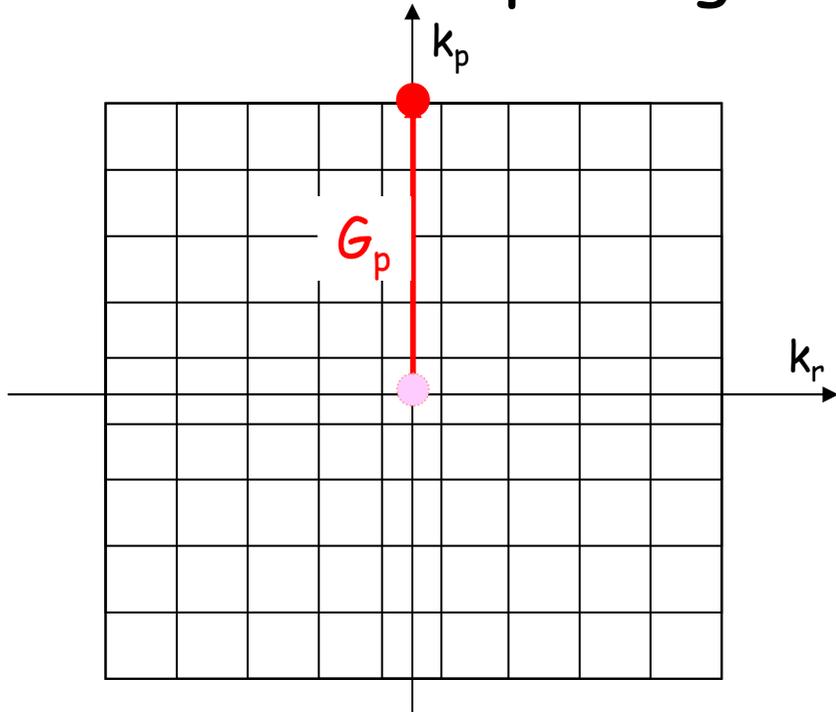
Remplissage du plan de Fourier



0- le pulse $\pi/2$ met le spot au centre



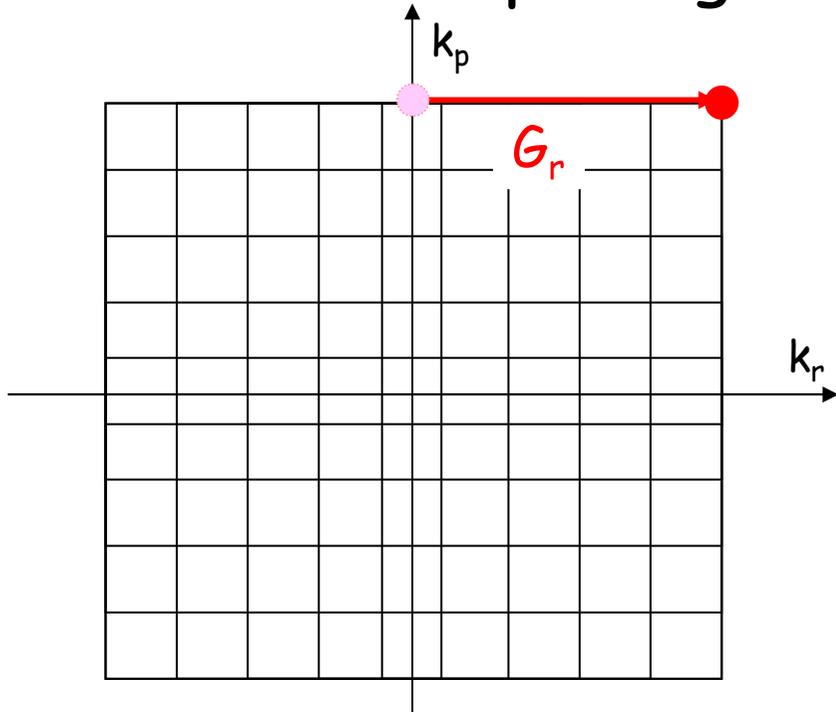
Remplissage du plan de Fourier



- 0- le pulse $\pi/2$ met le spot au centre
- 1- G_p amène le spot sur la 1^{ère} ligne



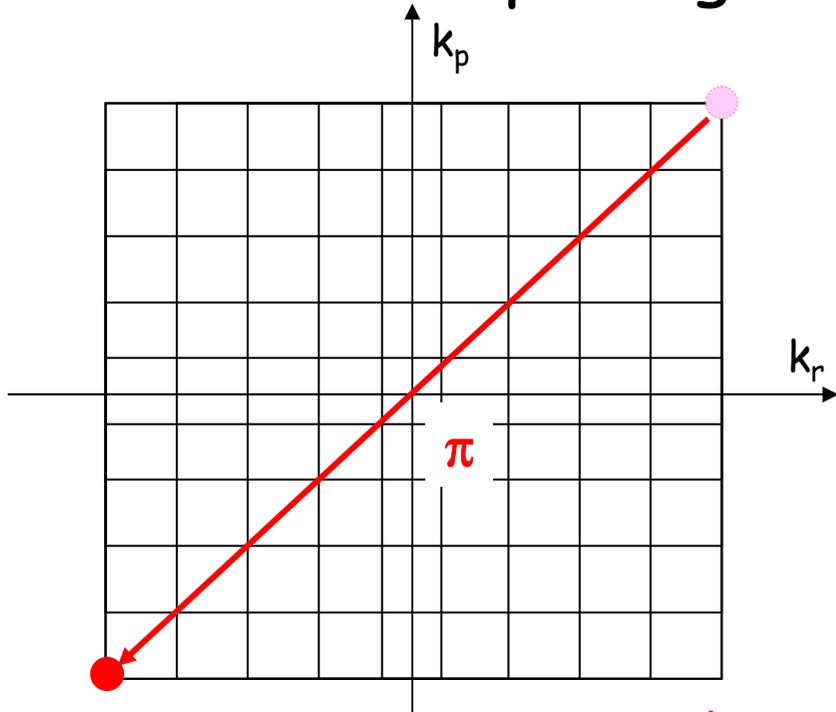
Remplissage du plan de Fourier



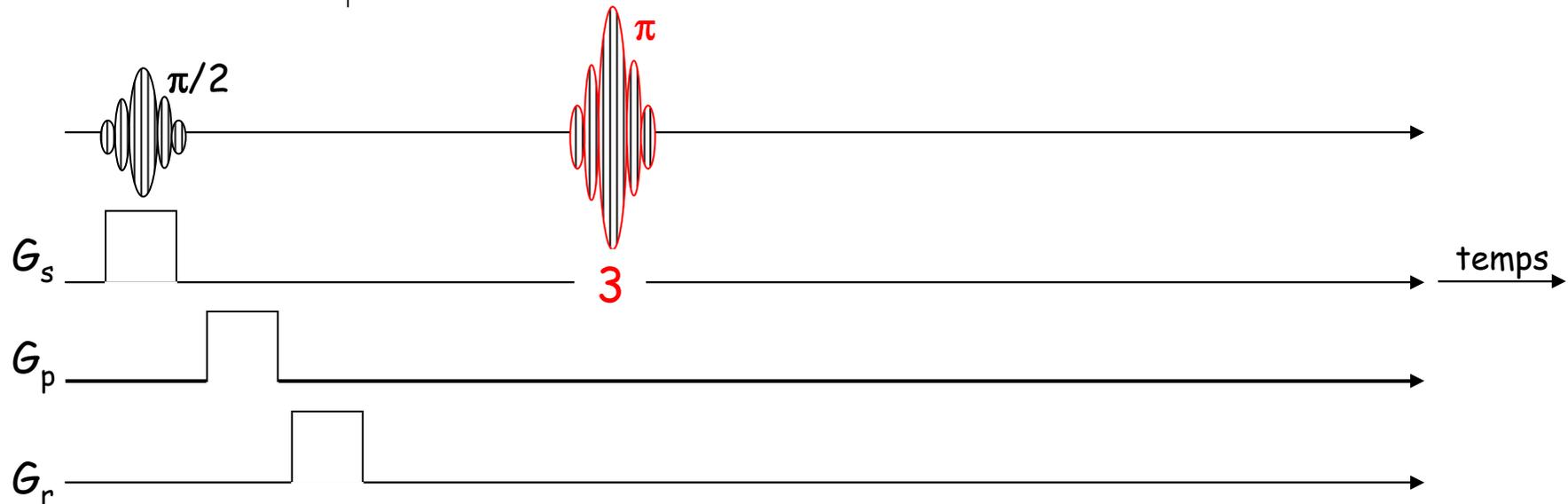
- 0- le pulse $\pi/2$ met le spot au centre
- 1- G_p amène le spot sur la 1^{ère} ligne
- 2- G_r amène le spot en bout de 1^{ère} ligne



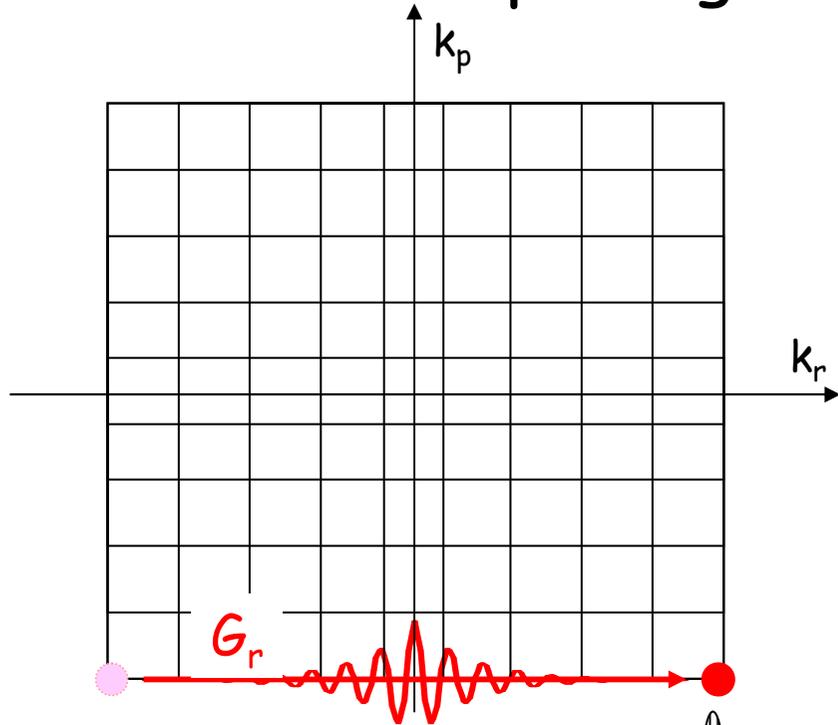
Remplissage du plan de Fourier



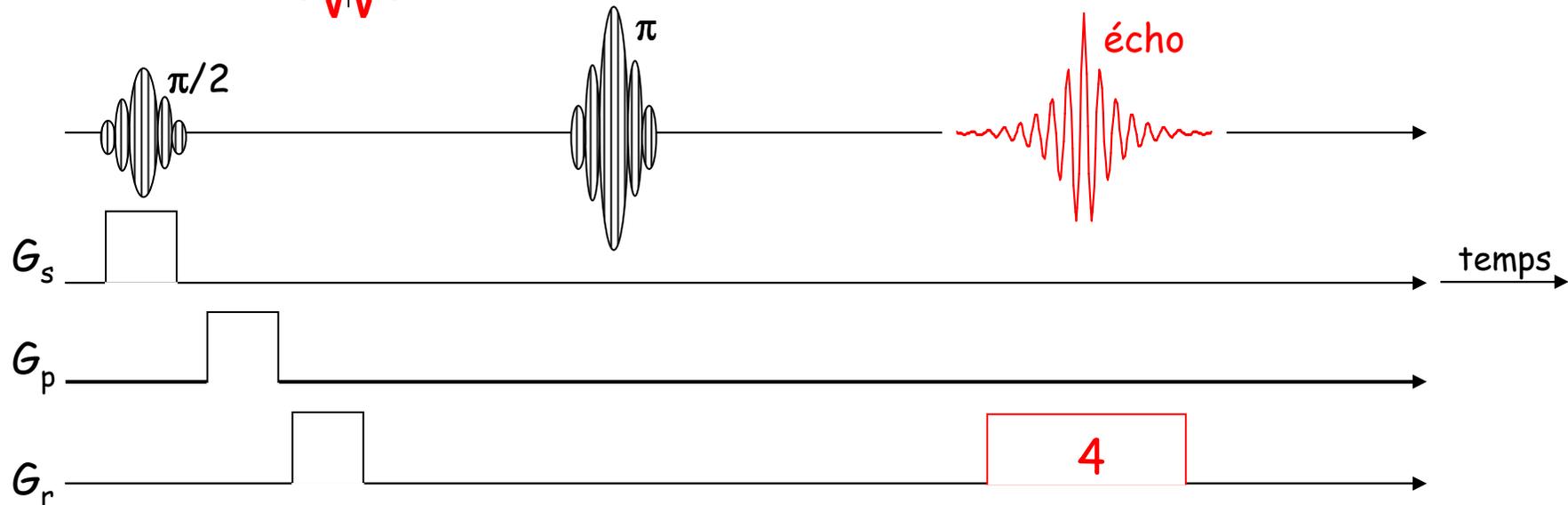
- 0- Le pulse $\pi/2$ met le spot au centre
- 1- G_p amène le spot sur la N^{ème} ligne
- 2- G_r amène le spot en fin de N^{ème} ligne
- 3- π amène le spot en début de 1^{ère} ligne



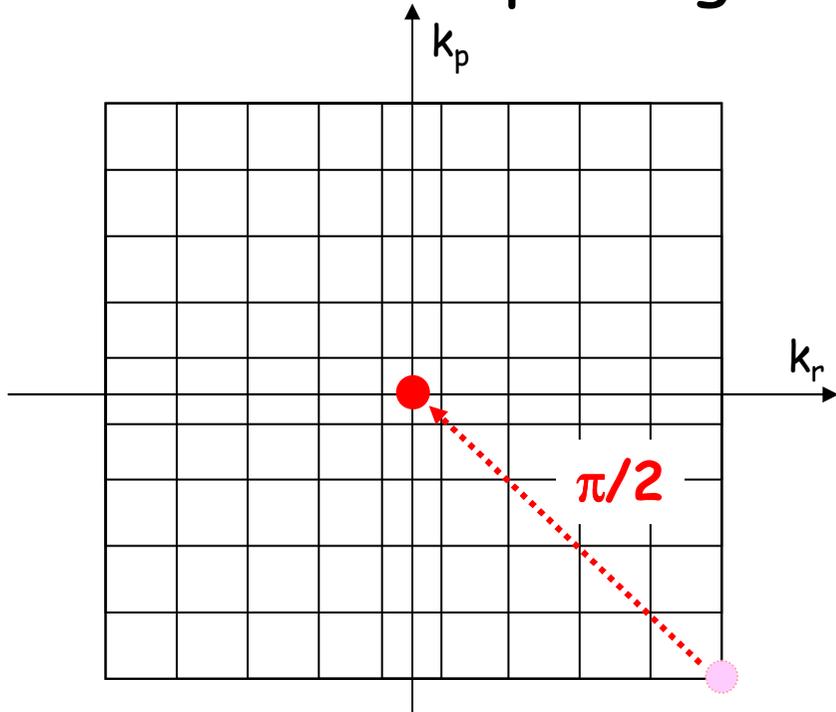
Remplissage du plan de Fourier



- 0- Le pulse $\pi/2$ met le spot au centre
- 1- G_p amène le spot sur la N^{ème} ligne
- 2- G_r amène le spot en fin de N^{ème} ligne
- 3- π amène le spot en début de 1^{ère} ligne
- 4- G_r remplit la 1^{ère} ligne de l'écho



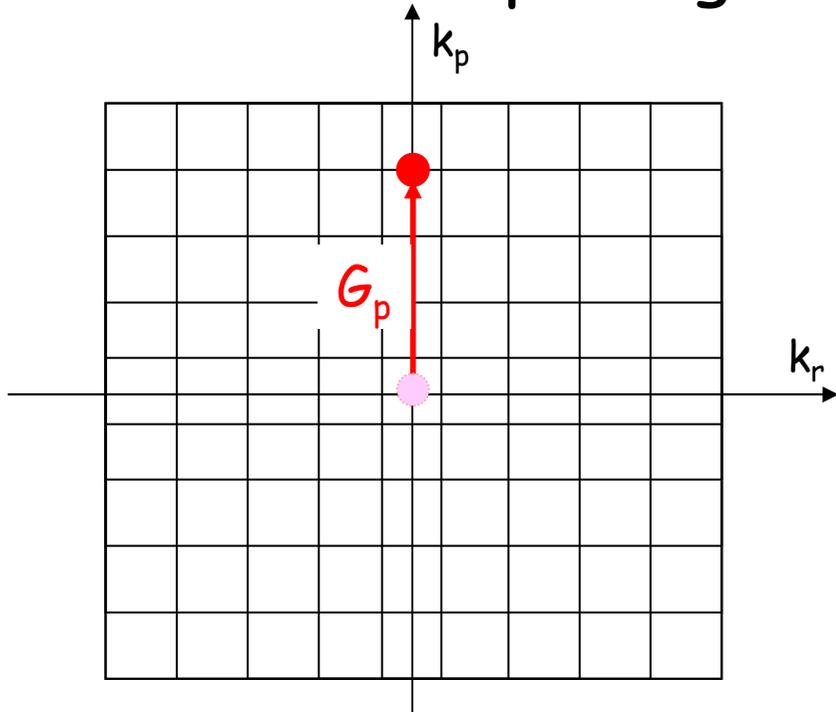
Remplissage du plan de Fourier



- 0- Le pulse $\pi/2$ met le spot au centre
- 1- G_p amène le spot sur la N^{ème} ligne
- 2- G_r amène le spot en fin de N^{ème} ligne
- 3- π amène le spot en début de 1^{ère} ligne
- 4- G_r remplit la 1^{ère} ligne de l'écho
- 5- Le pulse $\pi/2$ remet le spot au centre



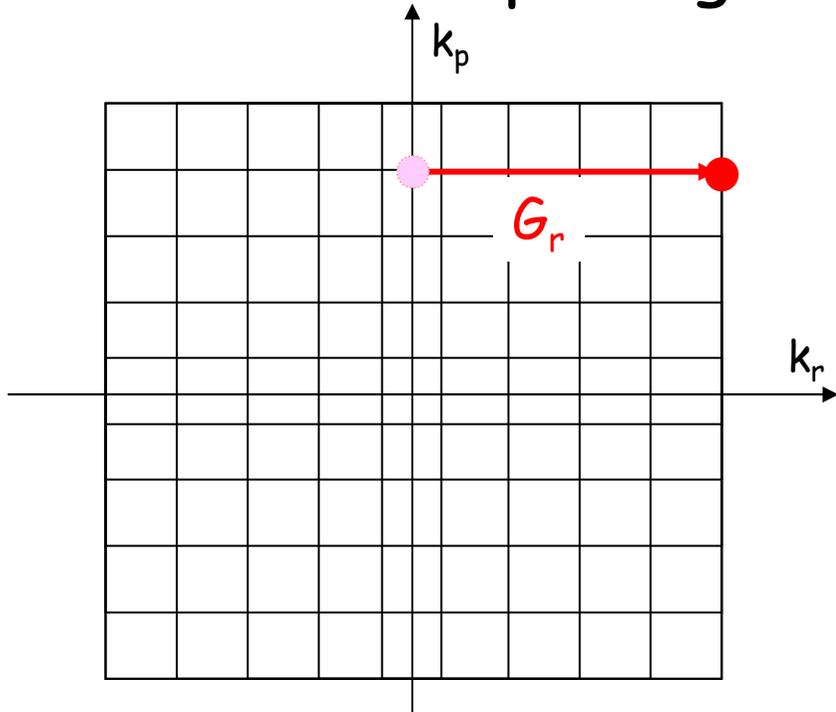
Remplissage du plan de Fourier



- 0- Le pulse $\pi/2$ met le spot au centre
- 1- G_p amène le spot sur la $N^{\text{ème}}$ ligne
- 2- G_r amène le spot en fin de $N^{\text{ème}}$ ligne
- 3- π amène le spot en début de $1^{\text{ère}}$ ligne
- 4- G_r remplit la $1^{\text{ère}}$ ligne de l'écho
- 5- Le pulse $\pi/2$ remet le spot au centre
- 6- Un $G_p <$ passe le spot sur la ligne $N-1$



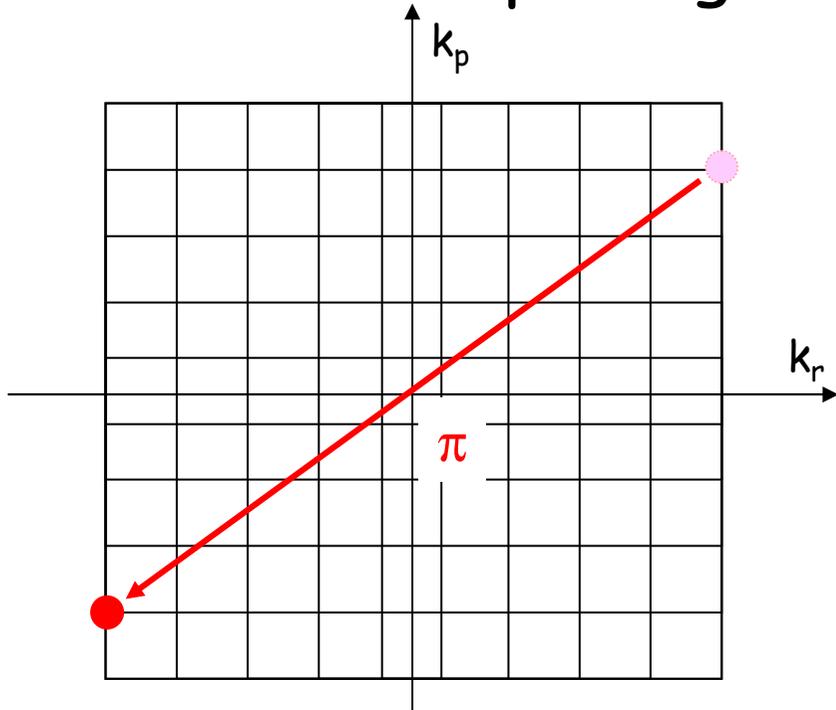
Remplissage du plan de Fourier



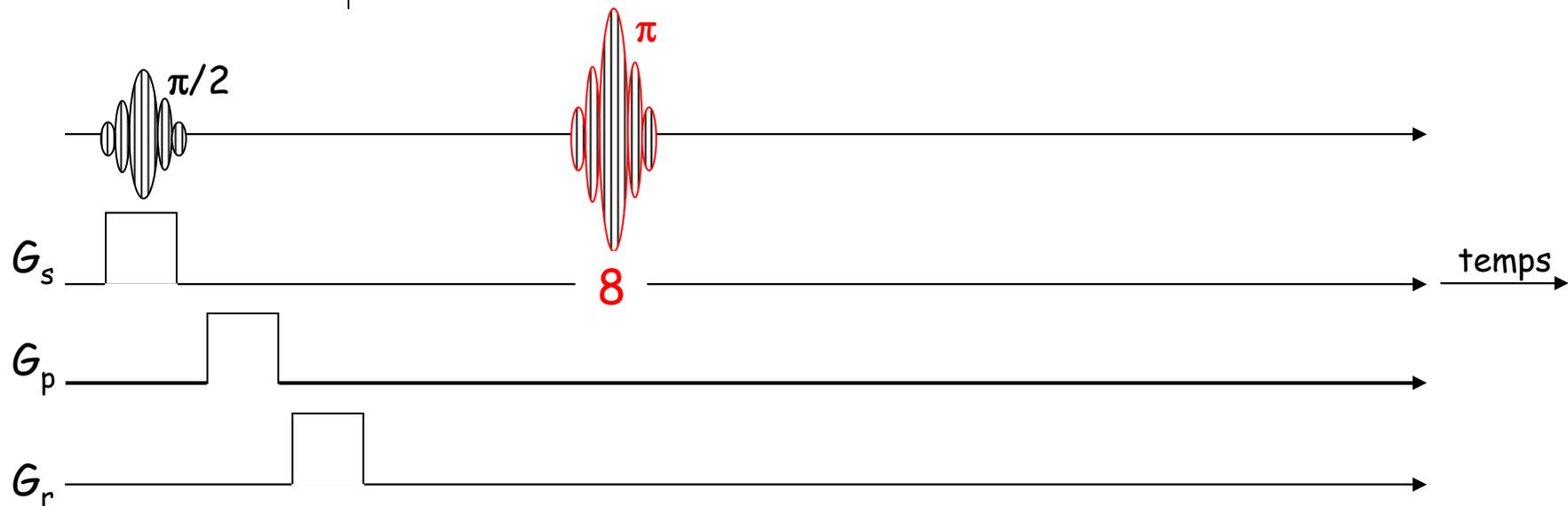
- 0- Le pulse $\pi/2$ met le spot au centre
- 1- G_p amène le spot sur la N^{ème} ligne
- 2- G_r amène le spot en fin de N^{ème} ligne
- 3- π amène le spot en début de 1^{ère} ligne
- 4- G_r remplit la 1^{ère} ligne de l'écho
- 5- Le pulse $\pi/2$ remet le spot au centre
- 6- Un $G_p <$ passe le spot sur la ligne N-1
- 7- G_r amène le spot en fin de ligne N-1



Remplissage du plan de Fourier



- 0- Le pulse $\pi/2$ met le spot au centre
- 1- G_p amène le spot sur la N^{ème} ligne
- 2- G_r amène le spot en fin de N^{ème} ligne
- 3- π amène le spot en début de 1^{ère} ligne
- 4- G_r remplit la 1^{ère} ligne de l'écho
- 5- Le pulse $\pi/2$ remet le spot au centre
- 6- Un $G_p <$ passe le spot sur la ligne N-1
- 7- G_r amène le spot en fin de ligne N-1
- 8- π amène le spot en début de 2^{ème} ligne

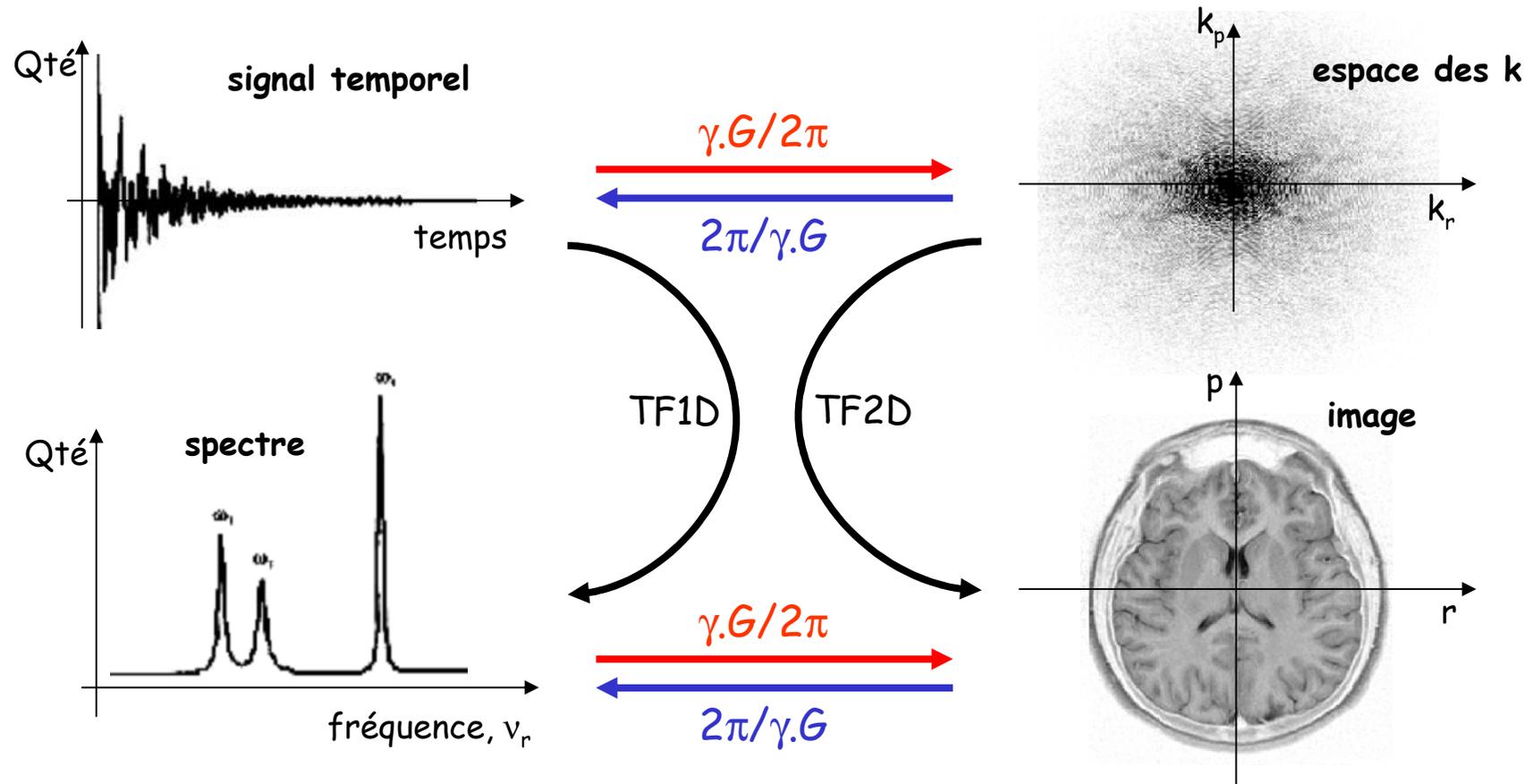


... et ainsi de suite !

autant d'acquisitions (répétitions)
que de lignes dans l'image

Transformations de correspondance : bilan

Si le spectre est la TF1D du signal temporel, l'image est la TF2D de l'espace des k . C'est pourquoi la même correspondance existe entre spectre et image qu'entre signal et espace des k

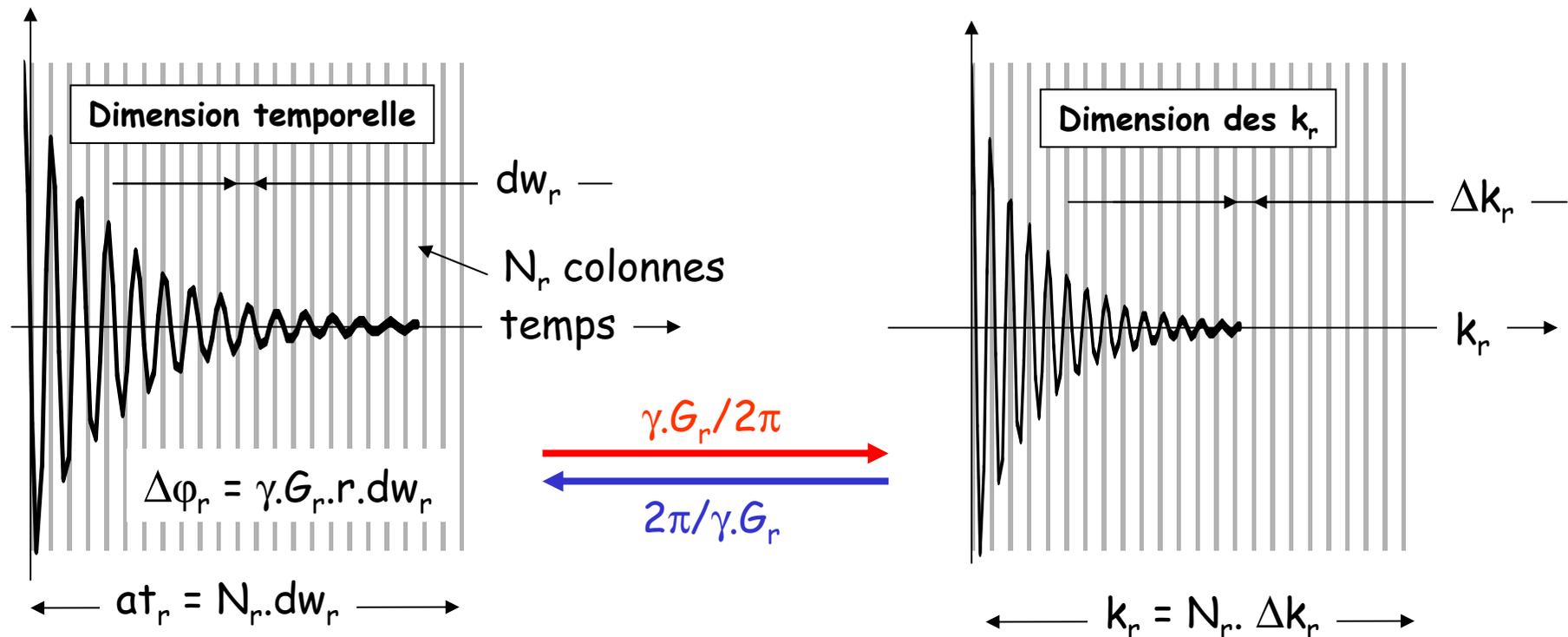


G_r transforme le temps en "pseudo-temps"

L'incrément de phase acquise pendant dw_r par les spins d'abscisse r vaudra $\Delta\phi_r = \gamma \cdot G_r \cdot r \cdot dw_r = 2\pi \cdot \Delta k_r \cdot r$ si $\Delta k_r = (\gamma \cdot G_r / 2\pi) \cdot dw_r$

On peut donc, grâce à la présence du gradient, transformer le temps t en le "pseudo-temps" $k(t)$ par les relations :

$$\Delta k_r = (\gamma \cdot G_r / 2\pi) \cdot dw_r \Rightarrow k_r = (\gamma \cdot G_r / 2\pi) \cdot at_r$$



Relations de correspondance

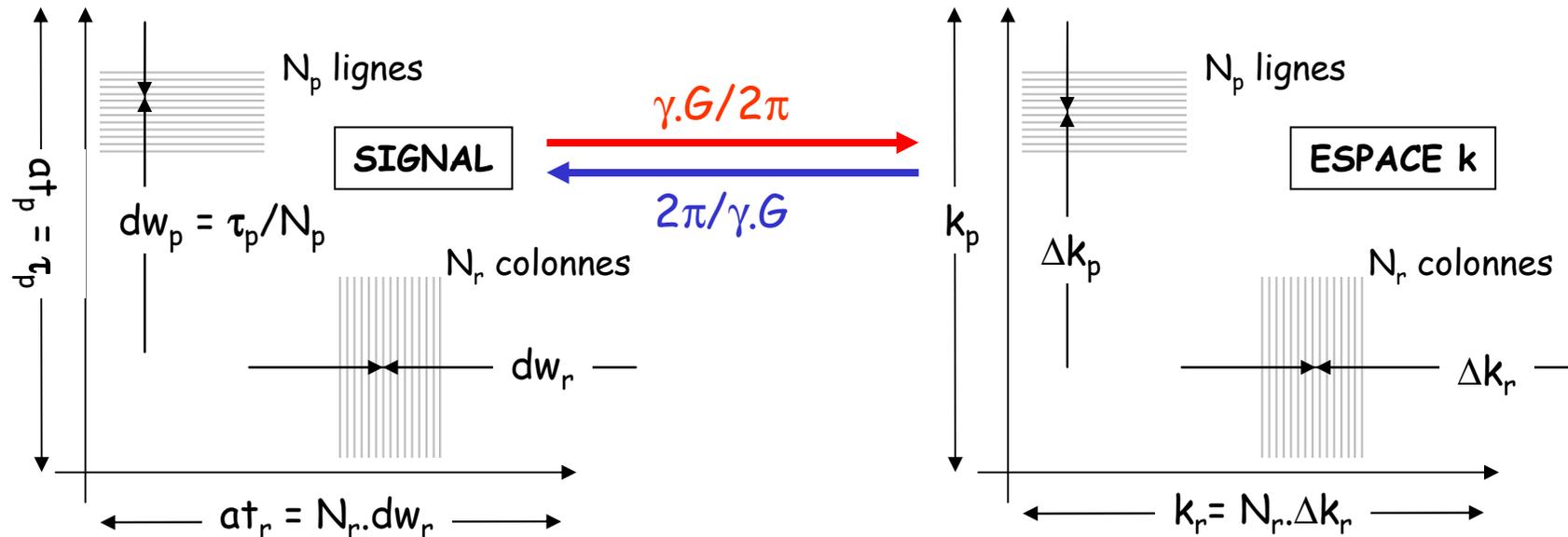
1- Passage du temps au pseudo-temps, coefficient $\gamma.G_r/2\pi$

Le nombre de lignes et de colonnes se conserve

$$\Delta k_p = (\gamma.G_p/2\pi).dw_p \quad \Rightarrow \quad \Delta k_p = (\gamma.G_p/2\pi).(\tau_p/N_p)$$

$$\text{Or } G_p/N_p = \Delta G_p \quad \Rightarrow \quad \Delta k_p = (\gamma.\Delta G_p/2\pi).\tau_p$$

$$\Delta k_r = (\gamma.G_r/2\pi).dw_r$$



Relations de correspondance

2- Développements à partir de la relation de LARMOR

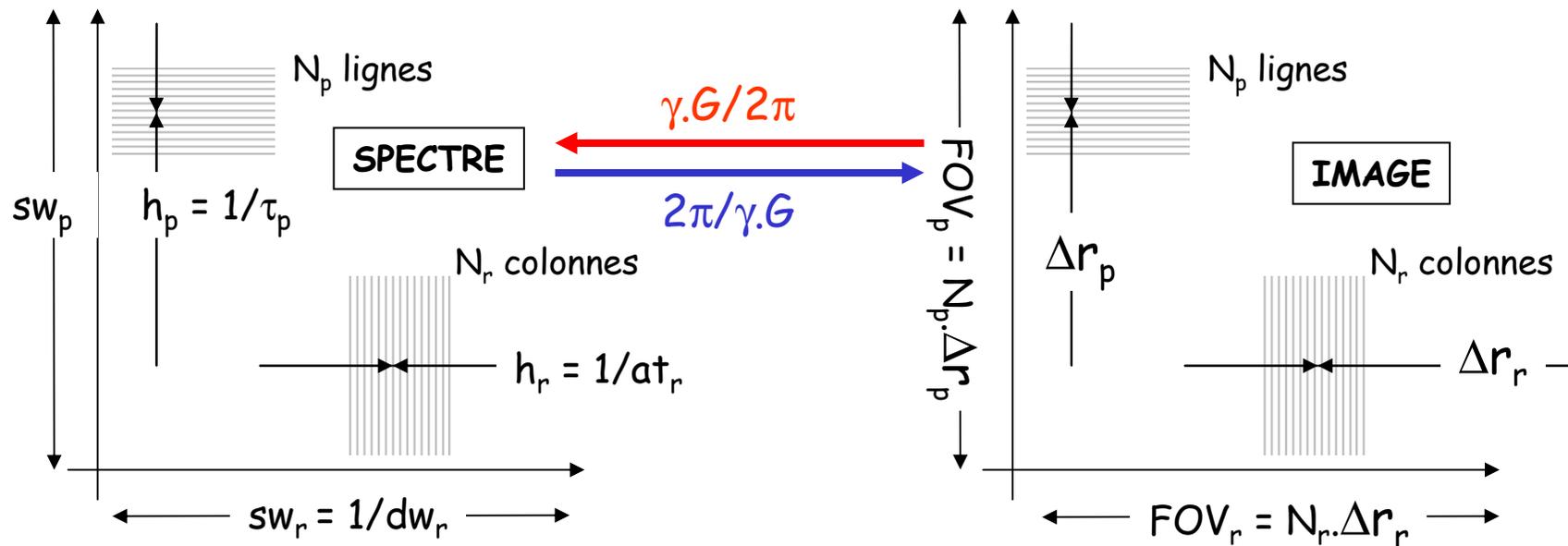
En présence du gradient de lecture $2\pi \cdot \Delta v_r = \gamma \cdot G_r \cdot \Delta r$

Ceci s'interprète de 2 façons :

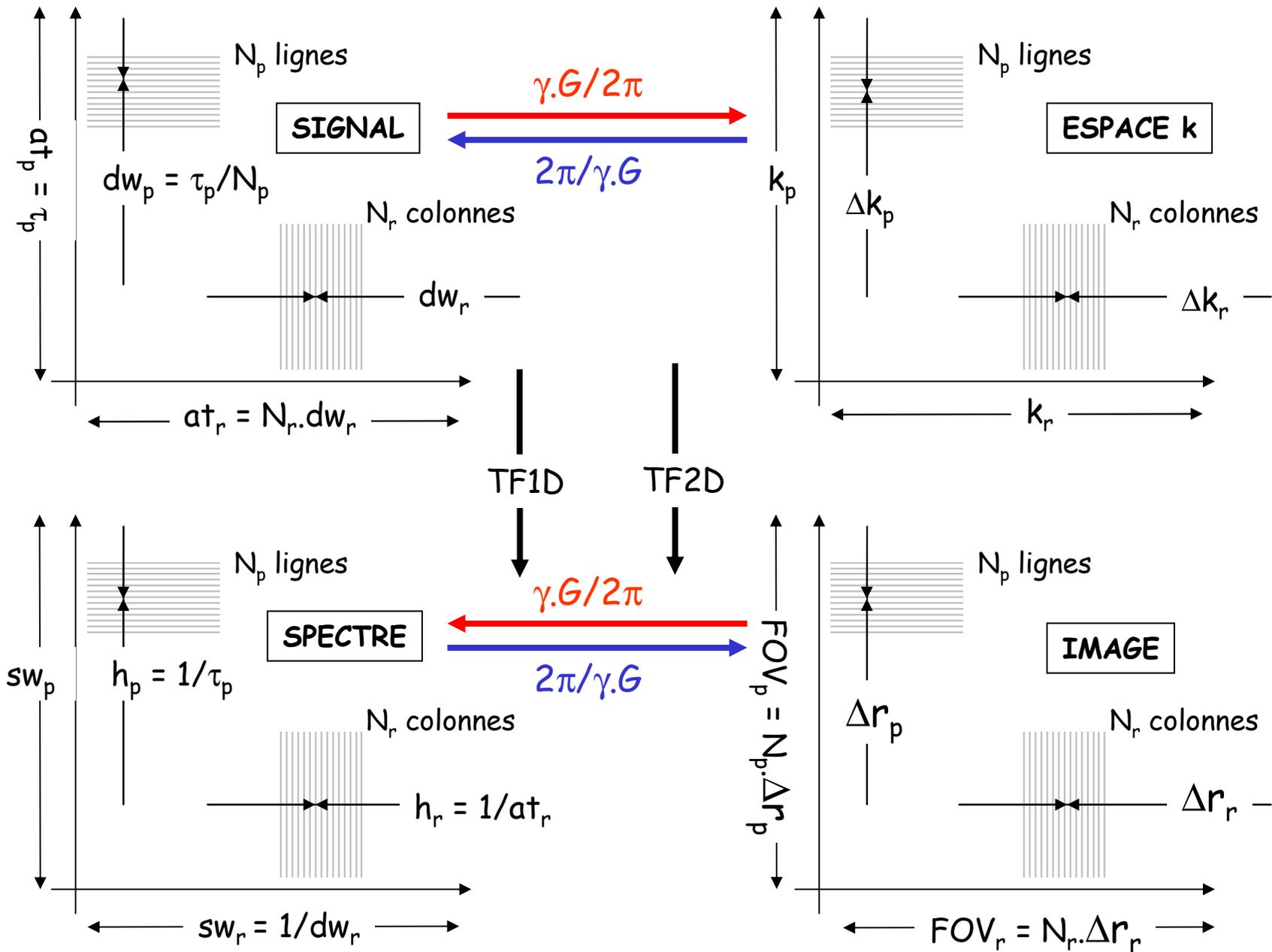
1. soit Δr correspond à l'épaisseur d'une colonne (résolution en r) et Δv_r représente alors le nombre de Hertz par point, h_r
2. soit Δr mesure le FOV selon r et Δv_r représente alors la bande passante en fréquences, sw_r

Ainsi $h_r = (\gamma \cdot G_r / 2\pi) \cdot \Delta r_r$ et $sw_r = (\gamma \cdot G_r / 2\pi) \cdot FOV_r$

Le coefficient $\gamma \cdot G / 2\pi$ permet donc aussi de passer de l'image au spectre



Figures et relations de correspondance



Autres relations de correspondance

On a vu que $\Delta k_r = (\gamma.G_r/2\pi).dw_r$ et que $sw_r = (\gamma.G_r/2\pi).FOV_r$
d'où $\Delta k_r.FOV_r = 1$ puisque $sw_r = 1/dw_r$
vrai aussi pour $\Delta k_p.FOV_p = 1$

Corollaire : en remplaçant FOV par $N.\Delta r$, il vient
 $(\gamma.G/2\pi).dw.N.\Delta r = 1 \iff \gamma.G.dw.N.\Delta r = 2\pi$

	LECTURE	CODAGE DE PHASE
Unité de "temps"	$dw_r = (2\pi/\gamma G_r).\Delta k_r$	$dw_p = \tau_p/N_p$ $dw_p = (2\pi/\gamma G_p^{\max}).\Delta k_p$
Nombre de points	N_r	N_p
Hertz par point	$h_r = 1/at_r = 1/(N_r.dw_r)$ $h_r = (\gamma G_r/2\pi).\Delta r_r$	$h_p = 1/\tau_p = 1/(N_p.dw_p)$ $h_p = (\gamma \Delta G_p/2\pi).FOV_p$ $h_p = (\gamma G_p^{\max}/2\pi).\Delta r_p$
Résolution spatiale	$\Delta r_r = 1/(N_r.\Delta k_r)$ $\Delta r_r = (2\pi/\gamma G_r).h_r$	$\Delta r_p = 1/(N_p.\Delta k_p)$ $\Delta r_p = (2\pi/\gamma G_p^{\max}).h_p$
Field of View (FOV)	$FOV_r = N_r.\Delta r_r = 1/\Delta k_r$ $FOV_r = (2\pi/\gamma G_r).sw_r$	$FOV_p = N_p.\Delta r_p = 1/\Delta k_p$ $FOV_p = (2\pi/\gamma.\Delta G_r)./\tau_p$
Largeur spectrale	$sw_r = 1/dw_r$ $sw_r = (\gamma G_r/2\pi).FOV_r$	$sw_p = N_p/\tau_p$ $sw_r = (\gamma G_p^{\max}/2\pi).FOV_p$
Position	$r = (2\pi/\gamma G_r).v_r$	
	$(N_r.\Delta r_r).(\gamma G_r.dw_r) = 2\pi$	$(N_p.\Delta r_p).(\gamma.\Delta G_p.dw_p) = 2\pi$

Quelques contraintes et déductions

On a vu que $at = \alpha.FID \Leftrightarrow at \geq \alpha.\varepsilon.T2^*$ avec $\alpha > 1$ et $\varepsilon > 5$

Nyquist $1/dw = sw = 2.v_{\max} \Rightarrow ???$

Éviter artefact $\delta \quad h > \delta.v_0 \quad \text{ex. à 150 MHz, } h > 525 \text{ Hz}$

or $sw = N.h = (\gamma G/2\pi).FOV \Rightarrow N.\delta.v_0 < (\gamma G/2\pi).FOV$

en outre, $FOV = N.\Delta r \Rightarrow G > (2\pi/\gamma).(\delta.v_0/\Delta r)$

par ex., pour $\Delta r = 100 \mu\text{m}$, $G > 125 \text{ mT/m}$ à 150 MHz en ^1H

Imposer $FOV > [\text{objet}]$ et $N \geq 64 \Rightarrow \Delta r > [\text{objet}]/64$

par ex., pour $[\text{objet}] = 20 \text{ mm}$, $\Delta r > 312 \mu\text{m}$ avec 64 points

$\Delta r > 156 \mu\text{m}$ avec 128 points

Ce qui permet de déterminer le dwell time $dw = at/N = \geq \alpha.\varepsilon.T2^*/N$

In fine, soit un objet de $18 \times 18 \text{ mm}^2$ à imager en matrice carrée de 128^2 dans le spectro à 150 MHz (^1H) :

Pour un FOV de $20 \times 20 \text{ mm}^2$, un gradient de 125 mT/m devrait donner une résolution de $100 \mu\text{m}$ en évitant l'artefact de chemical shift

Merci de votre écoute



M42, 15/03/2009, Canon 20Da, 47mn@800Iso, Orion ED102@f/7, Taka E1MS, © M. Zanca