TRAITEMENT DES IMAGES SCINTIGRAPHIQUES

Denis MARIANO-GOULART
Département de médecine nucléaire
CHRU de Montpellier
http:\\scinti.edu.umontpellier.fr

Le symbole ☝ marque des points particulièrement importants à comprendre et connaître
Le symbole 🌶 marque des points un peu délicats qui ne sont pas exigibles à l'examen
Le symbole ✋ concerne un exercice ou une réflexion à mener ensemble

PLAN DU COURS

① Réponse d'une γ-caméra (3h30)

- réponse impulsionnelle
- échantillonnage
- formation d'une image
- effet de volume partiel
- déconvolution

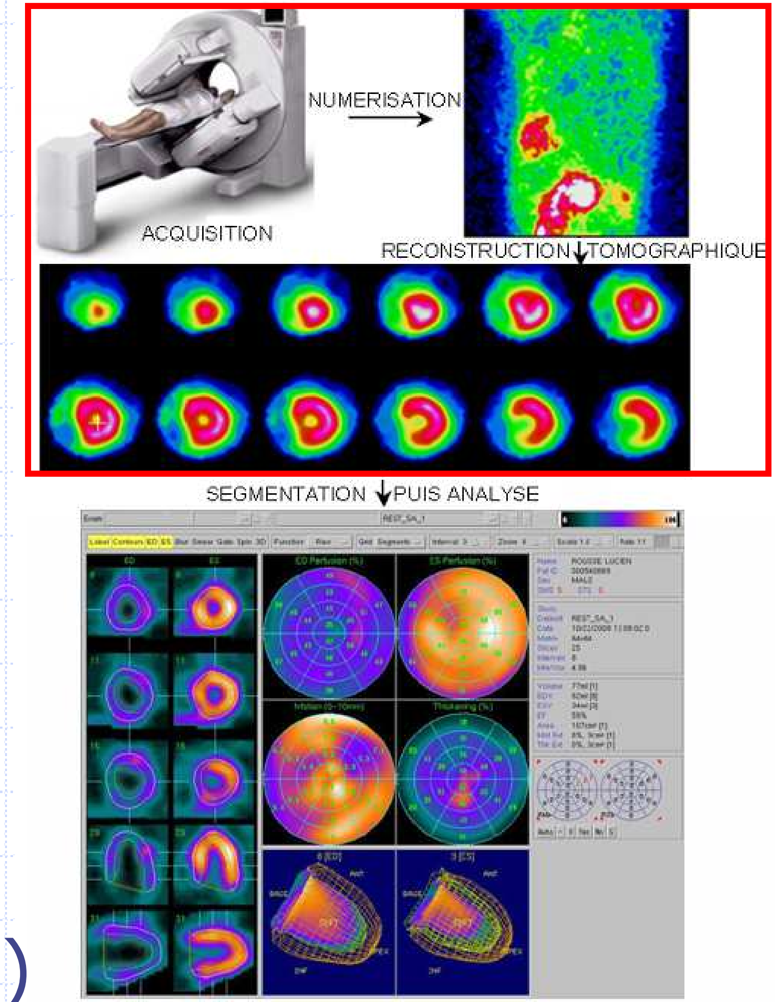
② Bruit et filtrages (2h30)

- bruit stochastique
- filtrages d'images

③ Recalage d'images (1h)

④ Segmentation (1h)

⑤ Visualisation volumique (1h)

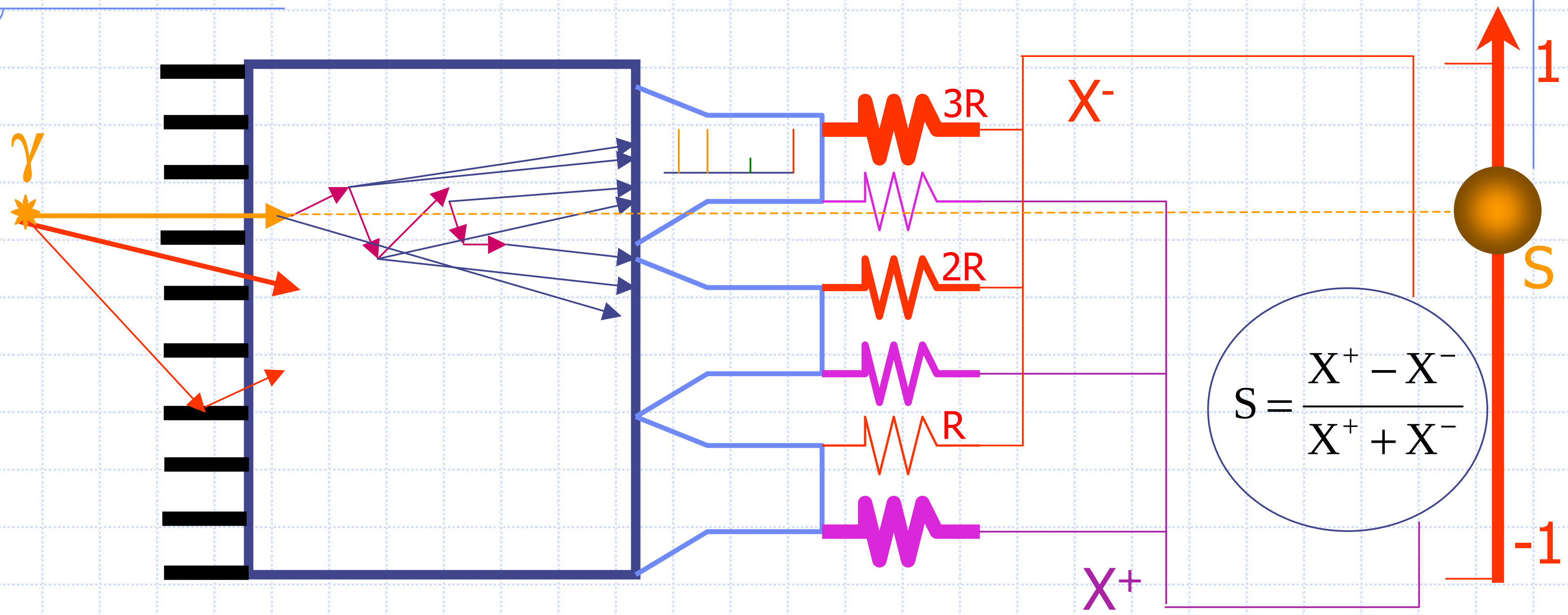


① REPONSE D'UNE GAMMA-CAMERA

Réponse impulsionnelle d'un appareil d'imagerie.
Echantillonnage d'une image scintigraphique.
Processus de formation d'une image
Effet de volume partiel
Déconvolution

Nb: les artefacts d'atténuation, traités dans un cours spécifique ne sont pas repris ici.

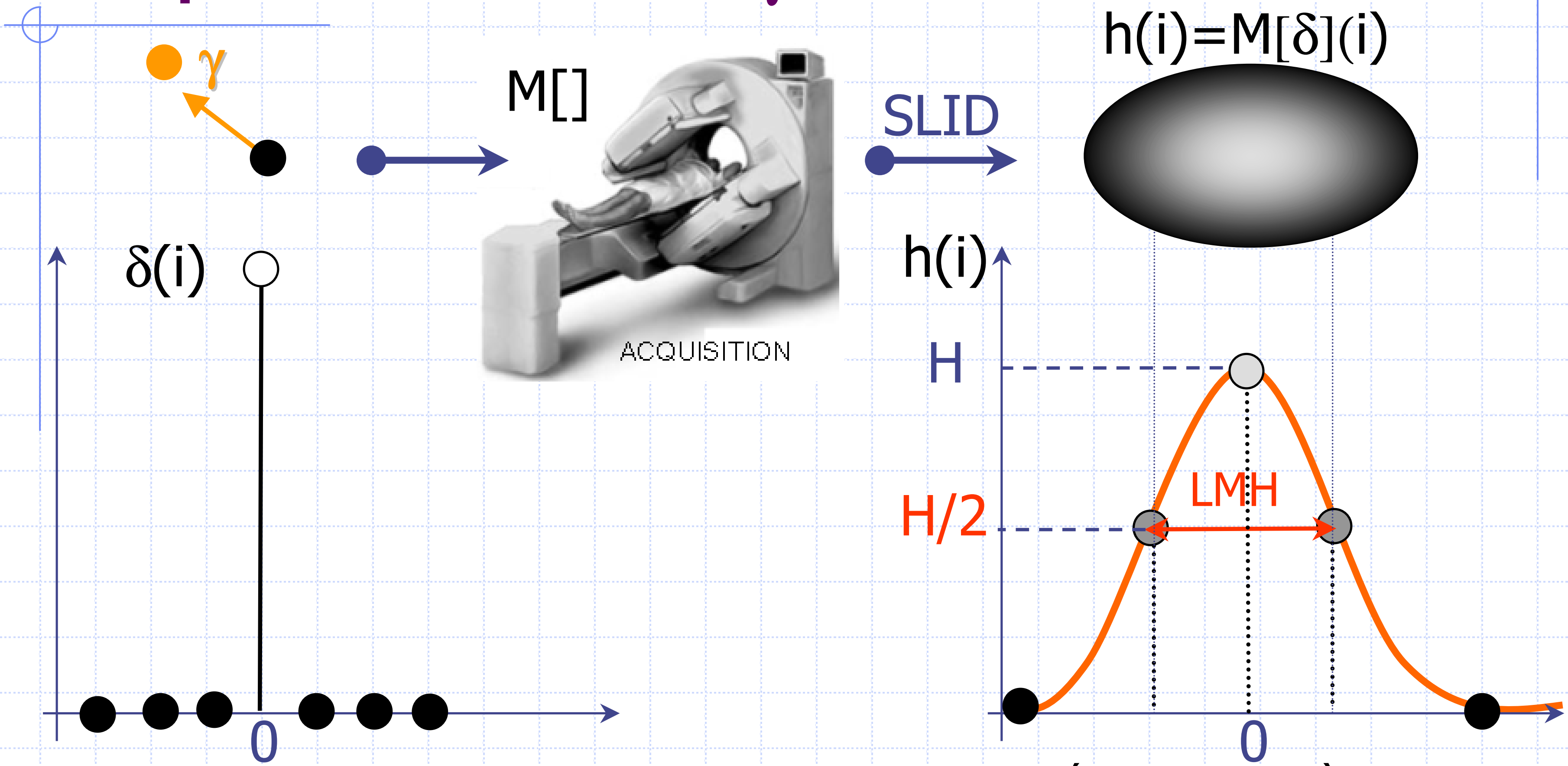
Réponse impulsionnelle d'une γ-caméra (*Point Spread Function*)



Collimateur	Scintillateur	PM	Localisation
Réponse géométrique, Pénétration et diffusion septales	Diffusion Compton dans le cristal		Incertitudes de localisation

réponse intrinsèque

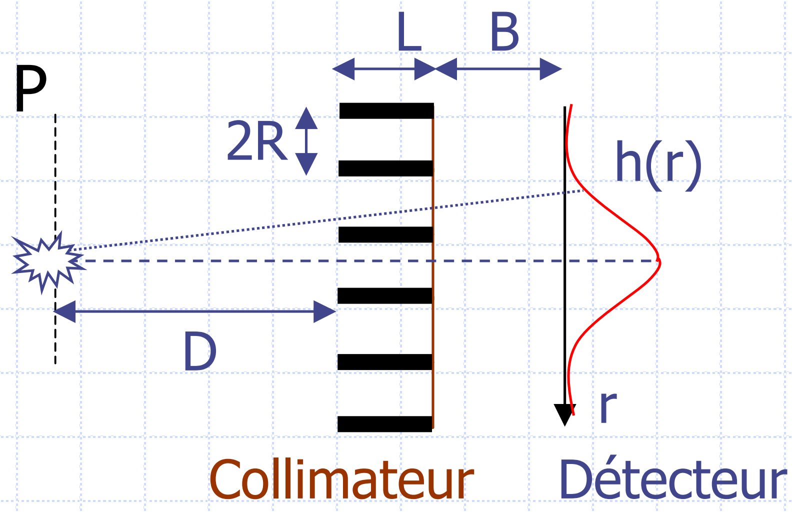
Réponse d'une γ-caméra



goutte de RA au centre du champ
impulsion de Dirac

- Réponse intrinsèque
  - LMH ≈ 4 mm, ± invariante
- Réponse du collimateur
  - variable

Réponse d'un collimateur



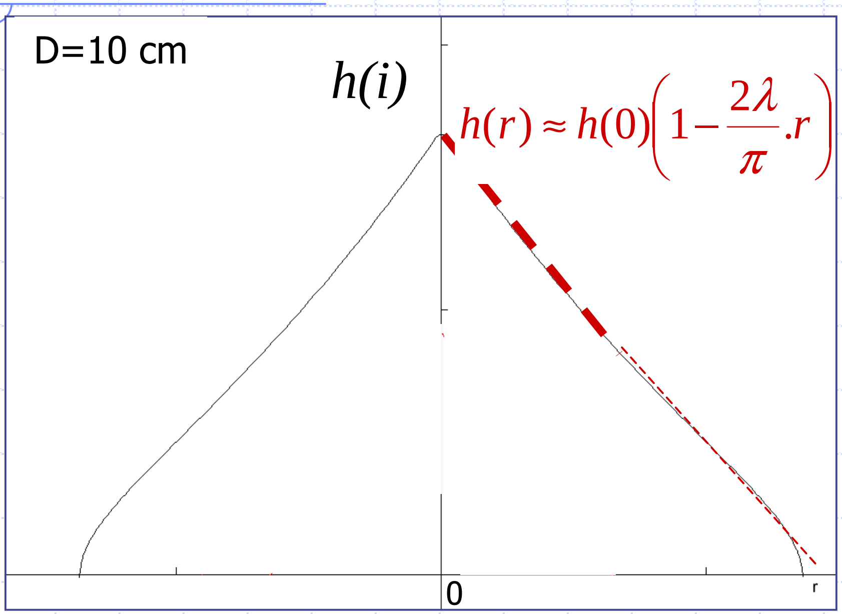
Réponse moyenne dans le plan P (septa cylindriques) :

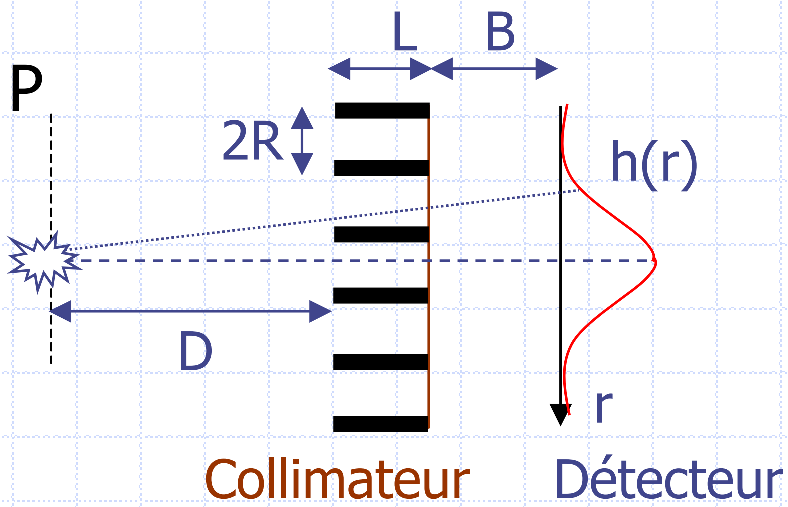
$$h(r) = \frac{h(0)}{\pi}\left[2.\arccos\left(\frac{\lambda.r}{2}\right) - \lambda.r.\sqrt{1-\left(\frac{\lambda.r}{2}\right)^2}\right] \qquad \lambda = \frac{L}{R.\left(L+D+B\right)}$$

h(0) = efficacité du collimateur

CE Metz. Phys Med Biol 1990; 35:81-93 – Traité de Médecine nucléaire.1. G. Meyniel et al. Flammarion 1975.

Réponse d'un collimateur



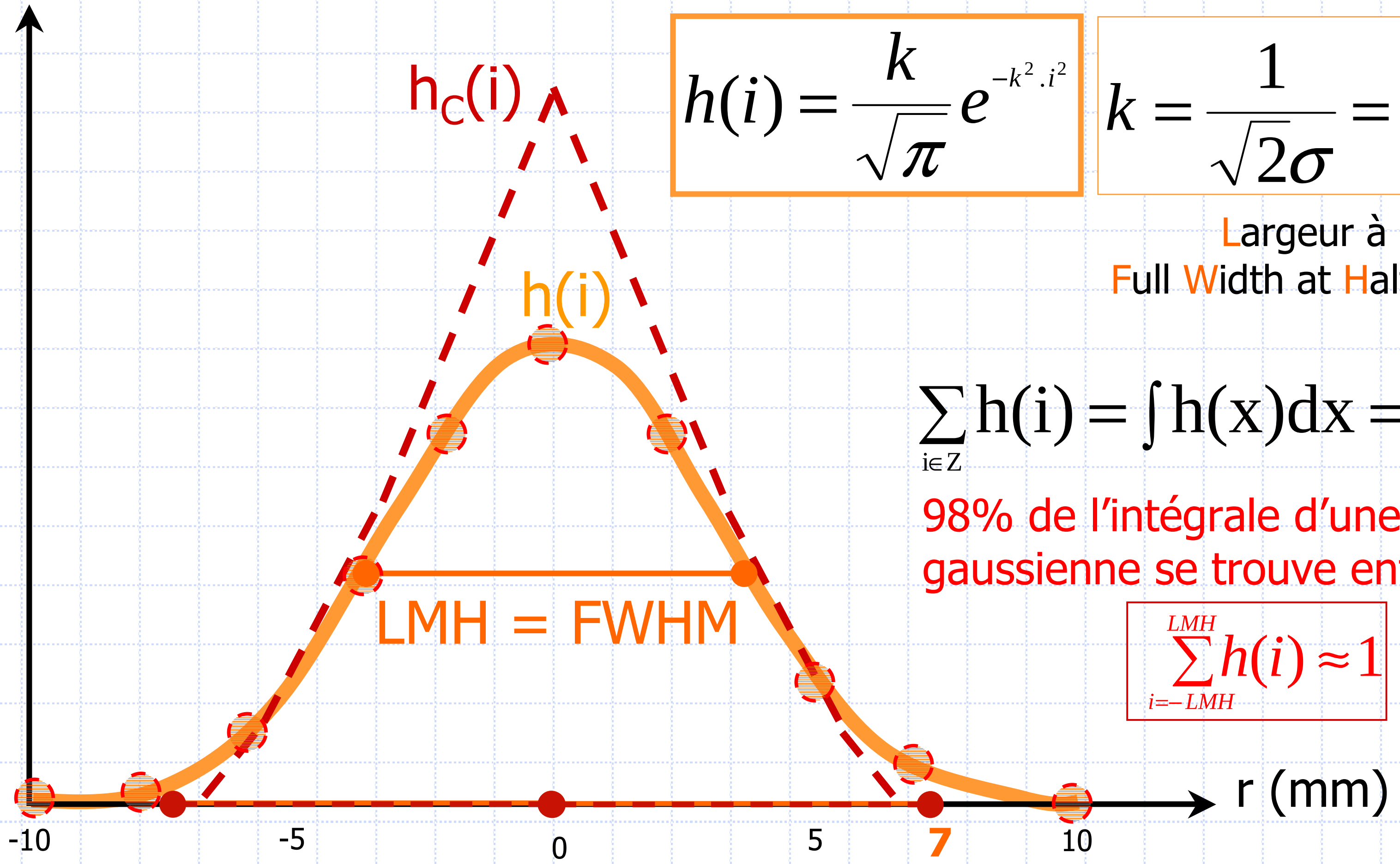


$$h(r) = \frac{h(0)}{\pi}\left[2.\arccos\left(\frac{\lambda.r}{2}\right) - \lambda.r.\sqrt{1-\left(\frac{\lambda.r}{2}\right)^2}\right] \qquad \lambda = \frac{L}{R.(L+D+B)}$$

LEHR : L = 4,1 cm ; B = 0,64 cm ; R = 0,19 cm ; ε = 0,065

Quantitative Analysis in Nuclear Medicine Imaging, Springer US. 2006; CE Metz. Phys Med Biol 1990; 35.

Réponse impulsionnelle d'une γ-caméra ≈ gaussienne



$$h(i) = \frac{k}{\sqrt{\pi}} e^{-k^2.i^2}$$

$$k = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} = \frac{2.\sqrt{\ln 2}}{LMH}$$

Largeur à Mi-Hauteur
Full Width at Half Maximum

$$\sum_{i \in Z} h(i) = \int h(x)dx = 1$$

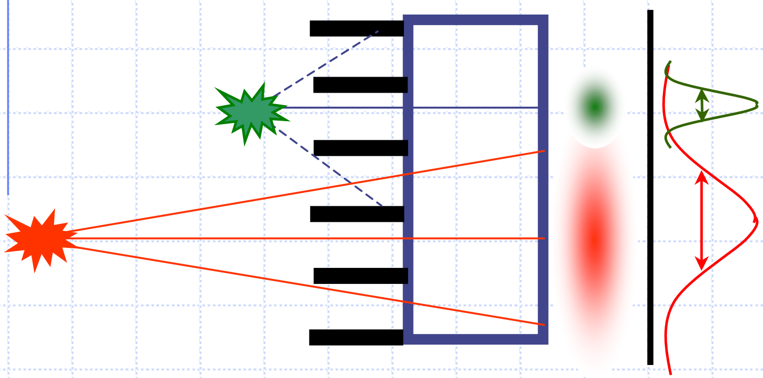
98% de l'intégrale d'une gaussienne se trouve entre ± LMH

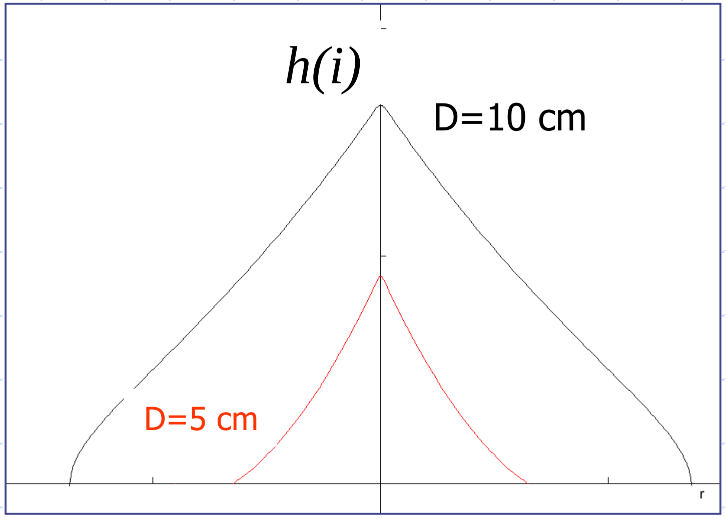
$$\sum_{i=-LMH}^{LMH} h(i) \approx 1$$

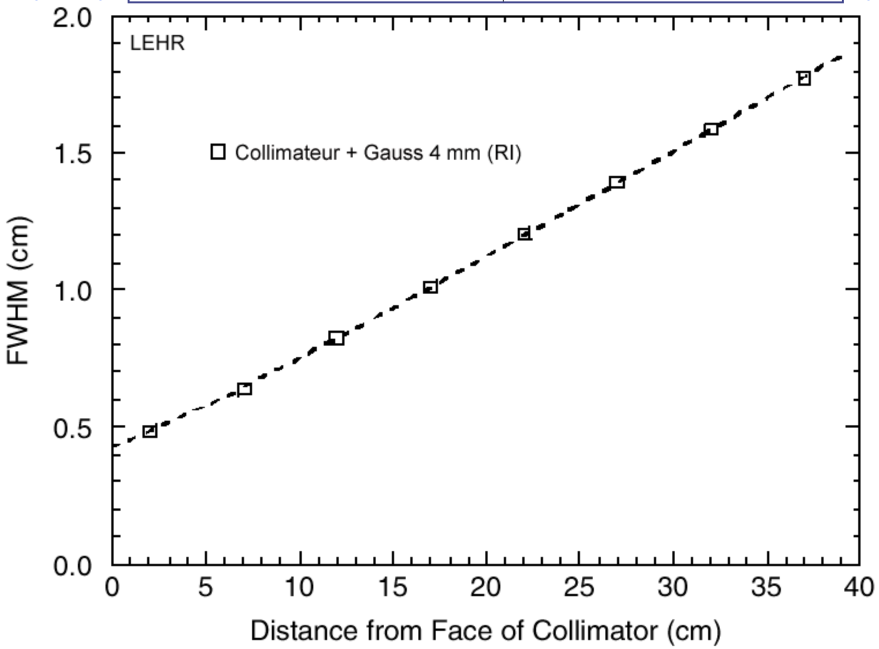
$$LMH = 2.\sigma\sqrt{2.\ln 2}$$

Quantitative Analysis in Nuclear Medicine Imaging, Springer US. 2006

Lien entre LMH & D







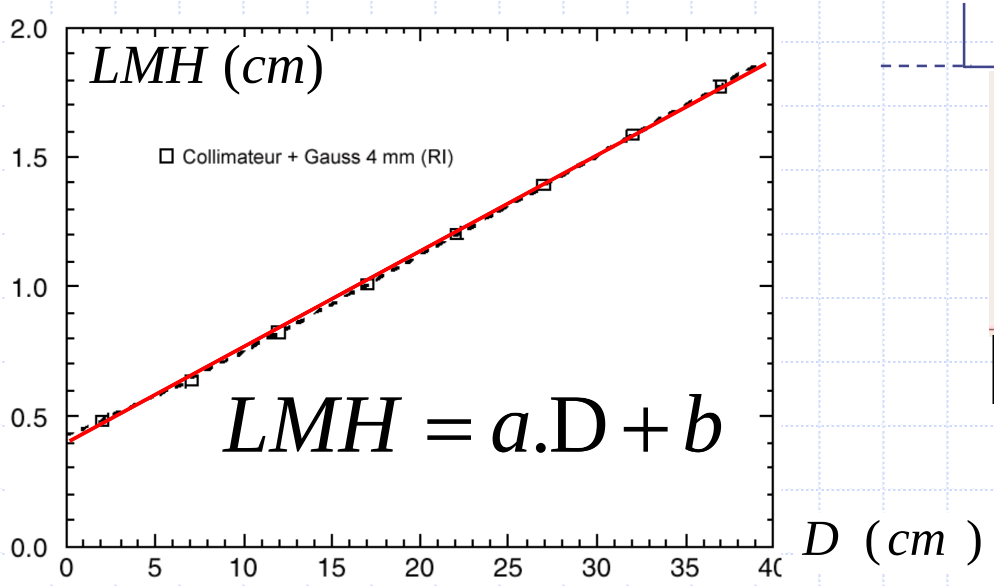
Quantitative Analysis in Nuclear Medicine Imaging, Springer US. 2006

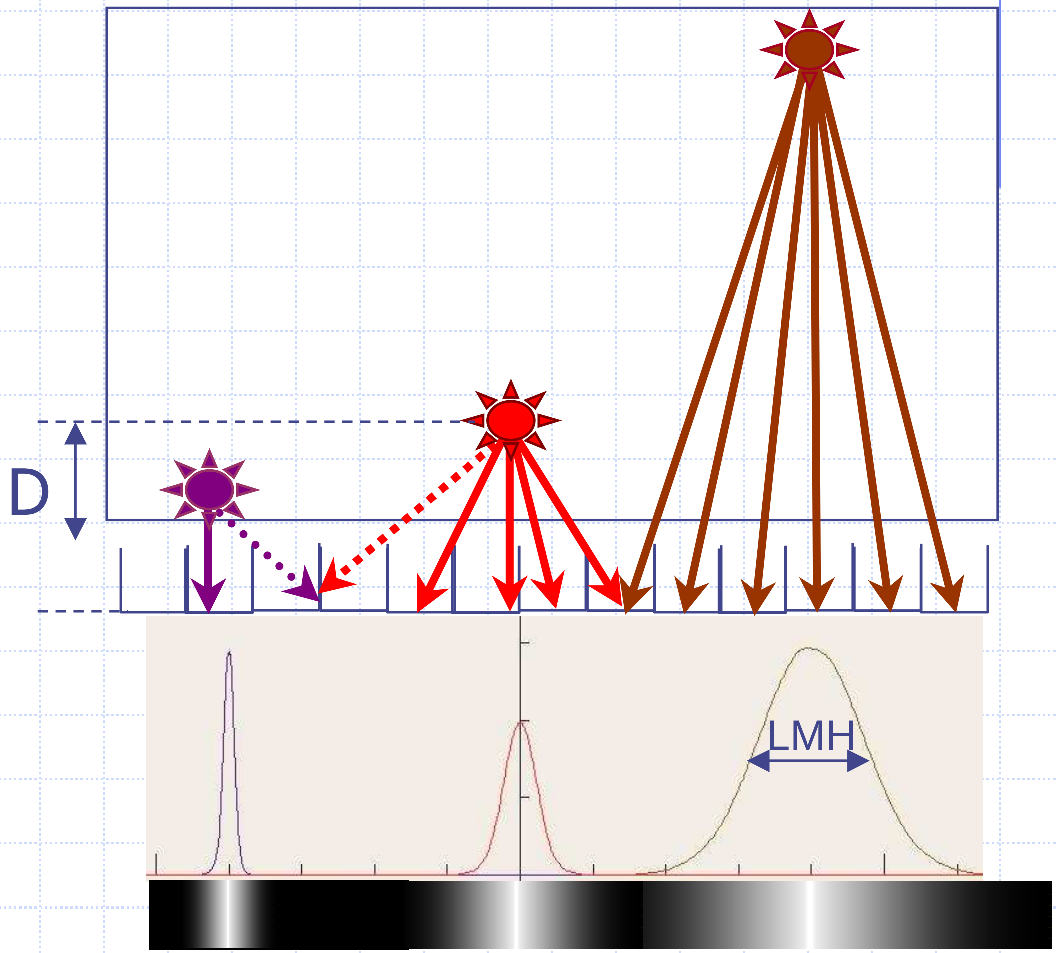
Réponse impulsionnelle d'une γ-caméra

(*PSF = Point Spread Function*)

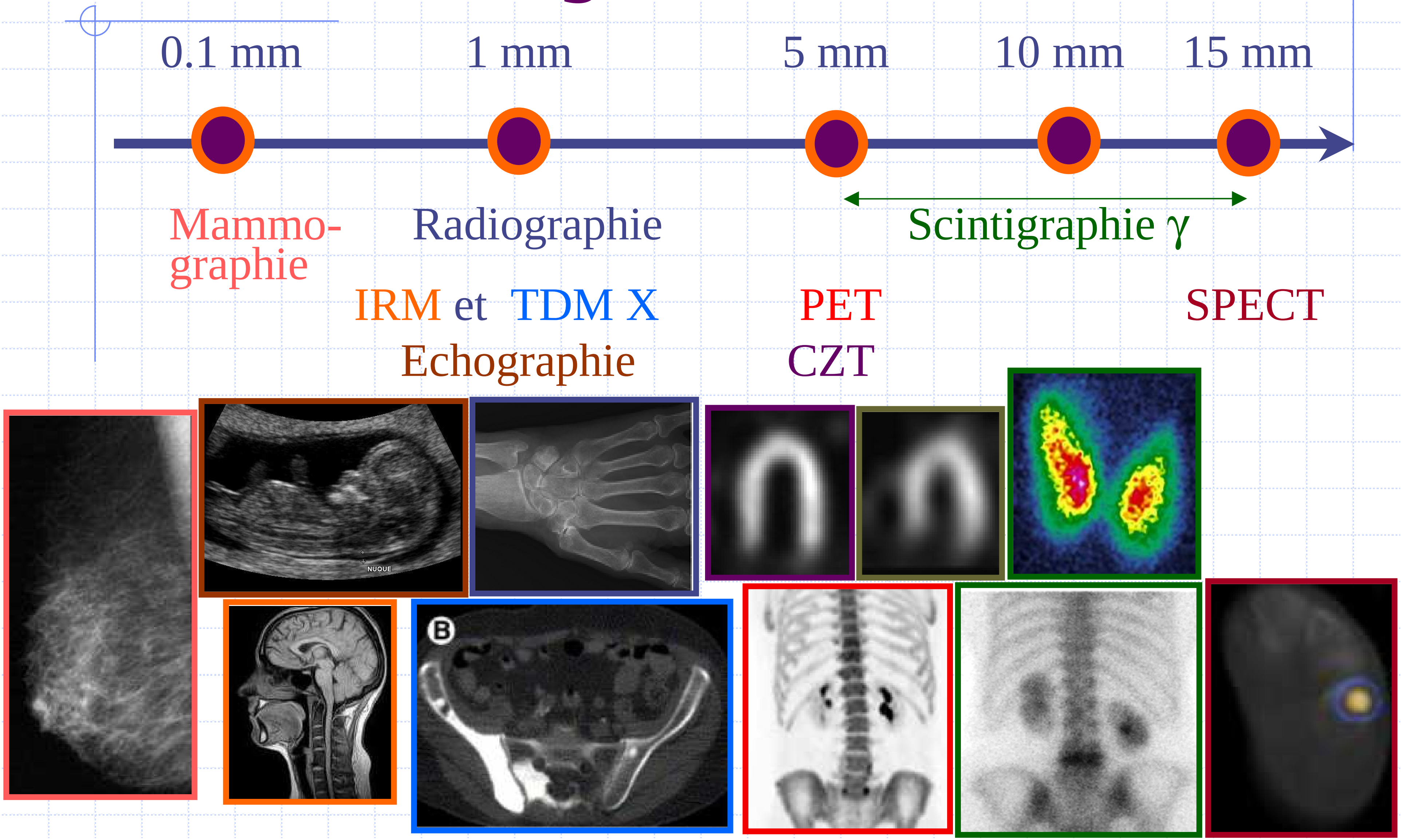
$$h(i) = \frac{k}{\sqrt{\pi}} e^{-k^2 . i^2}$$

$$h(i) = \frac{2.\sqrt{\ln 2}}{LMH\sqrt{\pi}} e^{-\frac{4.\ln 2}{LMH^2}.i^2}$$

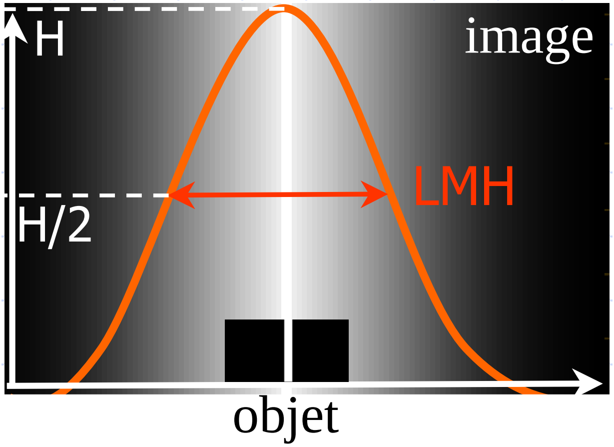


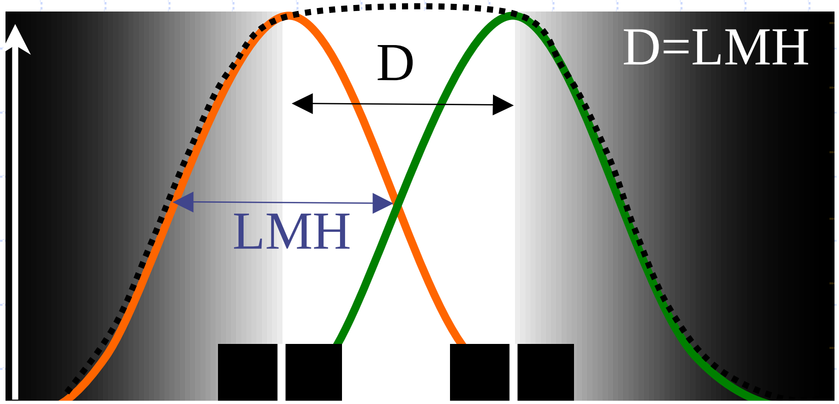


LMH en imagerie médicale

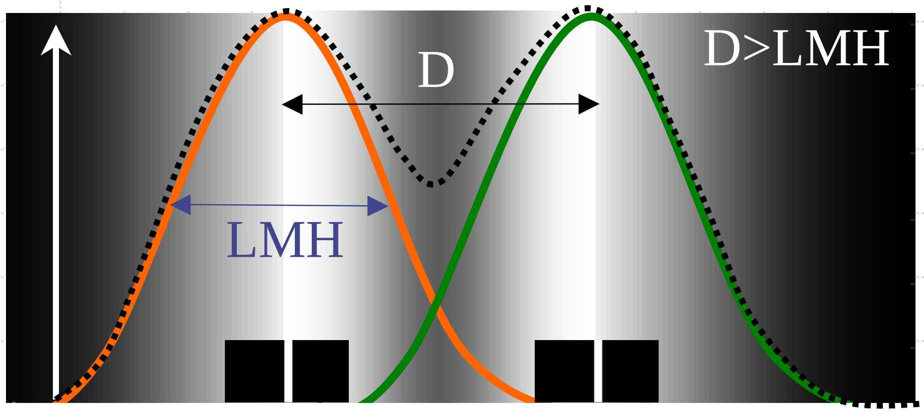


Interprétation 1

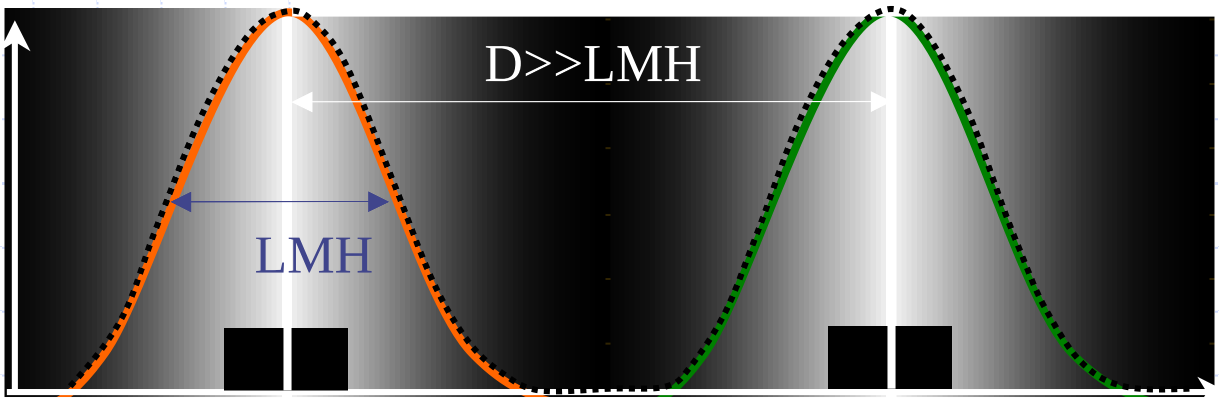




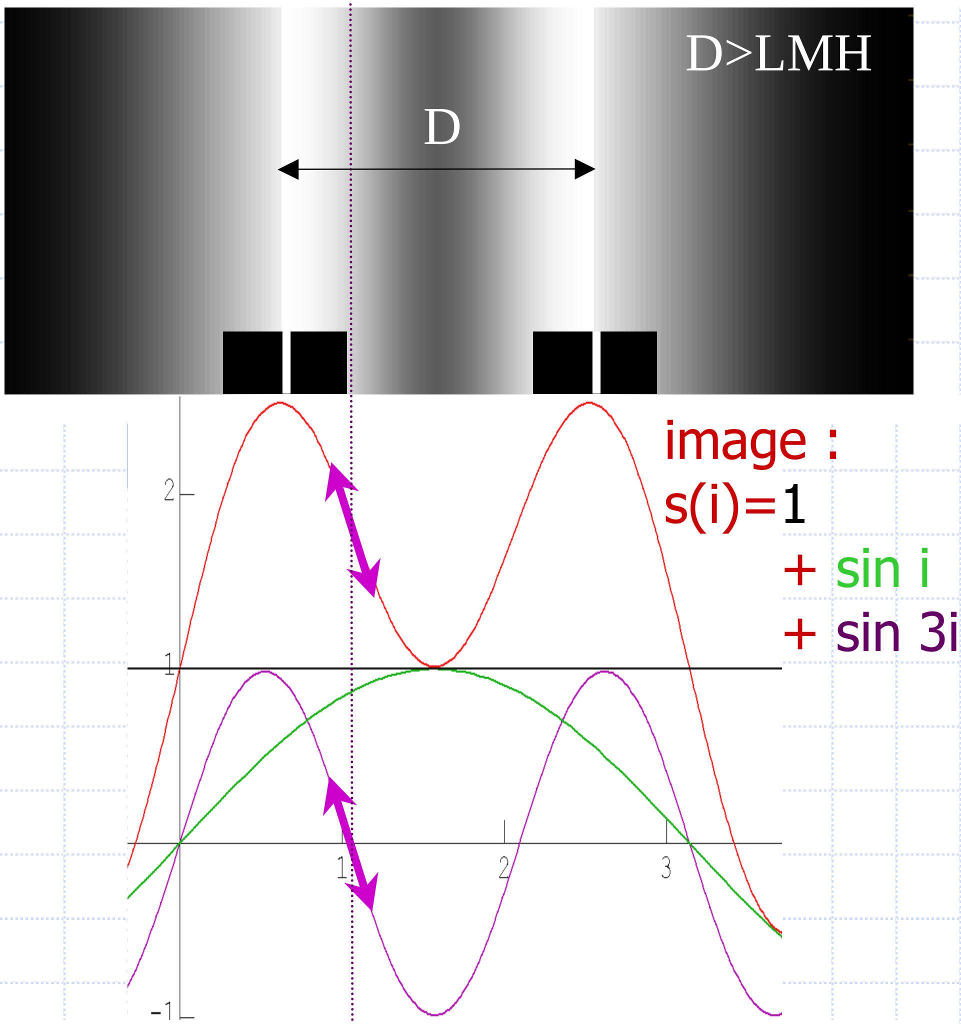
$D \leq LMH \Rightarrow$ images fusionnées



$D > LMH \Rightarrow$ images indépendantes



Interprétation 2



composante HF = sin(3i) = sin ($2\pi f_{max}$.i)
$f_{max} = 3/2\pi$ = 3/tour ⇔ $D_{min} = 2\pi /3$ mm

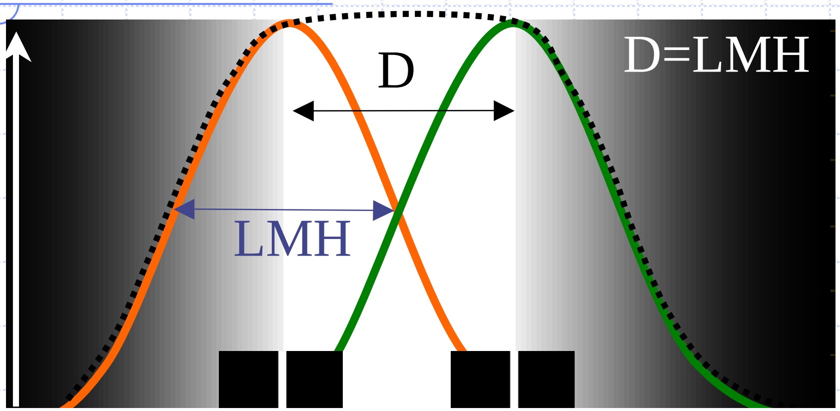
Chaque composante fréquentielle de la TF code une certaine vitesse de variation des niveaux de gris d'un pixel à l'autre :

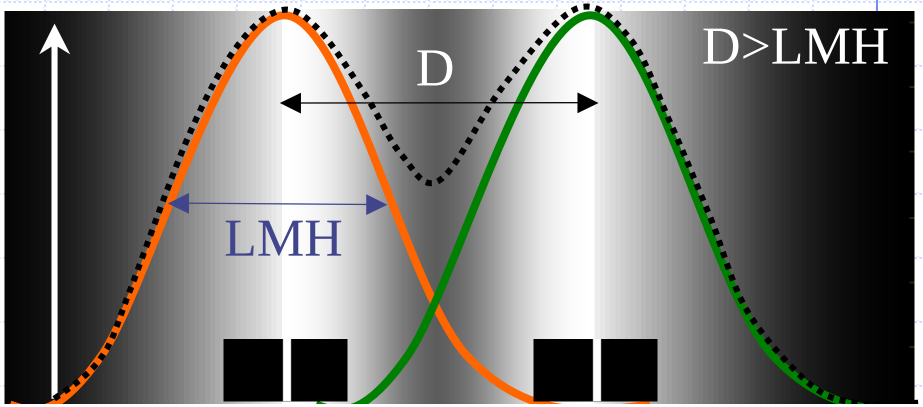
La composante de fréquence maximale ($f_{max}=3/ 2\pi$) code donc pour la variation de niveau de gris la plus rapide, soit une ligne (blanche) se répétant tous les $D = D_{min} = 1/f_{max} = 2\pi/3$ mm

La composante sin(2πf.i) code pour des signaux intenses se répétant tous les 1/f mm. Elle adoucit le contraste de la composante HF.

La composante constante correspond au niveau de gris moyen autour duquel les autres harmoniques créent le contraste.

Interprétation 2





D ≤ LMH ⇒ images fusionnées

f= 1/D ≥ 1/LMH
La composante fréquentielle f n'est pas transmise

D > LMH ⇒ images non fusionnées

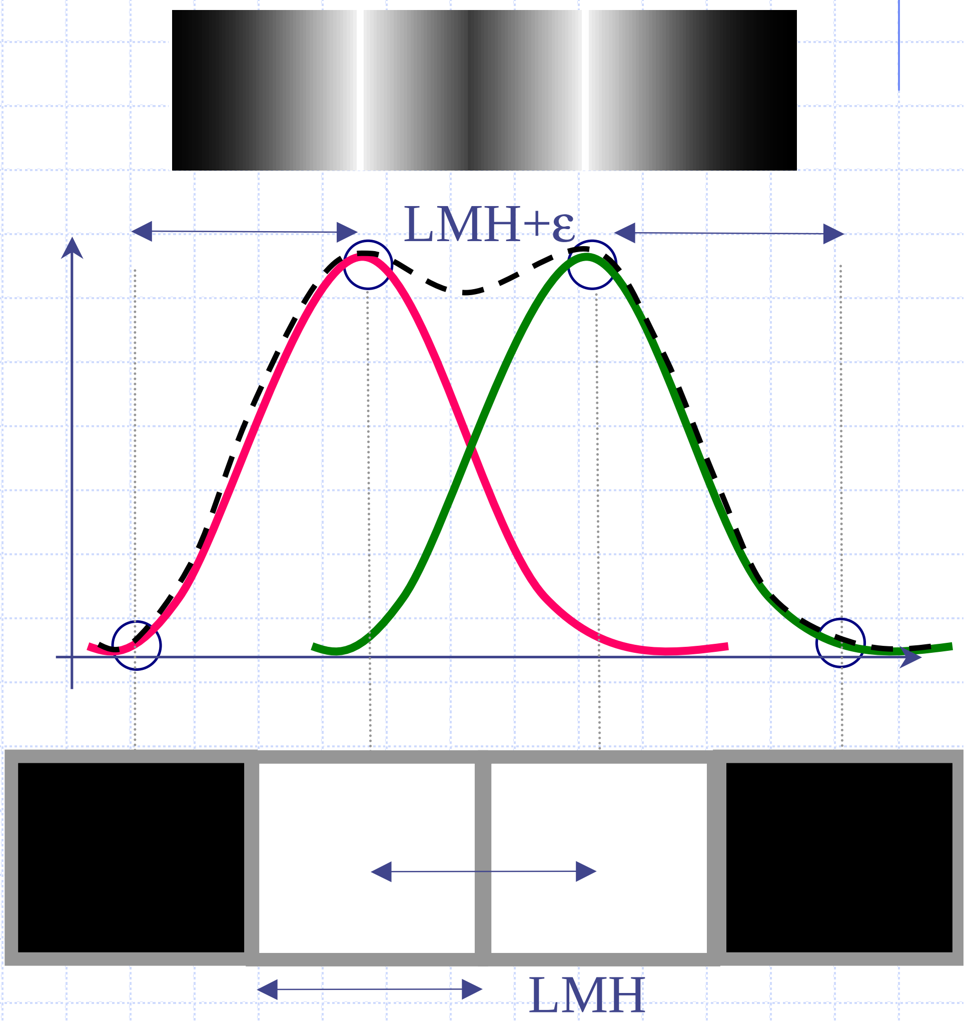
f= 1/D < 1/LMH
La composante fréquentielle f est transmise

$$LMH = \frac{1}{f_{\max}^{transmise}} = D_{\min}^{transmise} = \text{résolution} = \text{pouvoir séparateur}$$

LMH ↓ ⇒ f_{max} ↑ ⇒ variation de contraste maximale possible ↑

Théorème de Shannon

Si la taille du pixel est identique à la LMH, alors aucun contraste n'est numérisé pour des objets ponctuels distants d'un peu plus que la LMH:



Perte de résolution

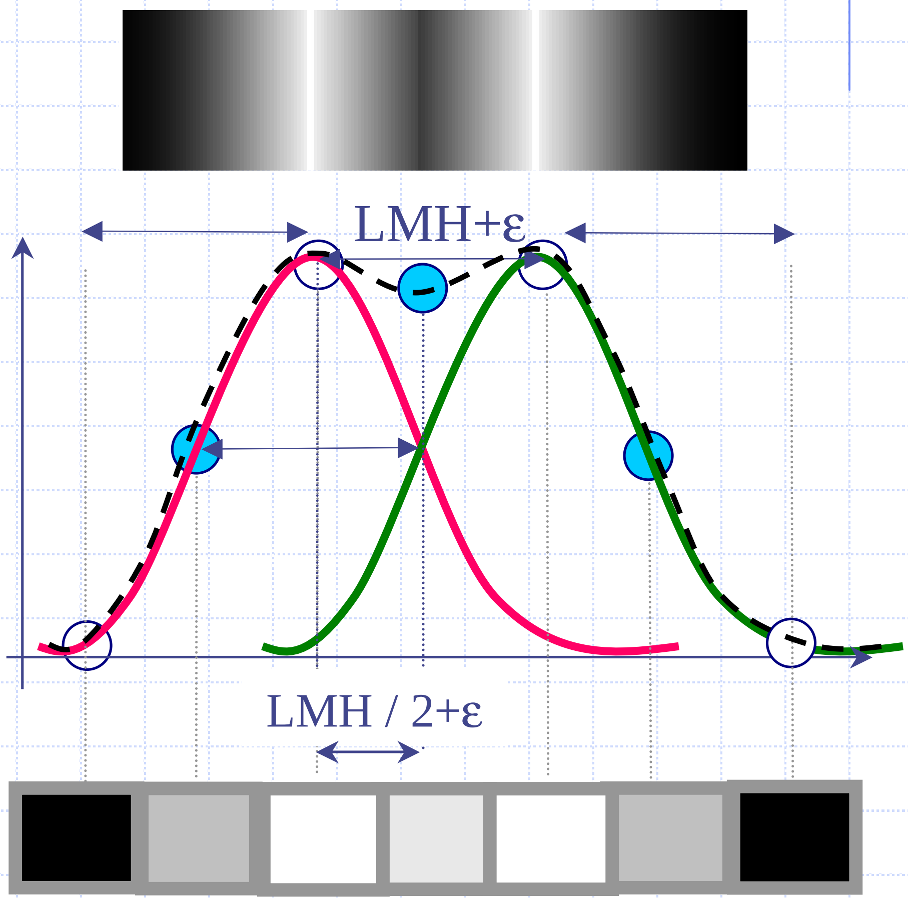
Théorème de Shannon

ECHANTILLONNAGE SANS PERTE DE RESOLUTION

⇕

taille du pixel d

$$\mathbf{d \leq LMH/2}$$



En pratique :

$$\mathbf{d = LMH/2}$$

$$\mathbf{1/d = 2/LMH \Leftrightarrow f_e = 2.f_{max}}$$

Théorème de Shannon

d = LMH/2

1/d=2/LMH

$f_e=2.f_{max}$

$$f(x) = d.\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} f(n.d).\frac{\sin[2.\pi.f_{max}.(x-n.d)]}{\pi.(x-n.d)}$$

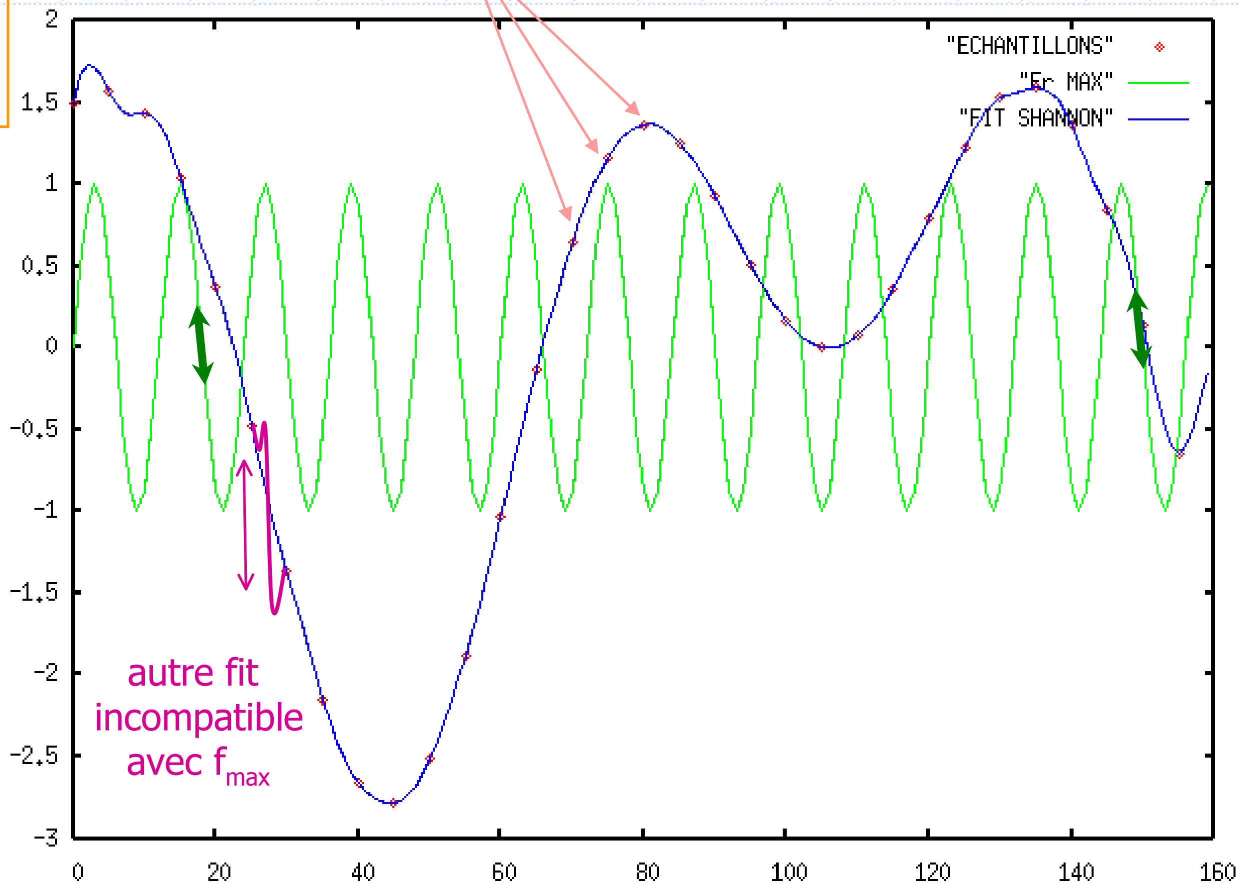
L = 160 mm
f_{max} = 0,1 mm^{-1}

donc:

1/d = 2. f_{max}
1/d = 0,2 mm^{-1}

d = 5 mm

160/5 = 32 points



Echantillonnage en pratique (1)

- Champ d'une gamma-caméra : 40x53 cm
- Dimension retenue : 530 mm
- LMH en mode planaire = 7 mm
  - Taille du pixel = 3.5 mm
  - 530 / 3.5 = 151 pixels / côté
  - Puissance de 2 majorante = 256

Echantillonnage en pratique (1)

- Champ d'une gamma-caméra : 40x53 cm
- Dimension retenue : 530 mm
- LMH en mode planaire = 7 mm
  - Taille du pixel = 3.5 mm
  - 530 / 3.5 = 151 pixels / côté
  - Puissance de 2 majorante = 256
- LMH en mode tomographique = 18 mm
  - Taille du pixel = 9 mm
  - 530 / 9 = 59 pixels
  - Puissance de 2 majorante = 64

REPONSE D'UNE γ-CAMERA

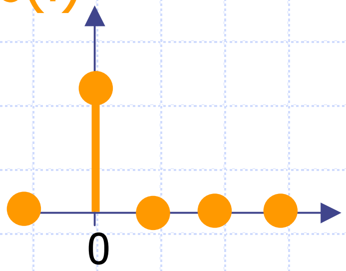
- Réponse d'une γ-caméra = Gaussienne
- LMH de la gaussienne =
  - Résolution
  - Pouvoir séparateur
  - La plus petite période de signal transmise
  - l'inverse de la fréquence spatiale maximale dans l'image

- LMH linéaire avec distance(source-collimateur)

- Shannon $\Rightarrow$ taille du pixel = LMH/2

Formation de l'image

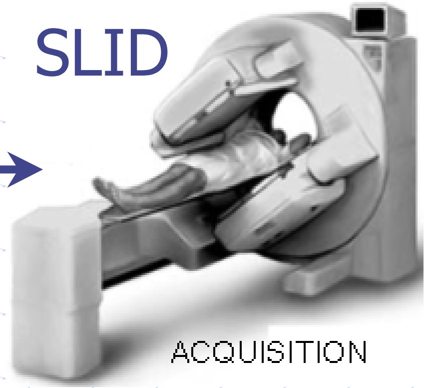
$\delta(i)$



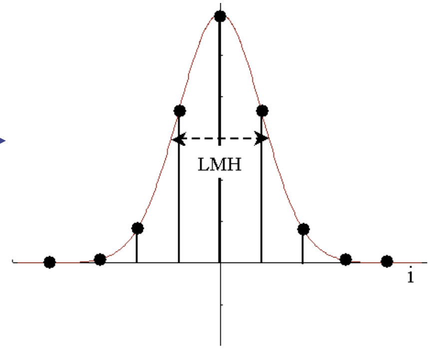
$\delta(0)=1$

$\delta(k)= 0 \text{ si } k \neq 0$

SLID

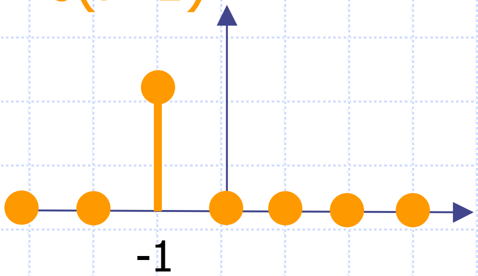


$h(i)$

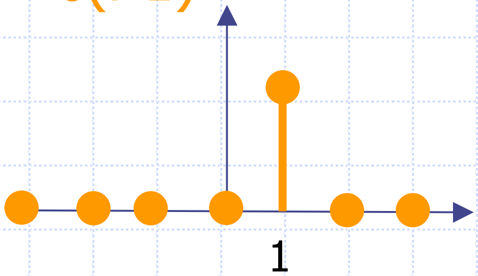


$\boxed{h(i) = M[\delta](i)}$

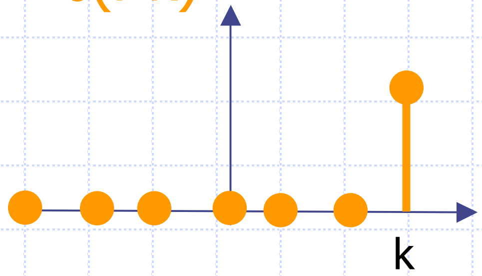
$\delta(i+1)$



$\delta(i-1)$



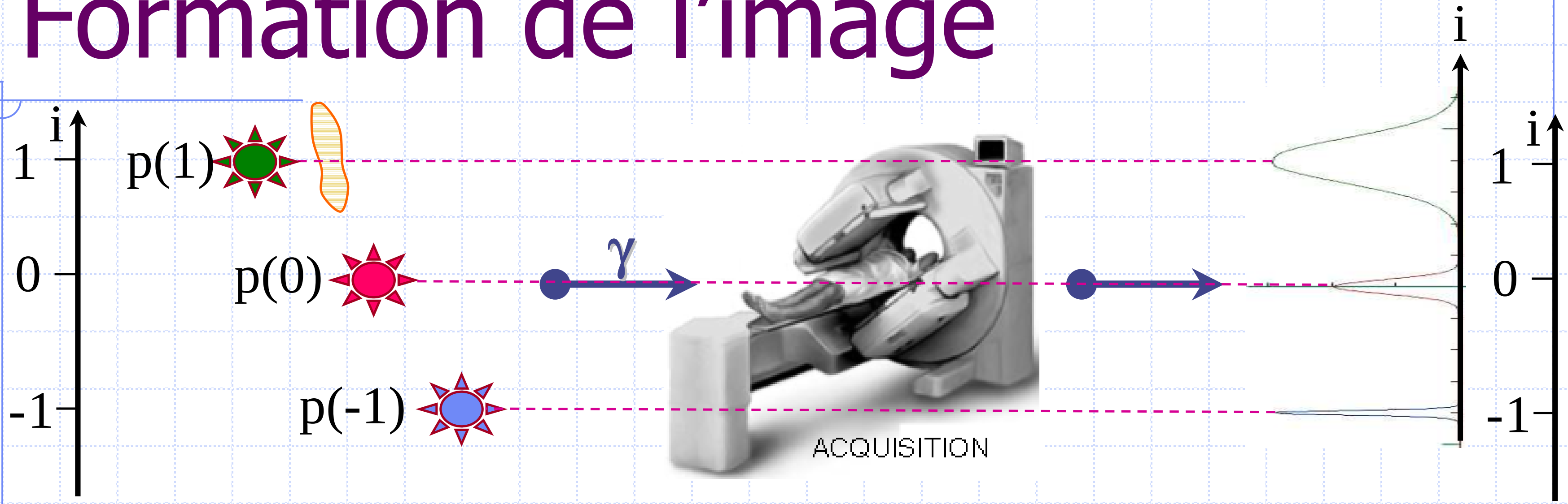
$\delta(i-k)$



$\boxed{\delta(i-k) = \text{impulsion centrée en } k}$

Introduction au traitement numérique des images médicales. D. Mariano-Goulart. *EMC.* (Elsevier Masson SAS, Paris), Radiodiagnostic - Principes et techniques d'imagerie, 35-100-A-10, 2015.

Formation de l'image

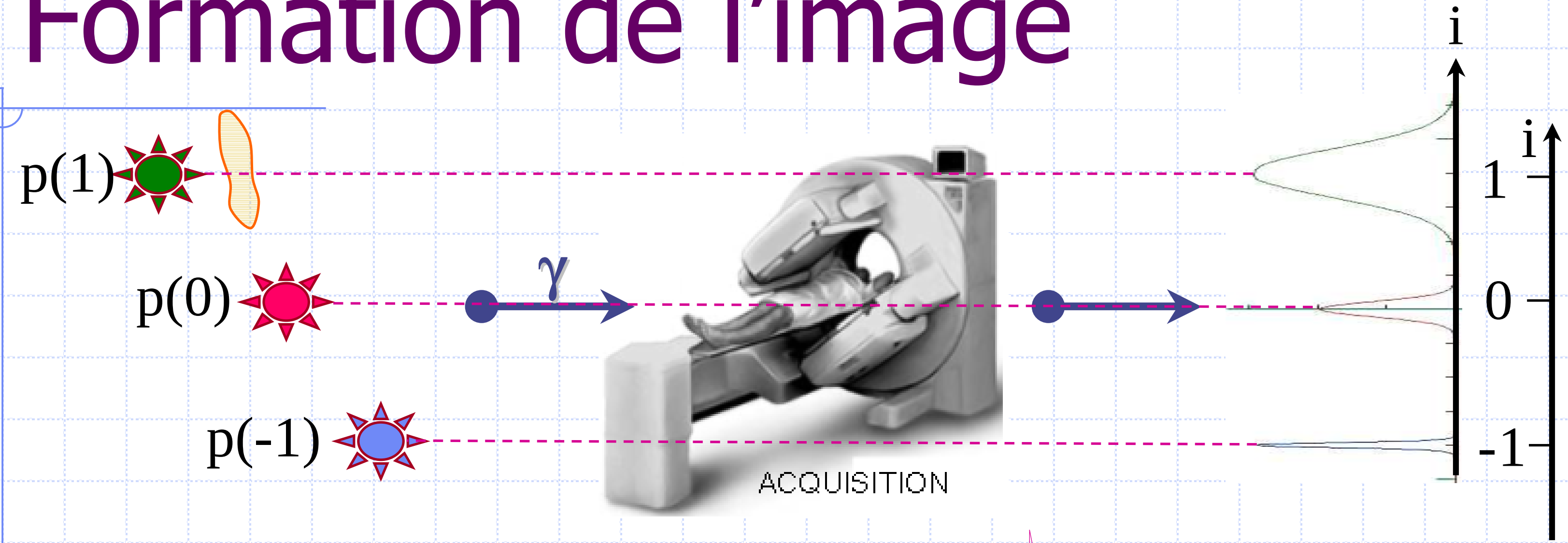


$$p(i) = p(-1)\delta(i+1) + p(0)\delta(i) + p(1)\delta(i-1)$$

$$\text{exemple}: i = 1 \Rightarrow p(-1)\delta(2) + p(0)\delta(1) + p(1)\delta(0) = p(1)$$

$$\boxed{p(i) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(k).\underbrace{\delta(i-k)}_{=\,0 \text{ sauf si } k=i \text{ où } \delta(0)=1}, \quad i \text{ fixé}}$$

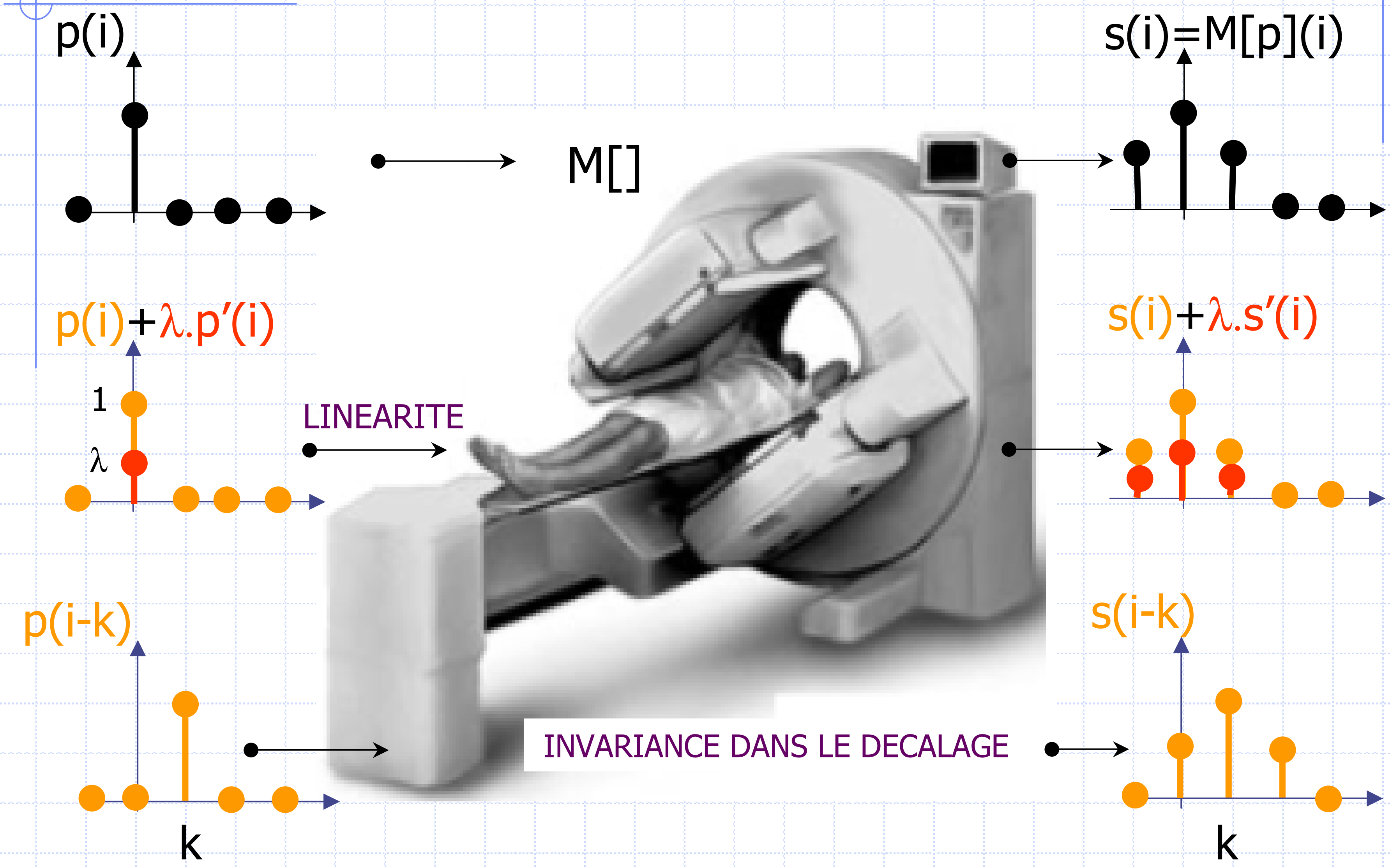
Formation de l’image



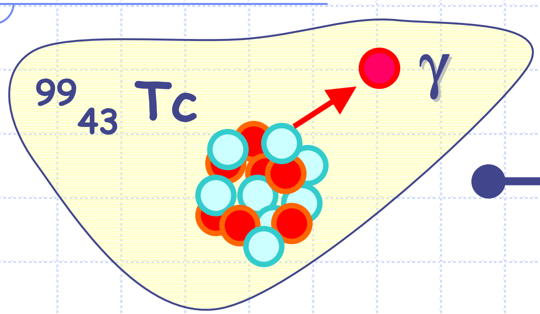
$$p(i) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(k).\delta(i-k), \quad i \text{ fixé} \qquad \Rightarrow \qquad s(i) = M[p](i) = ?$$

Pour déterminer s, il faut faire des hypothèses sur M, donc sur les caractéristiques de la γ-caméra…

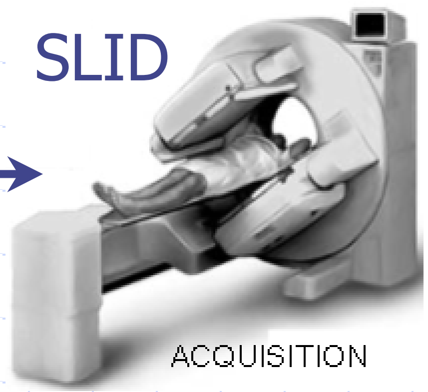
Caméra ≈ linéaire & invariante (SLID)



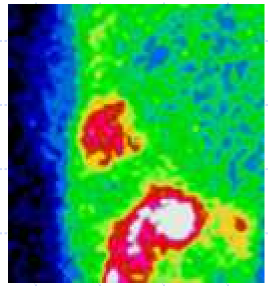
Formation de l'image



$$p(i) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(k).\delta(i-k)$$



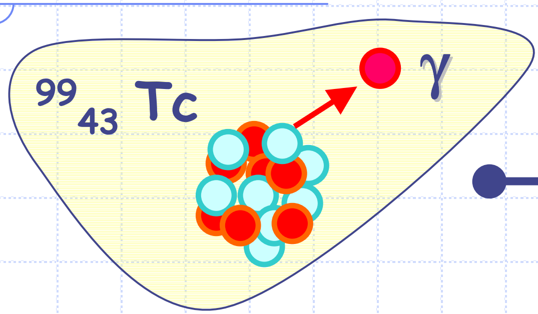
$$h(i) = M[\delta](i)$$

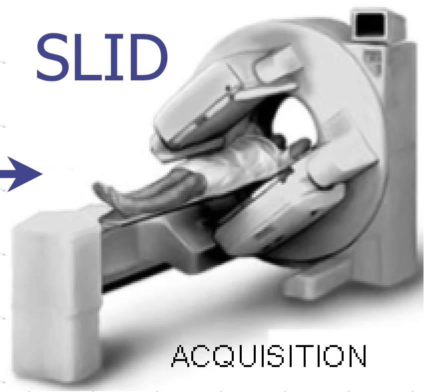


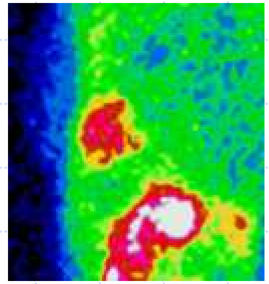
$$s(i) = M[p](i) = ?$$

$$s(i) = M[\sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(k).\delta(i-k)]$$

Formation de l’image







$$p(i) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(k).\delta(i-k)$$

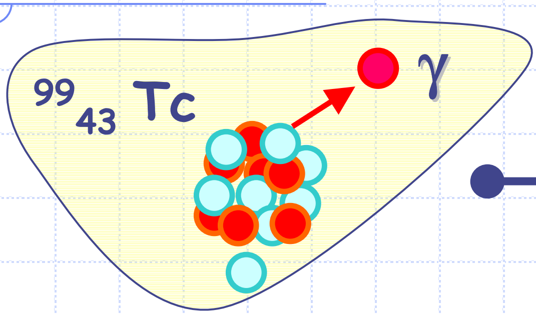
$$h(i) = M[\delta](i)$$

$$s(i) = M[p](i) = ?$$

$$s(i) = M[\sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(k).\delta(i-k)] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(k).M[\delta(i-k)]$$

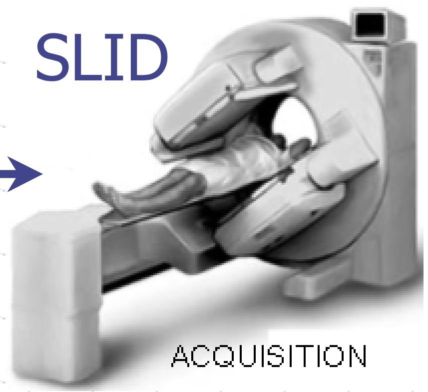
linéarité

Formation de l'image

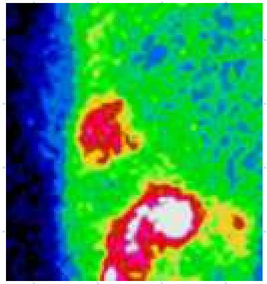


$$p(i) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(k).\delta(i-k)$$

SLID



$$h(i) = M[\delta](i)$$



$$s(i) = M[p](i) = ?$$

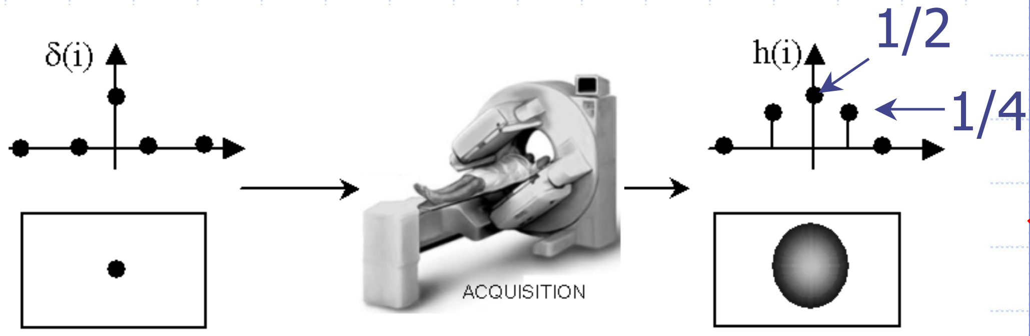
$$s(i) = M[\sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(k).\delta(i-k)] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(k).\overbrace{M[\delta(i-k)]} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(k).h(i-k)$$

invariance dans le décalage

$$s(i) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(k).h(i-k) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k).p(i-k) = (p*h)(i) = (h*p)(i)$$

$*$ = produit de convolution

Interprétation

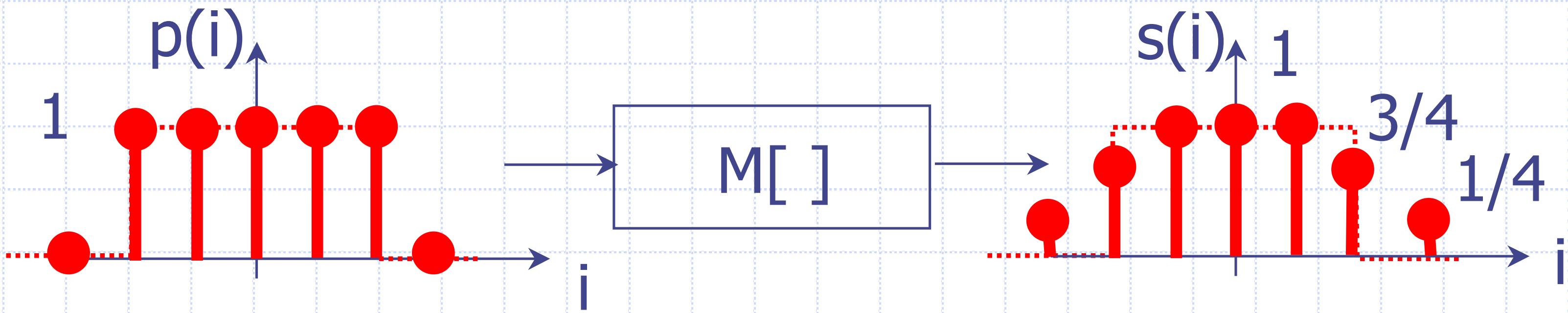


$$s(i) = \sum_{k=-1}^{+1} h(k).p(i-k)$$

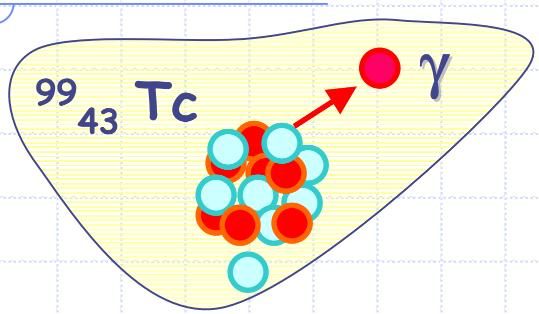
$$s(i) = h(-1).p(i+1) + h(0).p(i) + h(1).p(i-1)$$

$$s(i) = \frac{1}{4}p(i+1) + \frac{1}{2}p(i) + \frac{1}{4}p(i-1) = \frac{2.p(i) + p(i+1) + p(i-1)}{4}$$

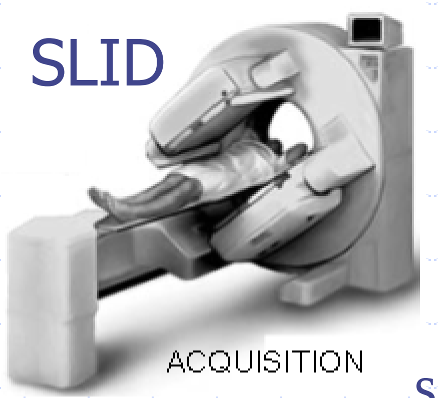
s = moyenne pondérée par h de la grandeur physique p



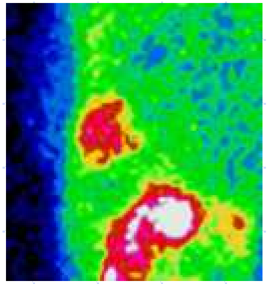
Formation de l'image



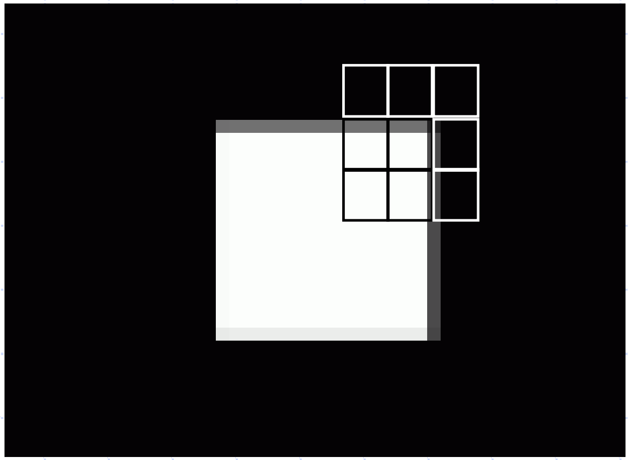
$p(i)$

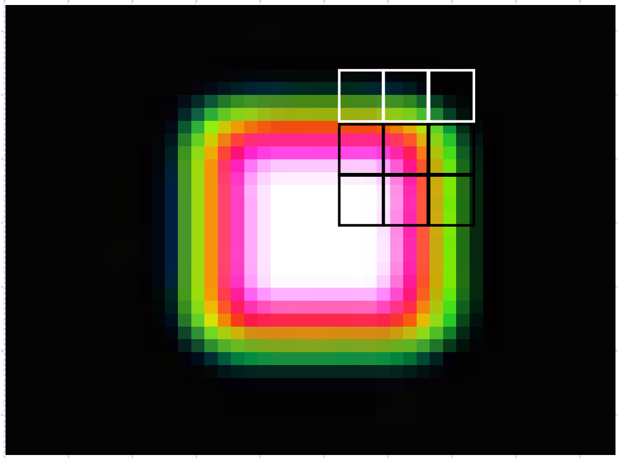


→ $s(i)$



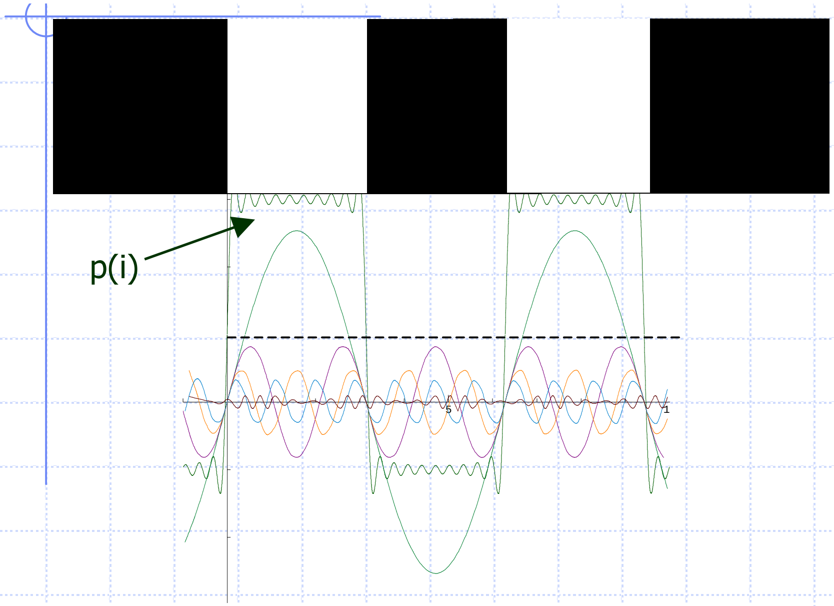
$$s(i) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k).p(i-k) = (p * h)(i)$$



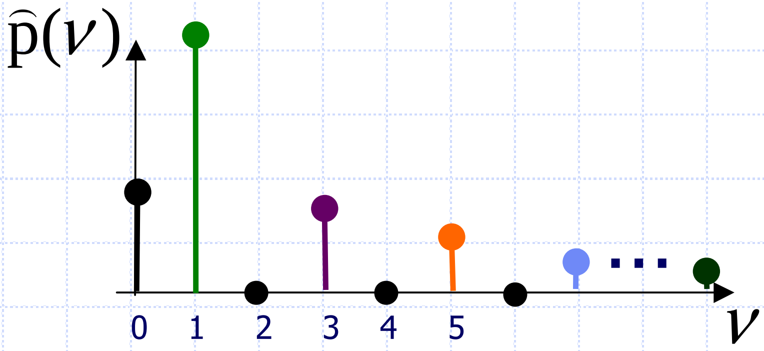


$$h(i,j) = \begin{pmatrix} 1/16 & 1/16 & 1/16 \\ 1/16 & 1/2 & 1/16 \\ 1/16 & 1/16 & 1/16 \end{pmatrix}$$

Interprétation en fréquence

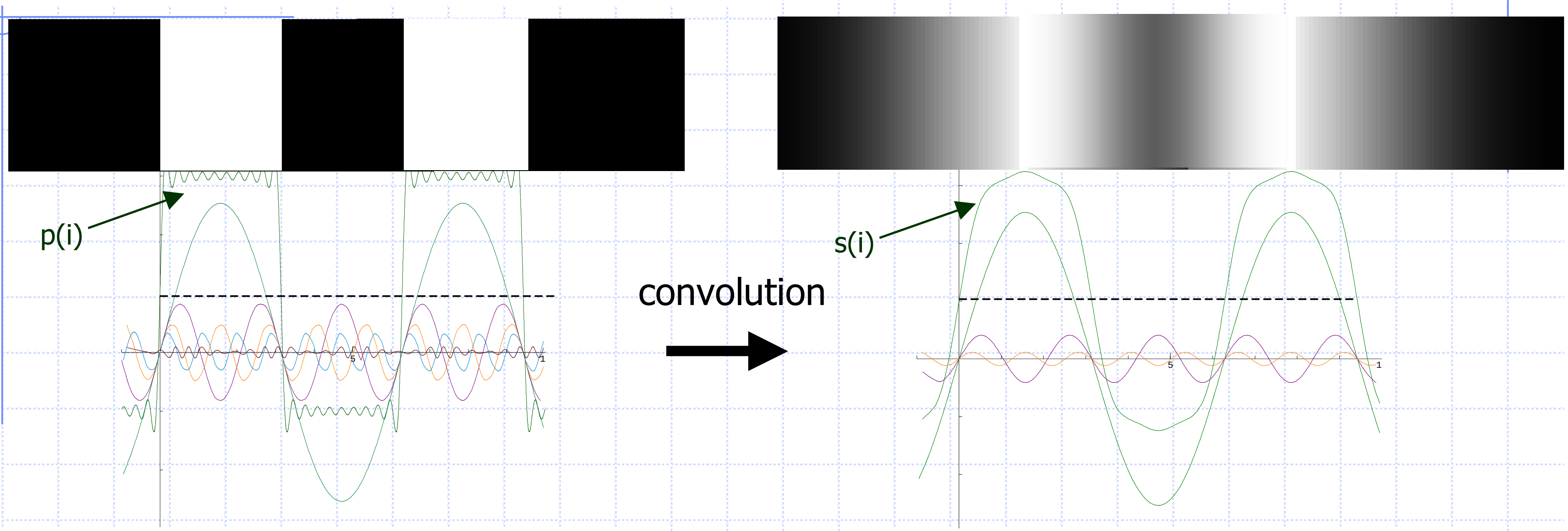


$$p(i) = 1 + \frac{8}{\pi}\left[\sin(i) + \frac{1}{3}\sin(3i) + \frac{1}{5}\sin(5i) + \ldots\right]$$



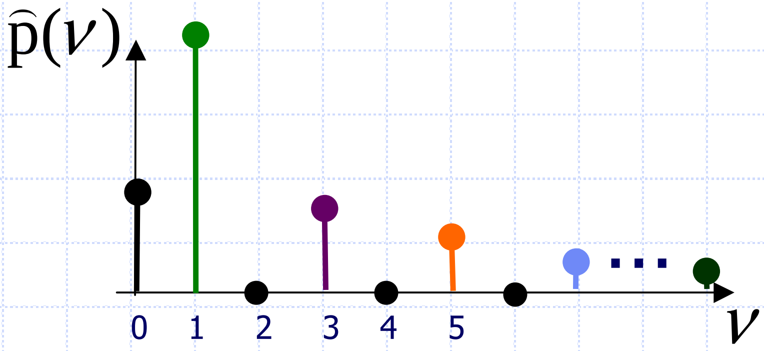
Ce graphe représentant les amplitudes $\widehat{\mathrm{p}}(\nu)$ de chaque composante de fréquence ν est appelé spectre (ou transformée de Fourier) du signal p(i)

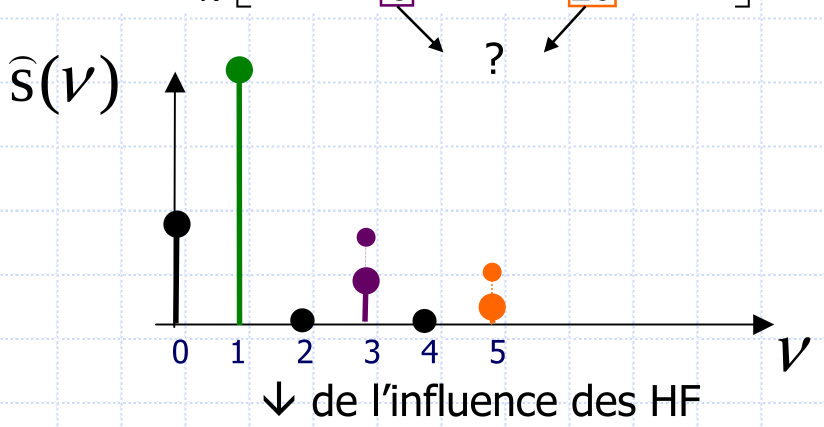
Interprétation en fréquence



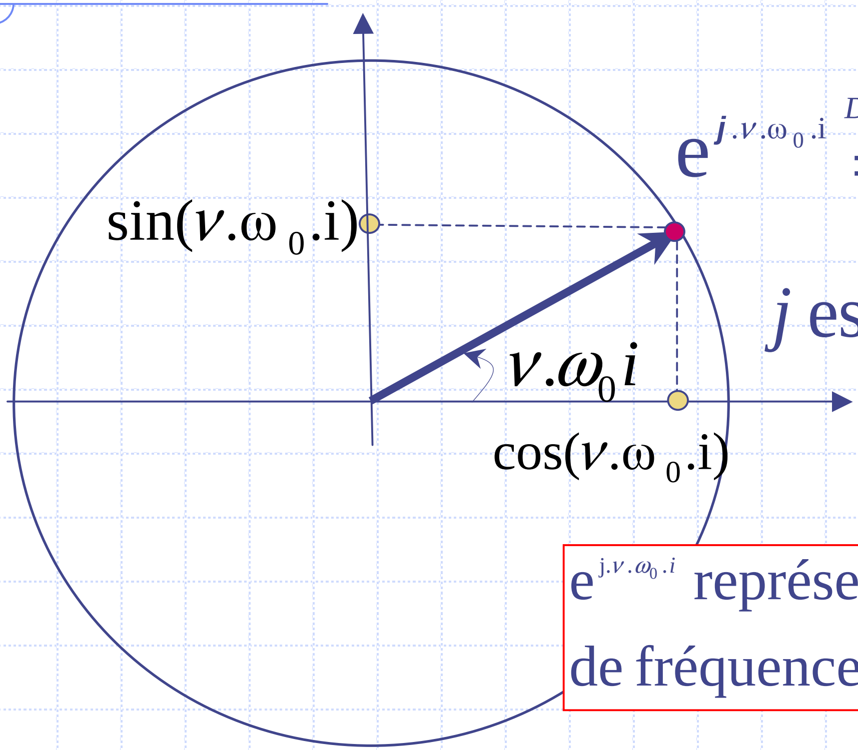
$$p(i) = 1 + \frac{8}{\pi}\left[\sin(i) + \frac{1}{3}\sin(3i) + \frac{1}{5}\sin(5i) + \ldots\right]$$

$$s(i) = 1 + \frac{8}{\pi}\left[\sin(i) + \boxed{\frac{1}{6}}\sin(3i) + \boxed{\frac{1}{20}}\sin(5i)\right]$$





Rappel : expo. Complexe & TF



$$e^{j.\nu.\omega_0.i} \overset{DEF}{=} \cos(\nu.\omega_0.i) + j.\sin(\nu.\omega_0.i)$$

j est le nombre complexe de carré -1

$$f_\nu = \nu.f_0 = \nu.\omega_0/(2\pi)$$

$e^{j.\nu.\omega_0.i}$ représente la fonction circulaire (sin ou cos) de fréquence ν fois la fréquence f_0 = harmonique ν

$$p(i) = \frac{1}{N}\sum_{\nu=0}^{N-1}\hat{p}(\nu).e^{j.(\nu.\omega_0)i} \Leftrightarrow p(i) = \frac{1}{N}\left[\hat{p}(0) + \hat{p}(1).e^{j.\omega_0.i} + \ldots + \hat{p}(N-1).e^{j.((N-1).\omega_0)i}\right]$$

$$\textit{où } \hat{p}(\nu) = \sum_{k=0}^{N-1} p(k).e^{-j.(\nu.\omega_0).k} \Leftrightarrow \hat{p}(\nu) = p(0) + p(1).e^{-j.\omega_0.i} + \ldots + p(N-1).e^{-j.((N-1).\omega_0)i}$$

Théorème de convolution

$$p(i) = e^{j.(\nu\omega_0)i} \rightarrow \boxed{M[\;]} \longrightarrow s(i) = \sum_k h(k).p(i-k)$$

$$s(i) = \sum_k h(k).e^{j.(\nu.\omega_0).(i-k)} = \underbrace{e^{j.(\nu.\omega_0).i}}_{p(i)} \underbrace{\sum_k h(k).e^{-j.(\nu.\omega_0).k}}_{\hat{h}(\nu)}$$

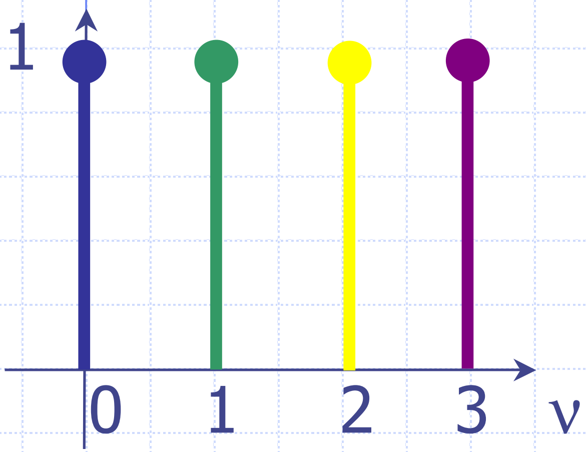
$$\boxed{p(i) = e^{j.(\nu\omega_0)i} \quad \Rightarrow \quad s(i) = \hat{h}(\nu).p(i)}$$

Un SLID agit sur l'harmonique ν en l'amplifiant par la **réponse en fréquence** en ν : $\hat{h}(\nu)$ (*MTF = Modulation Transfer Function*)

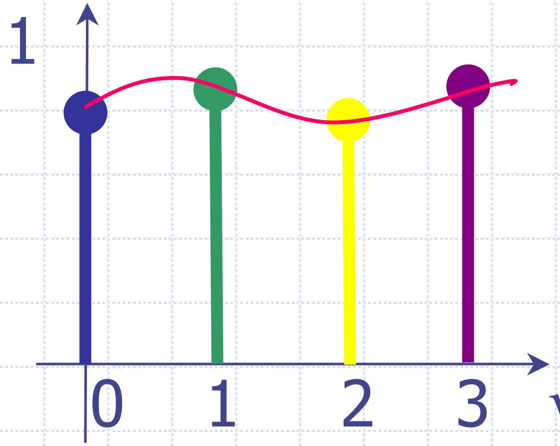
Théorème de convolution

$\hat{h}(\nu)$

$\hat{p}(\nu)$



$\hat{s}(\nu) = \hat{p}(\nu).\hat{h}(\nu)$

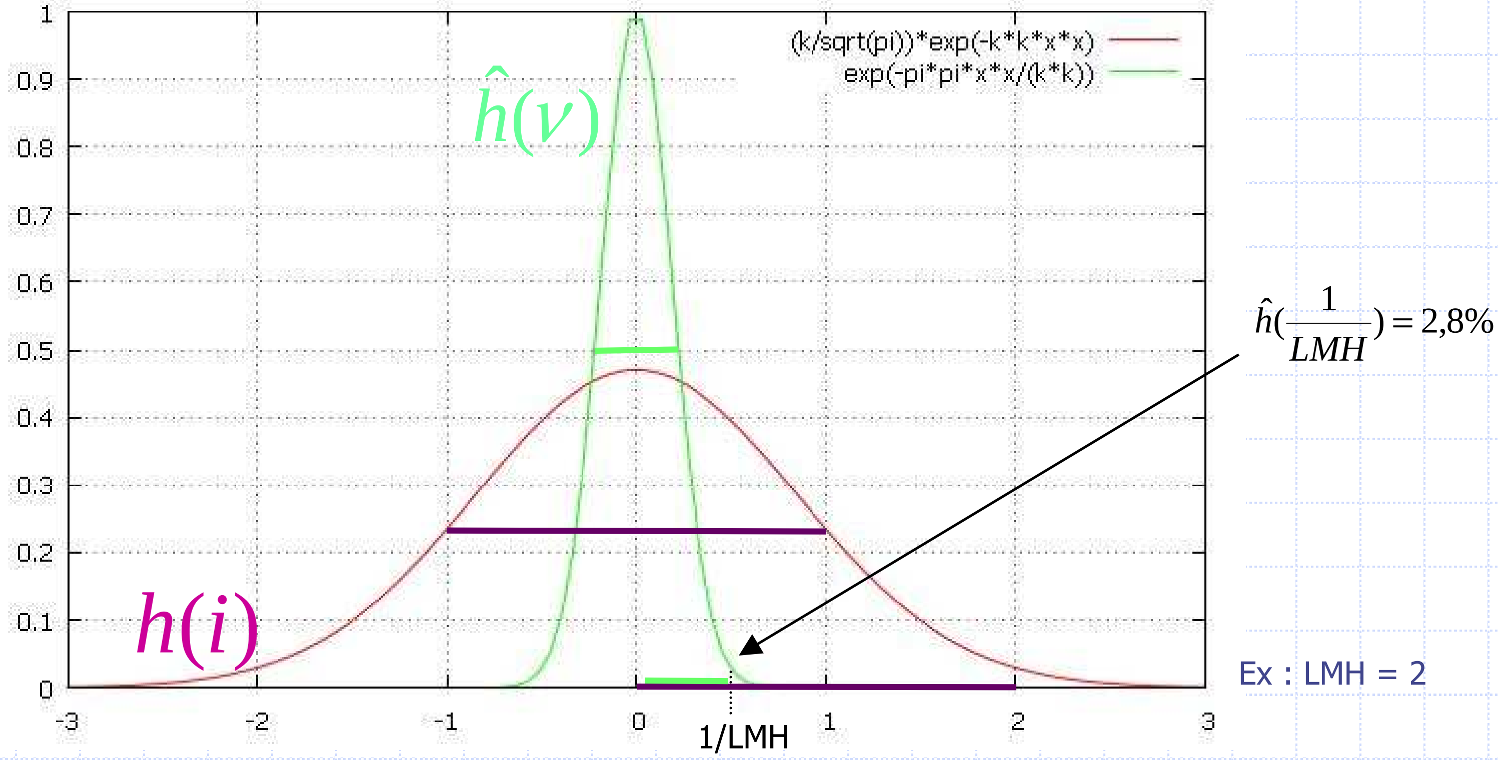


$\hat{s}(\nu)$=multiplication par $\hat{h}(\nu)$ de la TF de la grandeur physique $\hat{p}(\nu)$

s = convolution par h de la grandeur physique p

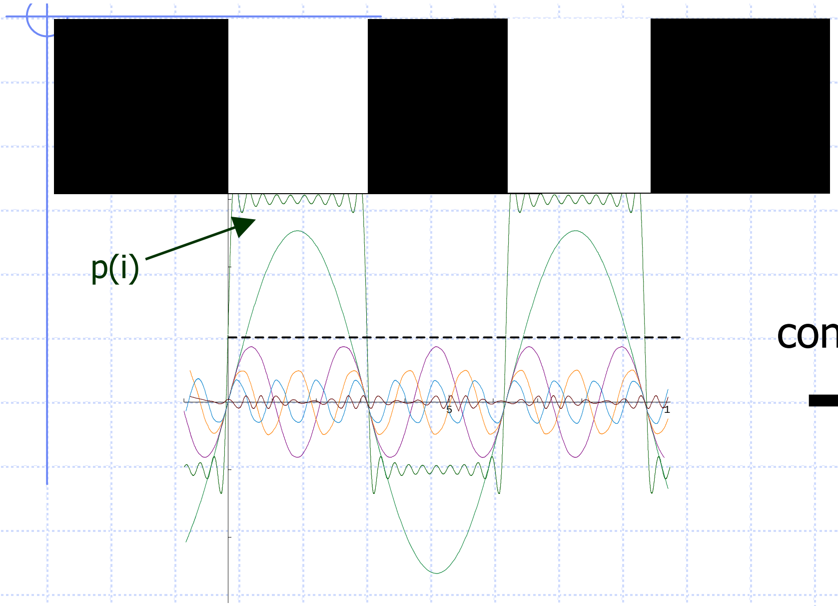
TF d'une gaussienne

$$h(i) = \frac{C}{\sqrt{\pi}} e^{-(C.i)^2} \Leftrightarrow \hat{h}(\nu) = e^{-\left(\frac{\pi.\nu}{C}\right)^2} \quad C = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{LMH}$$

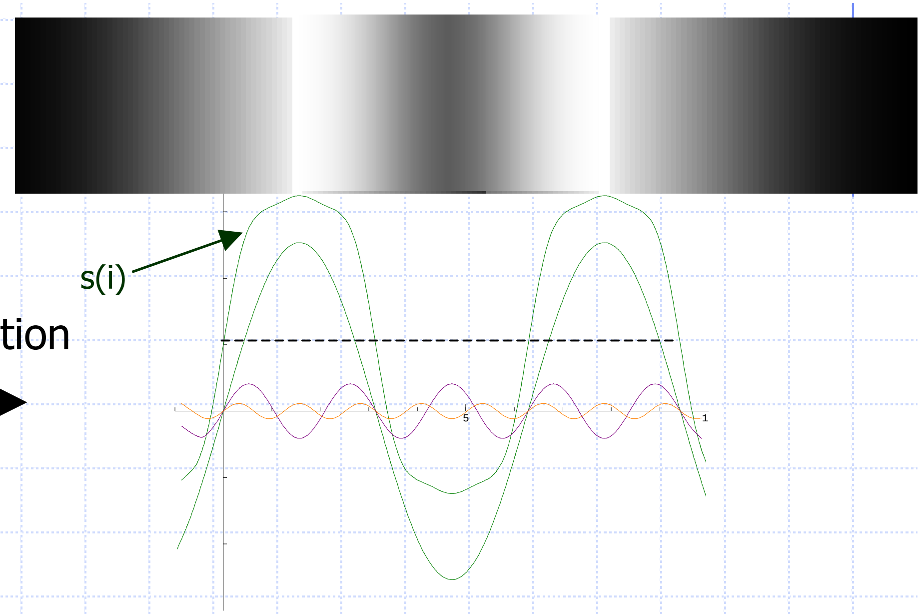


La TF d'une réponse impulsionnelle gaussienne σ est une gaussienne σ' avec σσ' = 1/(2π) soit LMH.LMH' = 4.ln2/π =0.9≈1

Interprétation en fréquence

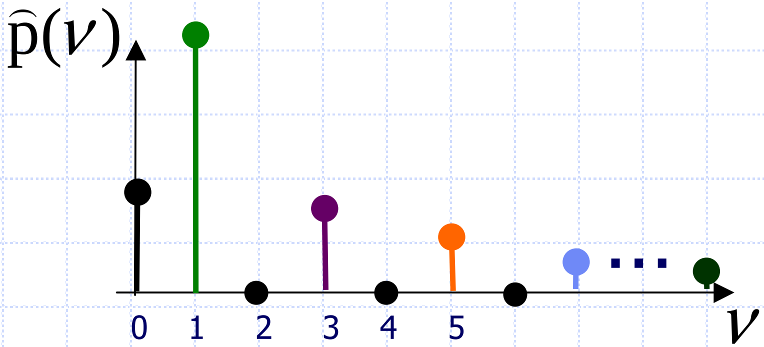


convolution

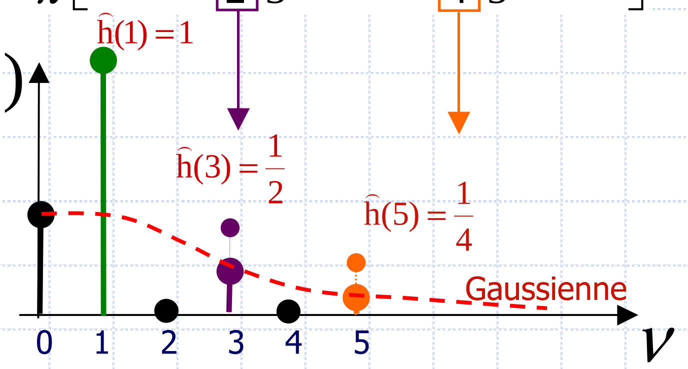


$$p(i) = 1 + \frac{8}{\pi}\left[\sin(i) + \frac{1}{3}\sin(3i) + \frac{1}{5}\sin(5i) + \ldots\right]$$

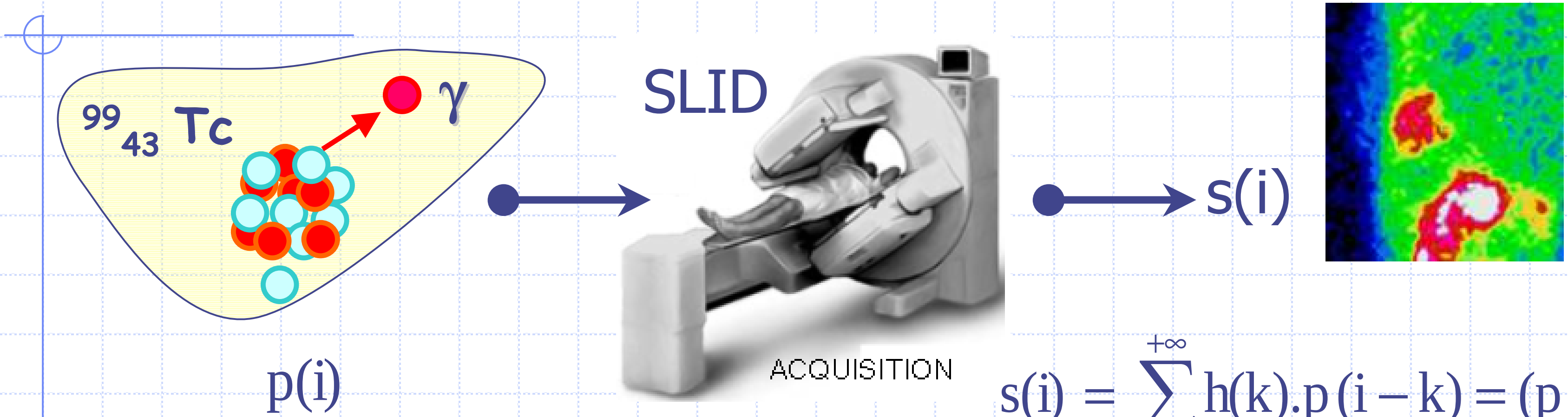
$$s(i) = 1 + \frac{8}{\pi}\left[\sin(i) + \boxed{\frac{1}{2}}.\frac{1}{3}\sin(3i) + \boxed{\frac{1}{4}}.\frac{1}{5}\sin(5i)\right]$$



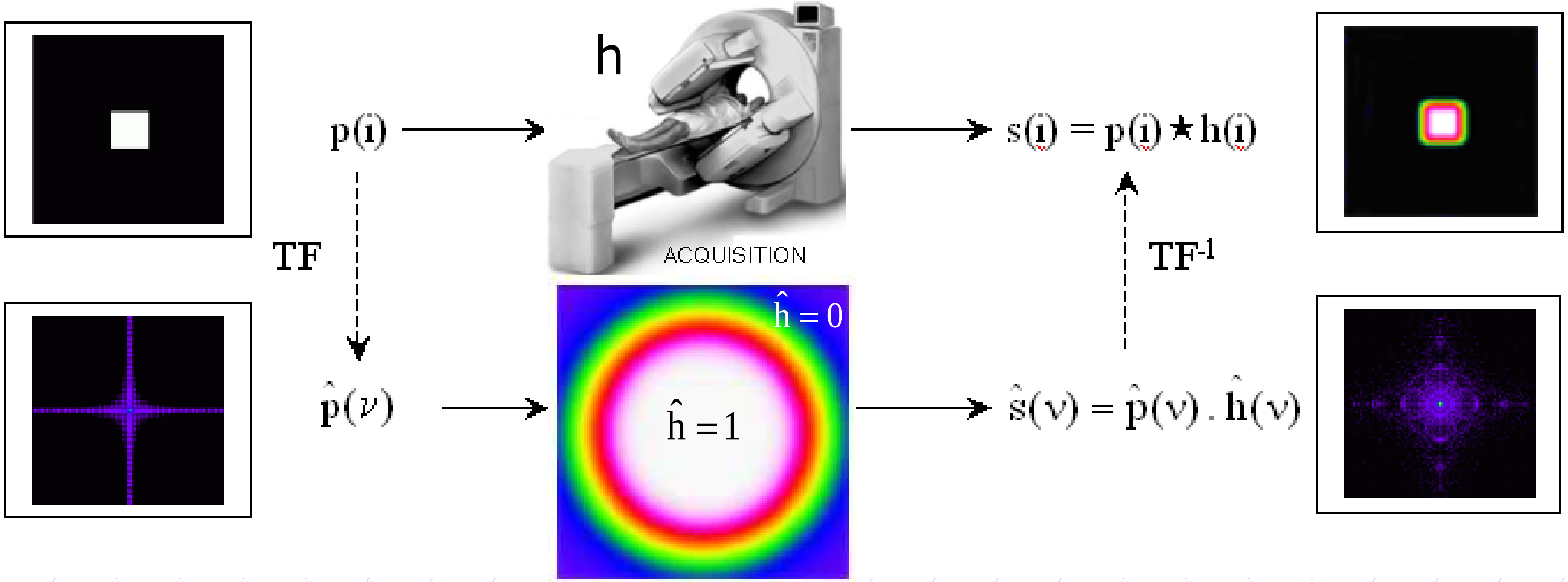
$$\hat{s}(\nu) = \hat{p}(\nu).\hat{h}(\nu)$$



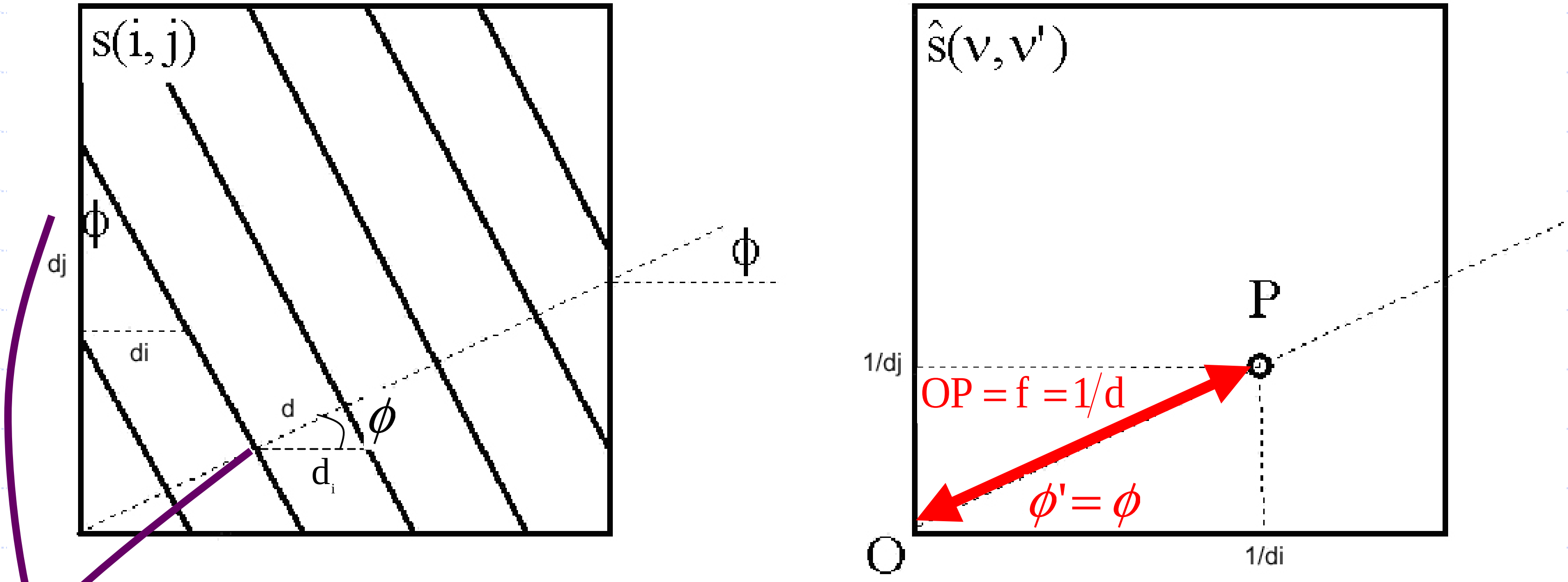
Réponses impulsionnelle et en fréquence



$$s(i) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k).p(i-k) = (p * h)(i)$$



Interprétation d’une image en fréquence

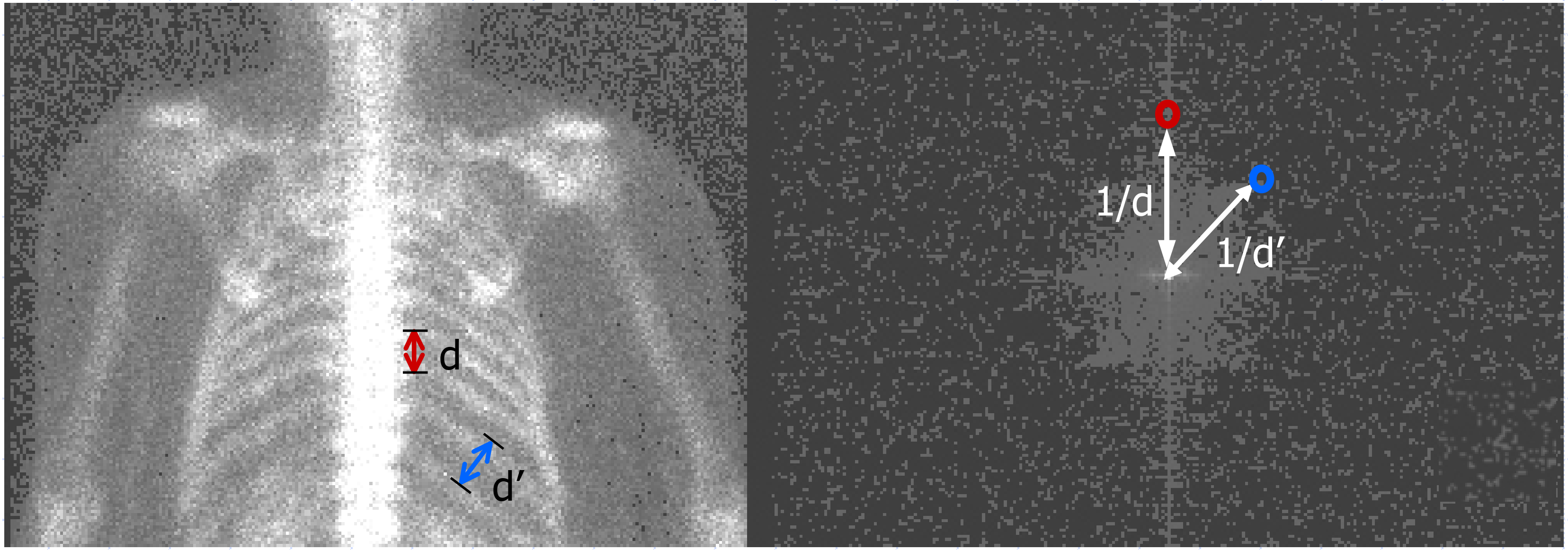


$$tg\,\phi = \frac{d_i}{d_j} \longrightarrow tg\,\phi' = \frac{1/d_j}{1/d_i} \Rightarrow \phi' = \phi$$

$$\cos\phi = \frac{d}{d_i} \longrightarrow \cos\phi = \frac{1/d_i}{OP} \Rightarrow OP = \frac{1}{d}$$

donc en représentation en fréquence…

Les signaux constituées de droites parallèles espacées de d sont représentées dans l'espace de Fourier par un seul point localisé sur la droite perpendiculaire aux droites des signaux et à la distance 1/d de l'origine



Parties horizontales des cotes

Parties obliques à 45% des cotes

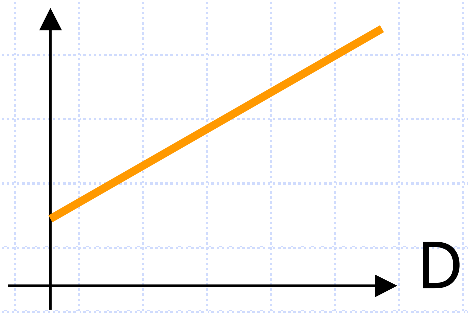
Cq1: Résolution et distance

s = moyenne pondérée par h de la grandeur physique p

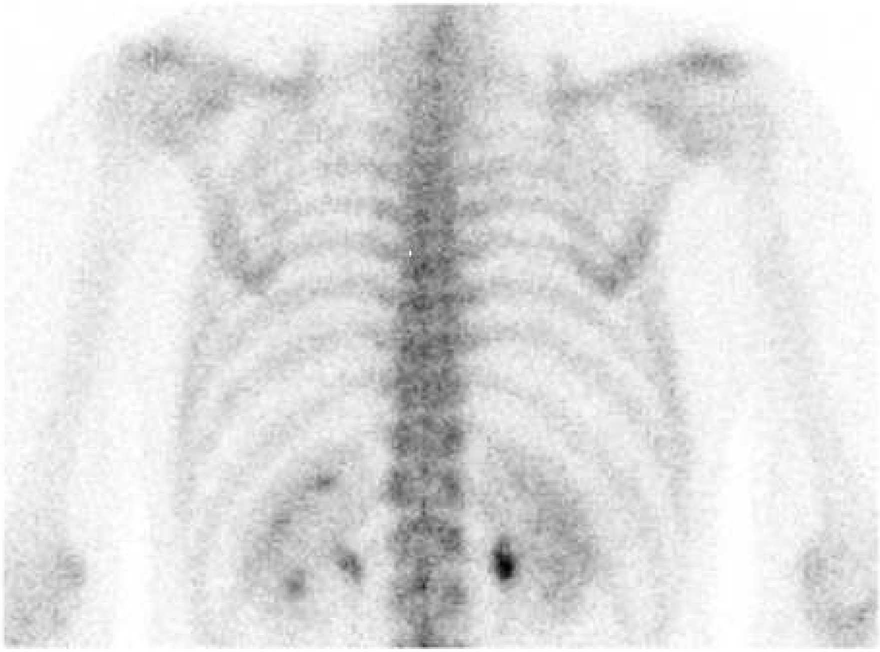
- plus le détecteur est proche du patient...
- plus la réponse impulsionnelle est étroite
- ...et plus l'image est fidèle à l'objet !

- Sinon : lissage = flou !

$$\sigma = k.\mathrm{D} + k'$$



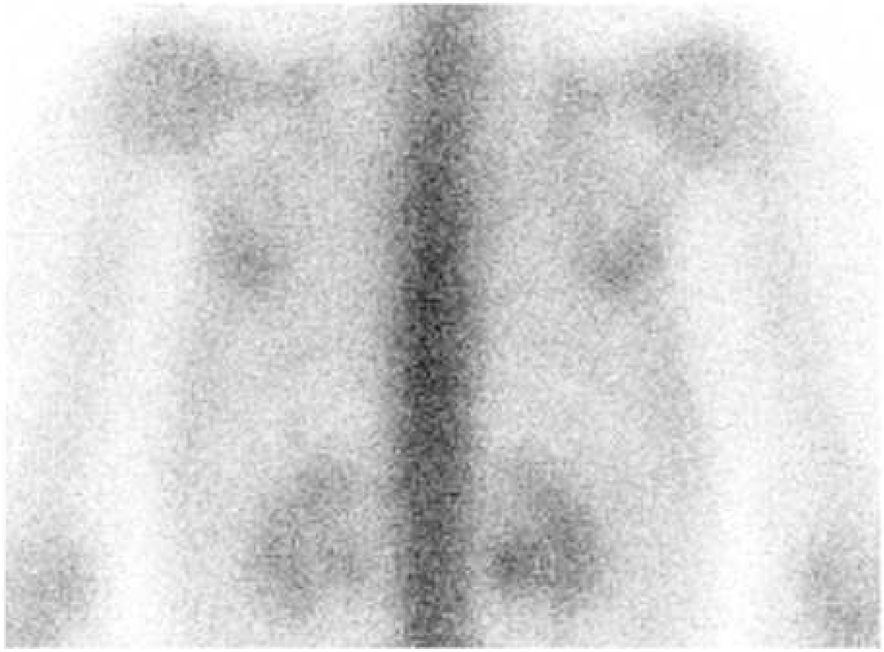
Cq1: Résolution et distance



DT

FP

AU CONTACT



DT

FPOST

A 50CM

FORMATION D'UNE IMAGE

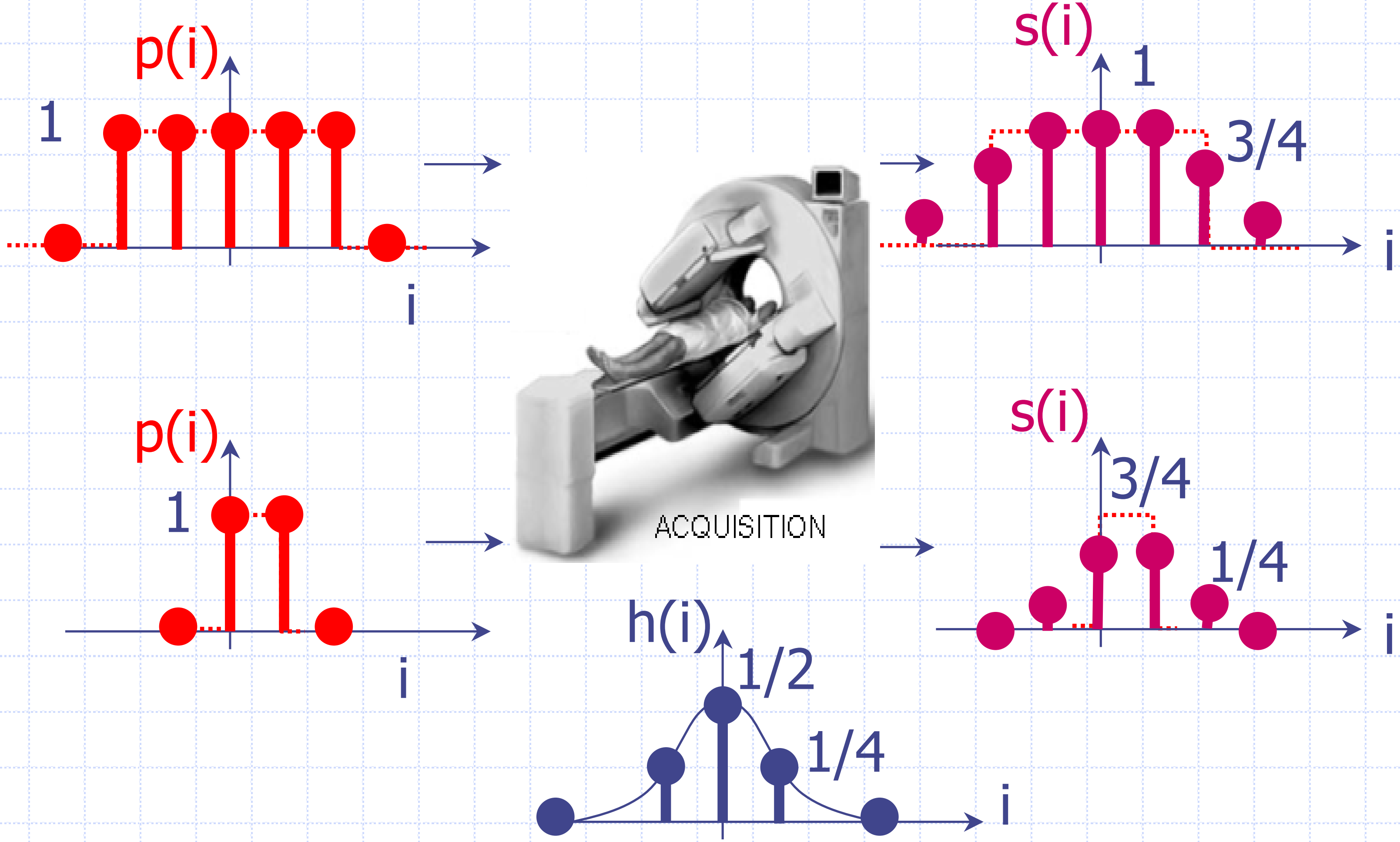
- Convolution du signal acquis par la réponse impulsionnelle de la γ-caméra
  - Moyenne pondérée dans un voisinage du signal RA par les amplitudes de la réponse impulsionnelle (gaussienne)
  - Agit en lissant les contours des parties du signal RA acquis

≡

- Multiplication du spectre du signal acquis par la réponse en fréquence gaussienne de la γ-caméra
  - Amplification des composantes fréquentielles du signal par les amplitudes de la réponse en fréquence (gaussienne)
  - Agit en diminuant l'influence des HF

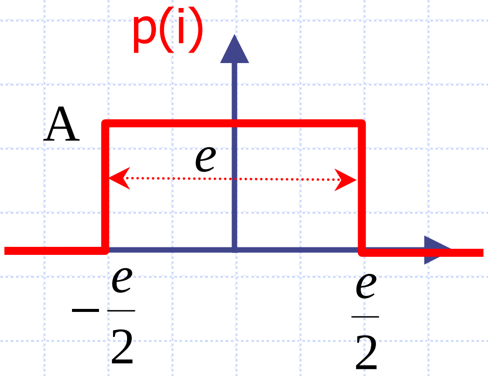
Cq2: « Effet de volume partiel »

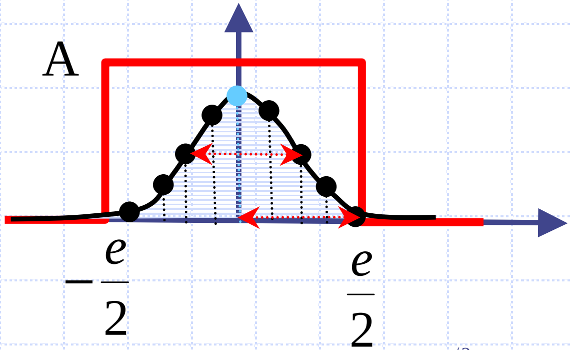
Approche intuitive, aspect qualitatif :



Cq2: « Effet de volume partiel »

Approche intuitive, si e/2 > LMH :





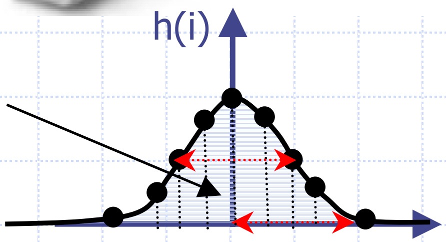
$$s(i=0)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k).p(0-k)=A.\sum_{k=-e/2}^{+e/2} h(k)\approx A$$

Le centre de l'image est transmis

$$\text{Surface}=\sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)=\frac{C}{\sqrt{\pi}}\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-k^2.i^2}=1$$

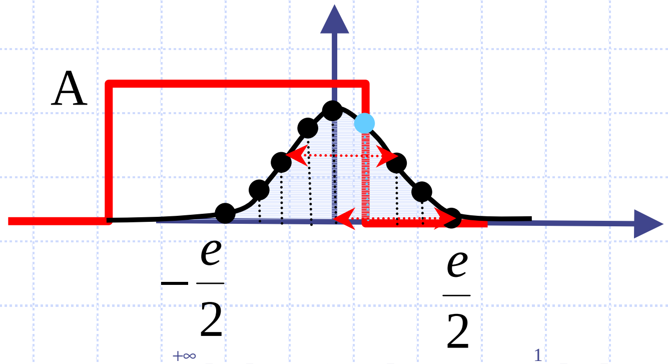
98% de l'intégrale d'une gaussienne se trouve entre ± LMH :

$$\sum_{k=-LMH}^{LMH} h(k)\approx 1$$



$$h(i)=\frac{C}{\sqrt{\pi}}e^{-k^2.i^2}$$

$$C=\frac{2.\sqrt{\ln 2}}{LMH}$$

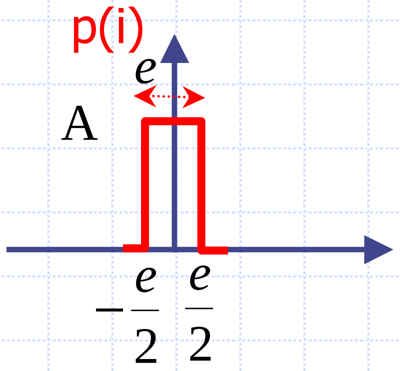


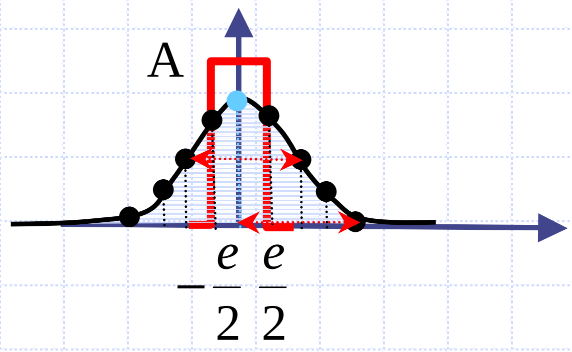
$$s(i=1)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k).p(1-k)=A.\sum_{k=-e/2}^{1} h(k)< A$$

Les bords de l'image sont sous-estimés

Cq2: « Effet de volume partiel »

Approche intuitive, si e/2 < LMH :





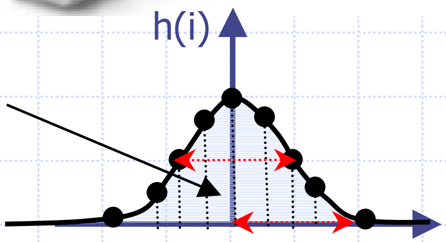
$$s(i=0)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k).p(0-k)=A.\sum_{k=-e/2}^{e/2} h(k)<A$$

Le centre de l'image est sous-estimé par un facteur CR :

$$CR=\sum_{k=-e/2}^{e/2} h(k)$$

$$CR<1 \text{ si } \frac{e}{2}<LMH$$

$$\text{Surface}=\sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)=\frac{C}{\sqrt{\pi}}\sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-k^2.i^2}=1$$

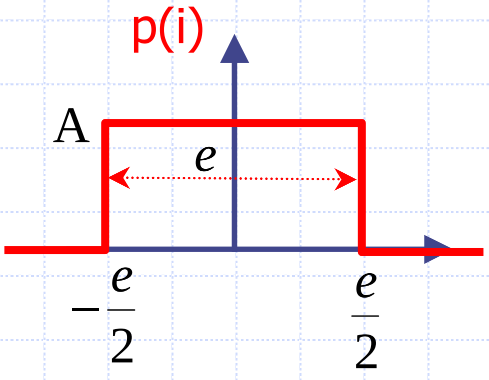


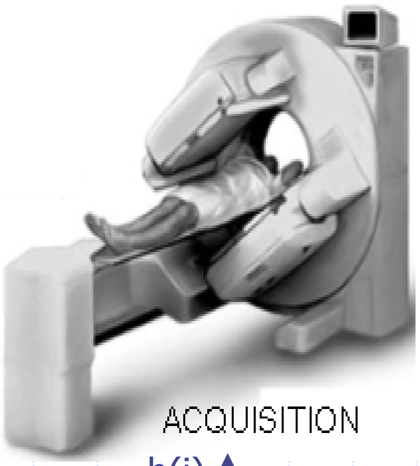
$$h(i)=\frac{C}{\sqrt{\pi}}e^{-k^2.i^2}$$

$$C=\frac{2.\sqrt{\ln 2}}{LMH}$$

Cq2: « Effet de volume partiel »

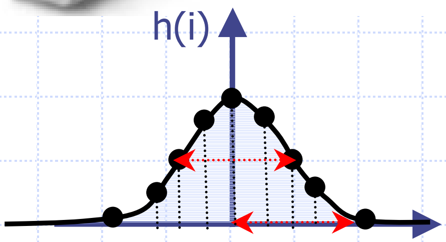
Généralisation :





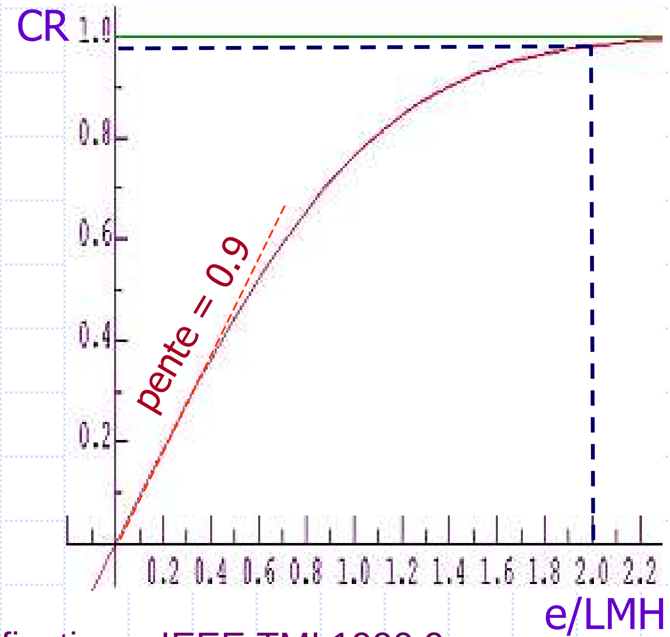
$$h(i) = \frac{C}{\sqrt{\pi}} e^{-k^2.i^2}$$

$$C = \frac{2.\sqrt{\ln 2}}{LMH}$$



s(0) est le produit du signal A par un Coefficient de Restauration CR:

$$CR(e) = \sum_{k=-e/2}^{e/2} h(k)$$



JR Galt et al. «Effects of myocardial wall thichness on SPECT quantification». IEEE TMI 1990;9

Cq2: « Effet de volume partiel »

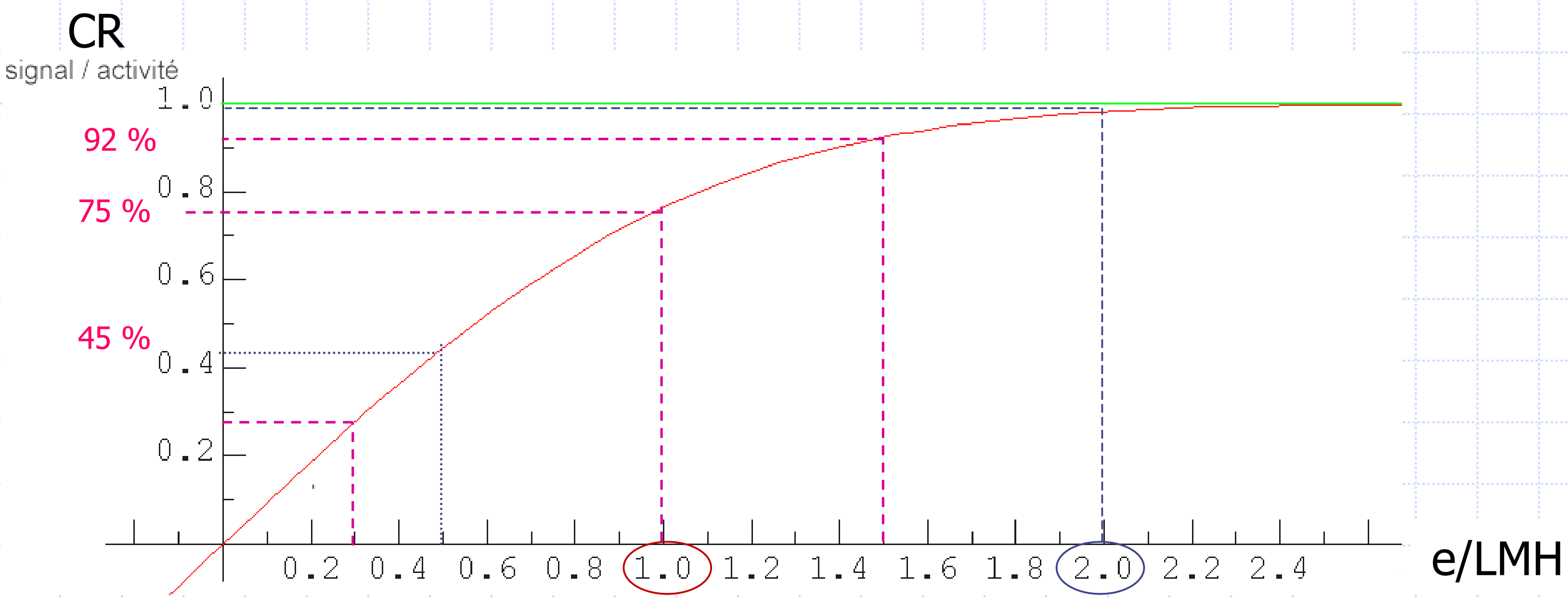
- Activité sous-estimée si e < 2.LMH
  - 75 % de l'activité est mesurée si e = LMH
  - Approximation linéaire possible si e < LMH
  - Rappel : LMH ≈ 4-6 mm en PET-CZT et 15 mm en SPECT
- Rien à voir avec le théorème d'échantillonnage !
  - échantillonnage sans perte ⇒ dimension du pixel d ≤ LMH/2
- Artefact exploitable
  - mouvements <résolution (cf. épaississement systolique)
- Pour limiter cet artefact : déconvolution

Cq3: Déconvolution, pour…

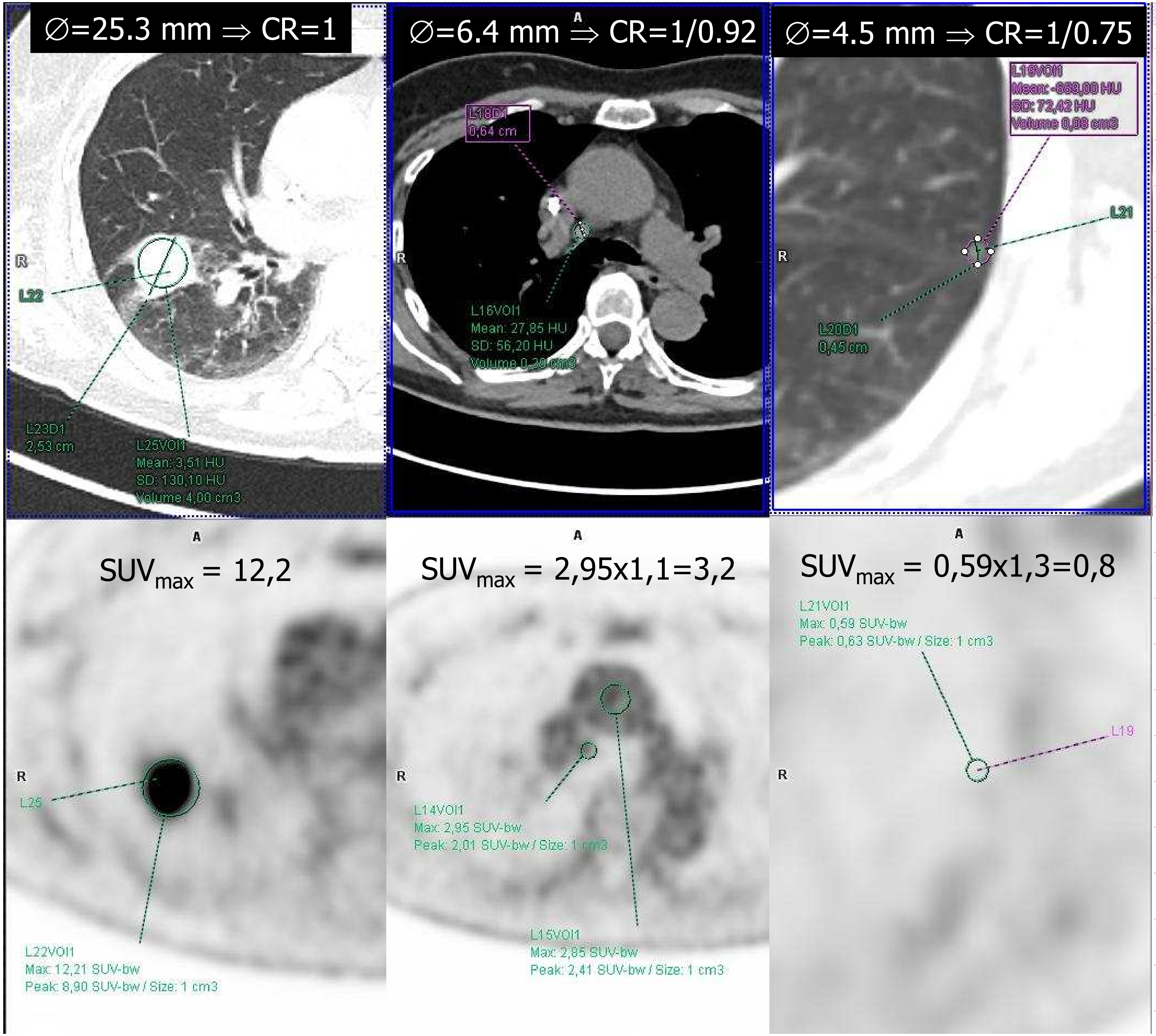
- corriger l'EVP en améliorerant la résolution
  - Via un coef. de restauration = activité mesurée/vraie
    - Niveau pixel(s) ou ROI(s), dans les coupes ou les projections
  - Par déconvolution (filtres e Metz, Wiener)
    - en 2D ou après reconstruction, sous hypothèse d'invariance
    - En 3D, dans l'espace des projections, en prenant en compte la distance au collimateur (principe fréquence-distance)
  - Par modélisation de la PSF dans l'opérateur de Radon (projection/rétroprojection)
- corriger les artefacts de dilution & recirculation d'un bolus

K Erlandsson, I Buvat et al. Phys Med Biol 2012 (57) – J Yang et al. IEEE TNI 1996 (43) -

Cq3: Coefficient de Recouvrement

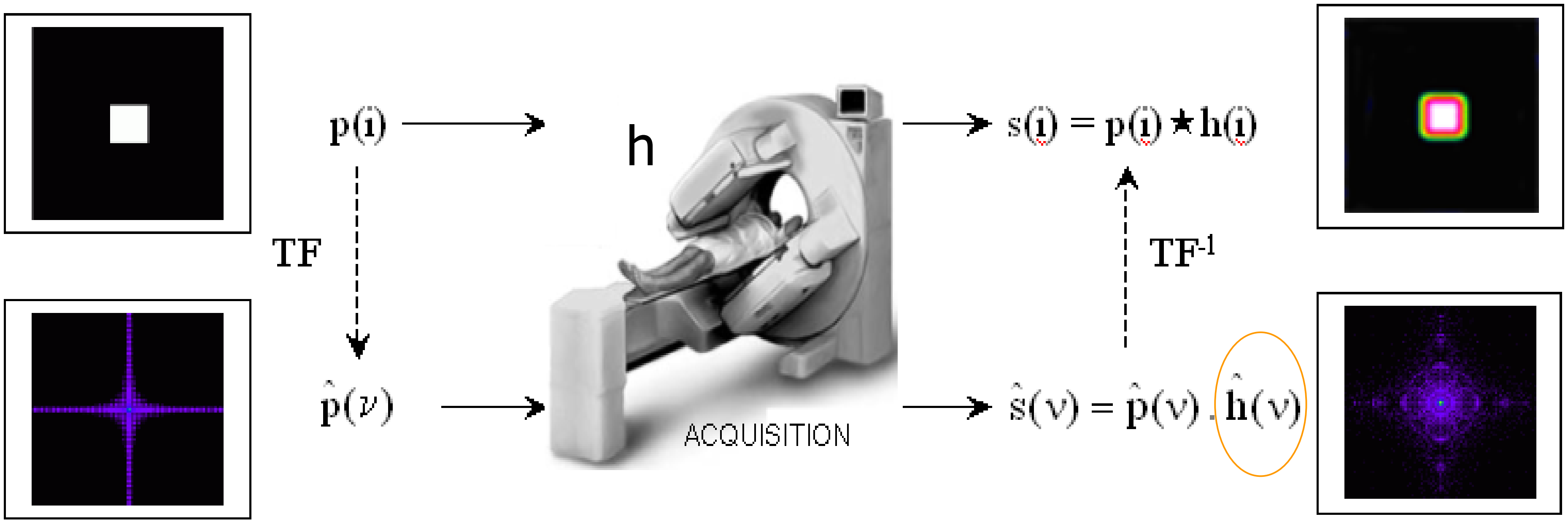


TEP	1	2	4	6	8	(mm)
CZT		3	6	9	12	(mm)
SPECT Anger		7	15	22	30	(mm)
Vraie fixation		2,2	1,3	1,1	1	(x signal)


∅=25.3 mm ⇒ CR=1
∅=6.4 mm ⇒ CR=1/0.92
∅=4.5 mm ⇒ CR=1/0.75
L23D1
2,53 cm
L25VOI1
Mean: 3,51 HU
SD: 130,10 HU
Volume 4,00 cm3
L18D1
0,64 cm
L16VOI1
Mean: 27,85 HU
SD: 56,20 HU
L19VOI1
Mean: -668,00 HU
SD: 72,42 HU
Volume 0,08 cm3
L20D1
0,45 cm
SUV_{max} = 12,2
SUV_{max} = 2,95x1,1=3,2
SUV_{max} = 0,59x1,3=0,8
L21VOI1
Max: 0,59 SUV-bw
Peak: 0,63 SUV-bw / Size: 1 cm3
L14VOI1
Max: 2,95 SUV-bw
L15VOI1
Max: 2,85 SUV-bw
Peak: 2,41 SUV-bw / Size: 1 cm3
L22VOI1
Max: 12,21 SUV-bw
Peak: 8,90 SUV-bw / Size: 1 cm3

Cq3: Déconvolution (planaire)

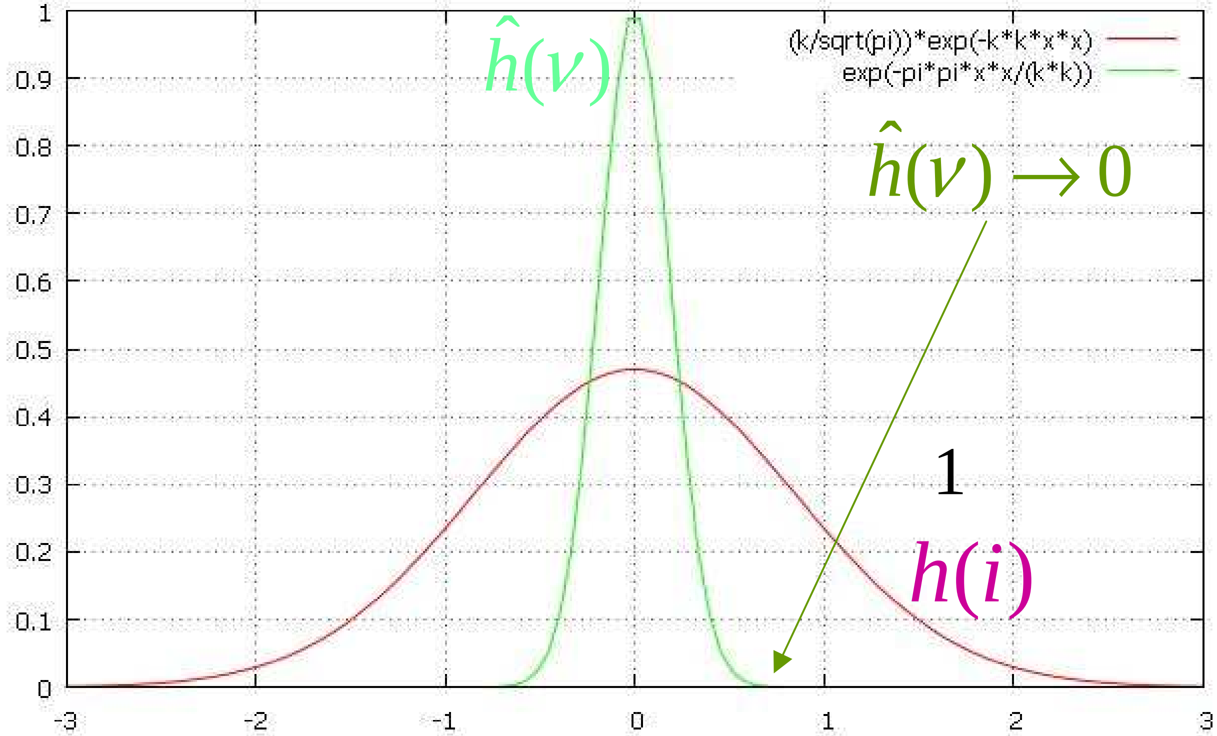
Dans une image de projection, la distance entre la source et le détecteur où se forme l'image est inconnue. On néglige donc la dépendance en D de la réponse impulsionnelle.

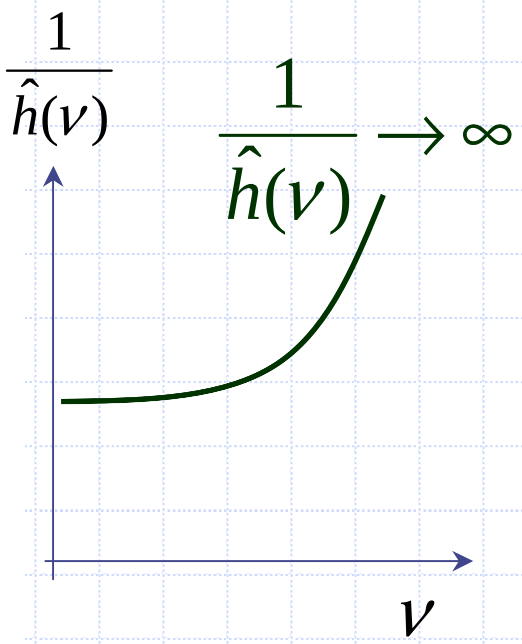


TF d'une gaussienne

$$\boxed{h(i) = \frac{k}{\sqrt{\pi}} e^{-(k.i)^2} \Leftrightarrow \hat{h}(\nu) = e^{-\pi^2\left(\frac{\nu}{k}\right)^2}}$$

$$k = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{LMH}$$

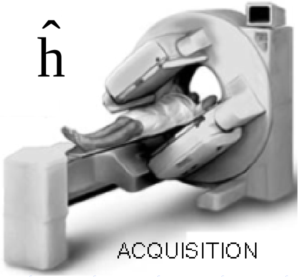




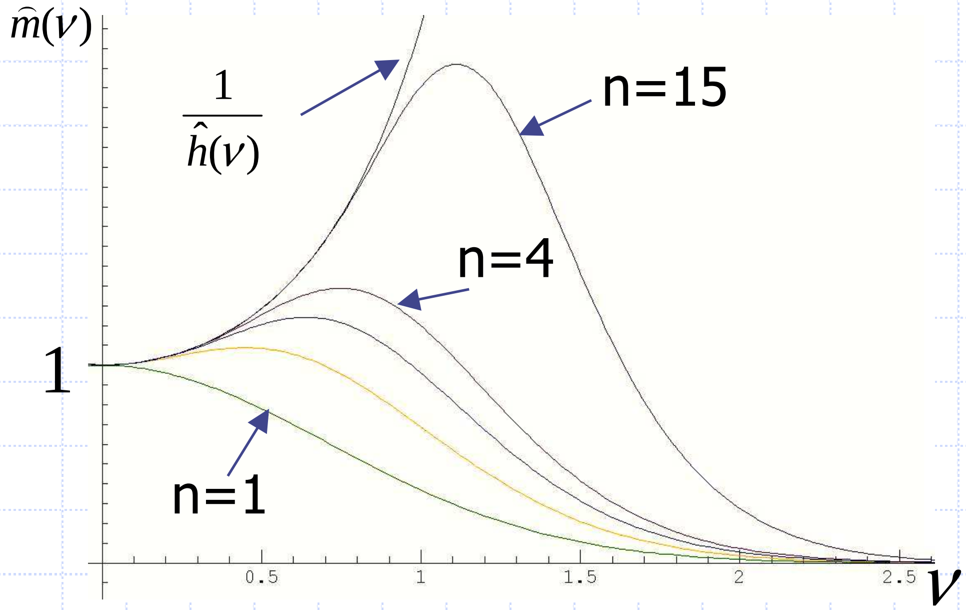
Réponse impulsionnelle supposée invariante

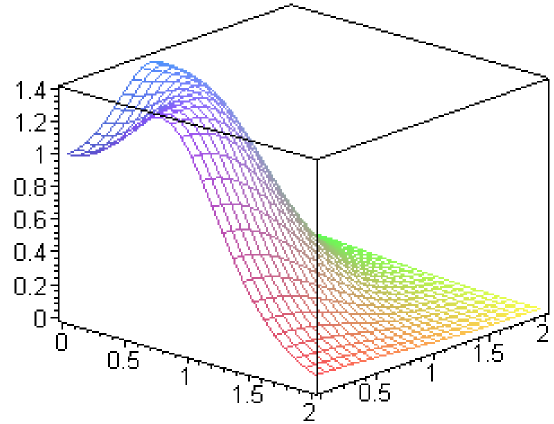
Filtre de déconvolution de Metz

$\hat{p}$ → $\hat{h}$



→ $\hat{s} = \hat{h} \, . \, \hat{p}$ → $\boxed{\dfrac{1}{\hat{h}}}$ → $\hat{p}$





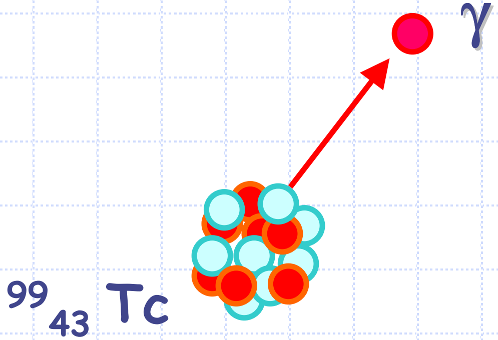
$$\hat{m}(\nu,\nu') = \frac{1 - \left[1 - \hat{h}(\nu,\nu')^2\right]^n}{\hat{h}(\nu,\nu')}$$

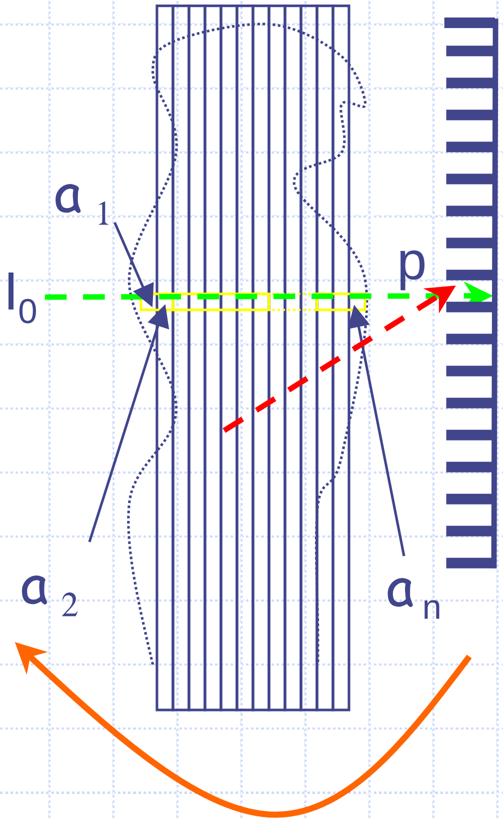
$$n = 0{,}834.\ln(C) - 7.774$$

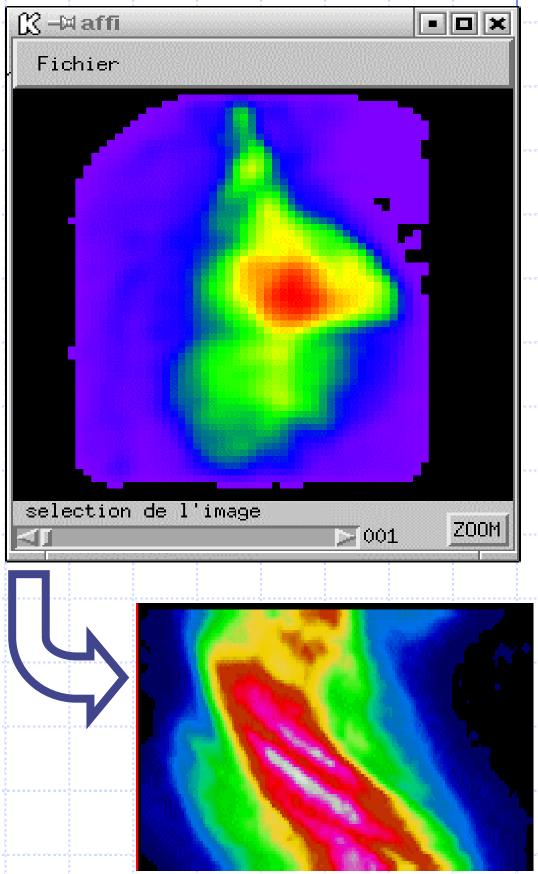
Pb : $\hat{h}$ dépend de la d(source, collimateur)

King et al. JNM 1983;24 et Metz et al. JNM 73;15

Déconvolution en TEMP γ

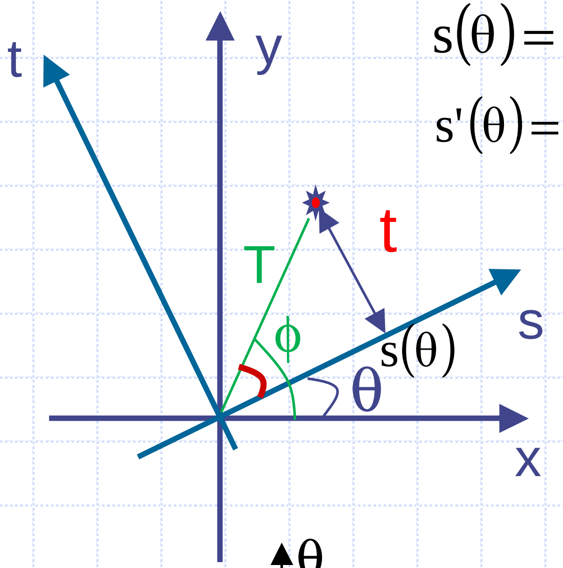






$$\boxed{p = a_1 + a_2 + \ldots + a_n}$$

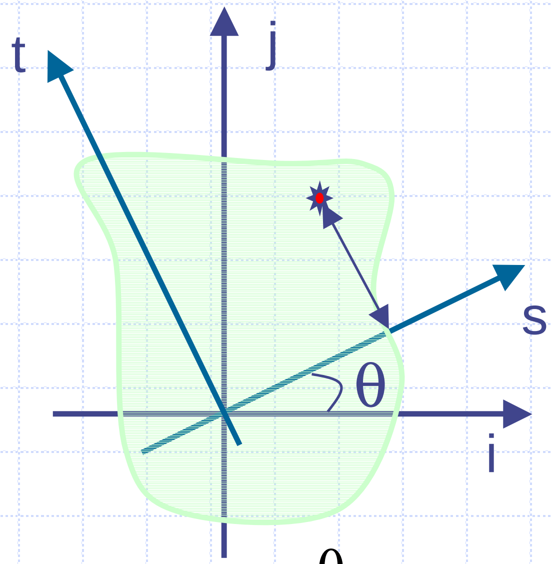
Relation fréquence-distance

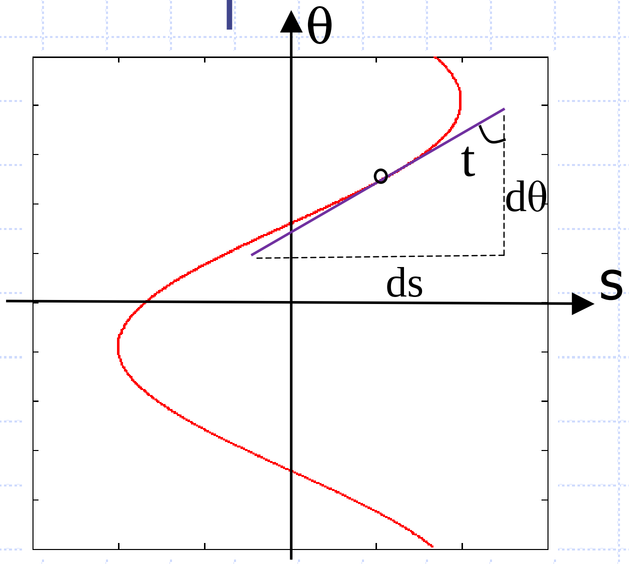


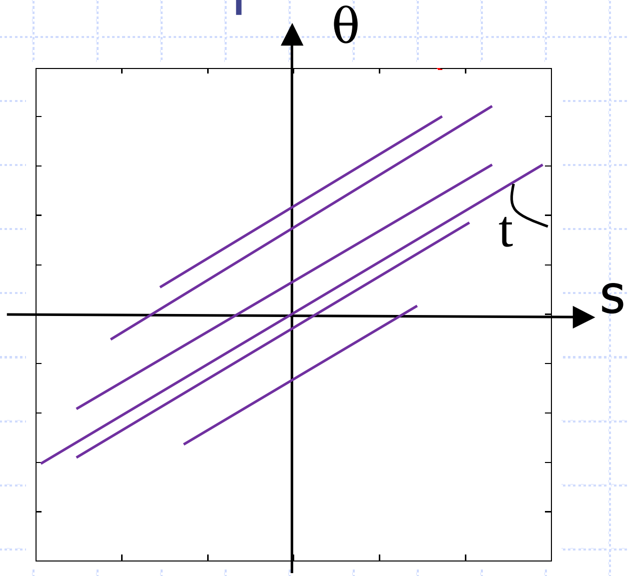
$$s(\theta) = T.\cos(\varphi - \theta)$$

$$s'(\theta) = \frac{ds}{d\theta} = T.\sin(\varphi - \theta) = t$$

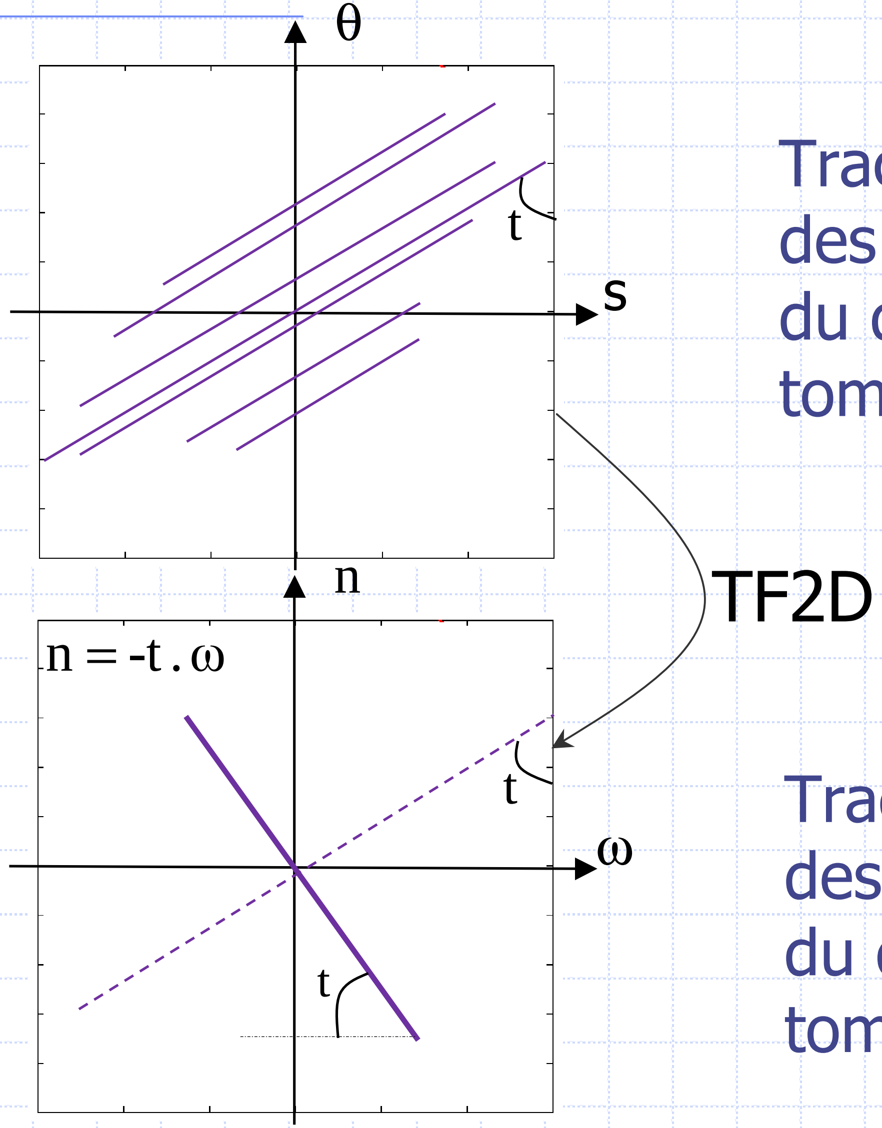
$$\boxed{\frac{ds}{d\theta} = t}$$







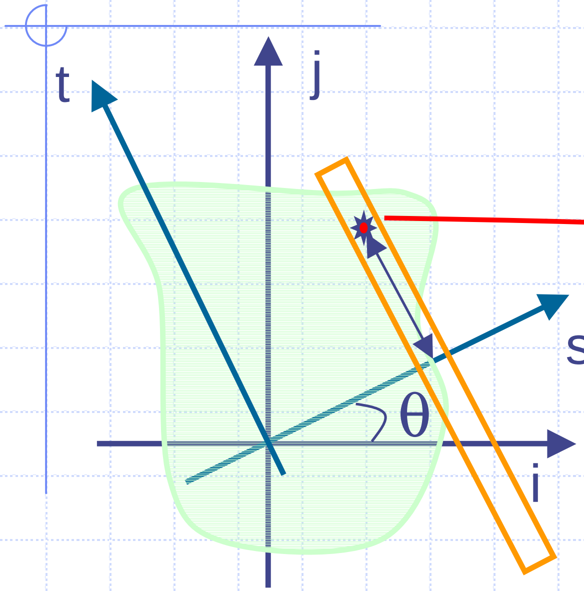
Relation fréquence-distance



Traces dans le sinogramme des points situés à t mm du détecteur lors de l'acquisition tomographique

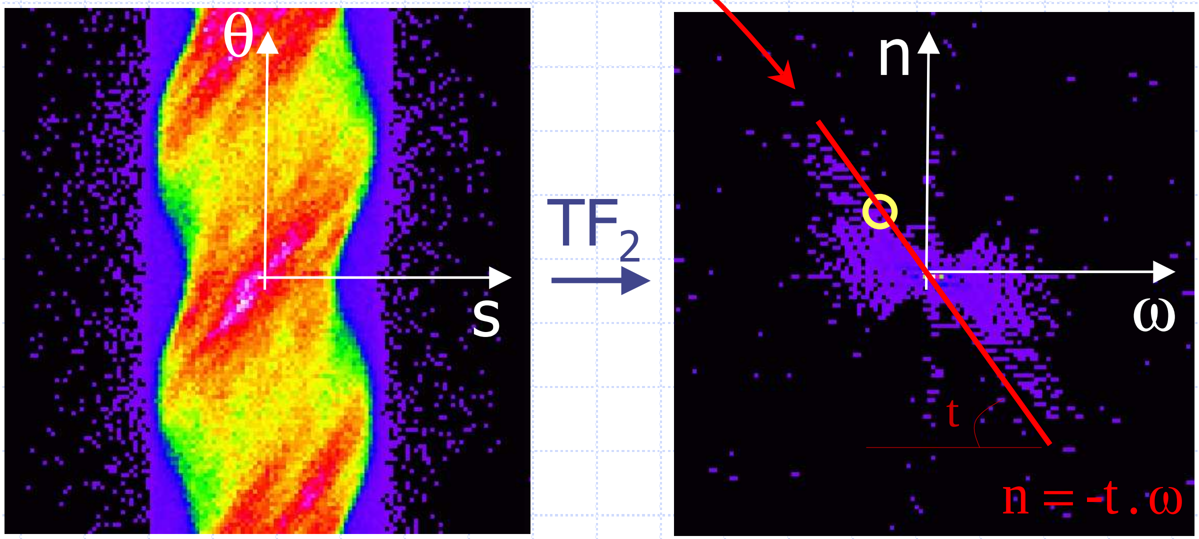
Traces dans la TF du sinogramme des points situés à t mm du détecteur lors de l'acquisition tomographique

Relation fréquence-distance



sources à t mm
de l'axe s

signal ≈ sur la droite
de pente -t dans la
TF2 du sinogramme

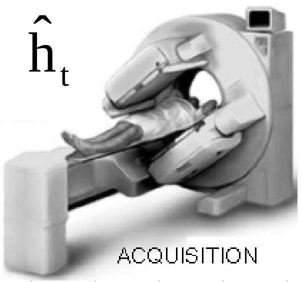


$$p_c(s,\theta)=\int f(i,j).dt$$

$$\hat{p}_c(\omega,n)$$

Déconvolution en TEMP par RFD

$\hat{\mathrm{p}}$ → $\hat{\mathrm{h}}_t$

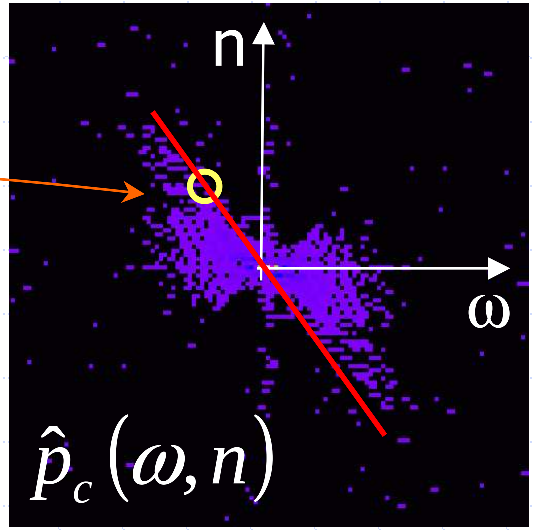


→ $\hat{\mathrm{p}}_c = \hat{\mathrm{h}}_t \,.\, \hat{\mathrm{p}}$ → $\boxed{\dfrac{1}{\hat{\mathrm{h}}_t}}$ → $\hat{\mathrm{p}}$

$$h_t(i) = \frac{2.\sqrt{\dfrac{\ln 2}{\pi}}}{LMH_t} \exp\left(-\frac{4.\ln 2}{LMH_t^2} i^2\right)$$

$$\hat{p}_c(\omega, n) = \hat{h}_{t=-\frac{n}{\omega}}(\omega).\hat{p}(\omega, n)$$

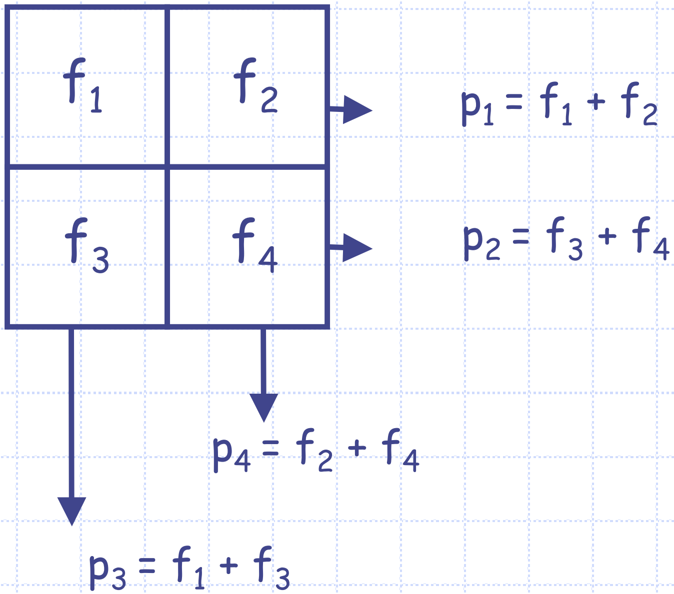
$$\boxed{\hat{p}(\omega, n) = \frac{1}{\hat{h}_{t=-\frac{n}{\omega}}(\omega)}.\hat{p}_c(\omega, n)}$$

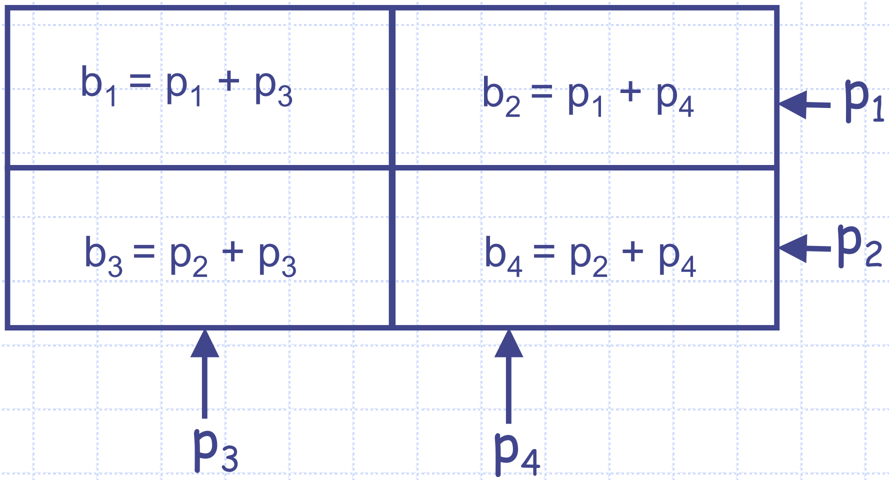


W Xia et al, IEEE TMI 1995;14-Hawkins et al. IEEE TMI 1988;7-Lewitt et al. Proc SPIE 1989; 1092-Glick et al. IEEE TMI 1994;13.

Projection/rétroprojection : Rappel

- Les opérateurs de projection et de rétroprojection sont les sous-programmes de base des algorithmes de reconstruction tomographique.
- Ils modélisent la réponse impulsionnelle d'un tomographe.





Projection/rétroprojection

- Les opérateurs de projection et de rétroprojection sont les sous-programmes de base des algorithmes de reconstruction tomographique.
- Ils modélisent la réponse impulsionnelle d'un tomographe.
- Ils ne dépendent que de la matrice de Radon ($r_{i,j}$) où
- $r_{i,j}$ = % de la valeur du pixel j qui se projette dans la projection i
- $r_{i,j}$ = % de la valeur de la projection i qui se rétro-projette dans le pixel j

f_1	f_2
f_3	f_4

$p_1 = r_{1,1}\, f_1 + r_{1,2}\, f_2$

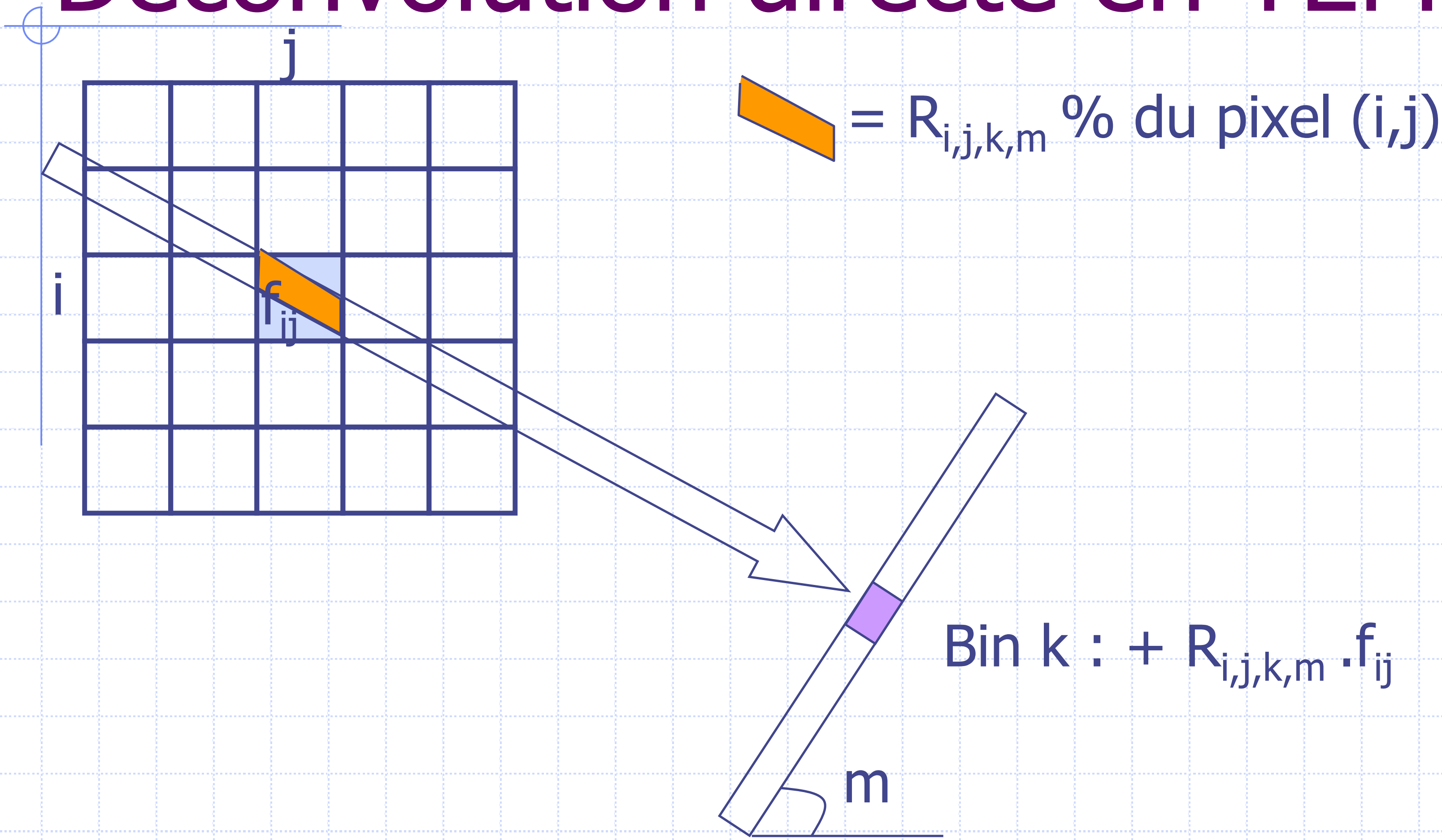
$p_2 = r_{2,3}\, f_3 + r_{2,4}\, f_4$

$p_4 = r_{4,2}\, f_2 + r_{4,4}\, f_4$

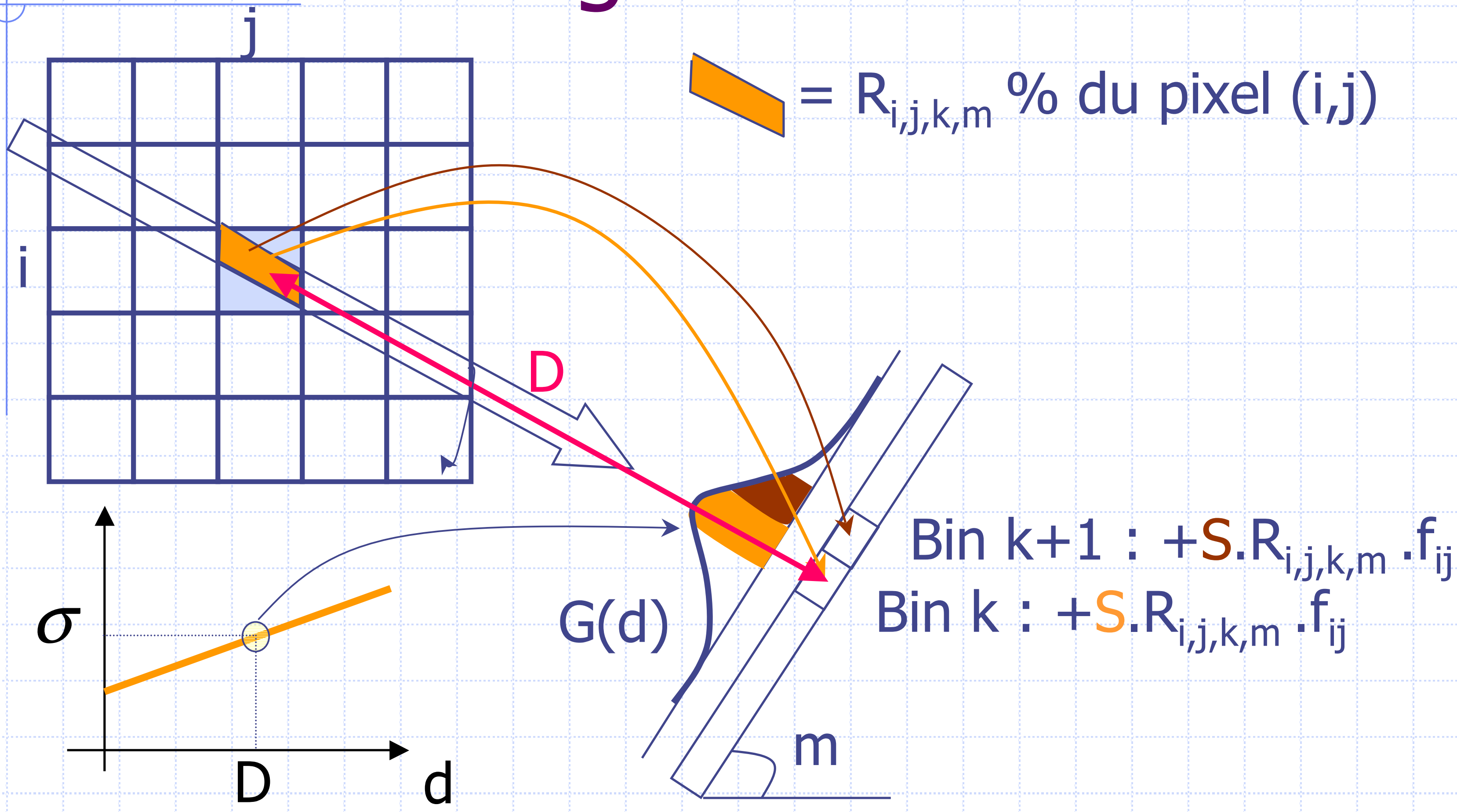
$p_3 = r_{3,1}\, f_1 + r_{3,3}\, f_3$

$b_1 = r_{1.1}\, p_1 + r_{3,1}\, p_3$	$b_2 = r_{1.2}\, p_1 + r_{4,2}\, p_4$	$\leftarrow p_1$
$b_3 = r_{2.3}\, p_2 + r_{3,3}\, p_3$	$b_4 = r_{2,4}\, p_2 + r_{4,4}\, p_4$	$\leftarrow p_2$
$\uparrow p_3$	$\uparrow p_4$	

Déconvolution directe en TEMP

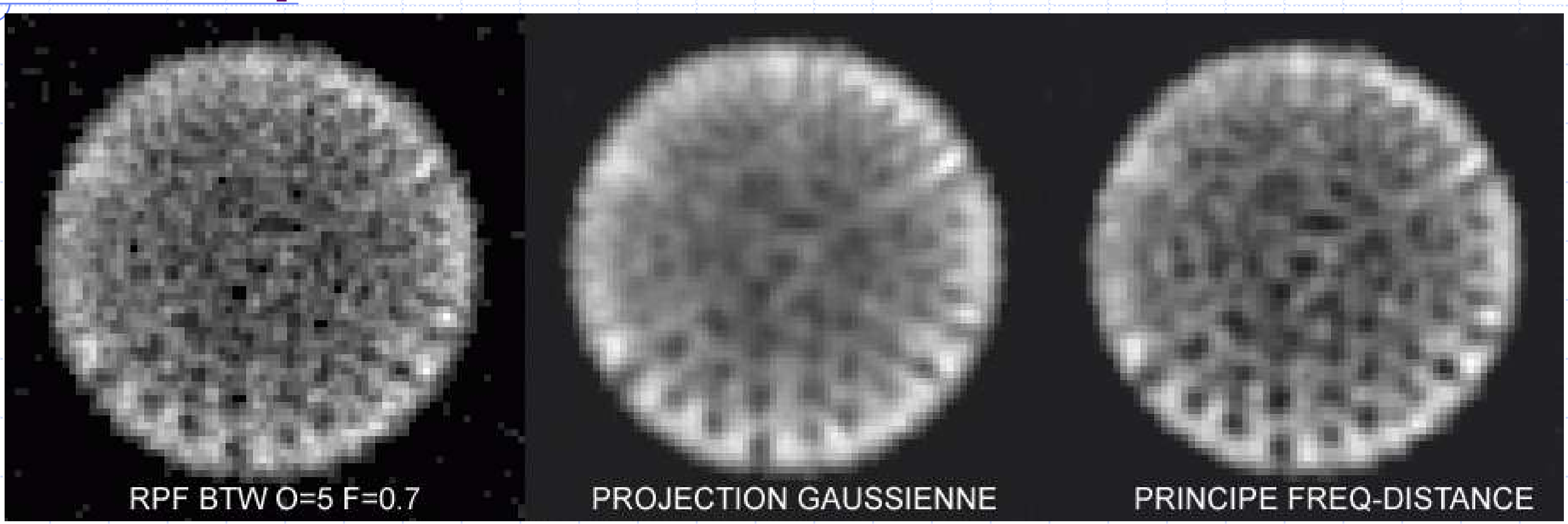


Modélisation gaussienne en TEMP



Tsui et Floyd, IEEE Trans Nucl Sci 1988;35 – A Formiconi, Phys Med Biol 1989;34 – Penney, IEEE TNS 1990;37 - McCarthy, IEEE TMI 1991;10 – Zeng, IEEE TNS 1991;38-1992;39 – Bechman, IEEE TNS 1993; 40

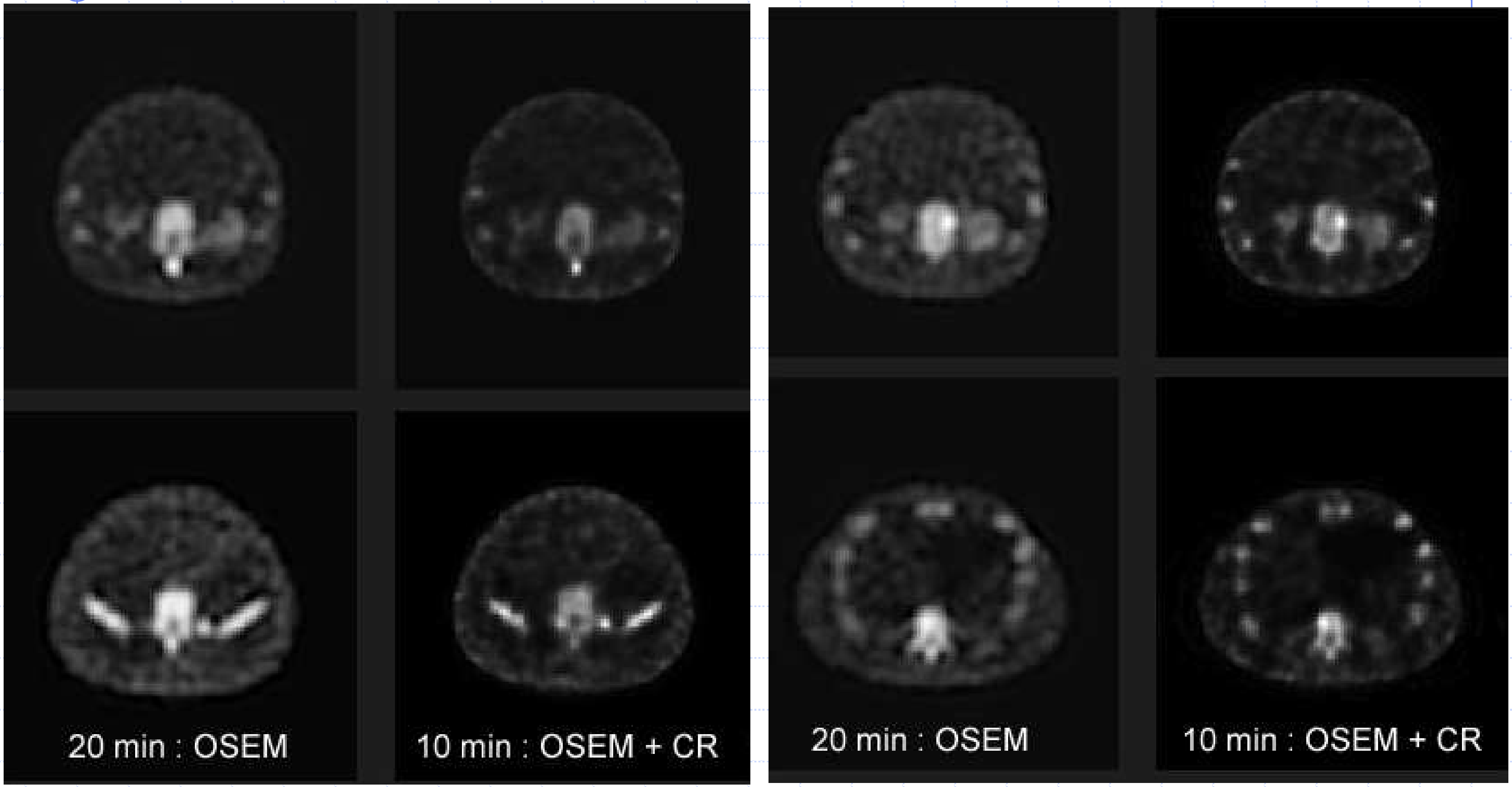
Exemple de déconvolution



Résultats comparables pour les deux méthodes

V Kohli et al. Phys Med Biol 1998;43.

Exemple de déconvolution



Applications cliniques : restore®, evolution for bone®…

Généralisation de la méthode

La modélisation de la réponse impulsionnelle est valable pour <u>tous</u> les algorithmes de reconstruction tomographique utilisant des fonctions de projection et de rétroprojection, c'est-à-dire pour:

- les méthodes itératives (ART, MLEM, OSEM, GC…)
- mais aussi la rétroprojection filtrée

(seule l'inversion directe par la formule de Radon ne peut pas en bénéficier)

En revanche, l'inversion de la transformée de Radon (directe ou par rétroprojection filtrée) se plie mal à une correction des artefacts d'atténuation, ce qui explique (entre autres) le développement d'OSEM en SPECT et PET.

CONVOLUTION

- Image = convolution de la distribution de radioactivité par la réponse impulsionnelle
  - = moyenne pondérée d'une activité par les activités voisines
  - = atténuation (par x) des fréquence spatiales les plus hautes
- Effet de volume partiel =
  - sous estimation de l'activité si dimension anatomique < 2.LMH
  - Environ –25% si e=LMH; environ –55% si e=LMH/2.
- Déconvolution
  - En / par la réponse en fréquence puis filtre passe-bas (Metz)
  - En / par la réponse en fréquence dans la TF2 du sinogramme
  - En modélisant la projection gaussienne dans le projecteur

② BRUIT & FILTRAGES

Statistique de Poisson

Rapport signal sur bruit

Filtrages Linéaires

Filtrages non linéaires

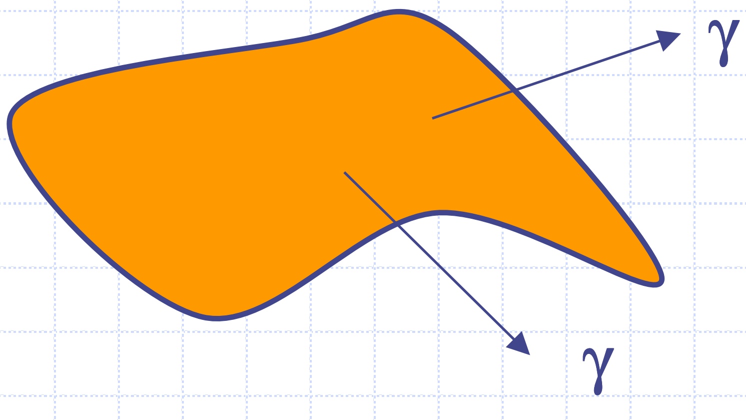
Désintégration radioactive

- **N** = Nombre de noyaux radioactifs
- λ = proba. qu'un isotope se désintègre/sec

  $\lambda = (-dN/N)/dt$

  donc en moyenne $N.\lambda.\Delta t$ désintégrations en Δt

- **P($C_{\Delta t}$=n)** : probabilité de mesurer n désintégrations dans un intervalle de temps Δt



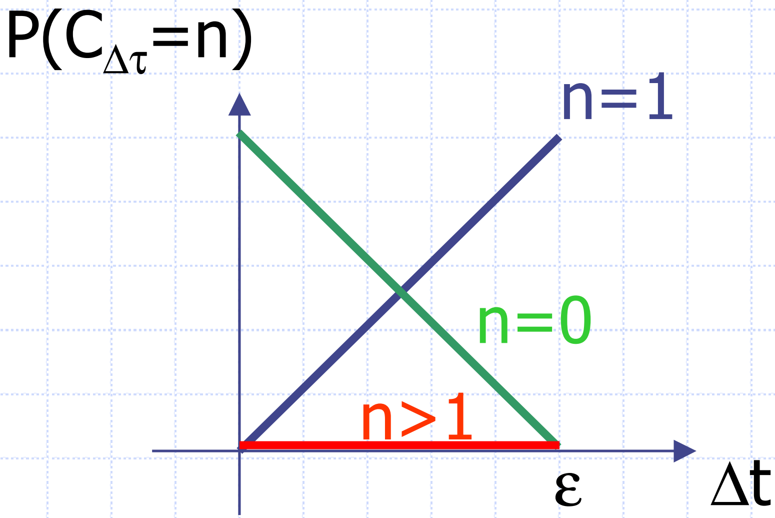
$\xrightarrow{\Delta t}$ n photons γ

Désintégration radioactive

- **Sans mémoire** (désintégrations indépendantes)
  - les désintégrations qui ont eu lieu avant l'instant t n'influent pas sur celles qui auront lieu après l'instant t.

- **Stationnaire** la probabilité d'une désintégration entre t et t+h ne dépend que de h (et pas de t)

- **Rare** : Si $\Delta t \rightarrow 0$, alors
  - $P(C_{\Delta t} = 1) \rightarrow \lambda N.\Delta t$
  - $P(C_{\Delta t} = 0) \rightarrow 1-\lambda N.\Delta t$
  - $P(C_{\Delta t} > 1) \rightarrow 0$



Statistique de Poisson (2)

Phénomène rare,
sans mémoire
et stationnaire

⇕ Radioactivité = Processus **POISSONNIEN**

$$P(C_{\Delta t} = n) = e^{-\lambda N \Delta t} \frac{(\lambda N \Delta t)^n}{n!}$$

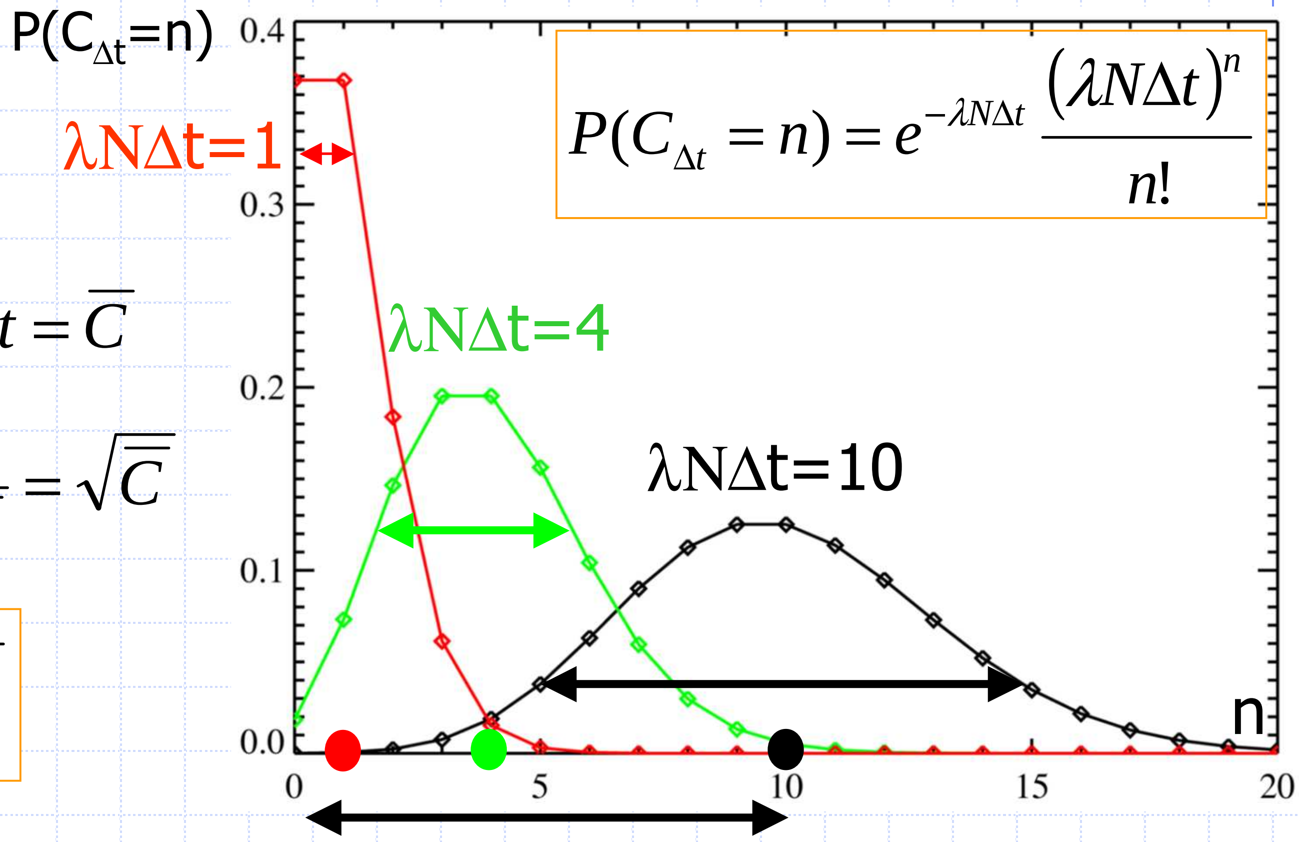
http://pbil.univ-lyon1.fr/R/pdf/AvnerDea_mer.pdf, pages 16 à 22
cg.ensmp.fr/bibliotheque/1965/MATHERON/Cours/DOC_00287/MATHERON_Cours_00287.pdf, pages 18-22

Statistique de Poisson (3)

$$E = \sigma^2 = \lambda N \Delta t = \overline{C}$$

$$\Rightarrow \frac{S}{B} = \frac{E}{\sigma} = \frac{\overline{C}}{\sqrt{\overline{C}}} = \sqrt{\overline{C}}$$

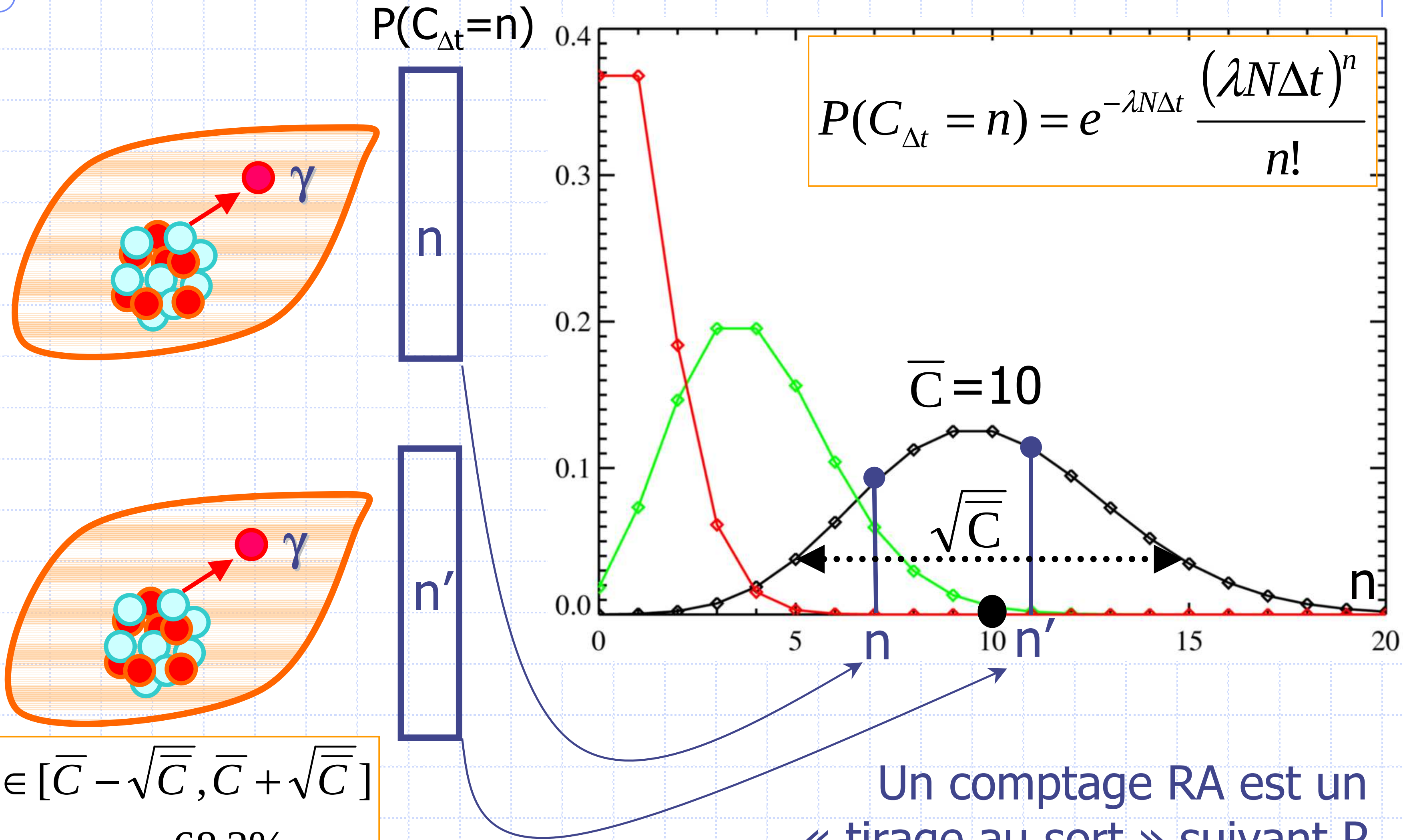
$$\boxed{\frac{S}{B} = \sqrt{\overline{C}}}$$



$$P(C_{\Delta t} = n) = e^{-\lambda N \Delta t} \frac{(\lambda N \Delta t)^n}{n!}$$

$\overline{C}$ nombre moyen de désintégration pendant $\Delta t = \lambda.N.\,\Delta t$

Statistique de Poisson (4)

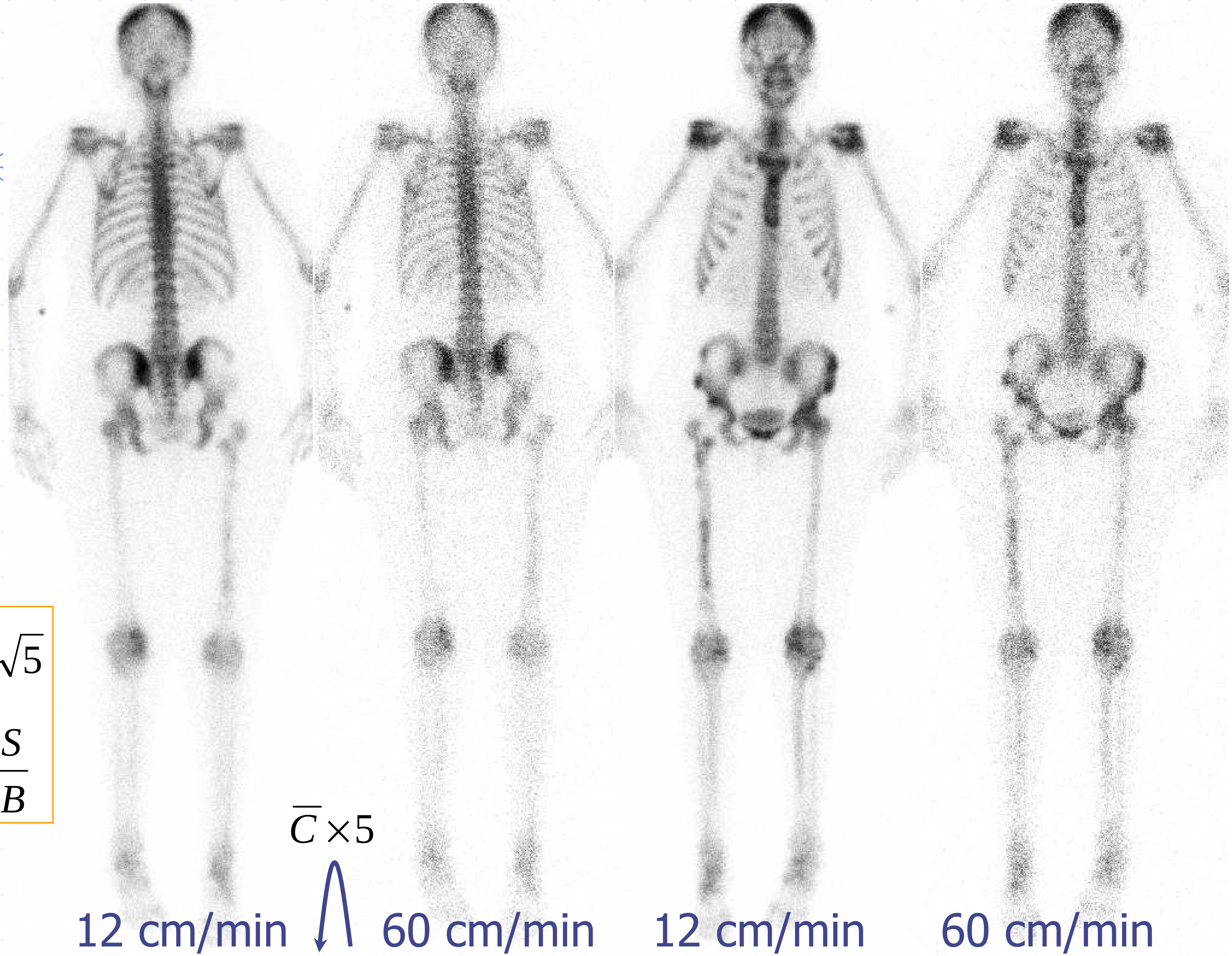


$$P(C_{\Delta t}=n)=e^{-\lambda N\Delta t}\,\frac{(\lambda N\Delta t)^n}{n!}$$

$$C\in[\overline{C}-\sqrt{\overline{C}},\overline{C}+\sqrt{\overline{C}}]$$

$$p=68{,}3\%$$

Un comptage RA est un « tirage au sort » suivant P



$$\frac{S}{B} \times \sqrt{5}$$

$$\approx 2.\frac{S}{B}$$

ECHANTILLONNAGE pratique (2)

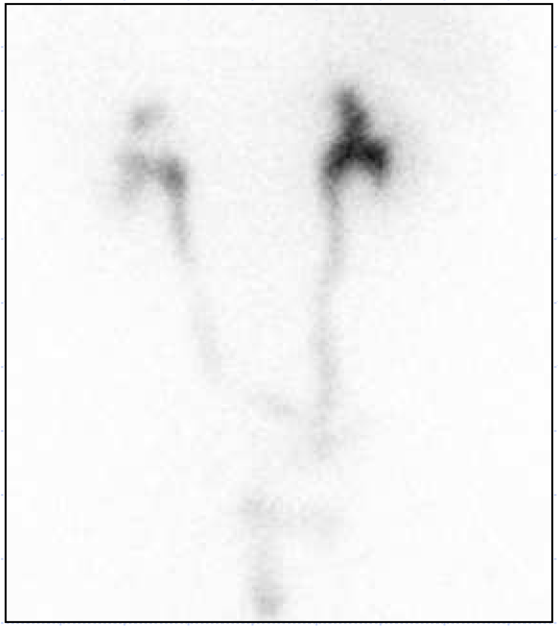
- Champ d'une gamma-caméra : 40x53 cm
- LMH en mode planaire = 7 mm
  - 530 / 3.5 = 151 pixels / côté $\Rightarrow$ 256 pixels
  - Si 512 pixels (pixels découpés en 4) :
    - Résolution inchangée
    - C divisé par 4 $\Rightarrow$ S/B divisé par 2

ECHANTILLONNAGE pratique (2)

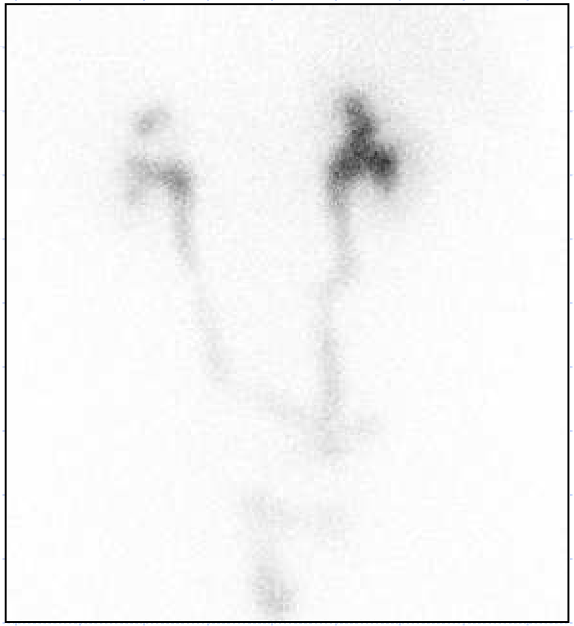
- Champ d'une gamma-caméra : 40x53 cm
- LMH en mode planaire = 7 mm
  - 530 / 3.5 = 151 pixels / côté ⇒ 256 pixels
  - Si 512 pixels (pixels découpés en 4) :
    - Résolution inchangée
    - C divisé par 4 ⇒ S/B divisé par 2
- LMH en mode tomographique = 18 mm
  - 530 / 9 = 59 pixels / côté ⇒ 64 pixels
  - Si 128 pixels (pixels découpés en 4) :
    - Résolution inchangée
    - C divisé par 4 ⇒ S/B (fortement) diminué

ECHANTILLONNAGE pratique (2)

256

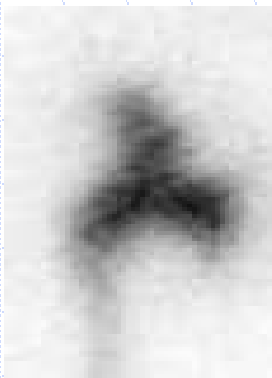


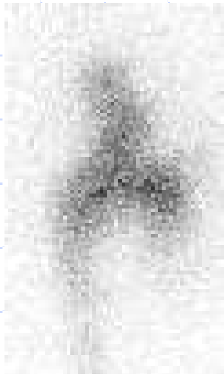
512



1024

256



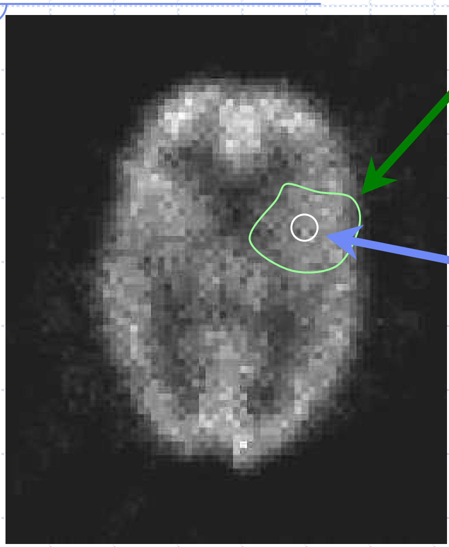


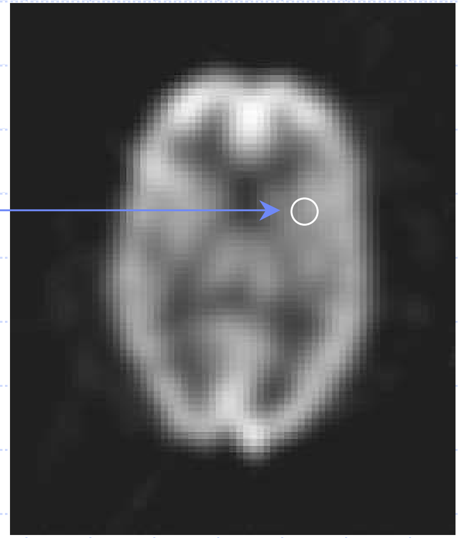
1024

TAUX DE COMPTAGE

- Désintégration = rare, sans mémoire, stationnaire
  - Donc statistique de Poisson de moyenne $\overline{C} = \sigma^2$
  - Donc S/B = $\sqrt{\overline{C}}$
- Conséquence : optimiser le taux de comptage
  - Activité injectée suffisante, pas de point d'injection (masqué)
  - Mais surtout : temps de pose suffisant
- Taille des pixels lors de la numérisation
  - d = LMH/2
  - Si d < LMH /2, on dégrade le rapport S/B sans gain en résolution.
  - Si d > LMH /2 on dégrade la résolution et on aggrave les effets de volume partiel.

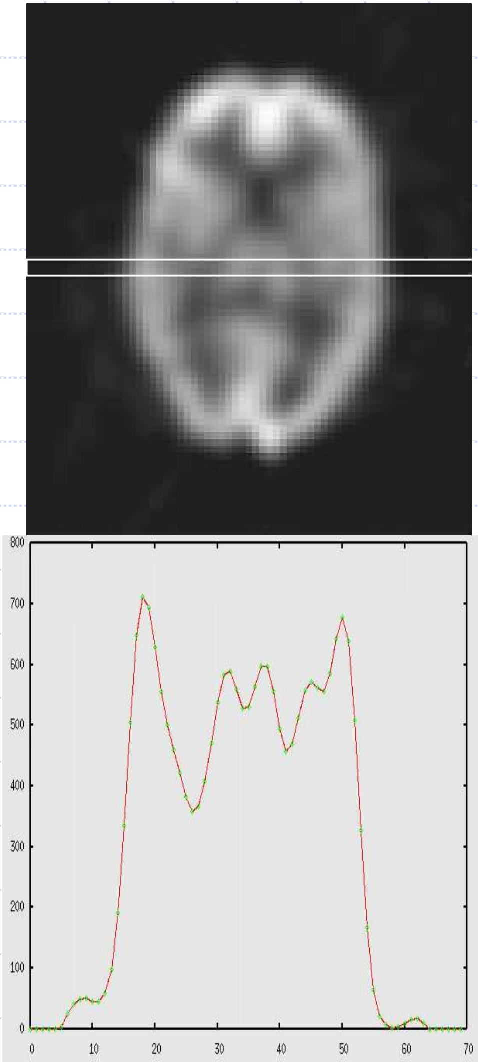
Notion de filtrage

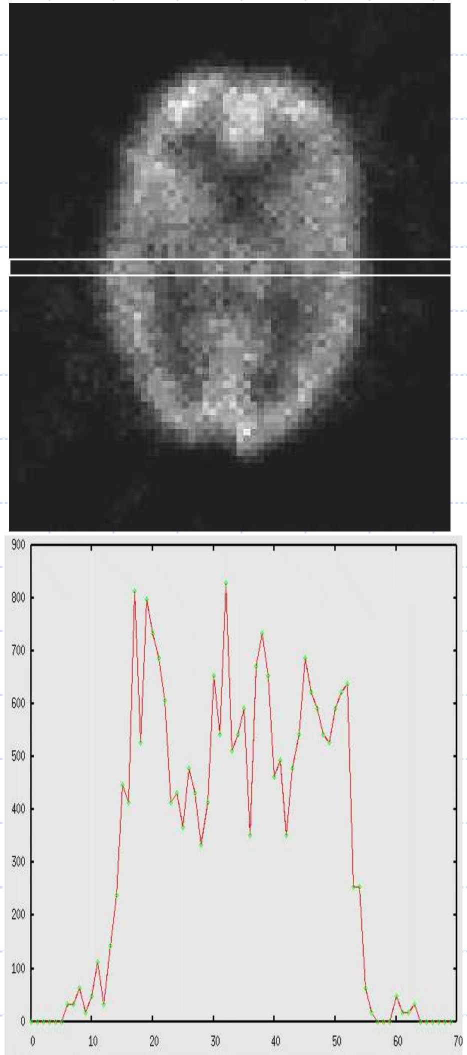




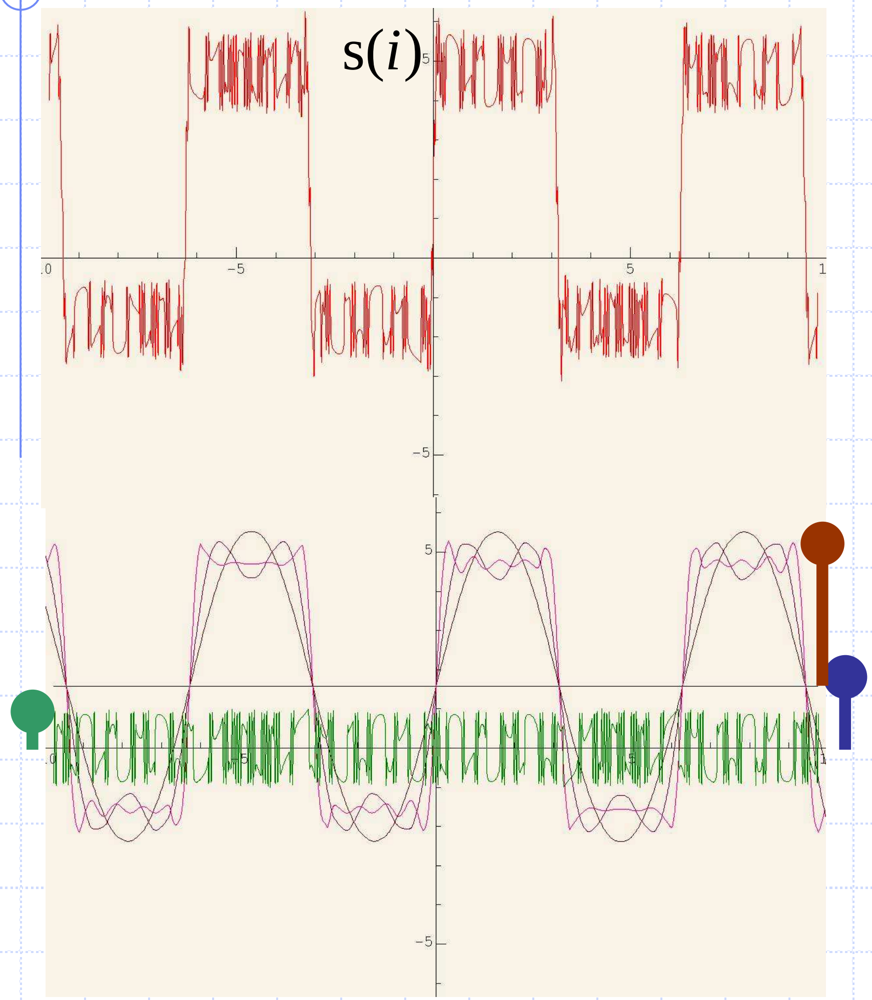
- Filtrer un image médicale, c'est
  - éliminer les signaux gênants
  - respecter les signaux pertinents
- C'est donc au médecin nucléaire de définir :
  - un <u>critère pour discriminer</u> signaux parasites et pertinents
  - un <u>algorithme pour éliminer</u> les signaux parasites

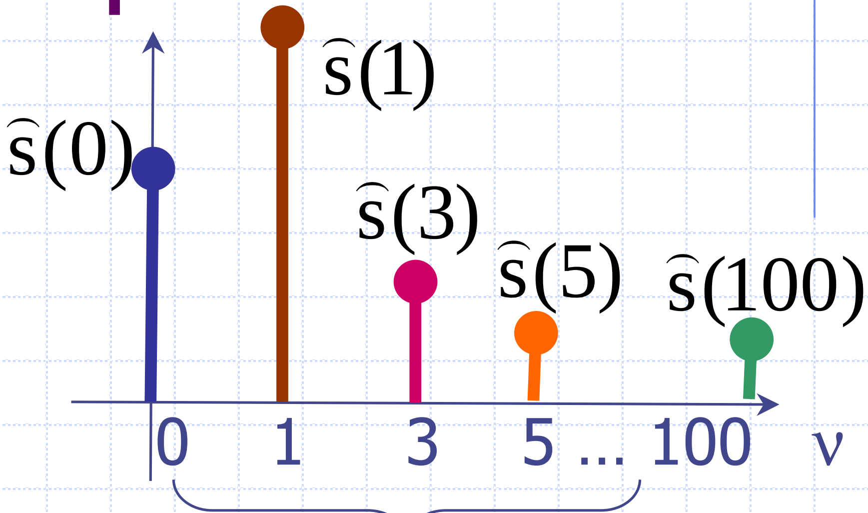
1° idée : critère fréquentiel

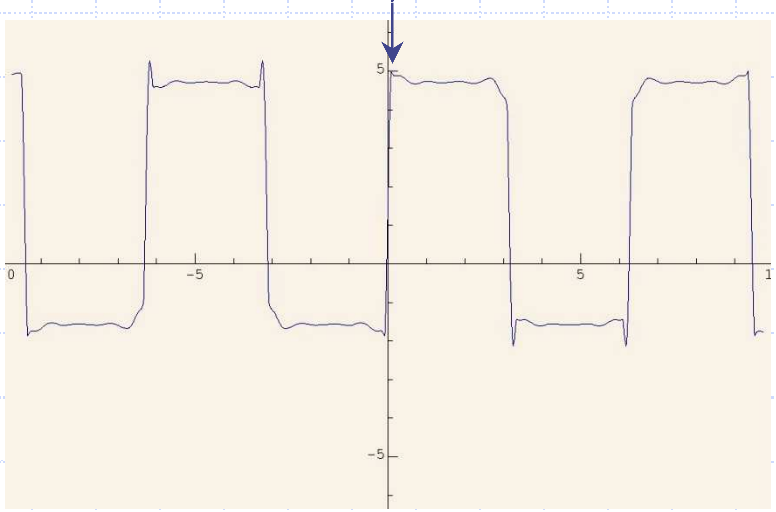




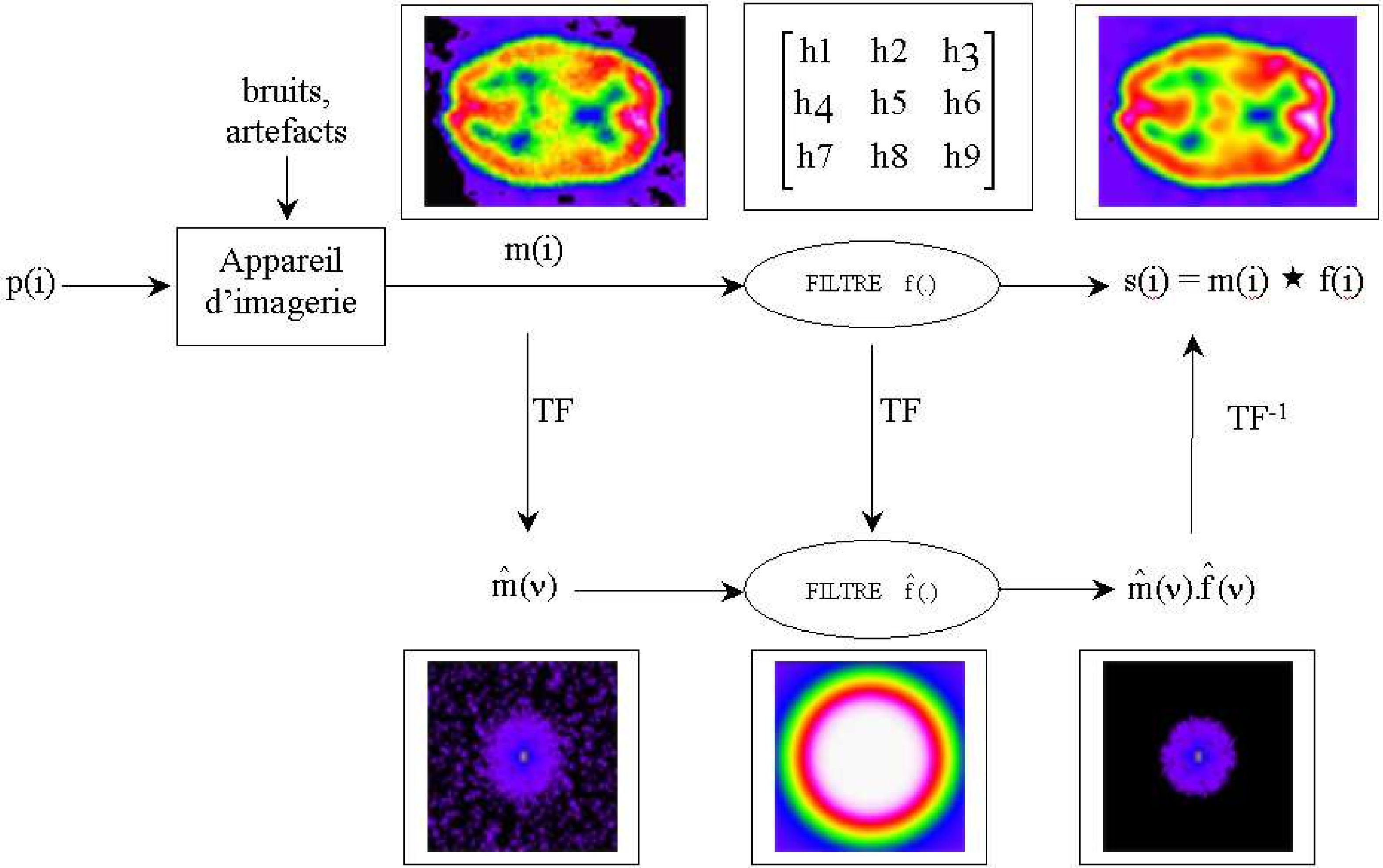
Représentation fréquentielle

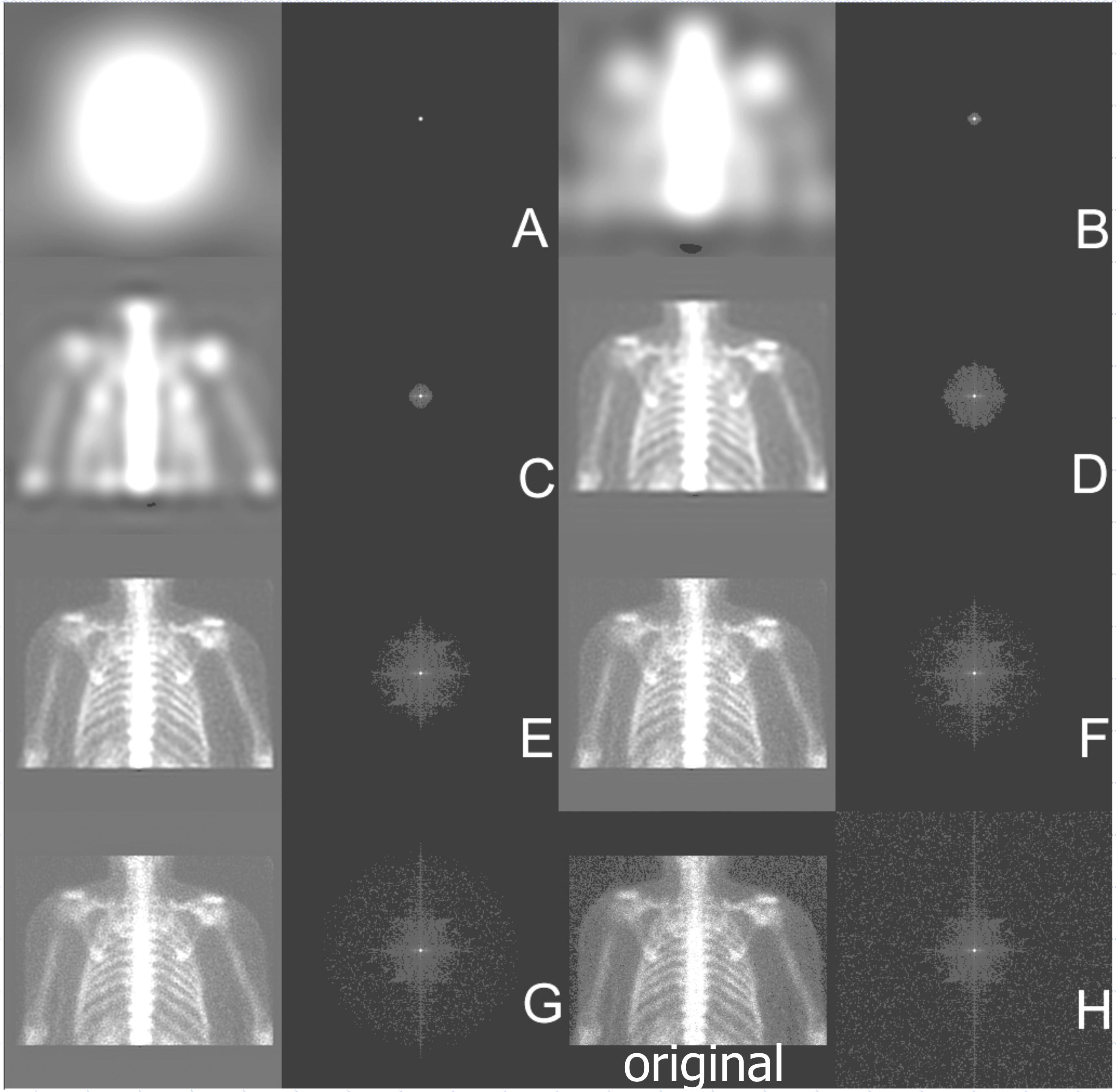






Filtrage linéaire d'image

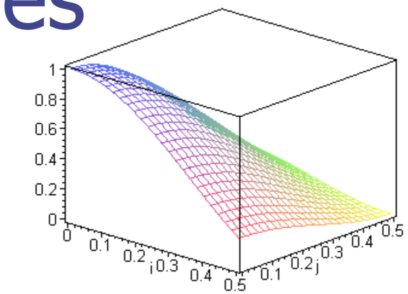



A
B
C
D
E
F
G
original
H

Filtres passe-bas

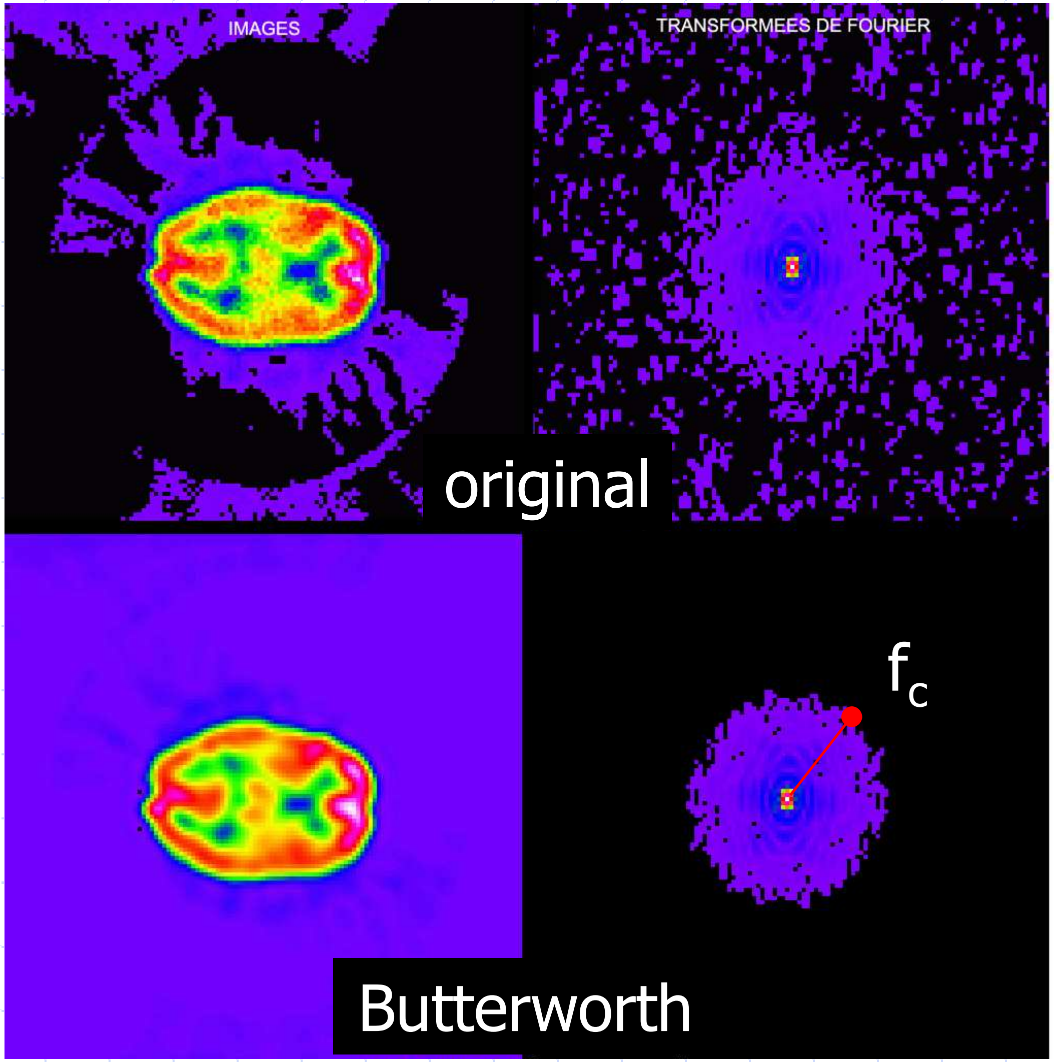
- Convolution: $s(i) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(k).m(i-k)$
- Remplace chaque NG par une moyenne pondérée des NG voisins $\frac{1}{16}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$
- Atténuation sélective de certaines fréquences

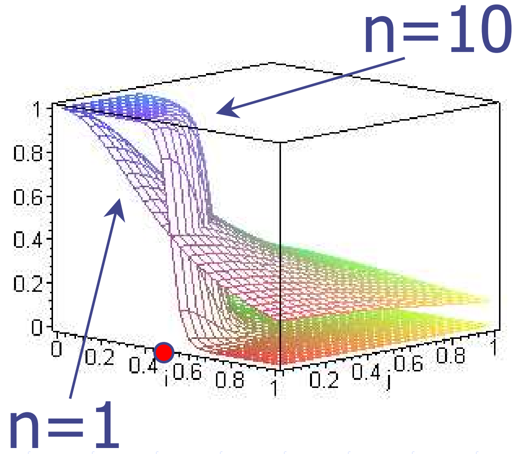
$$\hat{f}(\nu) = 0{,}5.[1 + \cos(\pi \frac{\nu}{\nu_e})]$$



- Un appareil d'imagerie est un exemple de filtre linéaire passe-bas

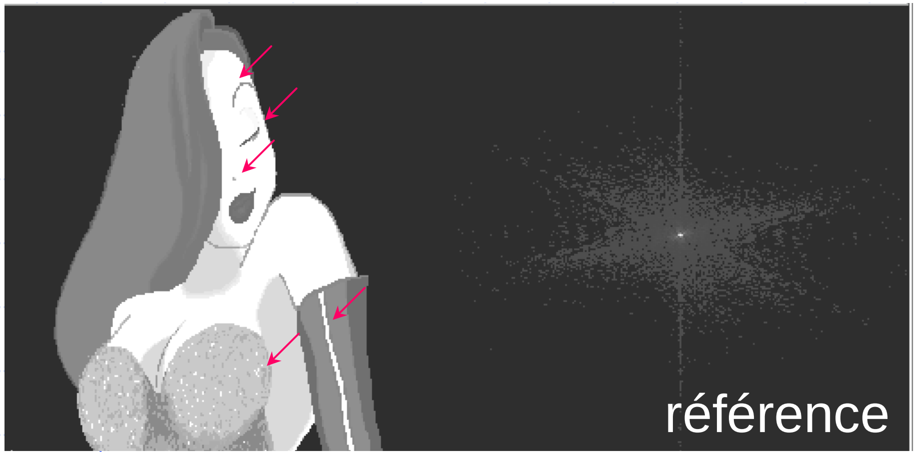
Exemple: filtres de Butterworth

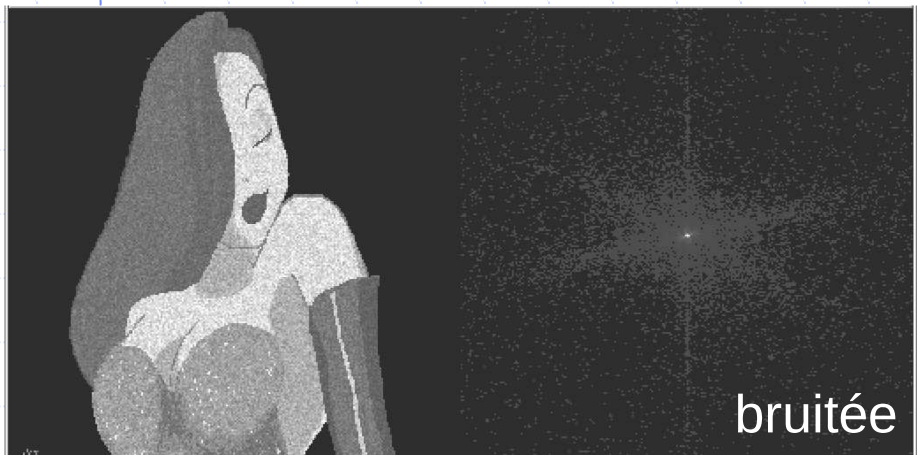


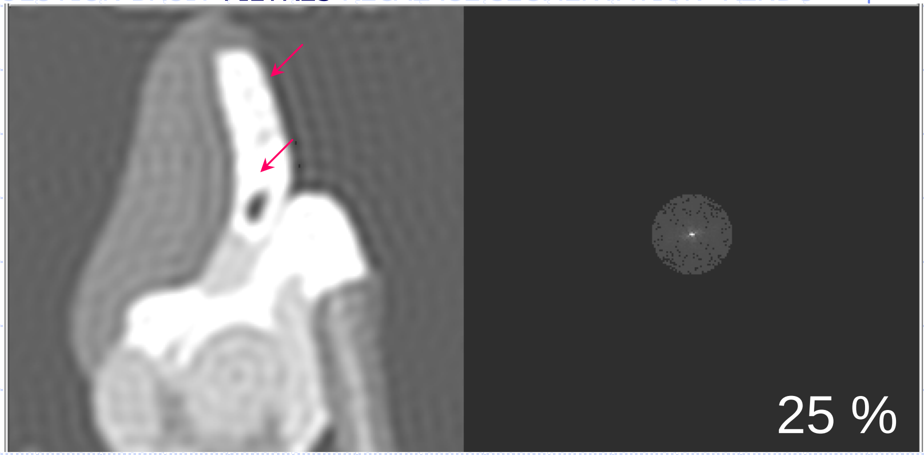


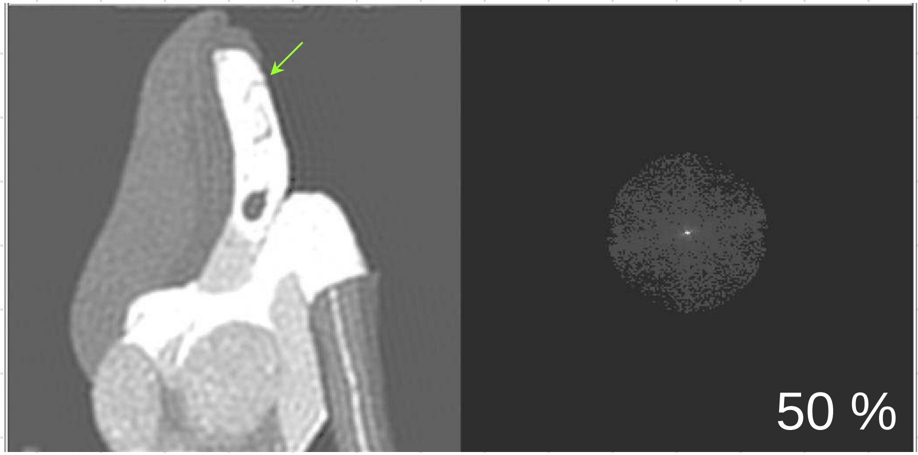
$$\hat{f}(\nu,\nu') = \frac{1}{1+\left(\frac{\sqrt{\nu^2+\nu'^2}}{f_c}\right)^{2.n}}$$

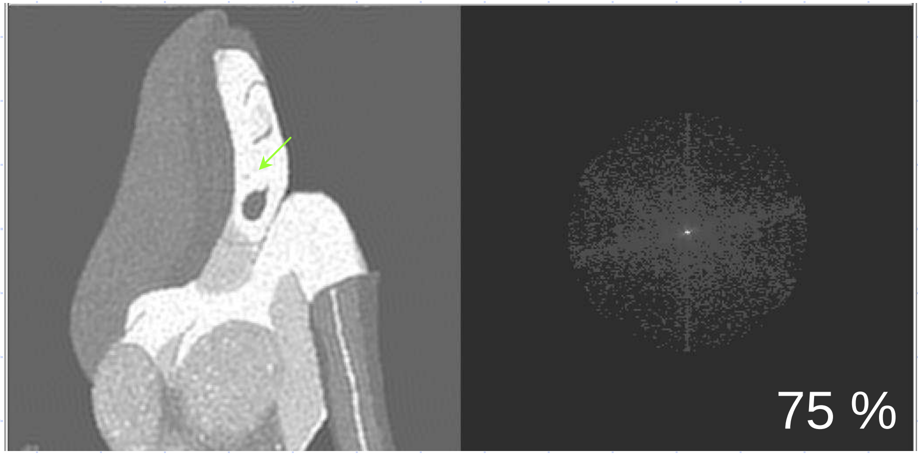
Filtres linéaires











FILTRES LINEAIRES

Ils opèrent par convolution (moyenne pondérée) ou par amplification sélective des fréquences spatiales. Ces filtres sont réversibles si $\widehat{h}(\nu) \neq 0$ pour toute fréquence de l'image.

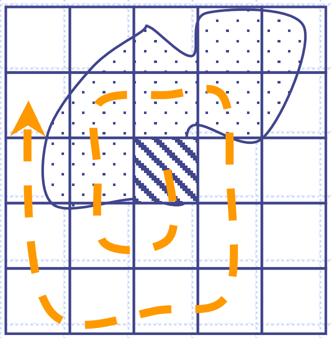
- ▲ Facilité (relative) de synthèse
  - ▲ via une fréquence de coupure et un gabarit
  - ▲ ou par définition d'un masque de convolution
- ▲ Contrôle des caractéristiques modifiées
  - ▲ via les fréquences spatiales amplifiées
  - ▲ en lien avec la résolution de la γ-caméra
- ▼ Information de voisinage mal prise en compte
- ▼ Altération de la résolution si filtrage passe-bas

D'autres types de filtrages…

ALGORITHME / MASQUE	LINEAIRE	NON LINEAIRE
INVARIANT	FILTRE LINEAIRE ($\bar{x}$,masque fixe, discrimination en fréquences)	FILTRE MEDIAN (MEDIANE) FILTRE MORPHOLOGIQUE (MIN, MAX)
NON INVARIANT	LISSAGE SUR MASQUE ADAPTE ($\bar{x}$ sur masque variable)	SHINE (ACP) FILTRE MORPHOLOGIQUE (MIN, MAX)

Introduction au traitement numérique des images médicales. D. Mariano-Goulart. *EMC.* (Elsevier Masson SAS, Paris), Radiodiagnostic - Principes et techniques d'imagerie, 35-100-A-10, 2009, p. 1-21.

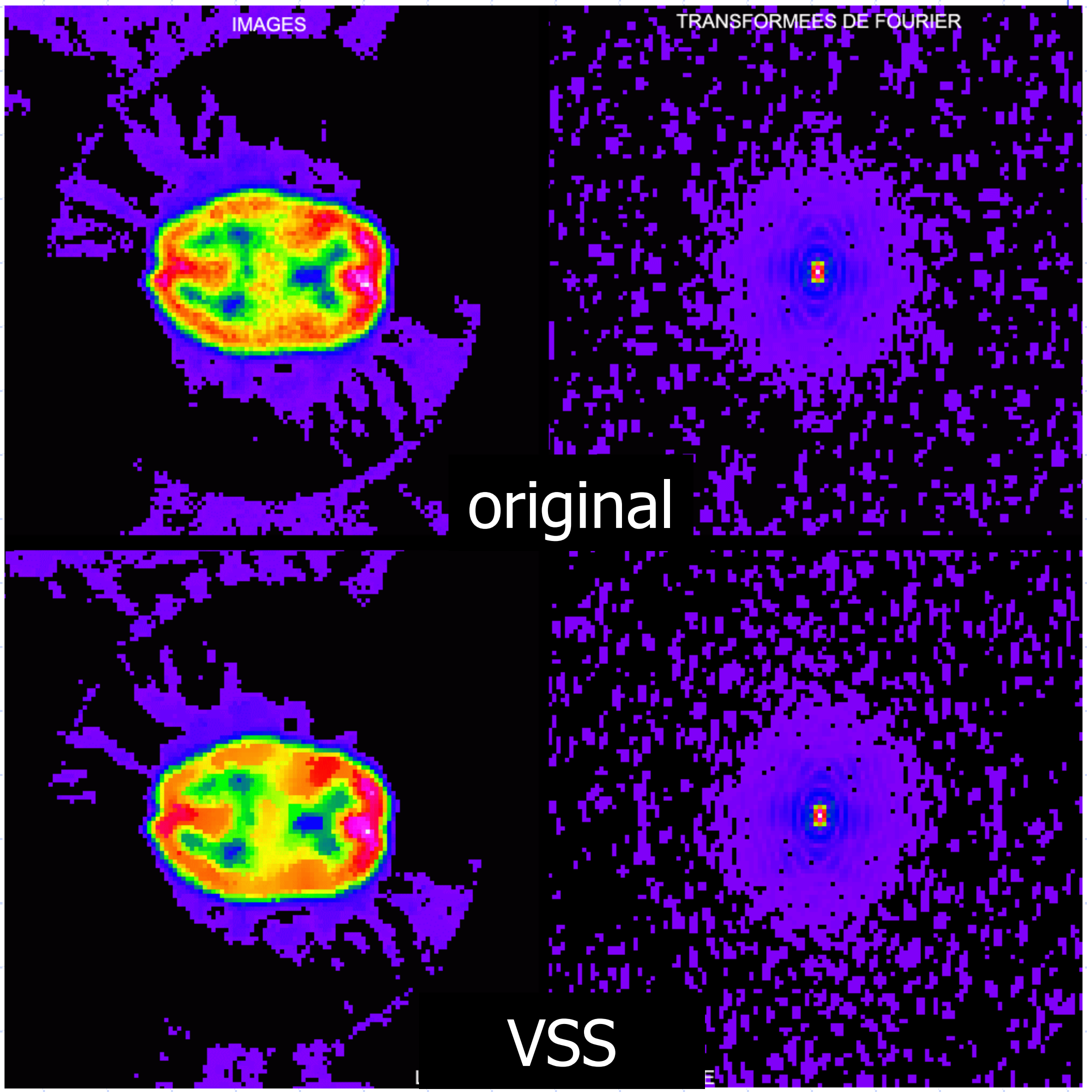
Lissage sur masque adapté (VSS)



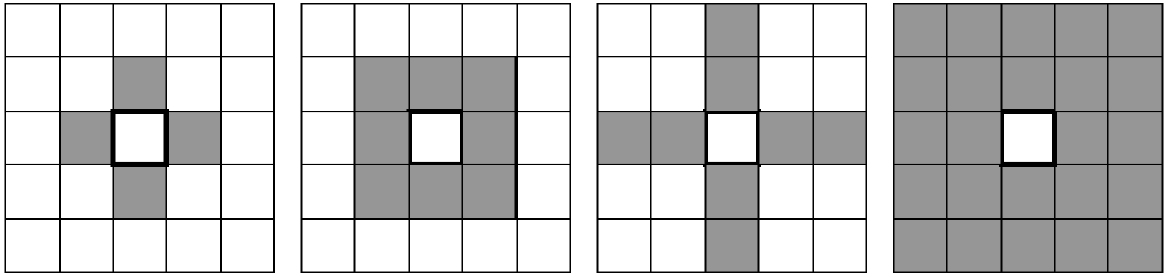
Accumulation pour moyenne des

$$s(i',j') \in s(i,j) \pm 2\sqrt{s(i,j)}$$

Ce filtre opère toujours une moyenne, mais n'est plus linéaire car non invariant en translation (le masque change).

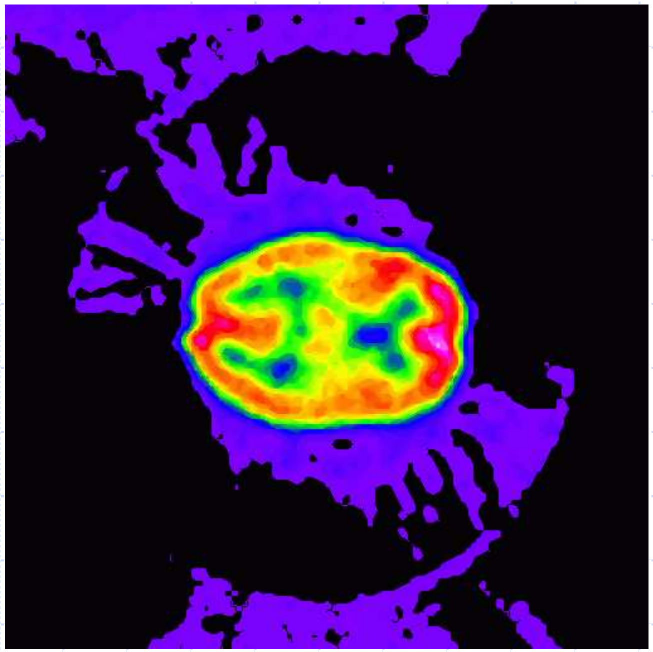


Filtre médian

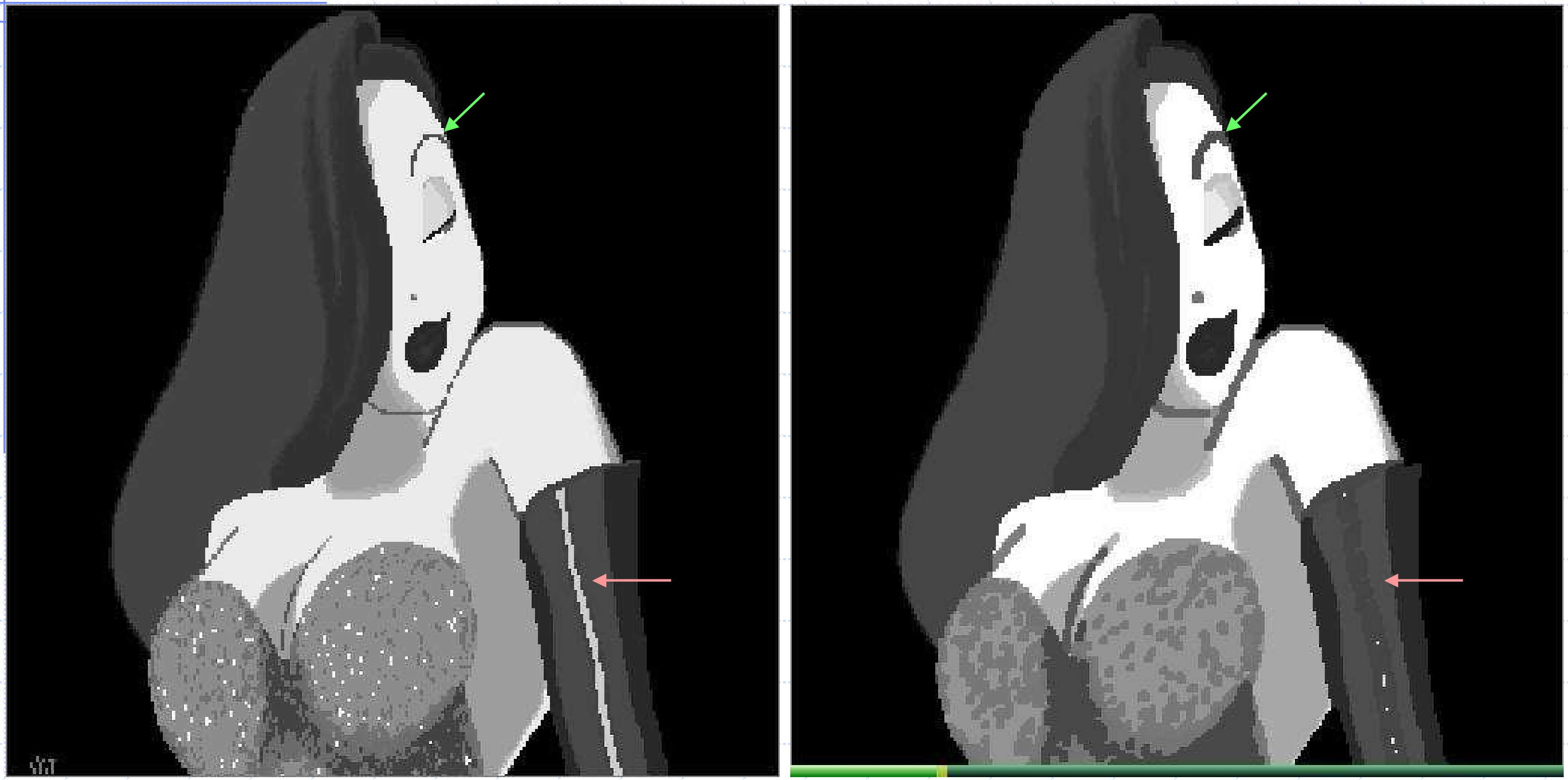


On remplace s(i,j) par la valeur de pixel médiane dans un voisinage fixe de (i,j)

Ce filtre opère de façon non linéaire (il ne calcule pas de moyenne pondérée)



Opérateurs morphologiques

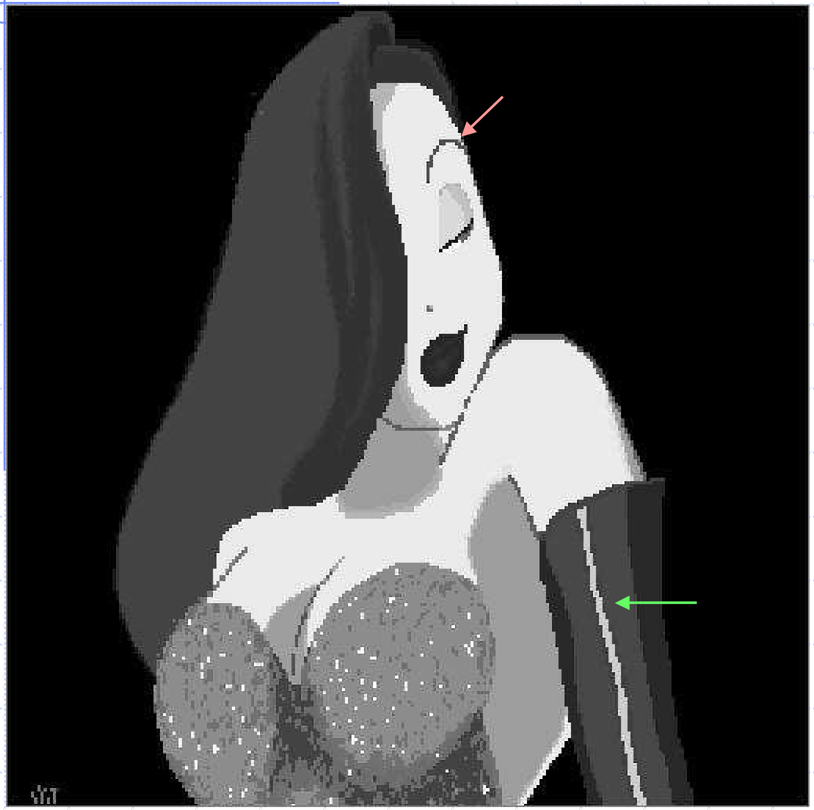


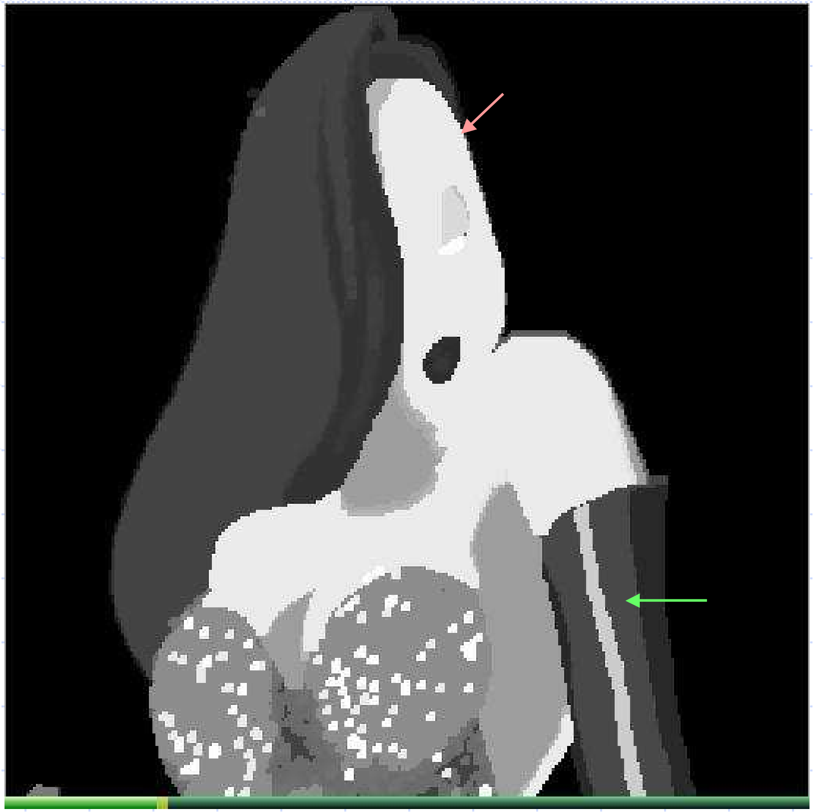
érosion $$\varepsilon(s)(i,j) = \operatorname*{Inf}_{(i',j')\in V_{i,j}} s(i',j')$$

Algorithme : remplace chaque valeur de pixel par le minimum des valeurs des pixels du voisinage

↳ Diminue le signal, élargit les hypo-signaux, gomme les hyper-signaux

Opérateurs morphologiques



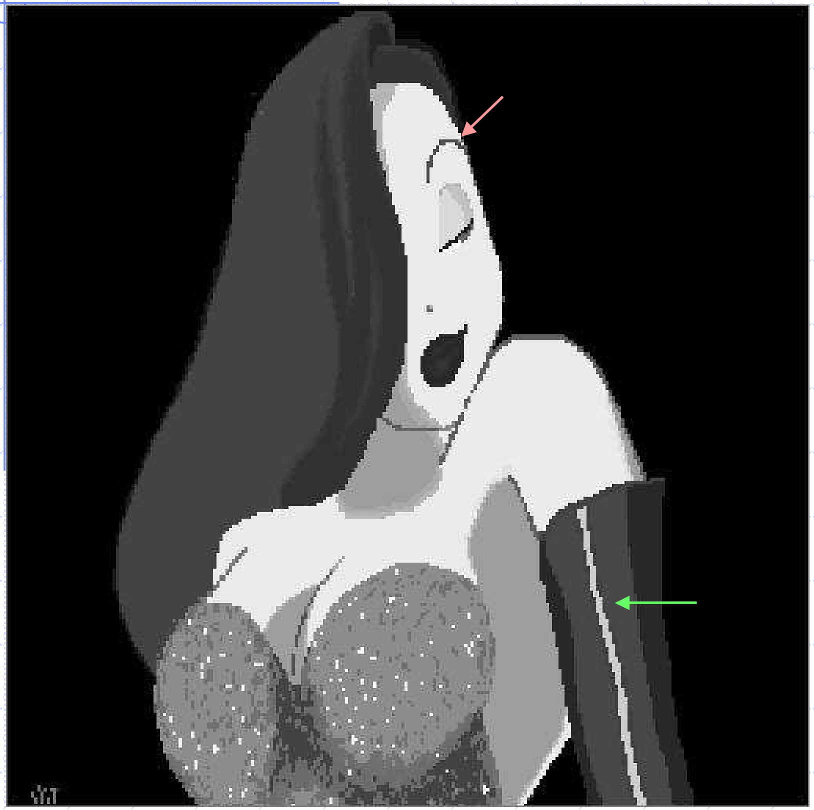


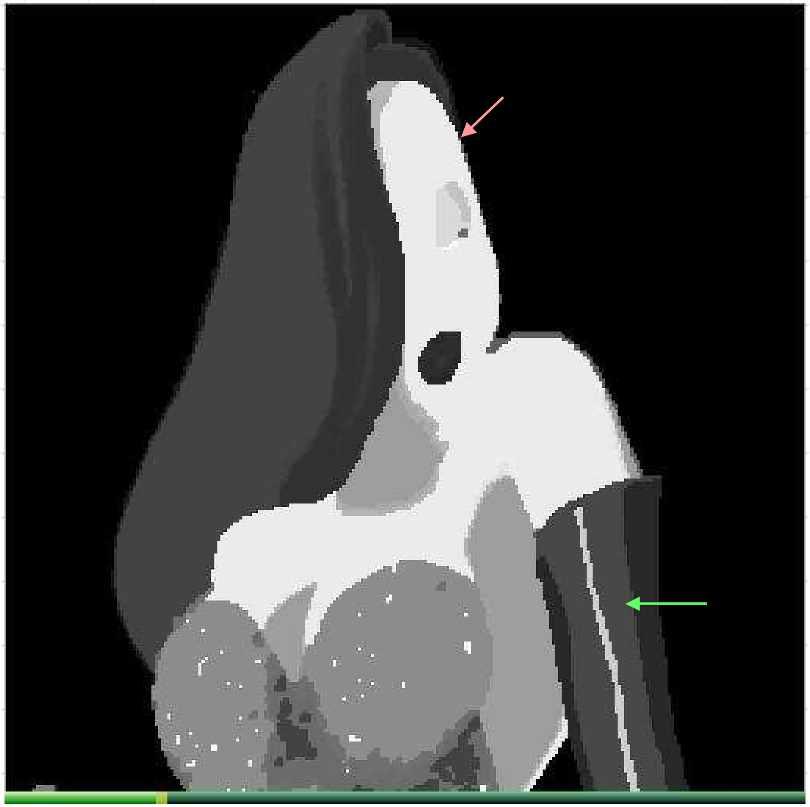
dilatation $$\delta(s)(i,j) = \sup_{(i',j') \in V_{i,j}} s(i',j')$$

Algorithme : remplace chaque valeur de pixel par le maximum des valeurs des pixels du voisinage

↳ Augmente le signal, élargit les hyper-signaux, gomme les hypo-signaux

Opérateurs morphologiques



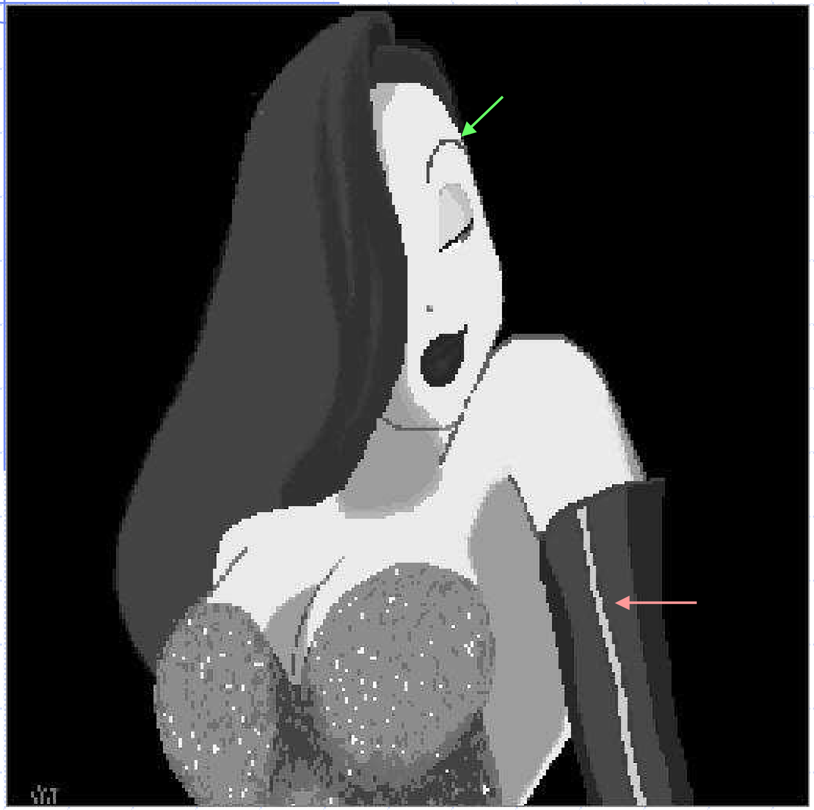


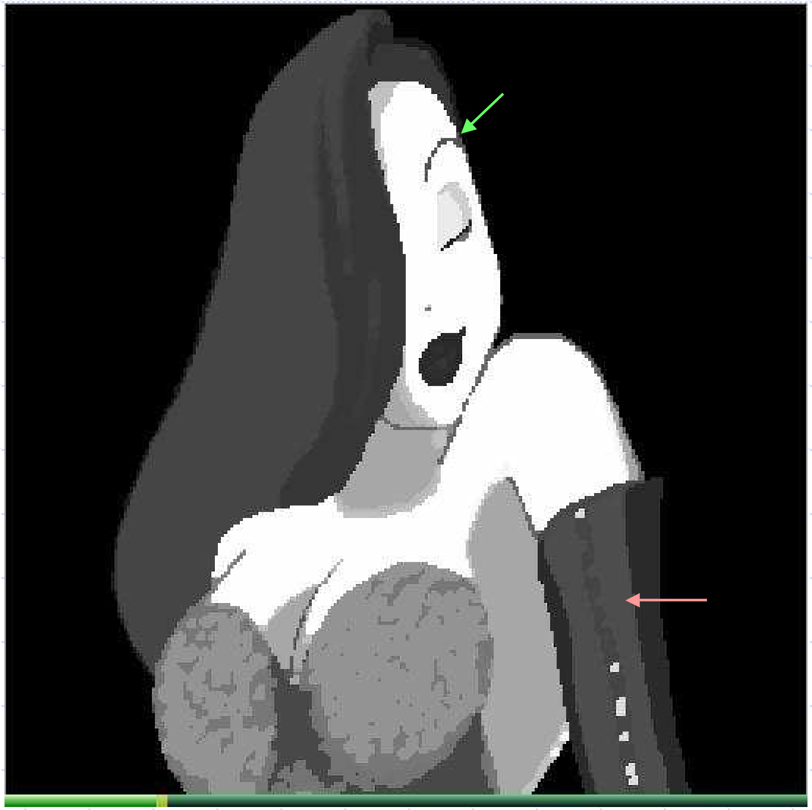
fermeture $\varphi(s)(i,j) = (\varepsilon \circ \delta)(s)(i,j)$

Algorithme d'une fermeture : dilatation puis érosion du résultat

↳ gomme les hypo-signaux petits par rapport à V

Filtres morphologiques



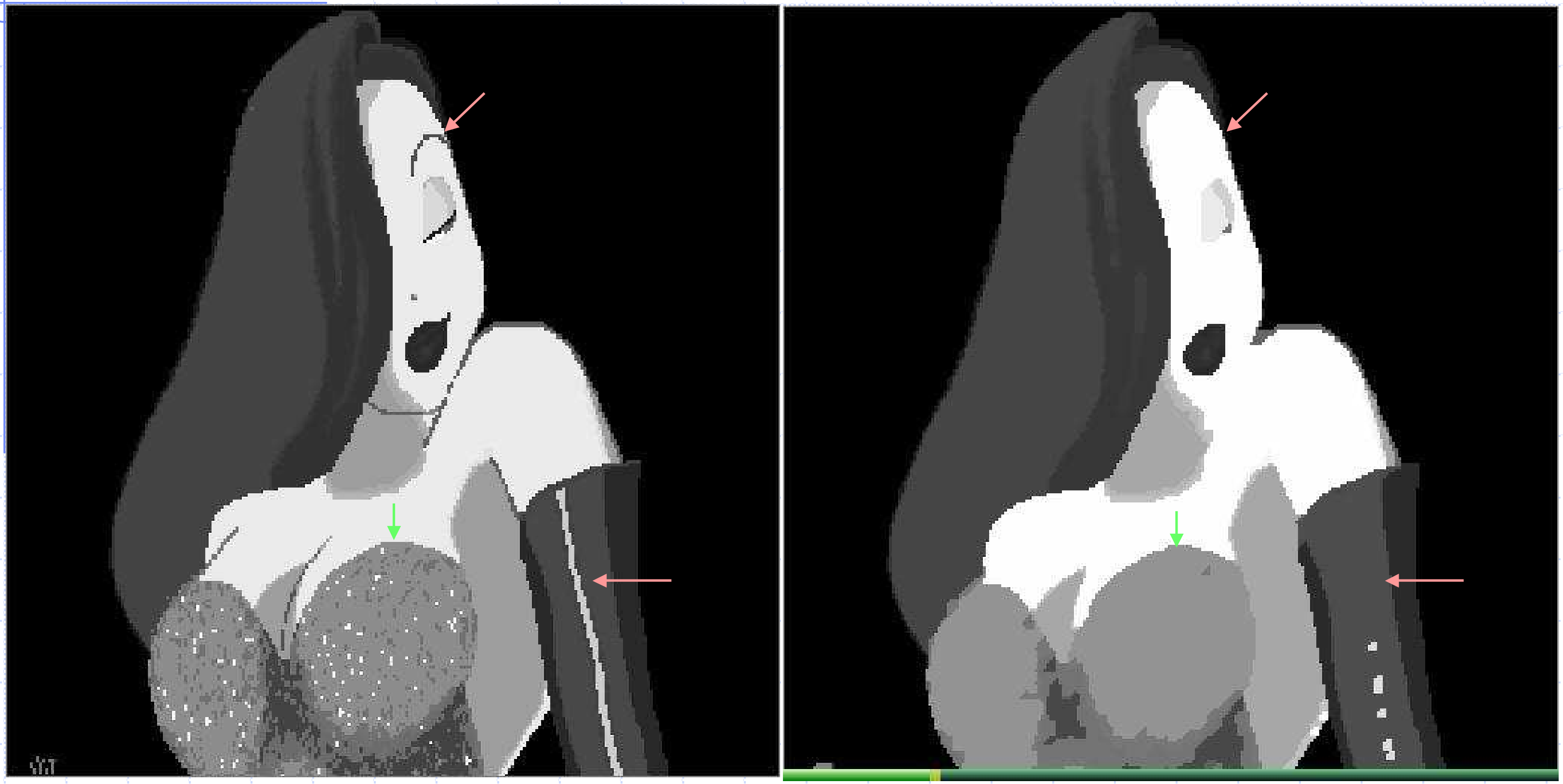


ouverture $\boxed{\gamma(s)(i,j) = \left(\delta \circ \varepsilon\right)(s)(i,j)}$

Algorithme d'une ouverture : érosion puis dilatation du résultat

↳ gomme les hyper-signaux petits par rapport à V

Filtres morphologiques

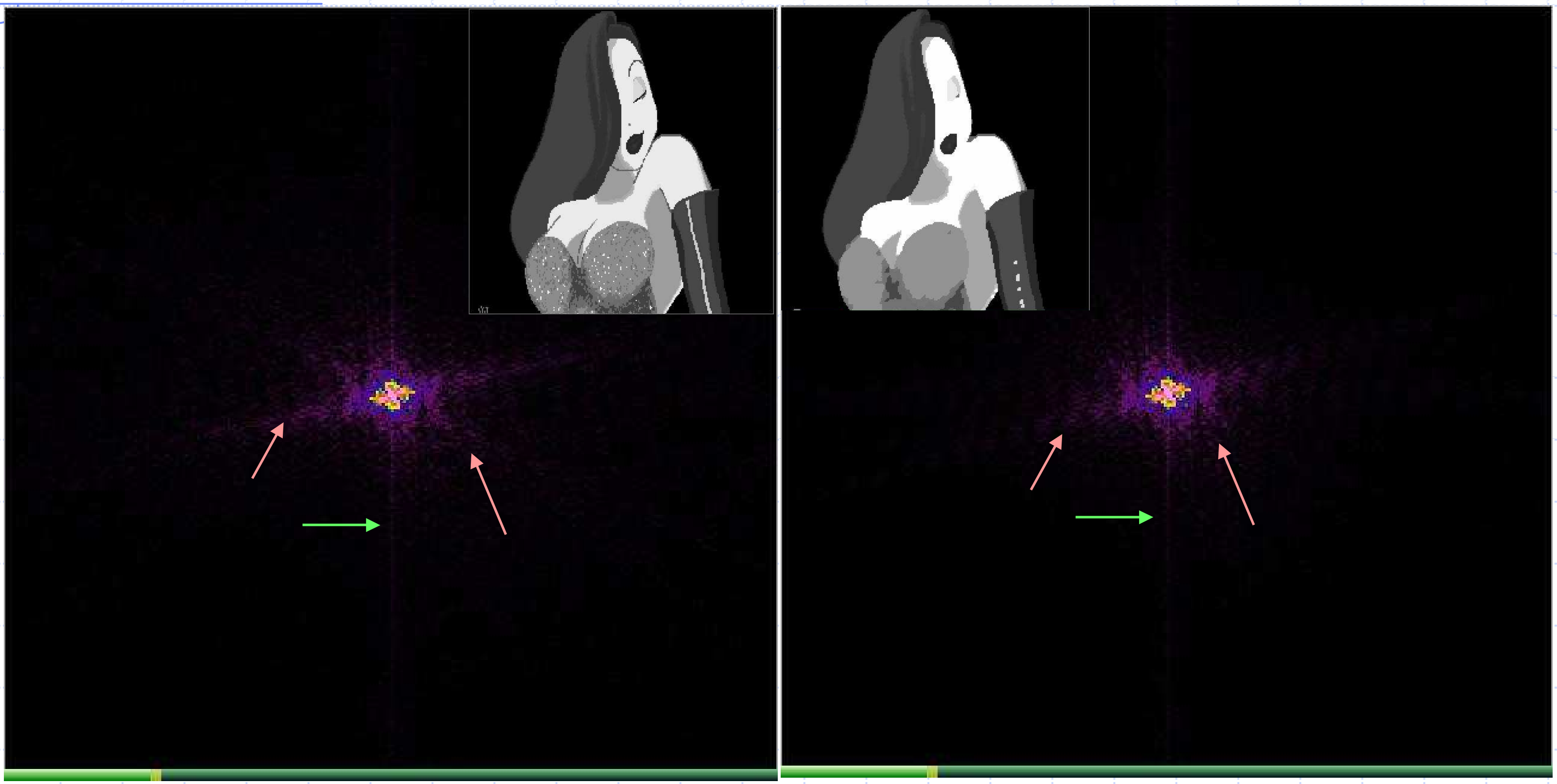


$$\gamma\varphi(s)(i,j) = (\delta \circ \varepsilon)(\varepsilon \circ \delta)(s)(i,j)$$

Algorithme : fermeture suivie d'une ouverture

↳ gomme les hyper et les hypo-signaux petits par rapport à V

Filtres morphologiques

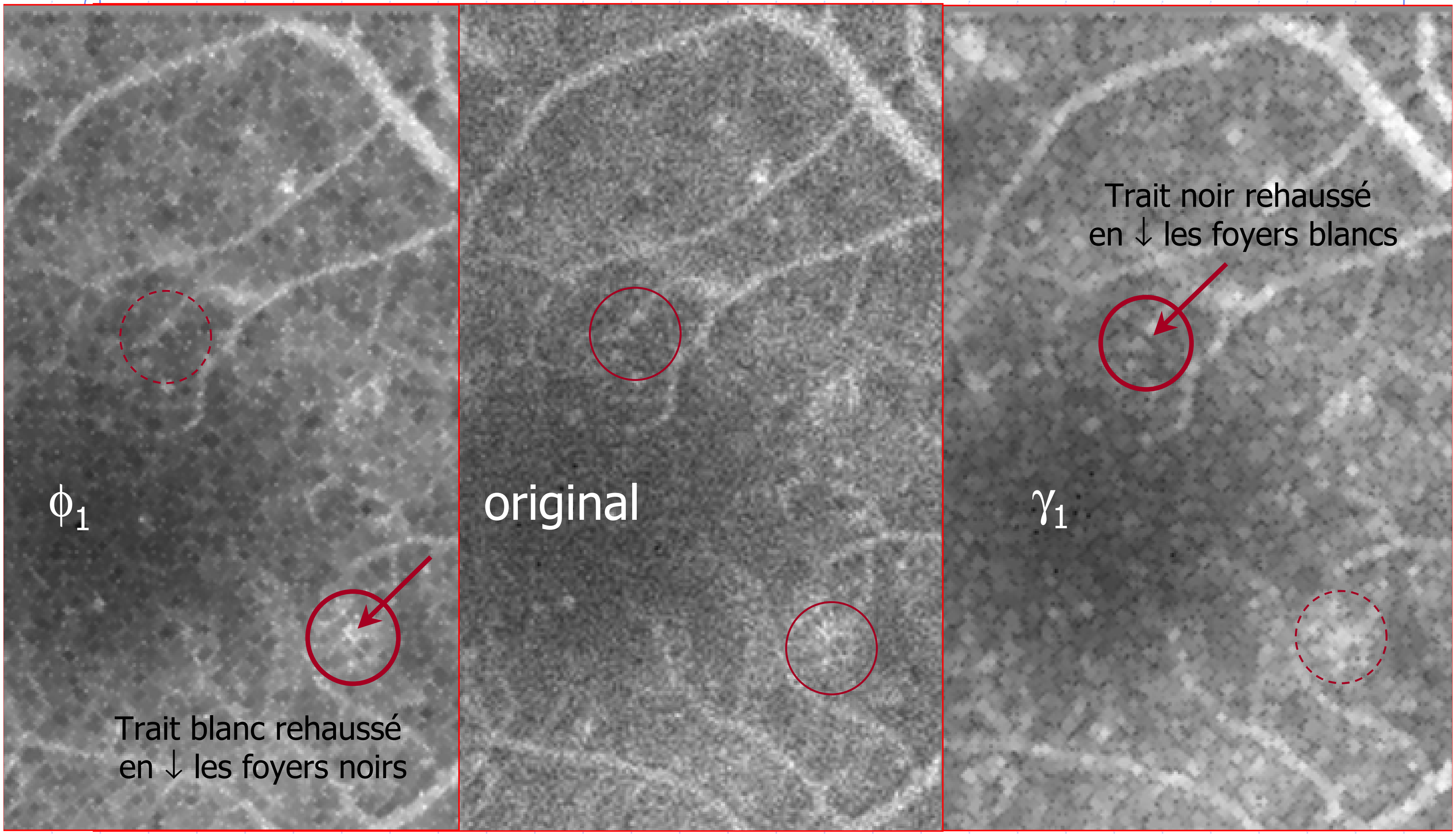


$$\gamma\varphi(s)(i,j) = (\delta \circ \varepsilon)(\varepsilon \circ \delta)(s)(i,j)$$

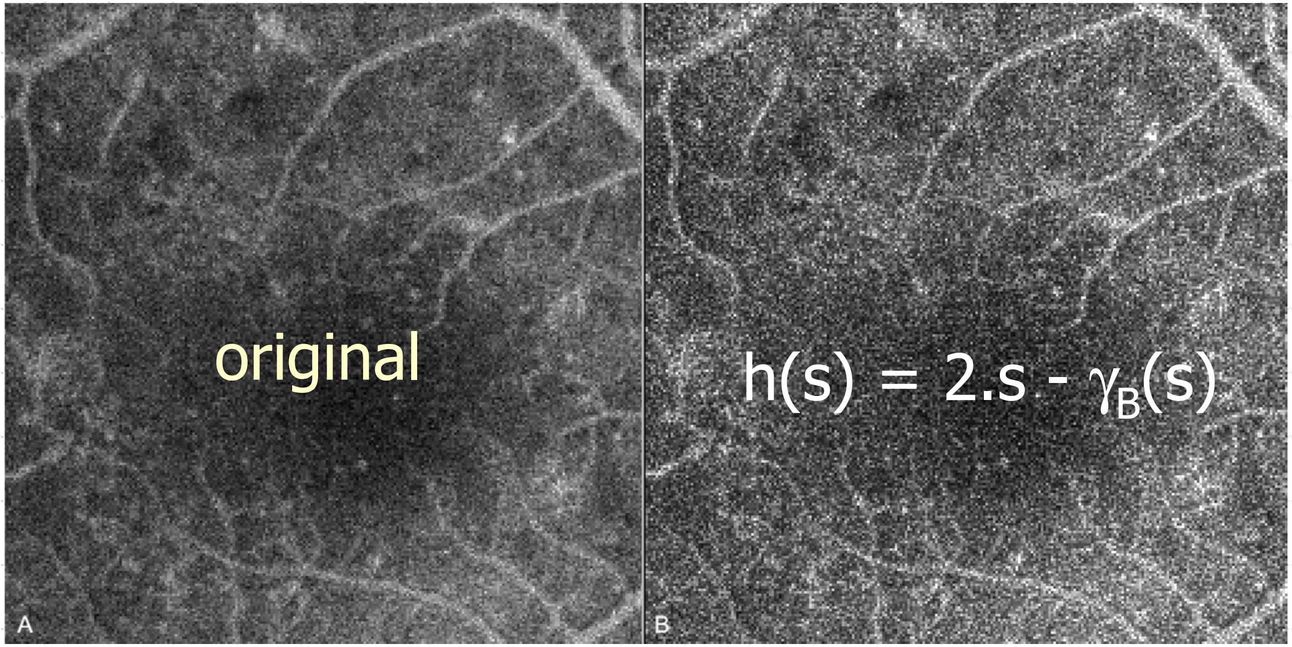
Algorithme : fermeture suivie d'une ouverture

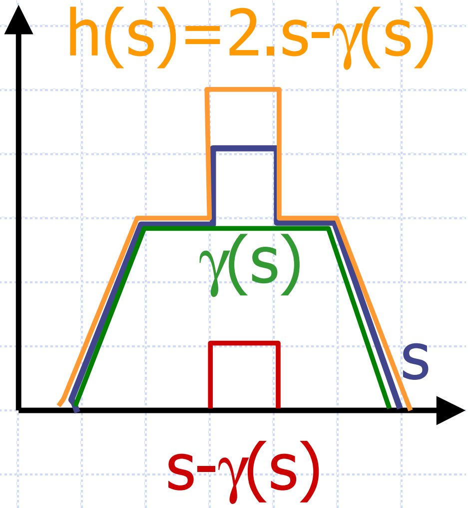
↳ les mêmes fréquences ne sont modifiées de la même façon, certaines HF sont préservées

Filtres morphologiques



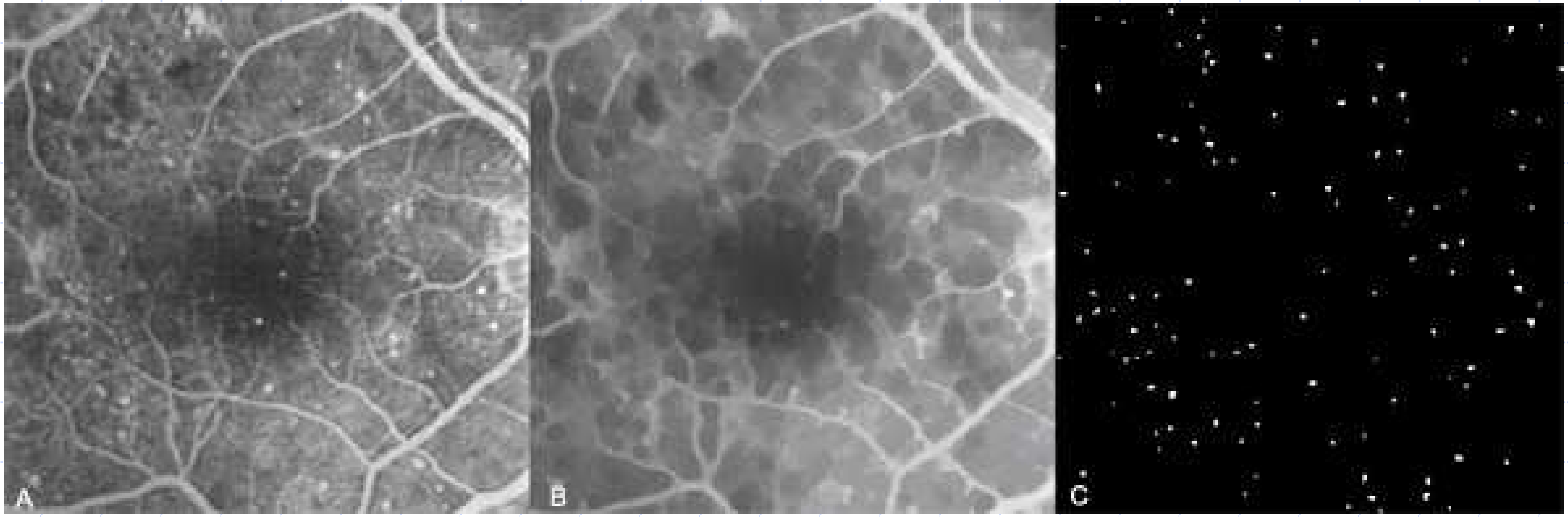
Transformation « chapeau haut de forme »





Contrôle de l'activité d'un filtre

- Opérateurs géodésiques
  - dilater A $\subset$ E tant que le résultat est inclus (<) dans E
  - éroder A $\supset$ E tant que le résultat (>) contient E

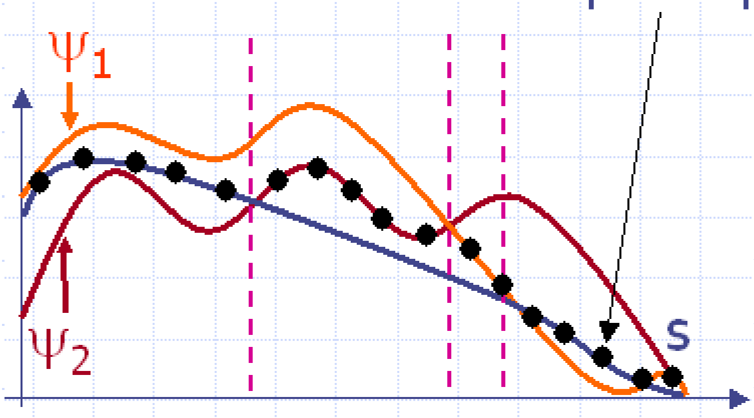


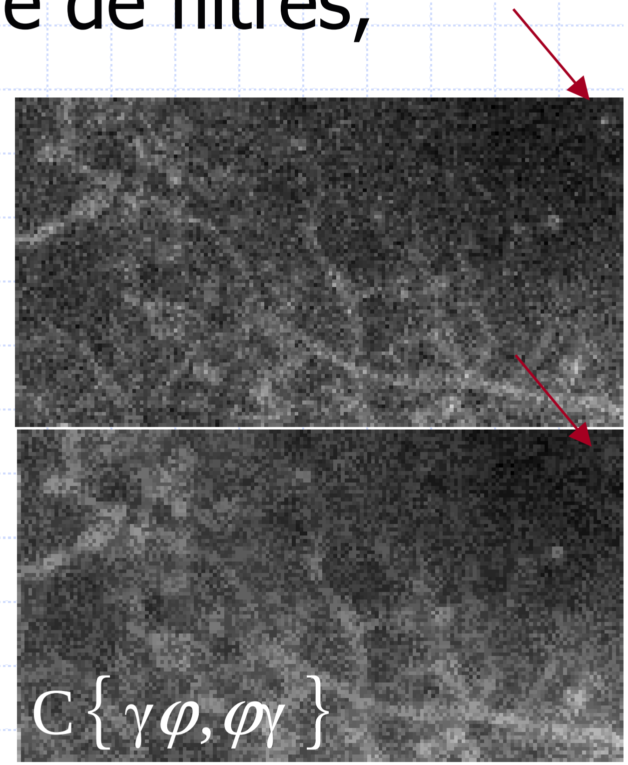
original $\delta_S^{\infty}(\varepsilon)$ puis $\varepsilon_S^{\infty}(\delta_B)$ Différence seuillée

F. Zana et JC. Klein du Centre de Morphologie Mathématique de l'Ecole des Mines de Paris

Contrôle de l'activité d'un filtre

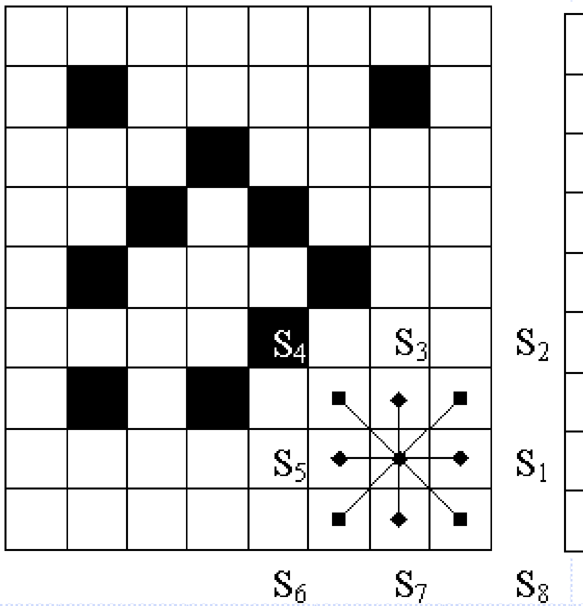
- Opérateurs géodésiques
  - dilater A $\subset$ E tant que le résultat est inclus dans E
  - éroder A $\supset$ E tant que le résultat contient E
- Centres: on se donne une famille de filtres,
  - et pour chaque pixel, on choisi le moins actif si tous les filtres agissent dans le même sens, sinon, on ne modifie pas le pixel.

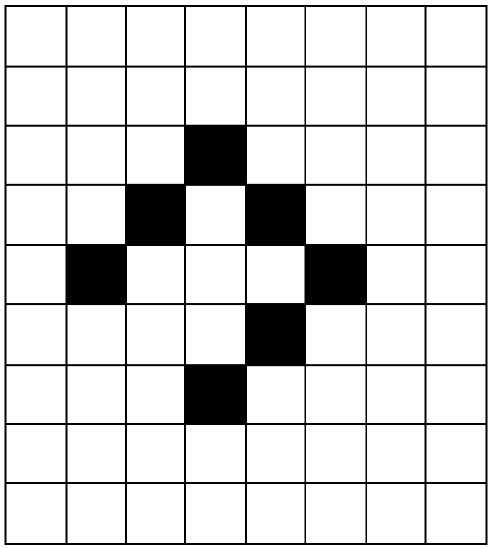




Contrôle de l'activité d'un filtre

- Opérateurs géodésiques
- Centres
- Extrema d'opérateurs
  - Abandonner l'invariance dans le décalage de l'élément structurant: Sup d'érodés ou Inf de dilatés.





On érode (dilate) avec un segment de direction choisie pour fournir le résultat le plus (moins) élevé.

$$\varepsilon(s)(i,j) = \mathrm{Sup}_k\,(\,\varepsilon_{Sk}\,)(s)(i,j)$$

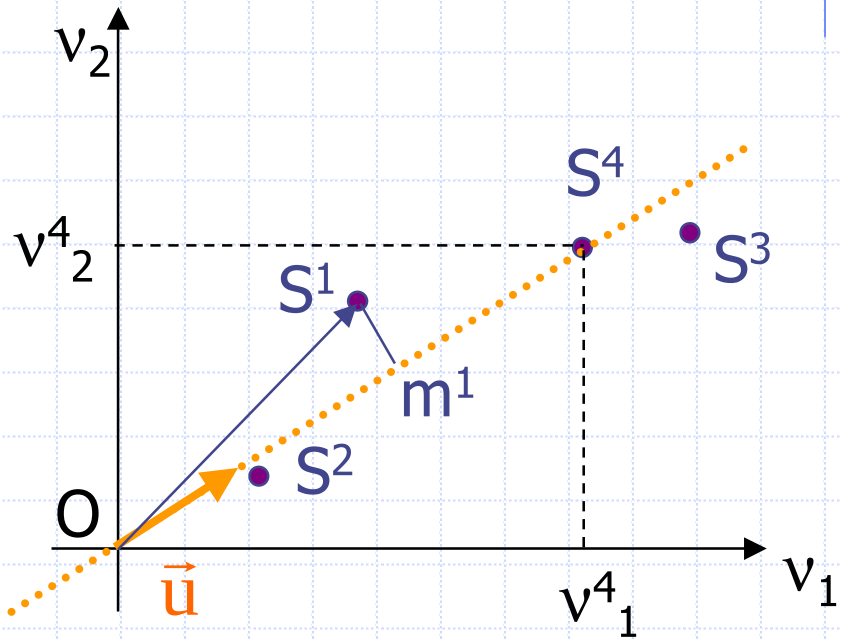
Analyse Factorielle des Correspondances

Analyse de 2 variables ν_n (ex: taille et poids) sur 4 sujets S^p

$$M = \begin{bmatrix} v_1^1 & v_2^1 \\ v_1^2 & v_2^2 \\ v_1^3 & v_2^3 \\ v_1^4 & v_2^4 \end{bmatrix}$$

→ sujet S^2

variable ν_1 variable ν_2



Idée : isoler les caractéristiques principales de chaque sujet S^i en ne le décrivant que par le point m^i (« costaud » ou pas) : ↓ le nombre de variables

JP Benzecri 1992. Correspondence Analysis Handbook.(new-York: Dekker).

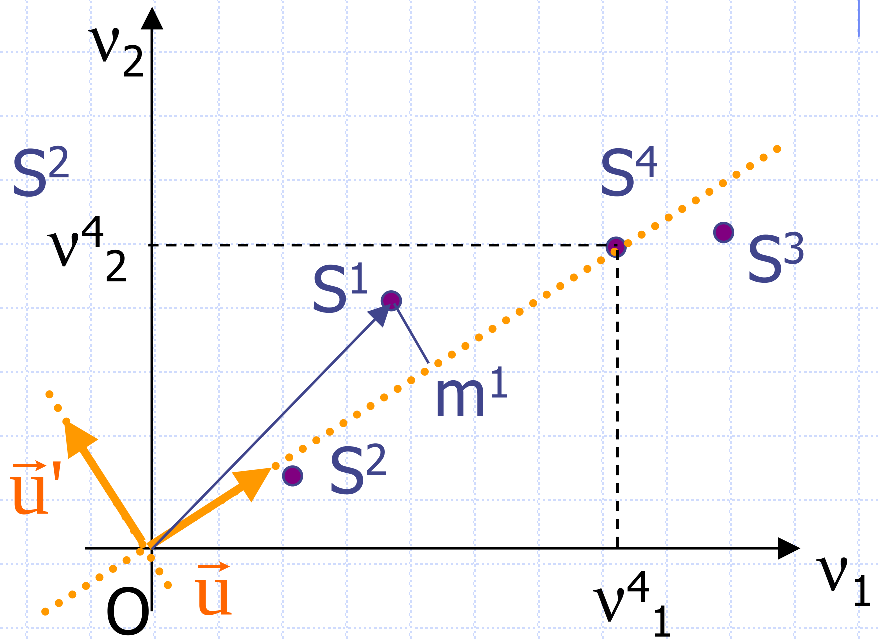
Analyse Factorielle des Correspondances

Analyse de 2 variables ν_n (ex: taille et poids) sur 4 sujets S^p

$$\mathrm{M} = \begin{bmatrix} v_1^1 & v_2^1 \\ v_1^2 & v_2^2 \\ v_1^3 & v_2^3 \\ v_1^4 & v_2^4 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} m^1 \\ m^2 \\ m^3 \\ m^4 \end{bmatrix}$$

$m^2 \rightarrow$ sujet S^2

$v_1 \downarrow$ variable ν_1 $\quad$ $v_2 \downarrow$ variable ν_2



Idée : isoler les caractéristiques principales de chaque sujet S^i en ne le décrivant que par le point m^i (« costaud » ou pas) : ↓ le nombre de variables

JP Benzecri 1992. Correspondence Analysis Handbook.(new-York: Dekker).

AFC: aspects techniques

$$\mathrm{Max}\ (\mathrm{Om}^{p})^{2} \Leftrightarrow C\,\vec{u} = \lambda.\vec{u} \quad \text{où} \quad C_{i,j} = \sum_{k=1}^{p} v_i^k . v_j^k \quad C = M\,{}^tM$$

$\vec{u}$ = vecteur propre de la matrice C des intercorrélations entre variables,associé à la valeur propre $\lambda \propto$ informat°

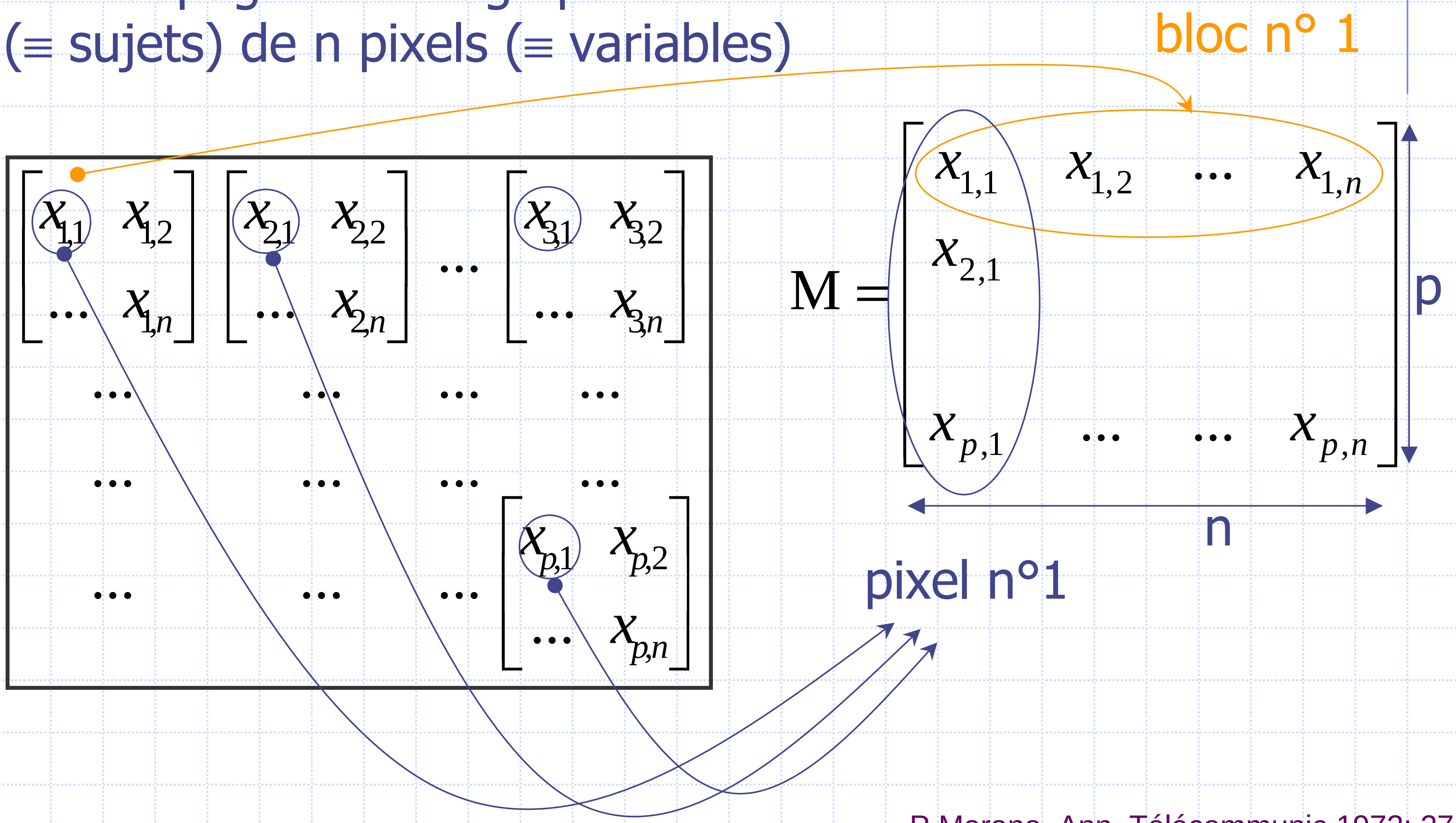
Diagonalisation : $\begin{pmatrix} C_{1,1} & C_{1,2} & C_{1,3} \\ C_{2,1} & C_{2,2} & C_{2,3} \\ C_{3,1} & C_{3,2} & C_{3,3} \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} C_{1,1}^{u_1} & 0 & 0 \\ 0 & C_{2,2}^{u_2} & 0 \\ 0 & 0 & C_{3,3}^{u_3} \end{pmatrix}$

Base de vecteurs propres

On représente chaque sujet S^p par ses composantes sur les vecteurs propres associés aux plus grandes λ

Construction de la matrice des données

- Découpage de l'image par blocs (≡ sujets) de n pixels (≡ variables)



P Marano. Ann. Télécommunic 1972; 27

AFC appliquée au filtrage du bruit

- On réalise une AFC sur M
  - Permet de réduire le nombre de variables (par ligne)
  - Sur critère de ne pas inclure le bruit statistique: arrêt si var résiduelle < var bruit

bloc n° 1

$$M = \begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & \cdots & x_{1,n} \\ x_{2,1} & & & \\ & & & \\ x_{p,1} & \cdots & \cdots & x_{p,n} \end{bmatrix}$$

p

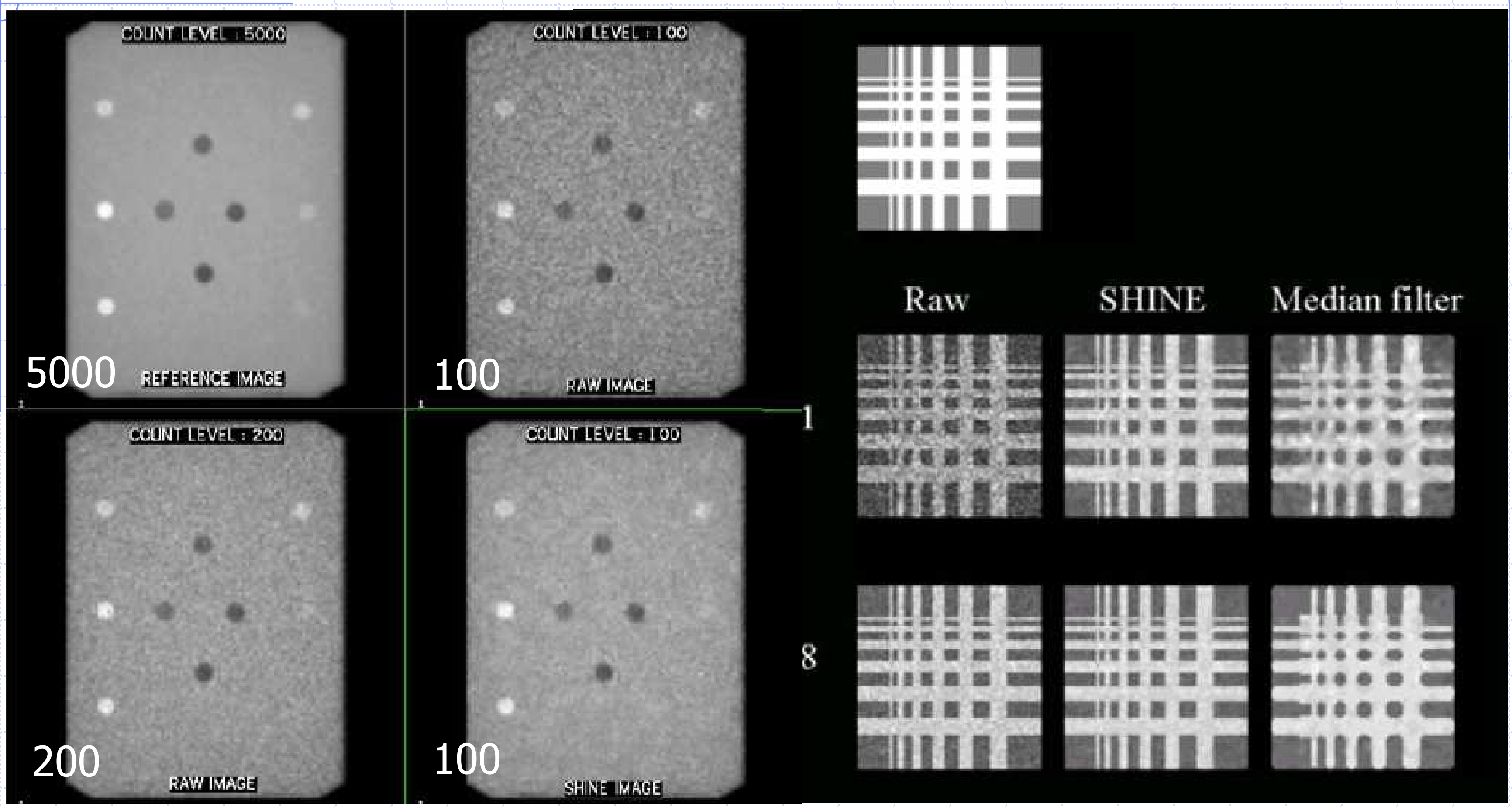
pixel n°1

n

- Reconstruction
  - bloc après bloc
  - sur les facteurs principaux

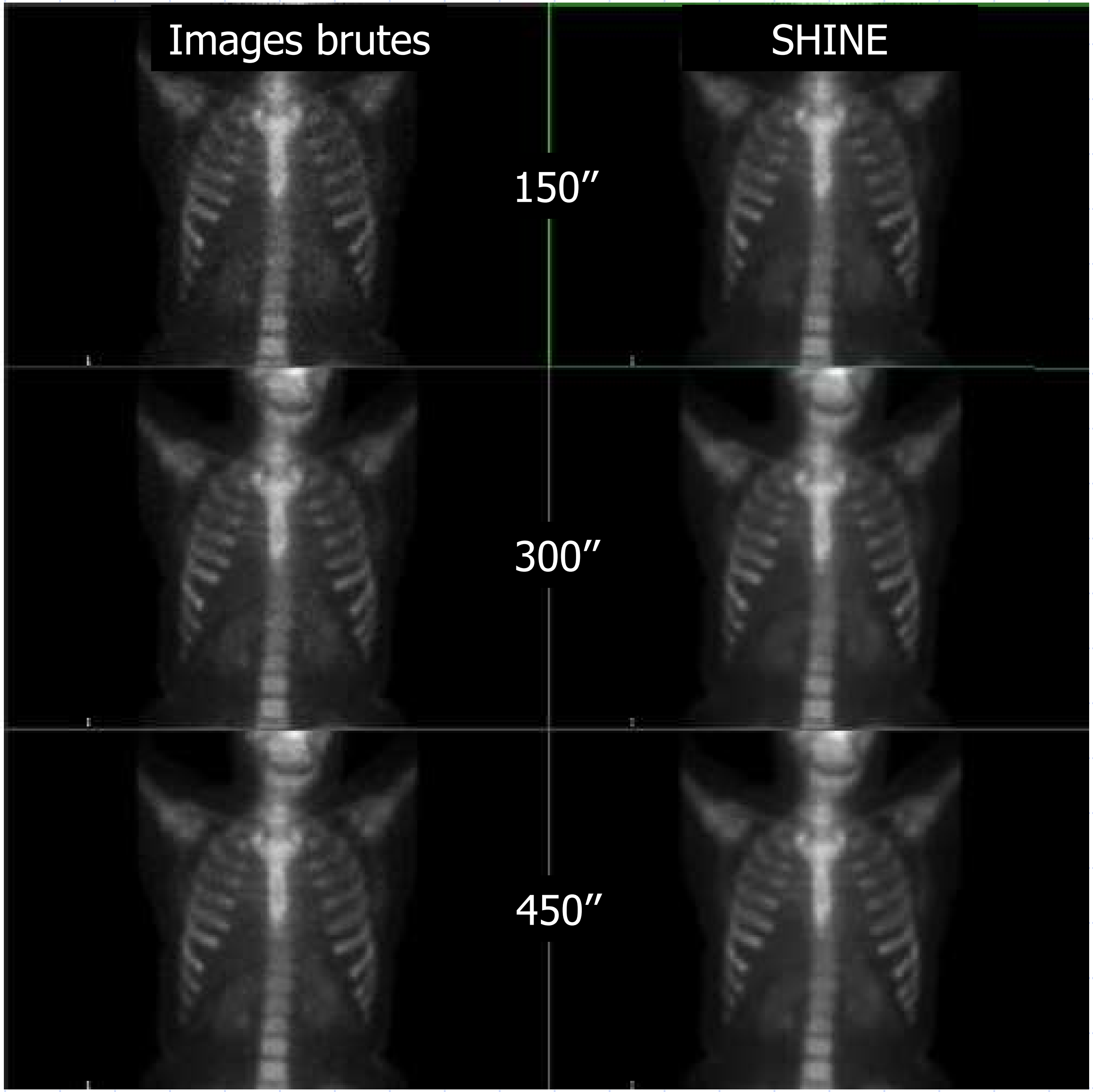
P. Hannequin & J Mas, Phys med Biol 2002; 47 - P Marano. Ann. Télécom. 1972; 27

Statistical Heuristic Image Noise Extraction



P. Hannequin & J Mas, Phys med Biol 2002; 47

SHINE



P. Hannequin & J Mas, Phys med Biol 2002; 47

FILTRES NON LINEAIRES

- Il s'agit toujours de comparer des a priori sur la nature du signal et du bruit à l'information de voisinage, mais de façon non linéaire.
- Ces filtres sont irréversibles.
- Non invariants dans le décalage
  - Modus operandi différent suivant la région de l'image traitée
  - Ex : lissage sur masque adapté
- N'opérant pas par moyenne pondérée
  - Ex : filtres de nature statistique: filtre médian, SHINE
  - Ex : filtres morphologiques : ouvertures et fermetures.
- Difficultés
  - Pour paramétrer et pour contrôler l'activité de ces filtres.

③ RECALAGE D'IMAGES

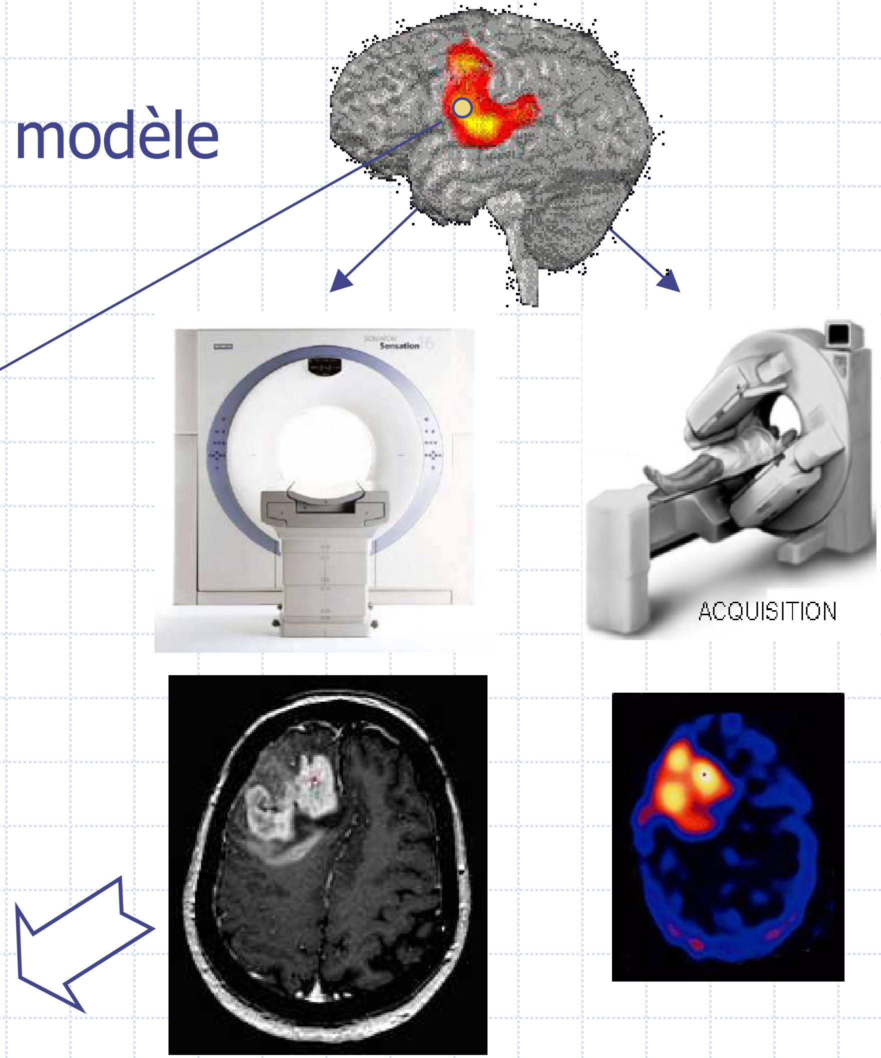
Problématique générale

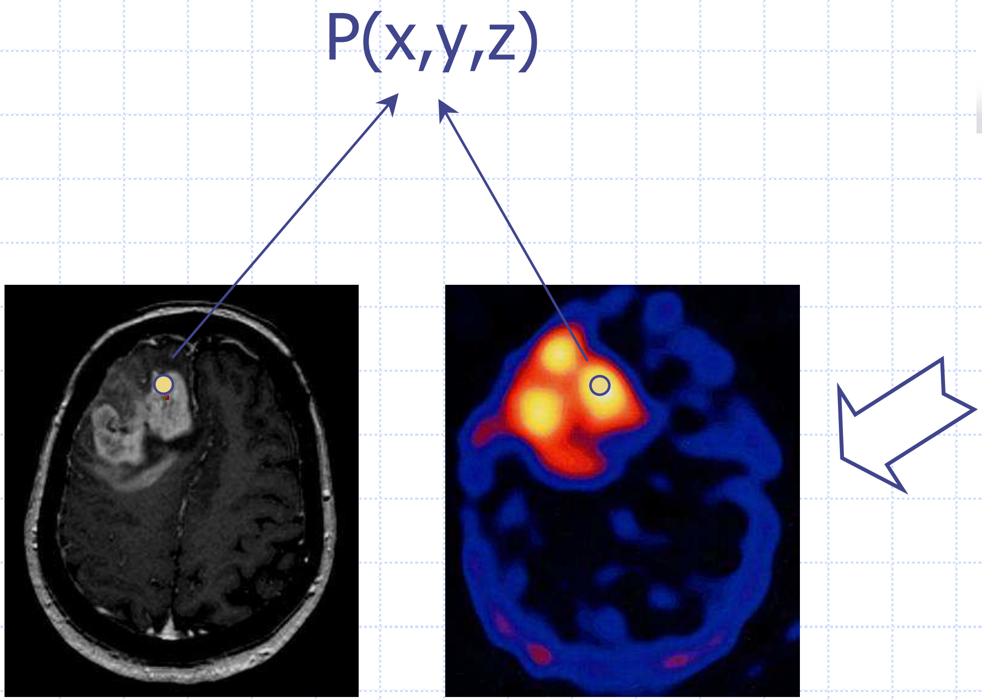
Algorithmes

Applications

JBA MAINTZ Med Image Anal 1998;2 - O.MIGNECO Revue ACOMEN 1999;

Problème





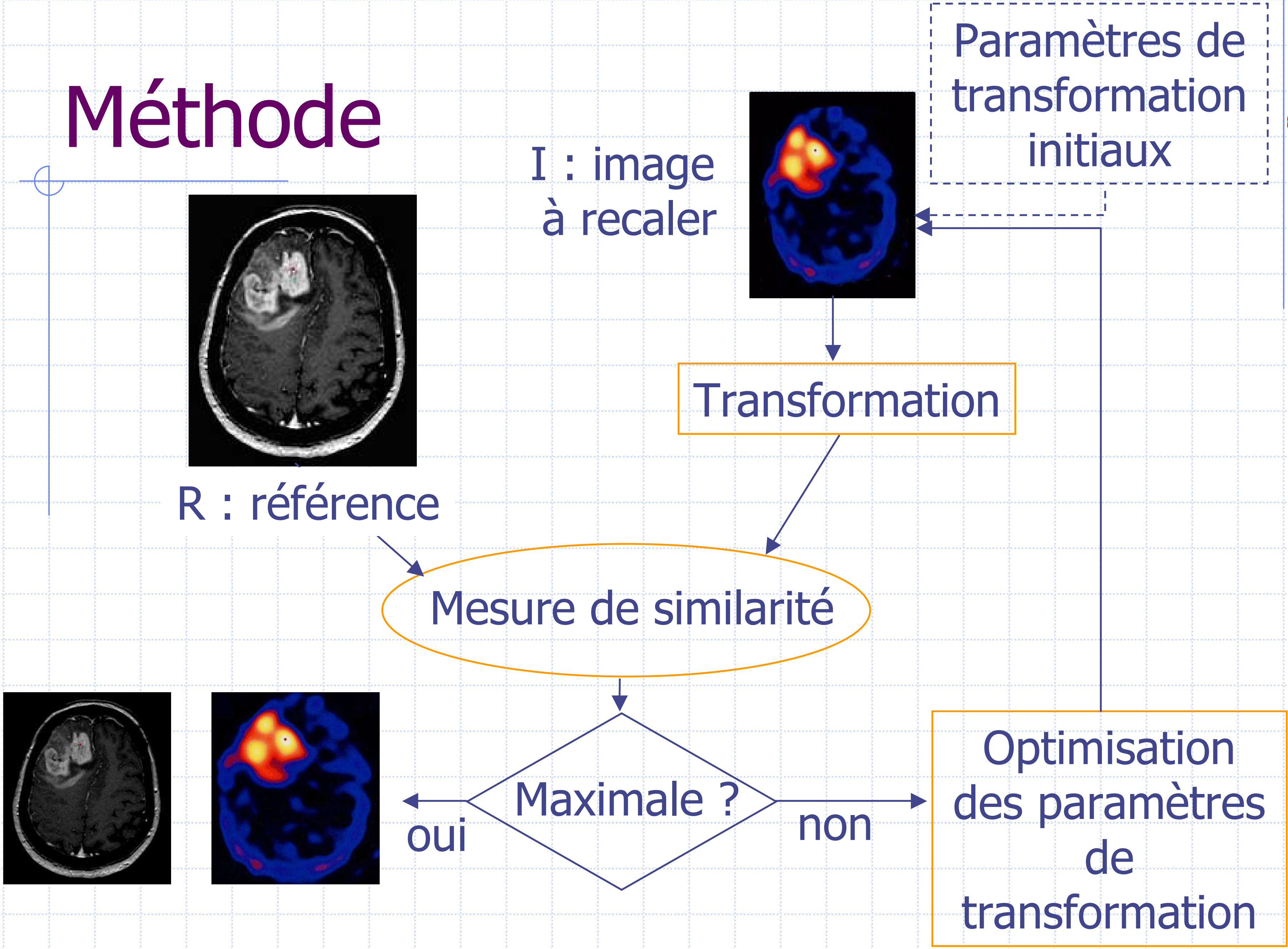
Distorsions ≠

Nature du contraste ≠

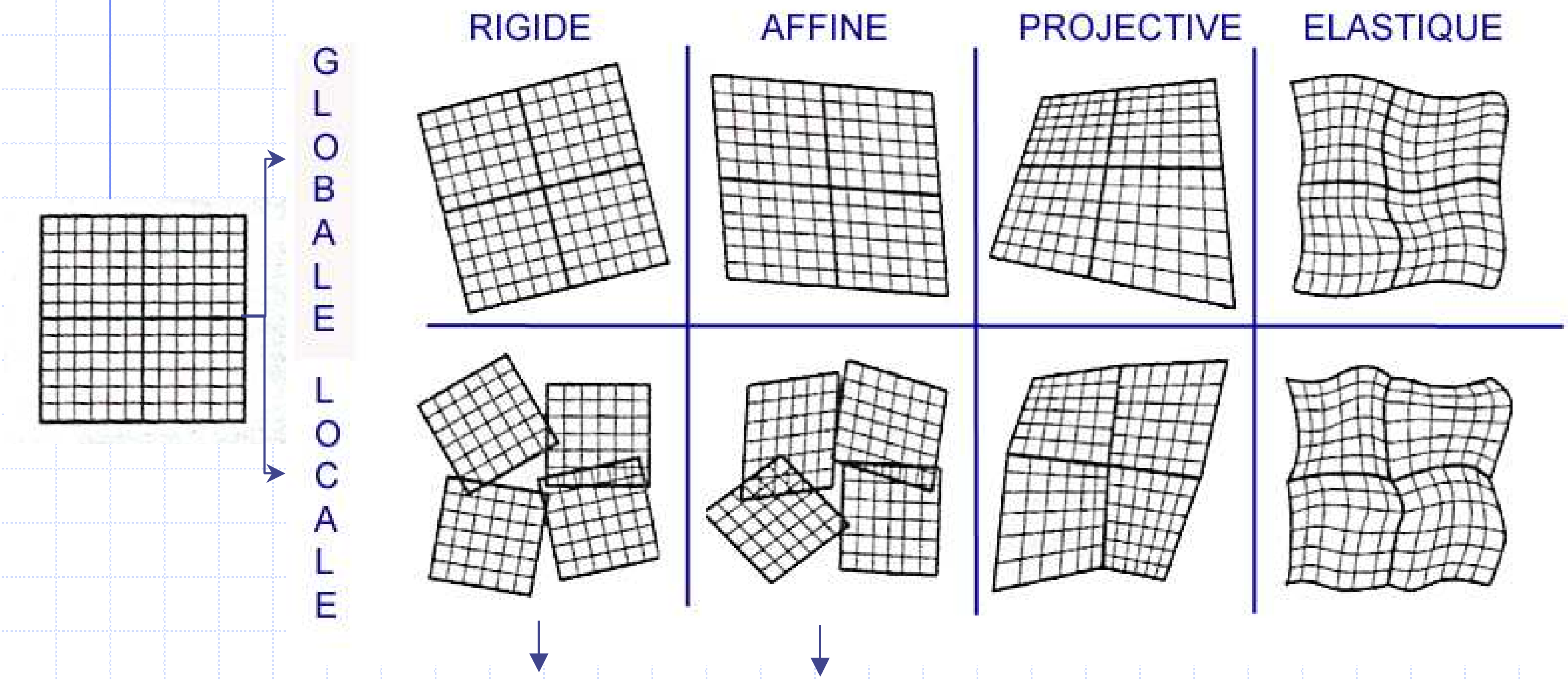
Résolution ≠, SLID ?

Bruit ≠, ± dép. signal

Méthode


Paramètres de transformation initiaux
I : image à recaler
Transformation
R : référence
Mesure de similarité
Maximale ?
oui
non
Optimisation des paramètres de transformation

Transformations T



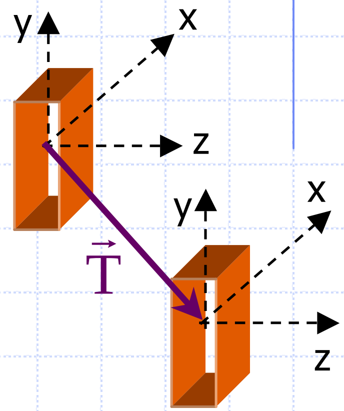
Translation (3)
rotation (3)

Translation (3)
Rotation (3)
Homothéties (3)
Gauchissement (3)

Transformations rigides

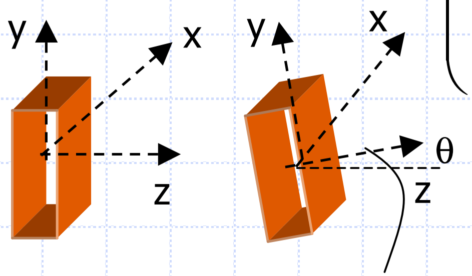
Translation

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \mathrm{T_x} \\ 0 & 1 & 0 & \mathrm{T_y} \\ 0 & 0 & 1 & \mathrm{T_z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + T_x \\ y_1 + T_y \\ z_1 + T_z \\ 1 \end{pmatrix}$$



Rotation

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_x & \sin\theta_x & 0 \\ 0 & -\sin\theta_x & \cos\theta_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \cos\theta_x . y_1 + \sin\theta_x . z_1 \\ -\sin\theta_x . y_1 + \cos\theta_x . z_1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



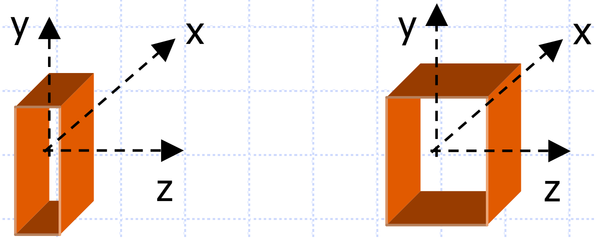
Transformations affines

Translation

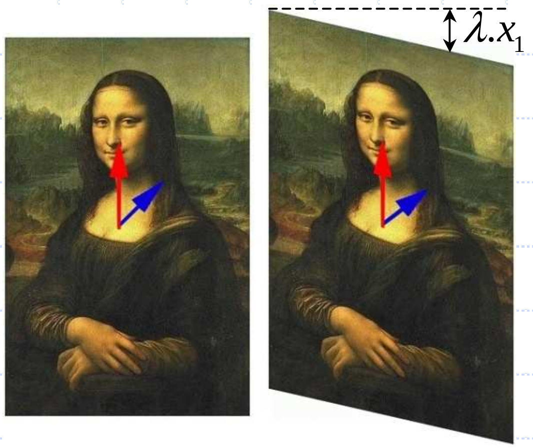
Rotation

Homothétie

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathrm{H_x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathrm{H_y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{H_z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_x . x_1 \\ H_y . y_1 \\ H_z . z_1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



Gauchissement



$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 + \lambda . x_1 \\ z_1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

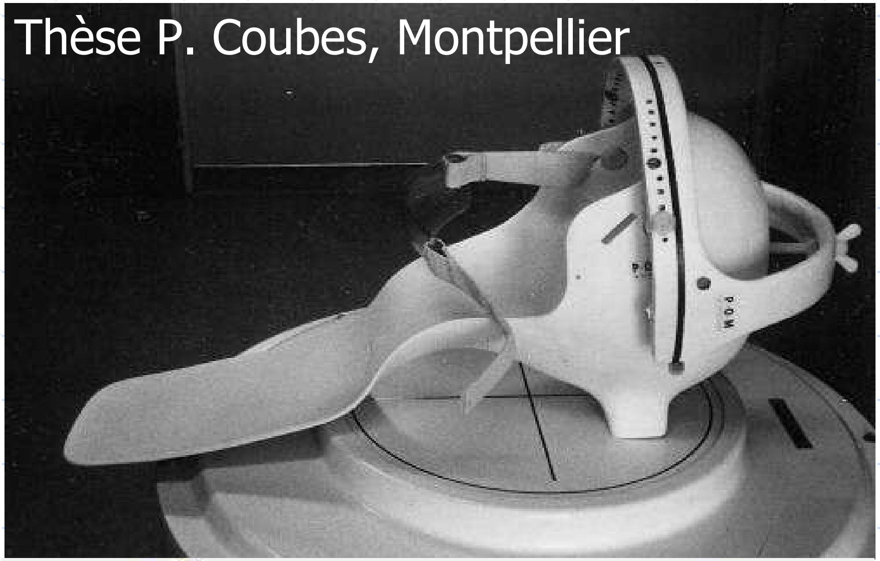
Mesures de similarité S, sur…

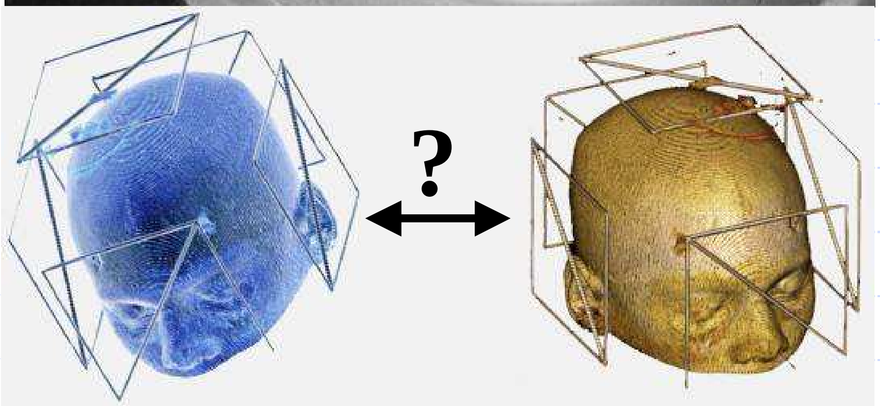
$$T = \arg\max_{T \in E} S\left[\{V^R\};\{T(V^I)\}\right]$$

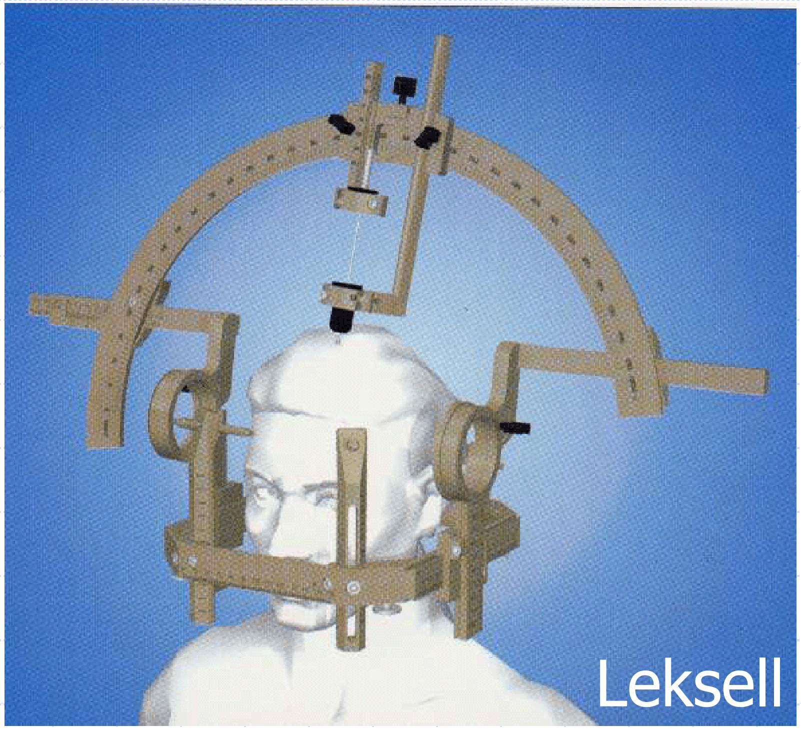
- des marqueurs :
  - articiels externes ou frontières anatomiques
- les valeurs des voxels
  - différences, variances, corrélations,…
- Une information mutuelle…

Marqueurs

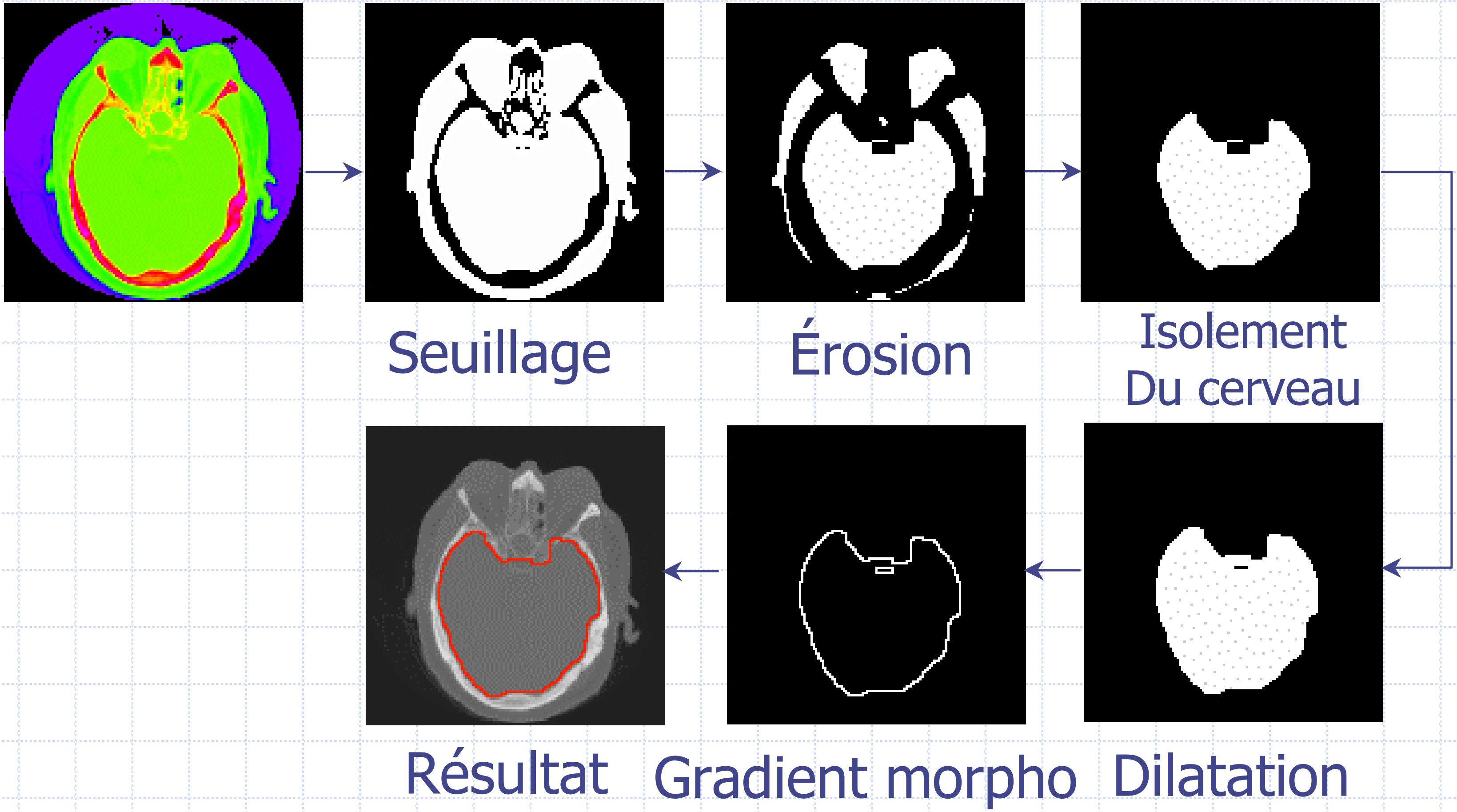
$$S\left[\{V^R\};\{T(V^I)\}\right] = -\sum_m \left\| V^R_m - T(V^I_m) \right\|$$





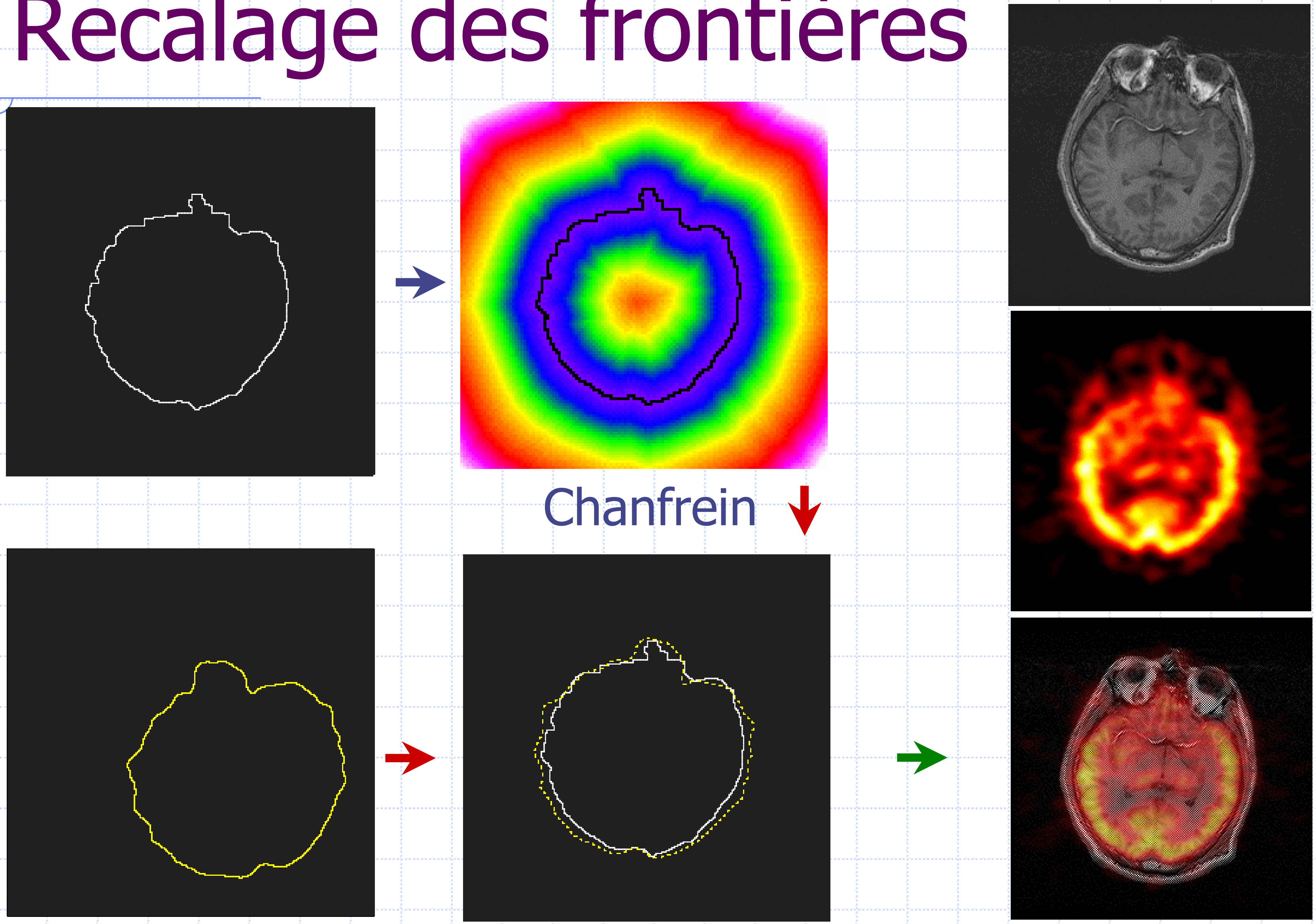


Extraction des frontières



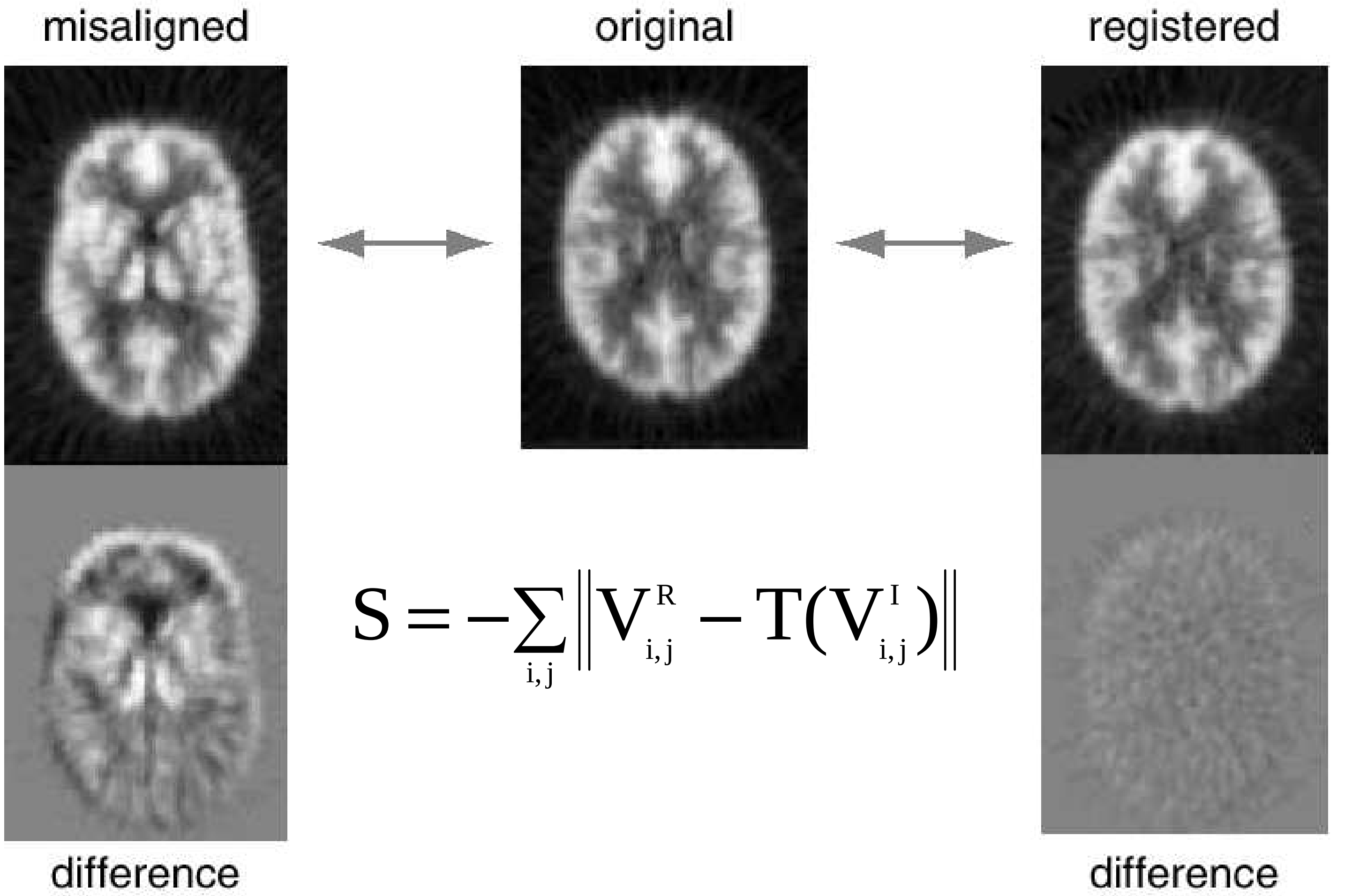
JL Bernon et al, Comput Med Imag & Graphics 2001; 25

Recalage des frontières



JL Bernon et al, Comput Med Imag & Graphics 2001; 25

Différence d'intensité



$$S = -\sum_{i,j} \left\| V_{i,j}^{R} - T(V_{i,j}^{I}) \right\|$$

Alternative : différences de variances

Inter-corrélation maximale

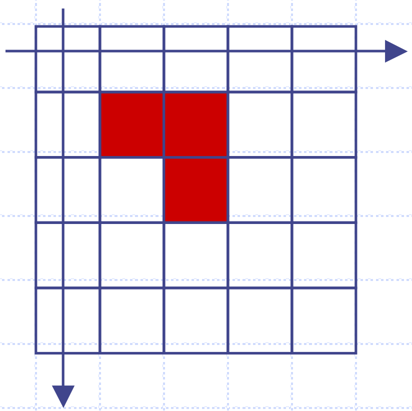
$$r = \frac{\sum_j \left(V_j^R - \overline{V_j^R}\right).\left(T(V_j^I) - \overline{T(V_j^I)}\right)}{\sqrt{\sum_j \left(V_j^R - \overline{V_j^R}\right)^2 . \sum_j \left(T(V_j^I) - \overline{T(V_j^I)}\right)^2}}$$

$$r = \frac{\sum_j V_j^R . T(V_j^I) + N.\overline{V_j^R}.\overline{T(V_j^I)}}{\sigma_{V^R} . \sigma_{T(V^I)}}$$

$$\boxed{S = \sum_j V_j^R . T(V_j^I)}$$

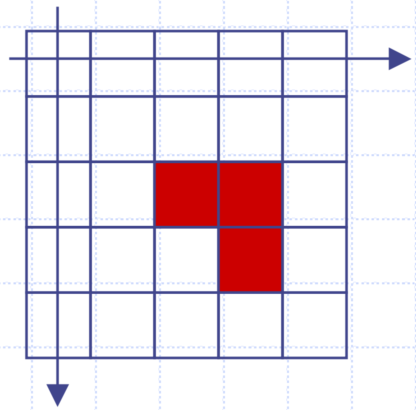
L Junck et al. J Nucl Med 1990;31

Exemple : translation d'images



$$\vec{v}_V^R \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_H^R \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



$$\vec{v}_V^I \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_H^I \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$IC_H(k) = \sum_j v_H^R(j).v_H^I(j-k)$$

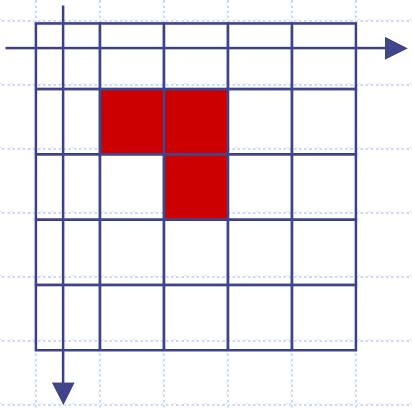
Décalage à droite de k

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

2

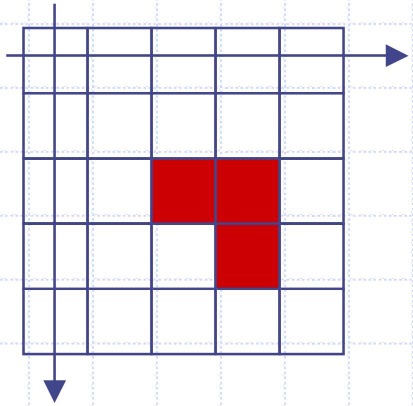
D. Mariano-Goulart et al. J Med Nucl Biophy 1992; 16

Exemple : translation d'images



$$\vec{v}_V^R \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_H^R \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



$$\vec{v}_V^I \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_H^I \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$IC_H(k) = \sum_j v_H^R(j) . v_H^I(j-k)$$

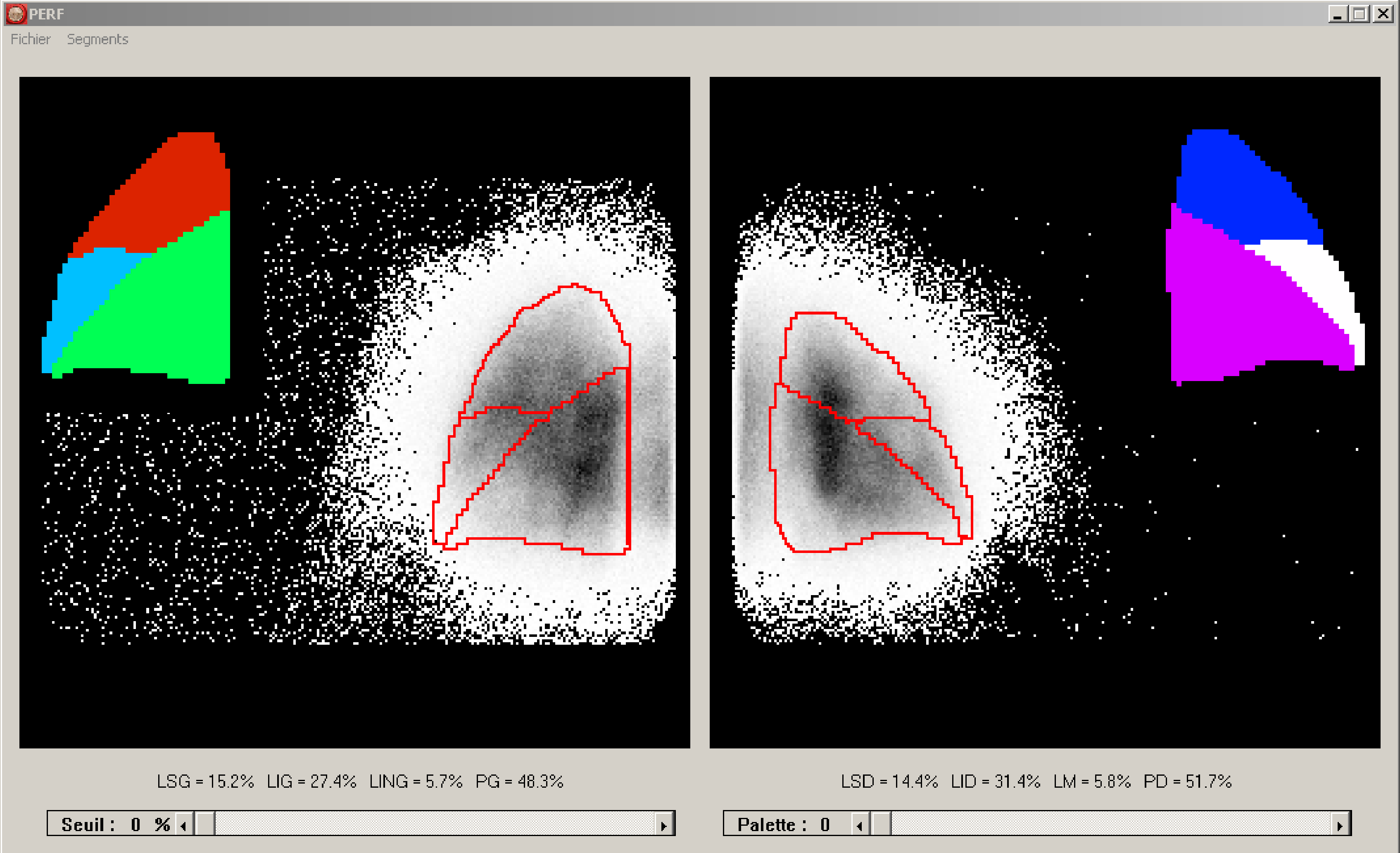
Décalage à droite de k

$$\begin{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \leftarrow k = -1 & \end{matrix}$$

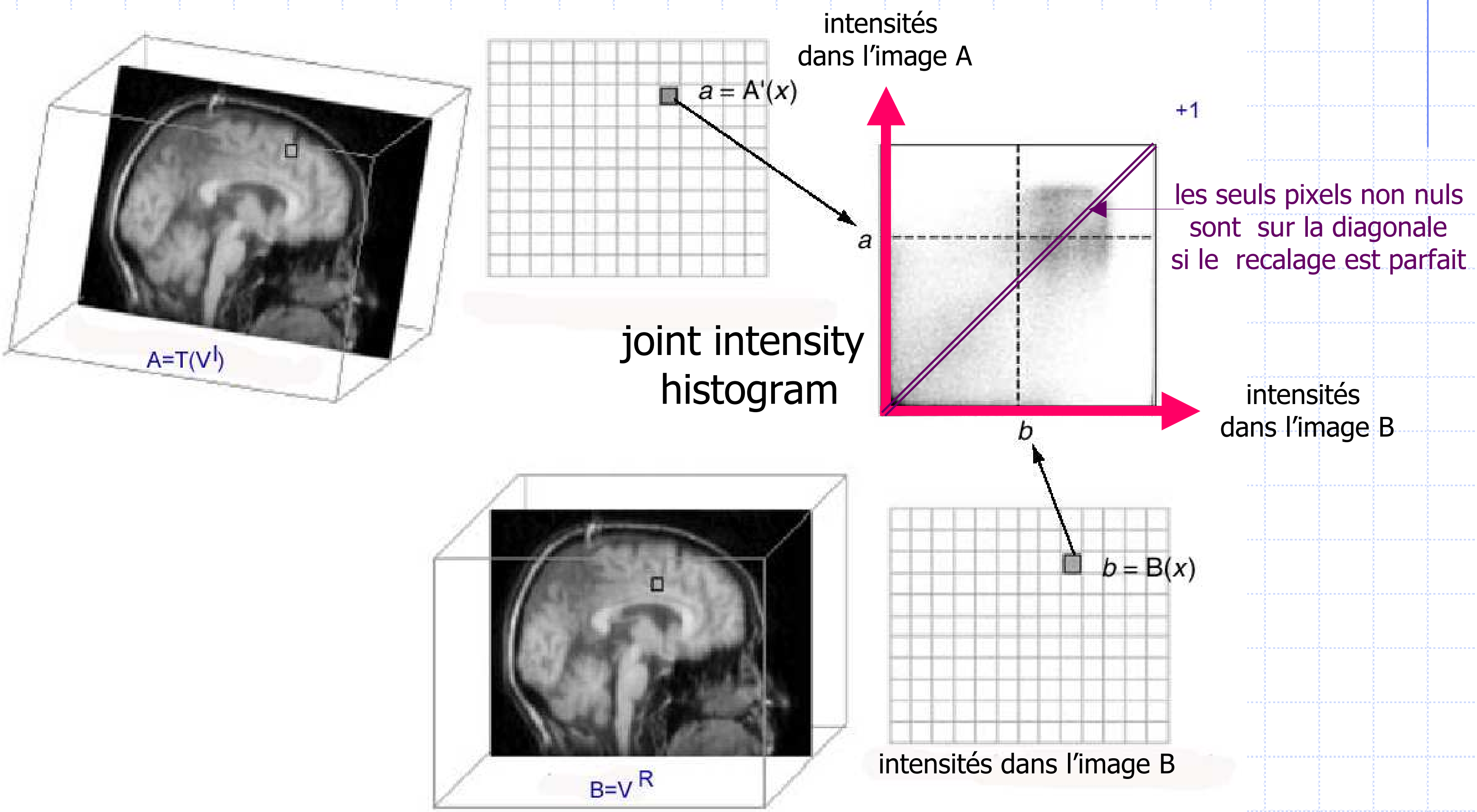
5

D. Mariano-Goulart et al. J Med Nucl Biophy 1992; 16

Intercorrélation maximale



Information mutuelle



DL Hill et al. Phys med Biol 2001;46

Optimisation

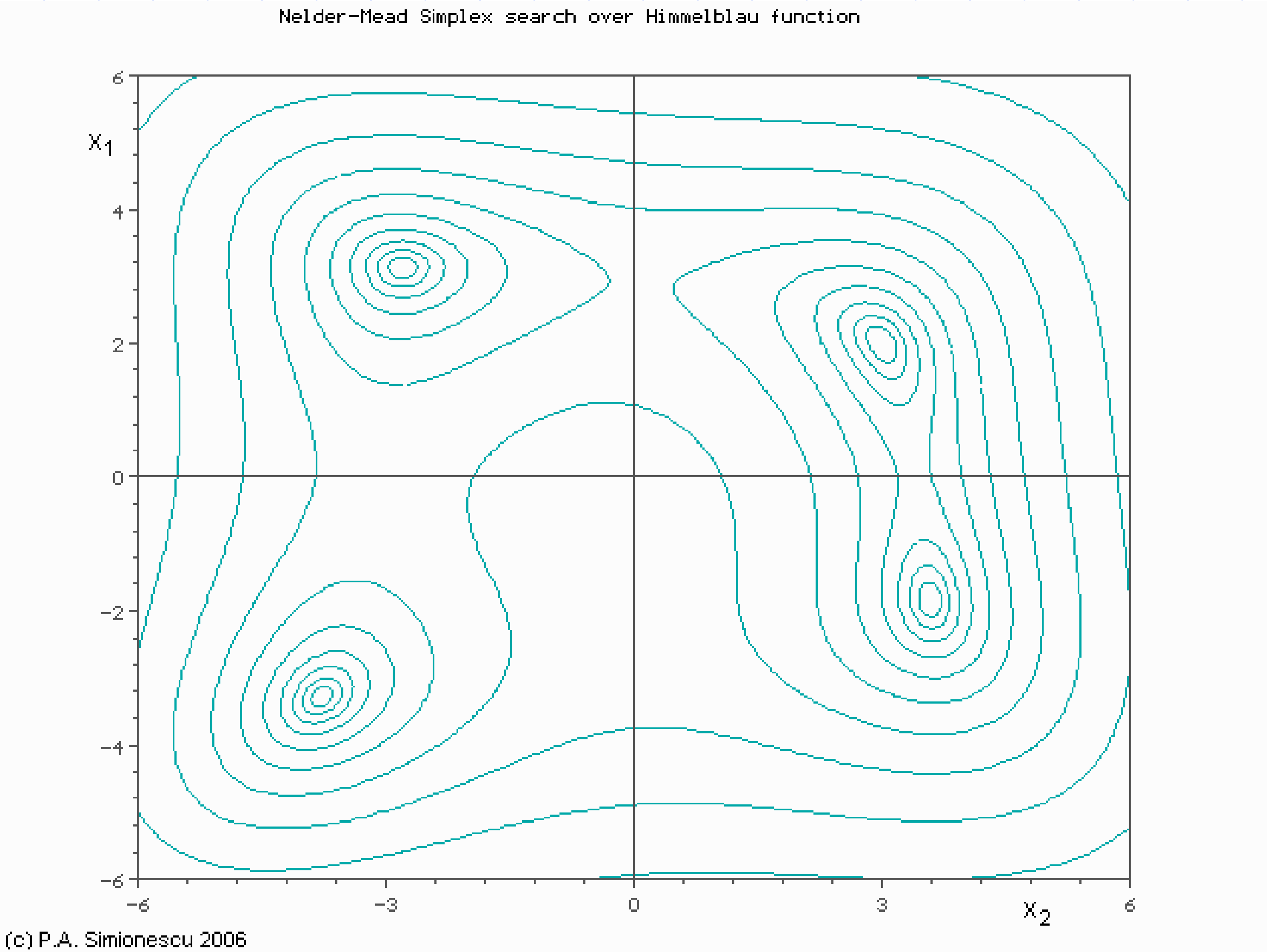
- Au moyen d'un programme capable d'optimiser la mesure de similarité en ajustant itérativement les paramètres géométriques du recalage

- Méthodes avec gradient
  - Gradient conjugué, Levenberg-Marquardt…
  - BFGS, KNITRO…

- Méthodes sans gradient
  - Powell: succession d'optimisations 1D
  - Simplex

WH Press et al. Numerical recipes in C. Cambridge University Press
Les codes de ces programmes sont disponibles gratuitement sur la toile.

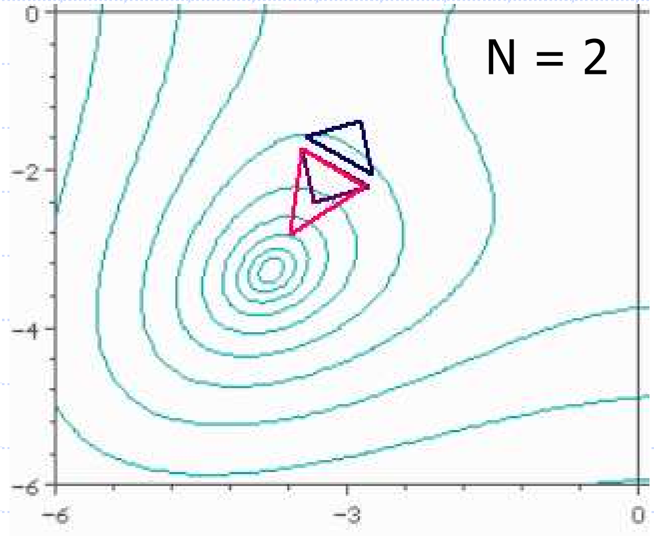
Optimisation: simplex

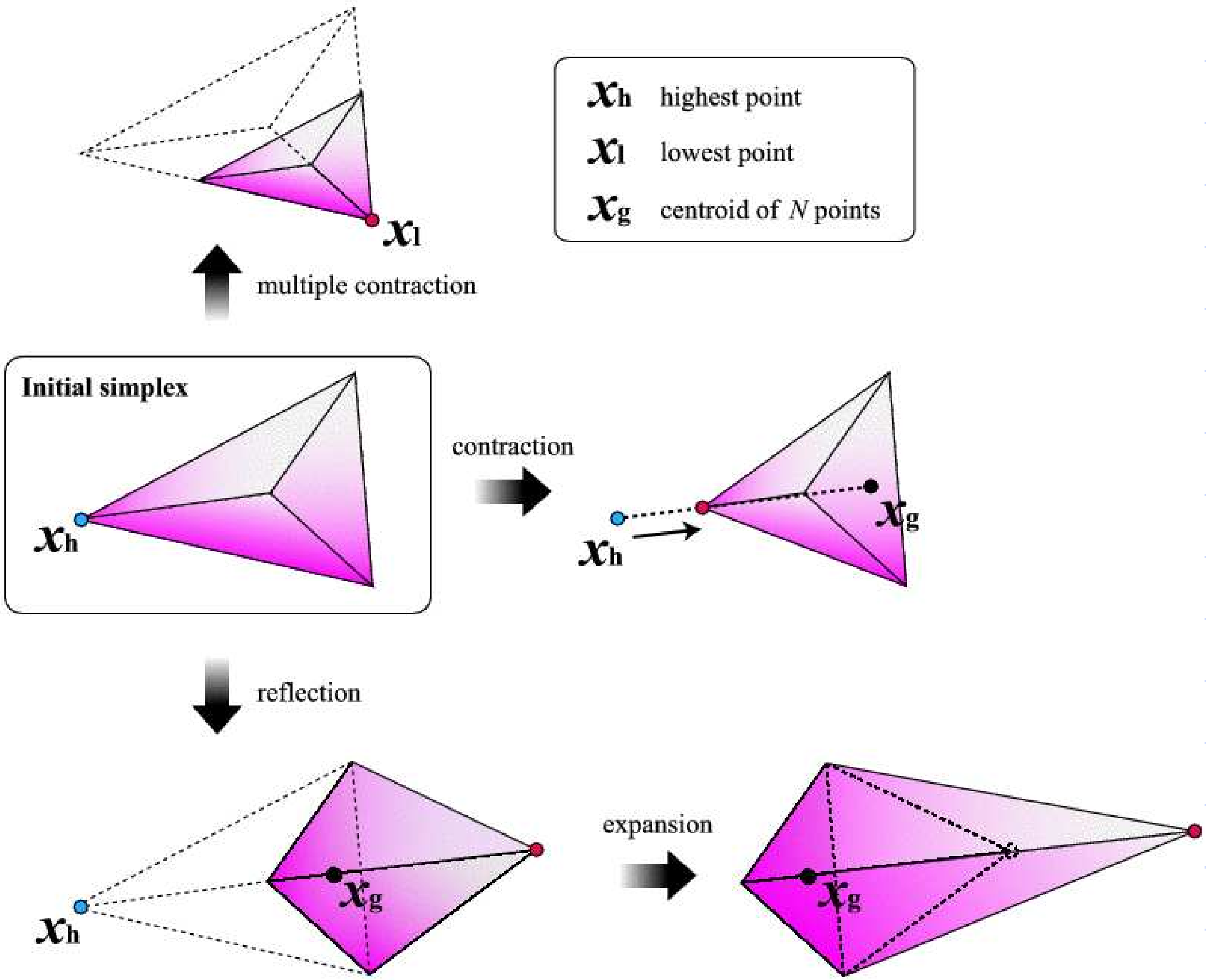


Optimisation: simplex

N paramètres à ajuster

Simplex
= polygone à N+1 côtés dont on déplace le sommet de valeur maximale pour aller stabiliser le simplex sur un minimum de la fonction à optimiser.

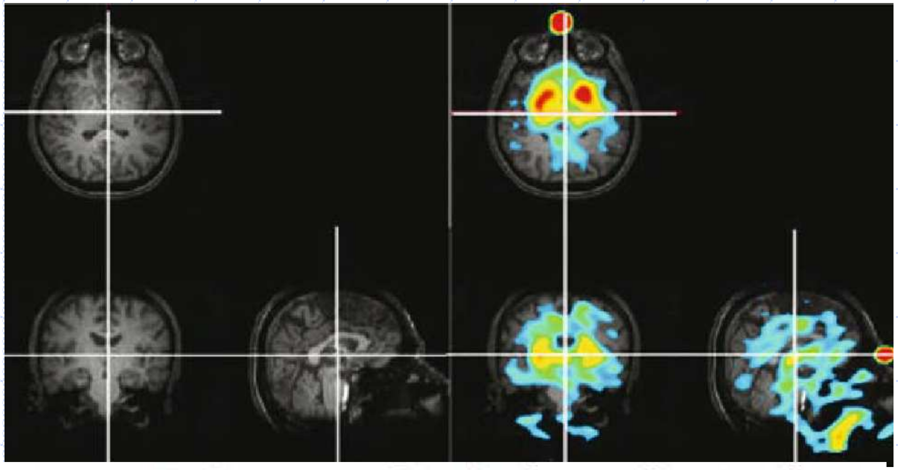


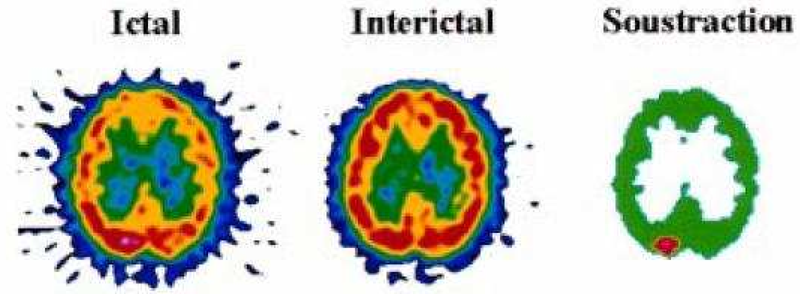


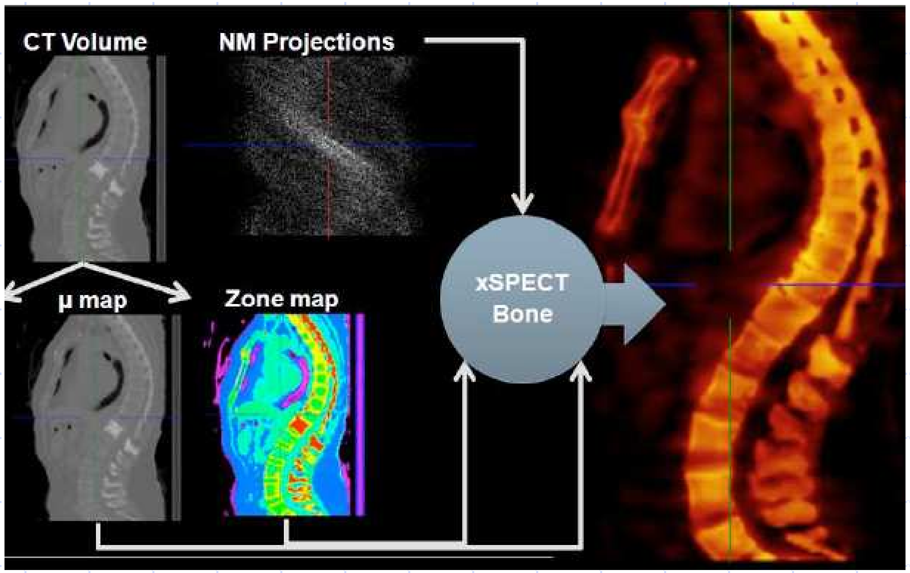
JA Nelder et al; Computer journal. 1965;7.

Applications

- Morpho-fonctionnel
  - diagnostic (traceurs spé)
  - thérapeutique
- Atlas anatomique
- Comparaison de traceurs
  - neuro, cardio, pneumologie
  - parathyroïdes
- Suivi d'un patient
- SPM
- Correction d'artefacts
  - vol. partiel, atténuation
  - mouvement…
- Reconstruction multimodale
  - xSPECT-Bone®

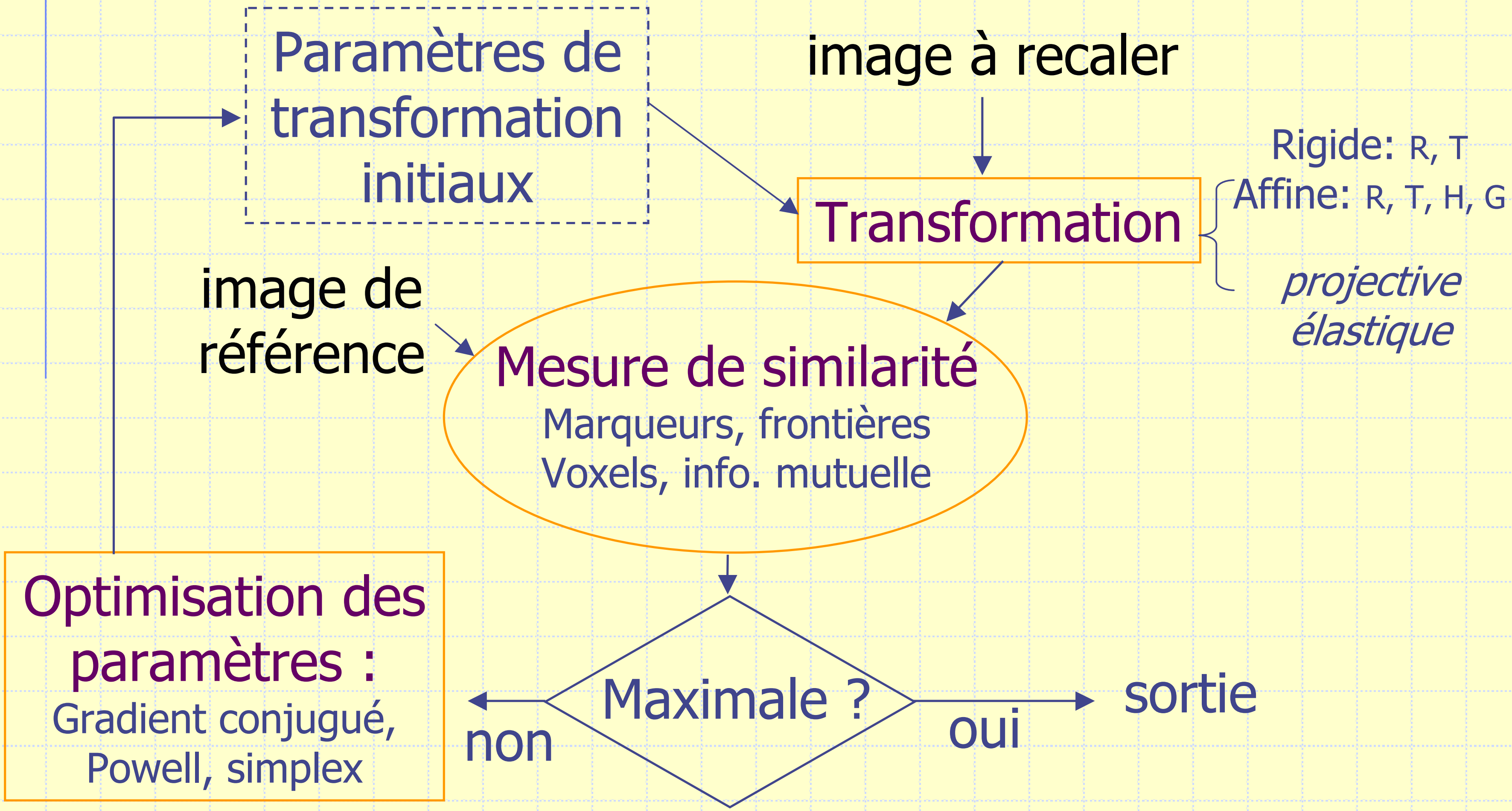






O. Mignéco. Revue de l'Acomen 1999;5

RECALAGE


Paramètres de transformation initiaux
image à recaler
Transformation
Rigide: R, T
Affine: R, T, H, G
projective
élastique
image de référence
Mesure de similarité
Marqueurs, frontières
Voxels, info. mutuelle
Optimisation des paramètres :
Gradient conjugué, Powell, simplex
Maximale ?
non
oui
sortie

④ SEGMENTATION

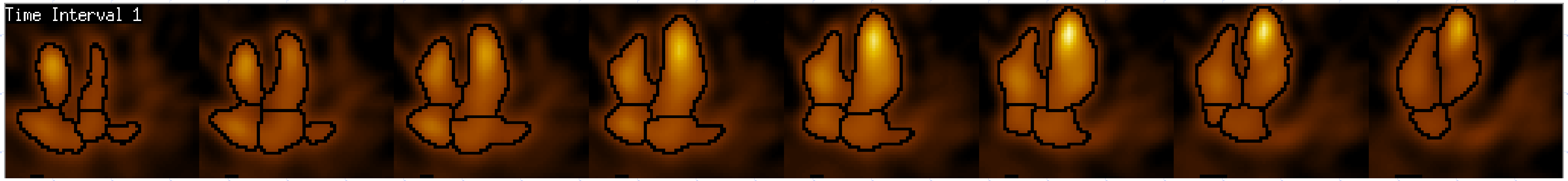
Définition et généralités

Application de seuils

Recherche de frontières

J.P Cocquerez et S. Philipp Edds. Analyse d'images : filtrage et segmentation", 1995. MASSON.

Notion de segmentation



- Partition d'une image en régions d'intérêt (ROI)

- Première étape d'une analyse d'image
  - Extraction d'une mesure physique dans une ROI

- Quantification morphologique ou fonctionnelle

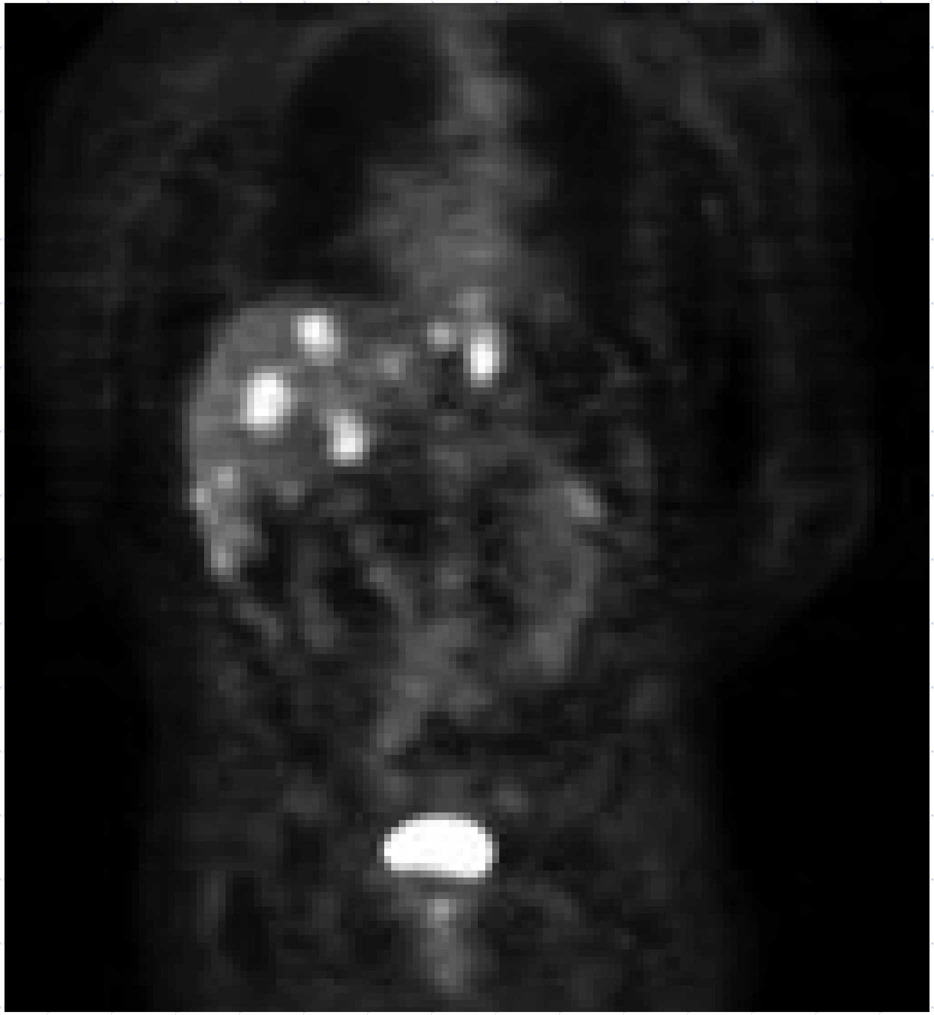
Méthodes de segmentation

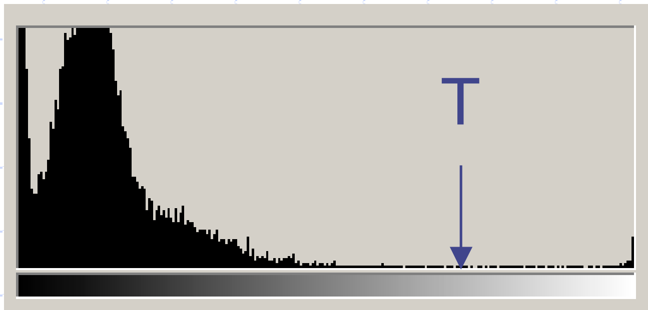
- Seuillages
- Croissance de régions
- Recherches de frontières entre objets
  - Méthodes dérivatives
  - Méthodes morphologiques (gradients, LPE)
- Autres
  - Champs de Markov, réseaux de neurones, regroupement de pixels, étiquetage par analogie à des modèles, modèles déformables, atlas, analyse d'une évolution temporelle (ventriculographie, scintigraphie rénale…)

Seuillage simple

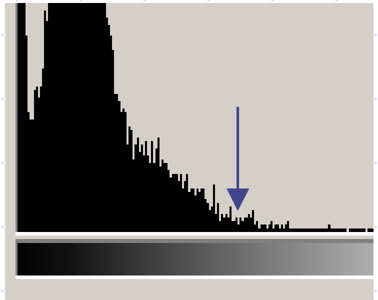
- Définition d'un seuil T sur l'image ou l'histogramme

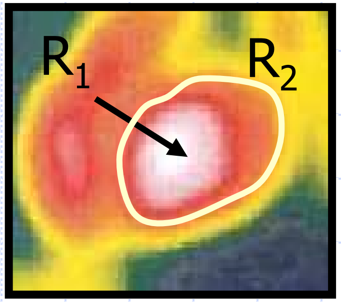
- Sélection des pixels de niveau supérieurs ou inférieurs à T





Choix du seuil





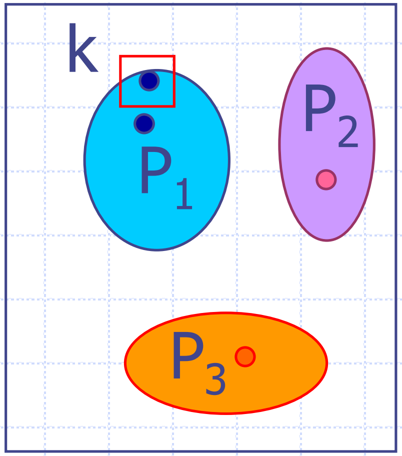
- Minimum de l'histogramme
- % d'un extrema de l'image
- Automatique:
  - Initialisation de T
  - R1={(i,j) / S(i,j)>T} et R2={(i,j) / S(i,j)≤T}
  - M1=Moyenne $_{R1}$ S(i,j) et M2=Moyenne $_{R2}$ S(i,j)
  - T = (M1+M2)/2 tant que M1 ou M2 change

◆ Optimisation d'une fonctionnelle

Seuillage par hystérésis

- Définition d'un seuil haut S_h et d'un seuil bas S_b
- Seuillage haut: $R' = \{ (i,j) \,/\, S(i,j) > S_h \}$
- $R'' = \{ (i,j) \,/\, S(i,j) > S_b$ et (i,j) connexe à $(i',j') \in R' \}$
- $R = R' \cup R''$

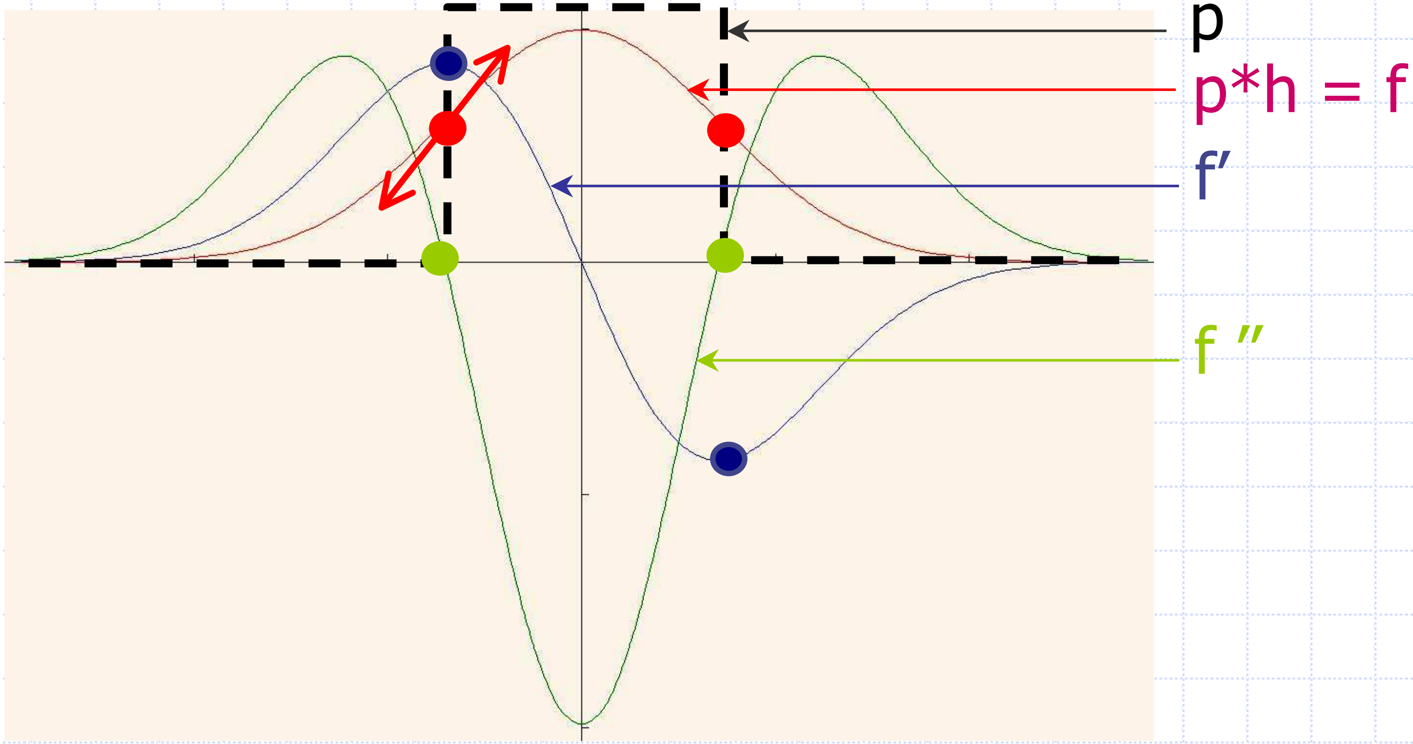
Croissance de régions



- Initialisation: $R_i = \{P_i\}$, i=1-3
- Pour chaque région i
  - M_i = Moyenne des pixels dans R_i
  - Pour chaque pixel k au bord de R_i
    - Pour chaque pixel (x,y) voisin de k
      - Si (x,y) non affecté et | S(x,y)-Mi |<ε
      - alors $R_i = R_i \cup \{(x,y)\}$
      - M_i = moyenne des pixels dans Ri
- Si au moins un pixel affecté

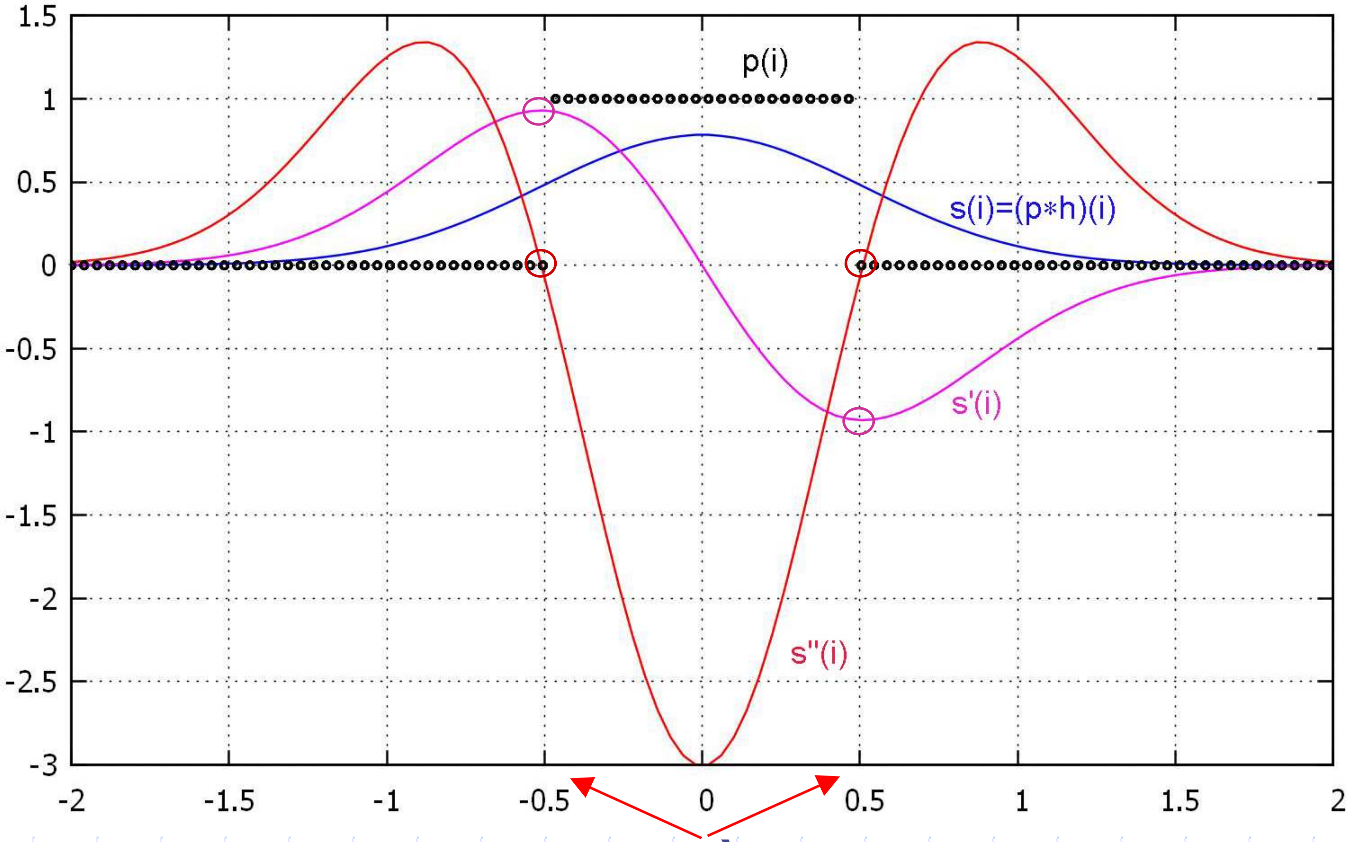
PJ Slomka et al. J Nucl Med 1995; 36 (myocarde) – KJ Van Laere et al. J Nucl Med 2002;43 (cerveau)

Méthodes dérivatives



- Frontières :
  - Extrema du gradient (f')
  - Passages par zéro du Laplacien (f'')

Méthodes dérivatives



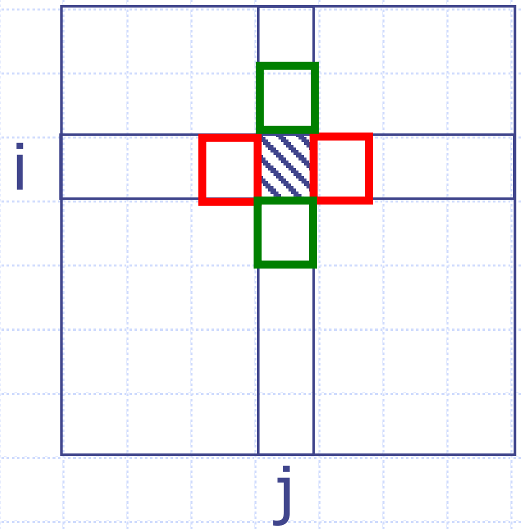
Frontières :

- Extrema du gradient (s′) ○
- Passages par zéro du Laplacien (s″) ○

Filtres passe-haut: Gradients

$$g_h(i,j) = f(i+1,j) - f(i-1,j) \longrightarrow \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

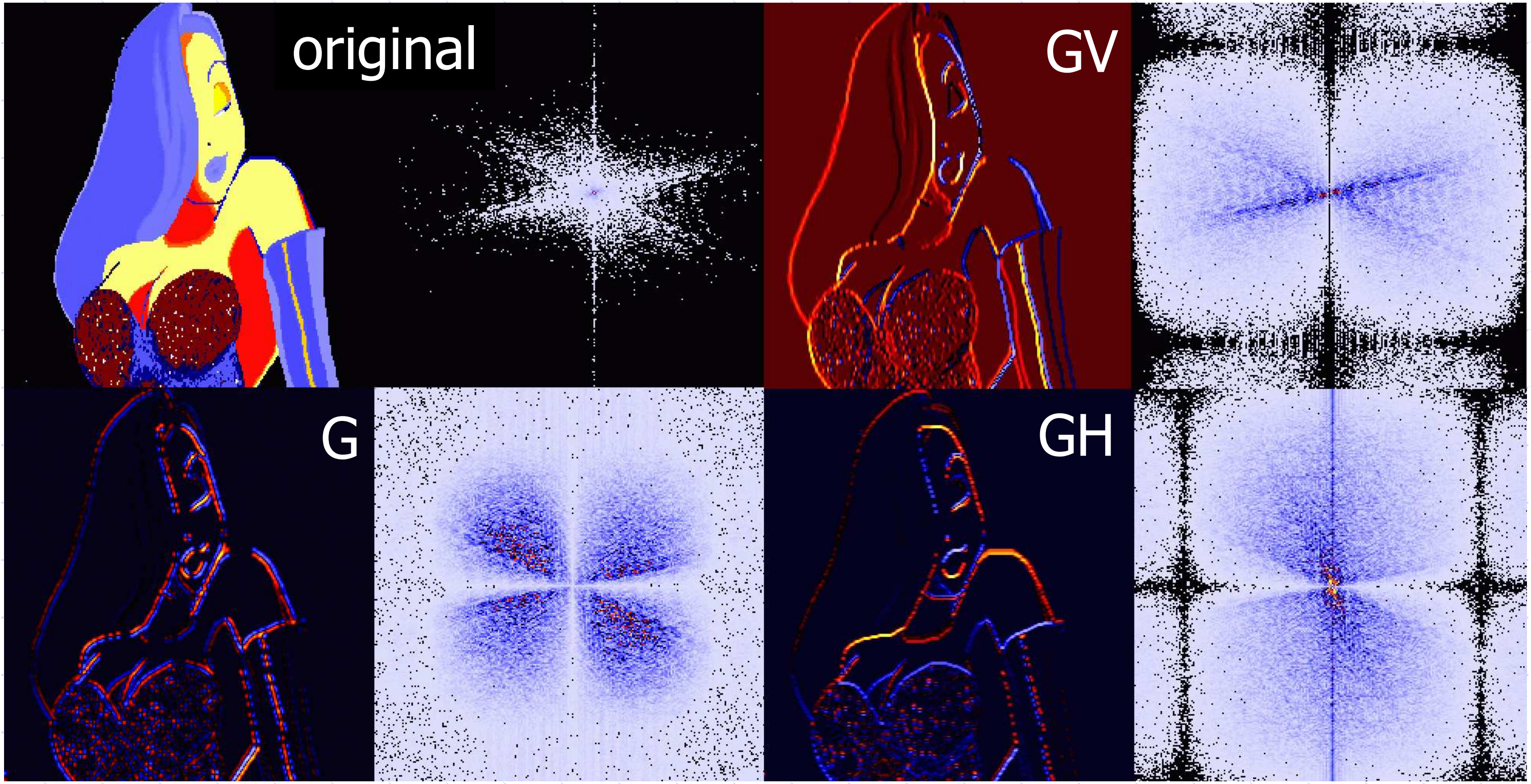
$$g_v(i,j) = f(i,j+1) - f(i,j-1) \longrightarrow \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Exemple de généralisation 2d:

$$G_h = \begin{bmatrix} -1 & -\sqrt{2} & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & \sqrt{2} & 1 \end{bmatrix} \qquad G_v = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -\sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Filtres passe-haut: Gradients



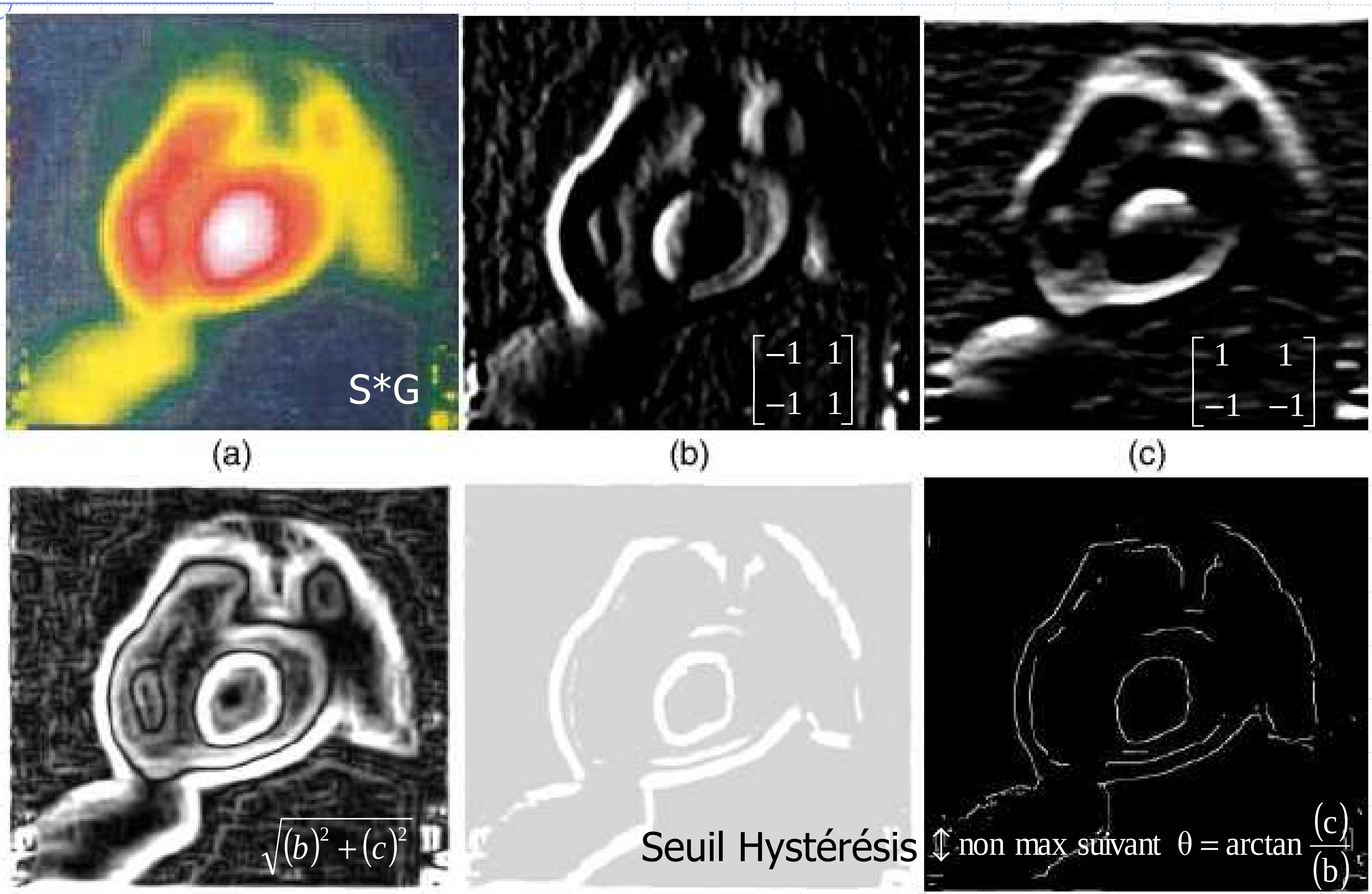
GV (GH) isole les frontières verticales (horizontales)

Segmentation par gradient (Canny)

Pour optimiser la sensibilité et la localisation des frontières :

- Lissage par filtre Gaussien
- Calcul du gradient et de sa norme
- Extraction des maxima locaux dans la direction du gradient
- Seuillage par hystérésis de l'image des maxima locaux

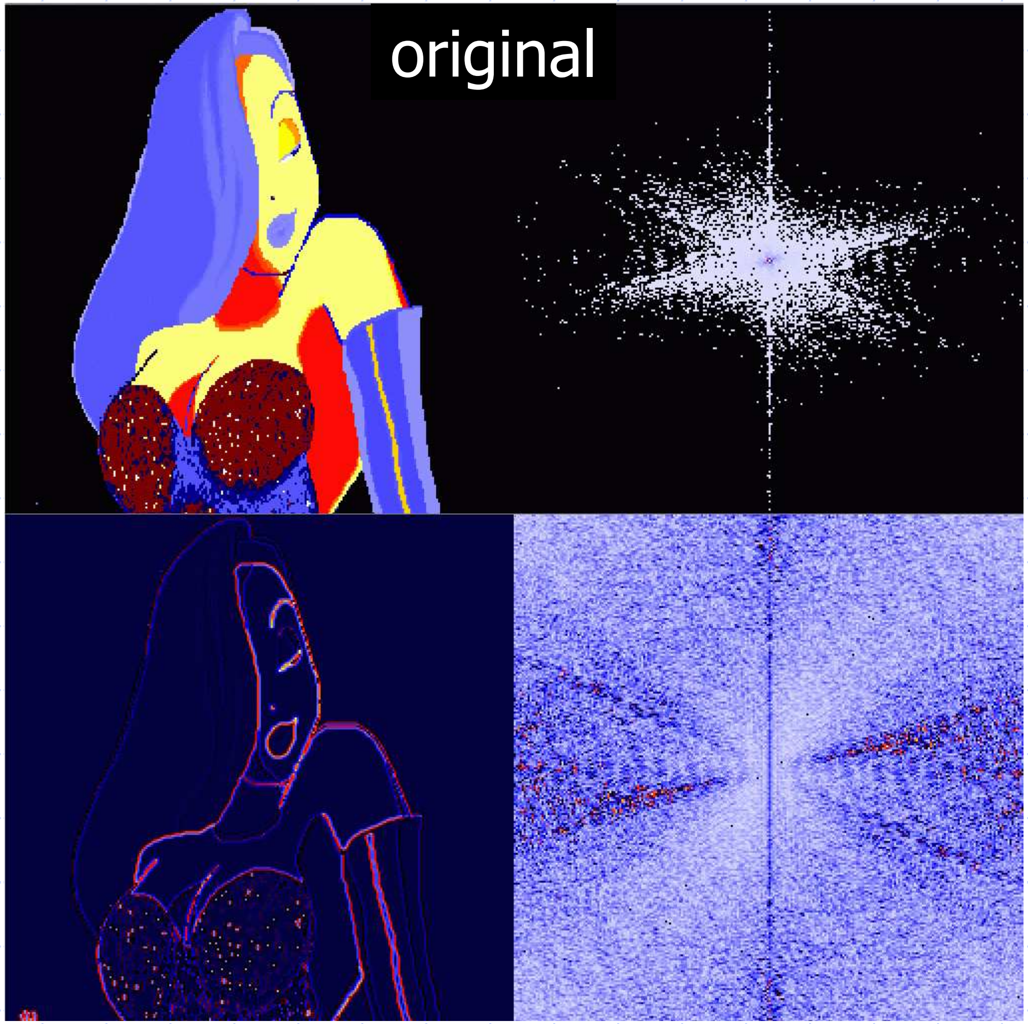
Segmentation par gradient (Canny)



(a) (b) (c)

(d) (e) (f)

Filtres passe-haut: Laplacien

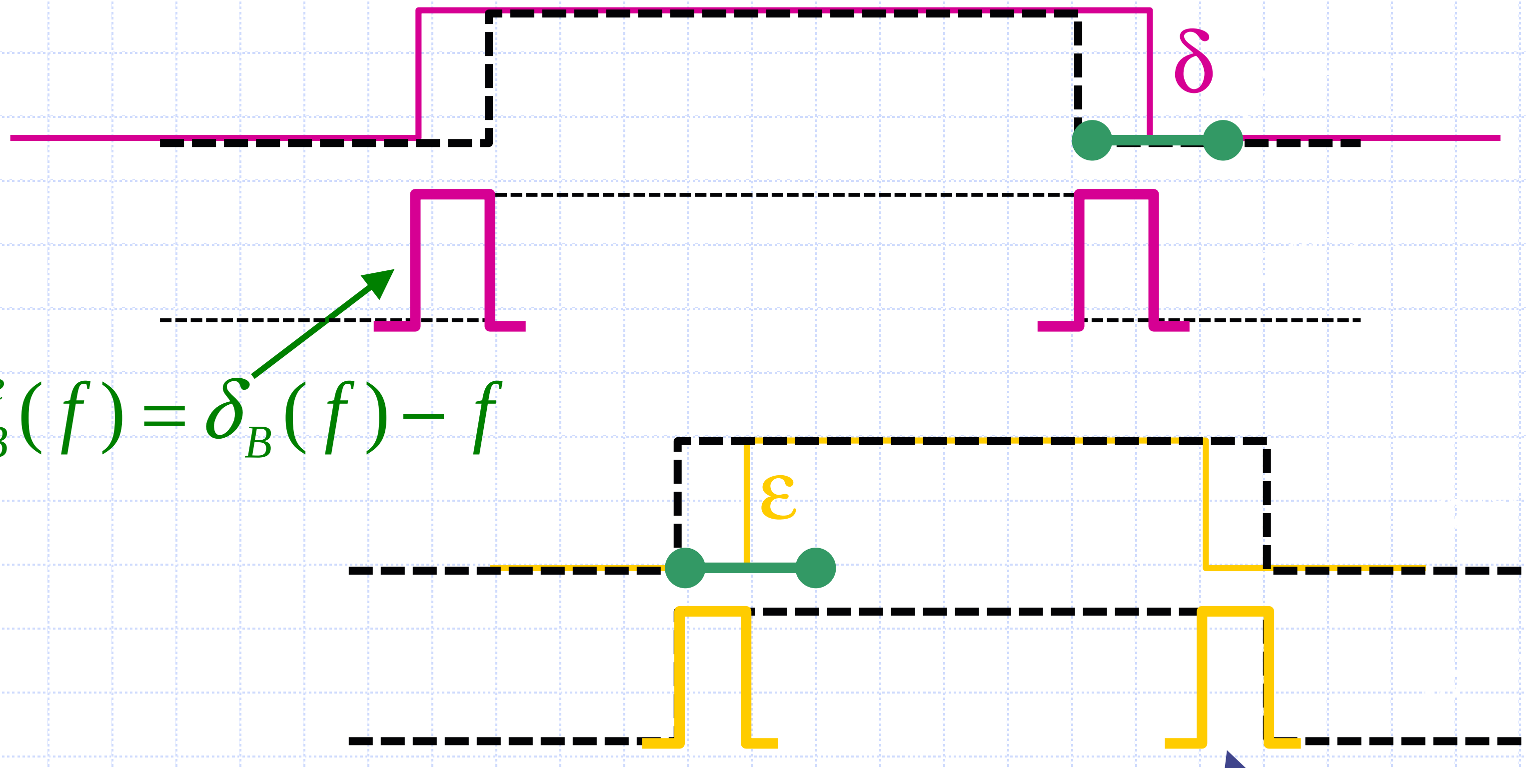


$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Segmentation par Laplacien

- Calcul du Laplacien
- Création de l'image des passages par zéro affectés par la norme du gradient
- Seuillage par hystérésis de cette image

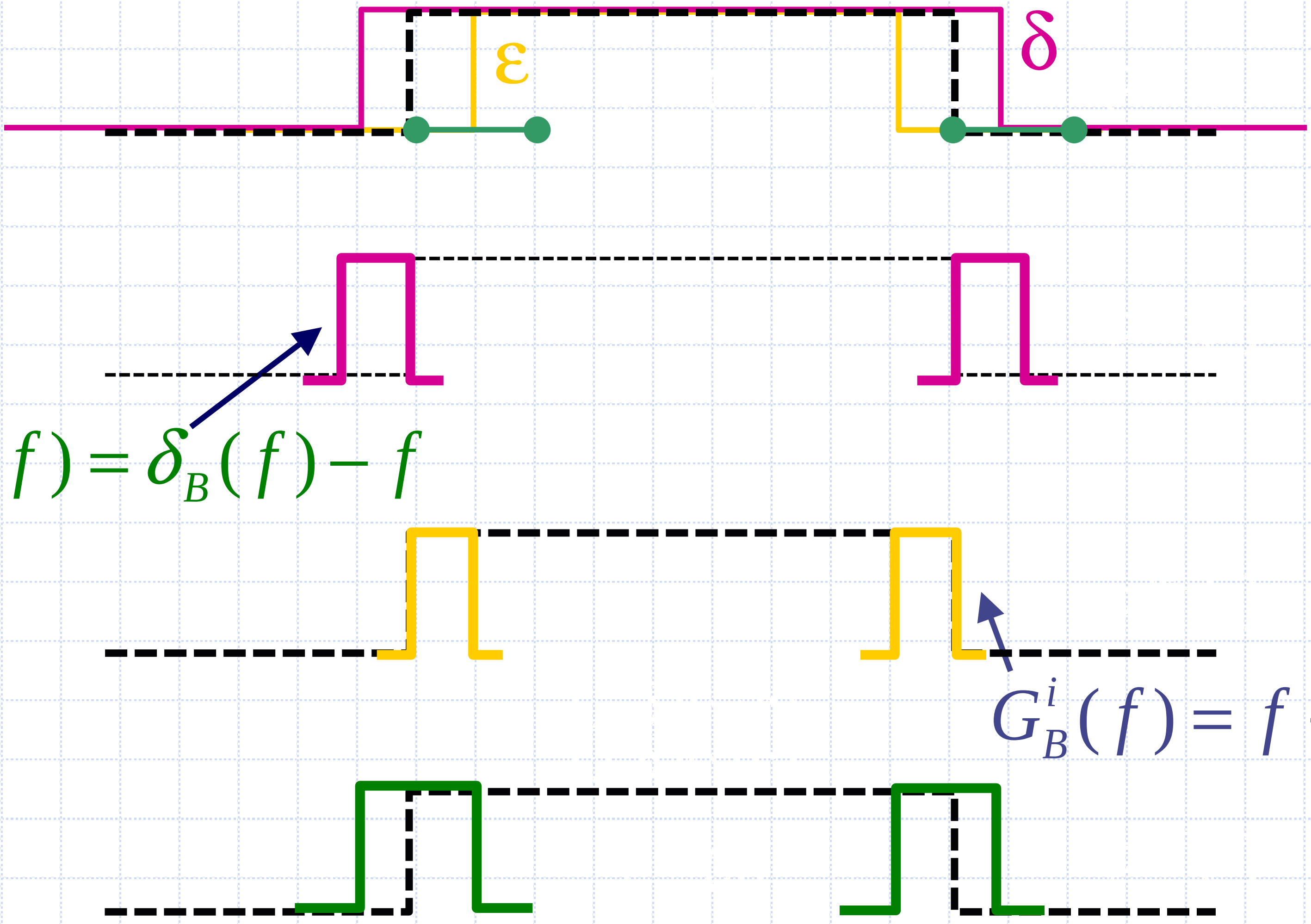
Gradients morphologiques



$$G_B^e(f) = \delta_B(f) - f$$

$$G_B^i(f) = f - \varepsilon_B(f)$$

Gradients morphologiques

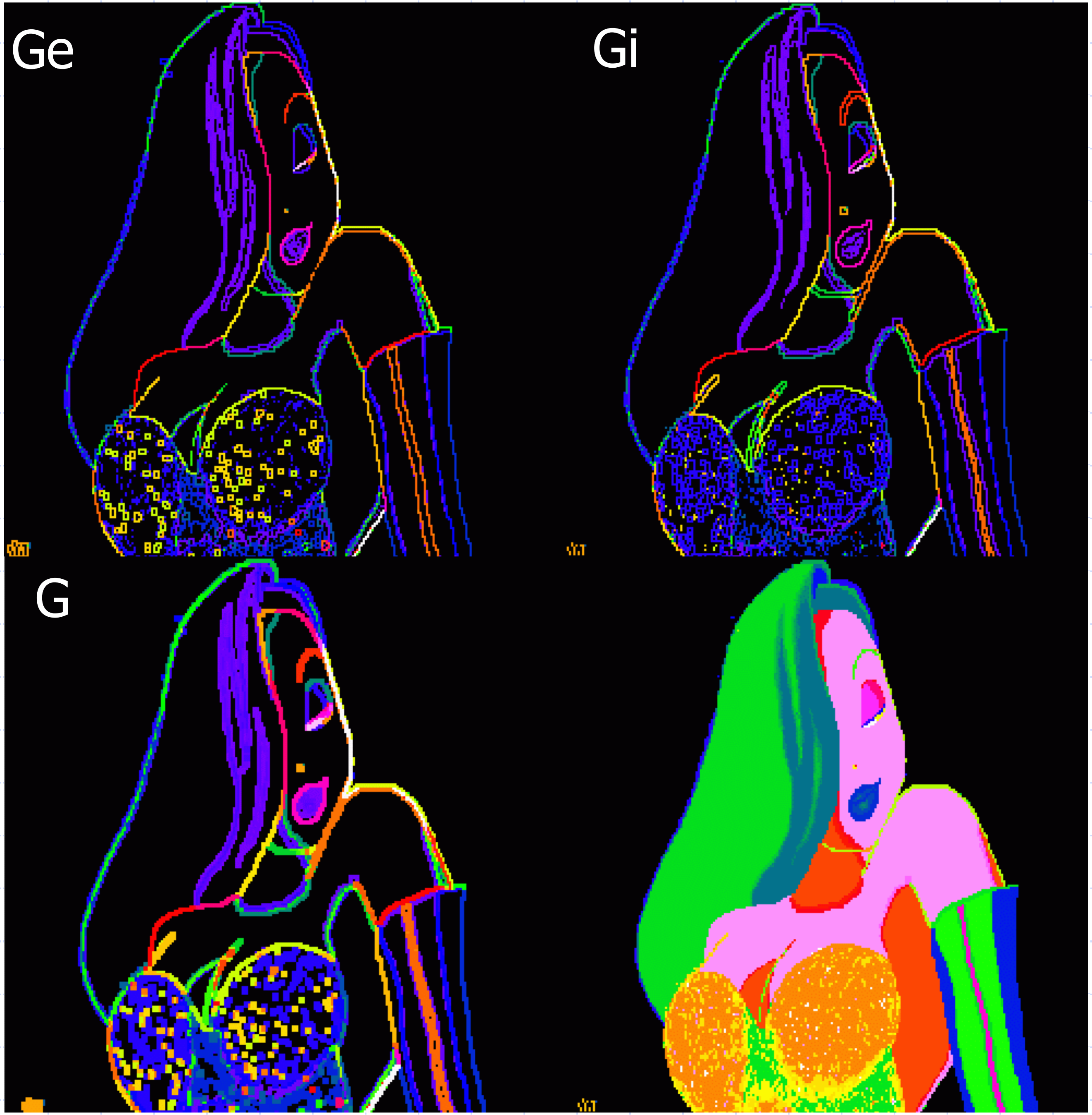


$$G_B^e(f) = \delta_B(f) - f$$

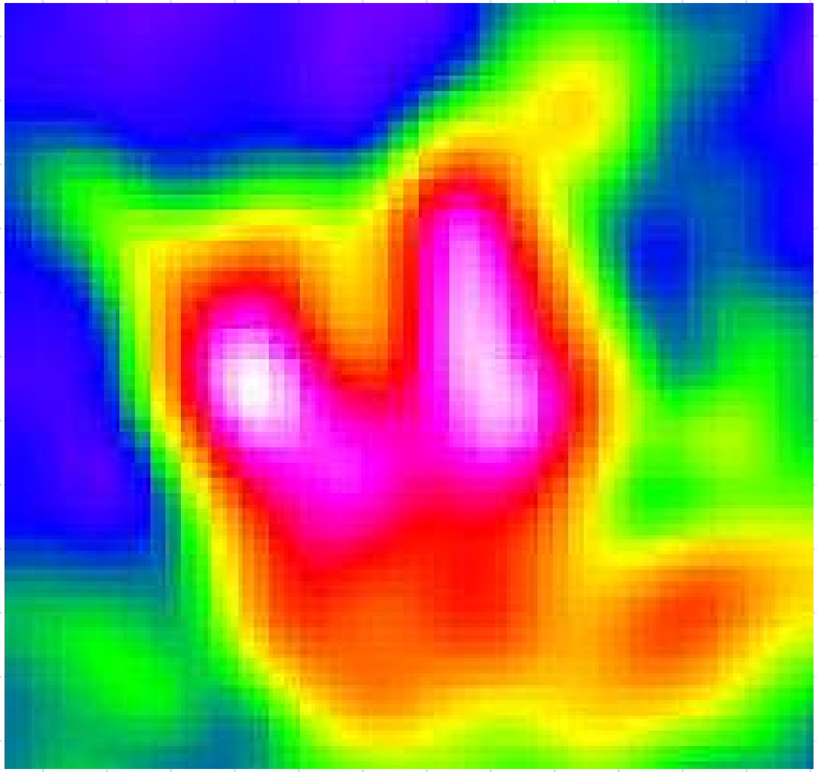
$$G_B^i(f) = f - \varepsilon_B(f)$$

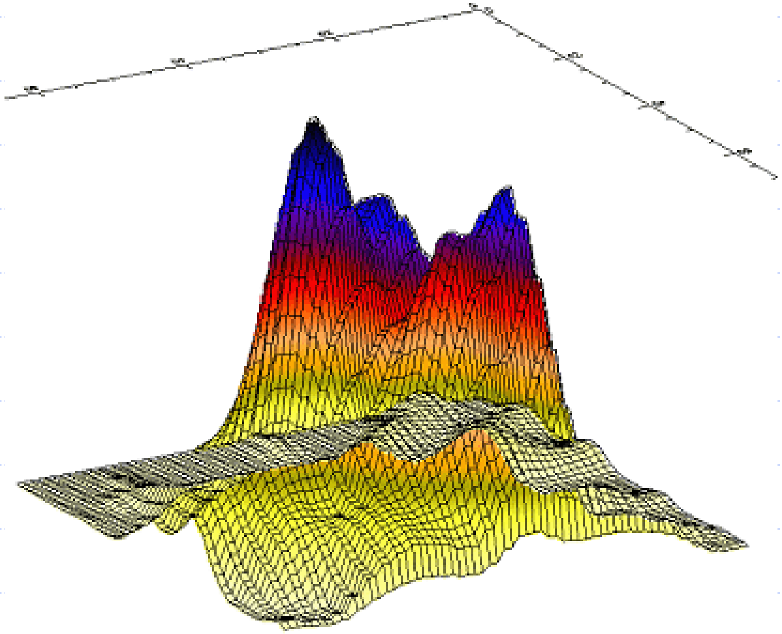
$$G_B(f) = \delta_B(f) - \varepsilon_B(f)$$

Gradients morpho-logiques

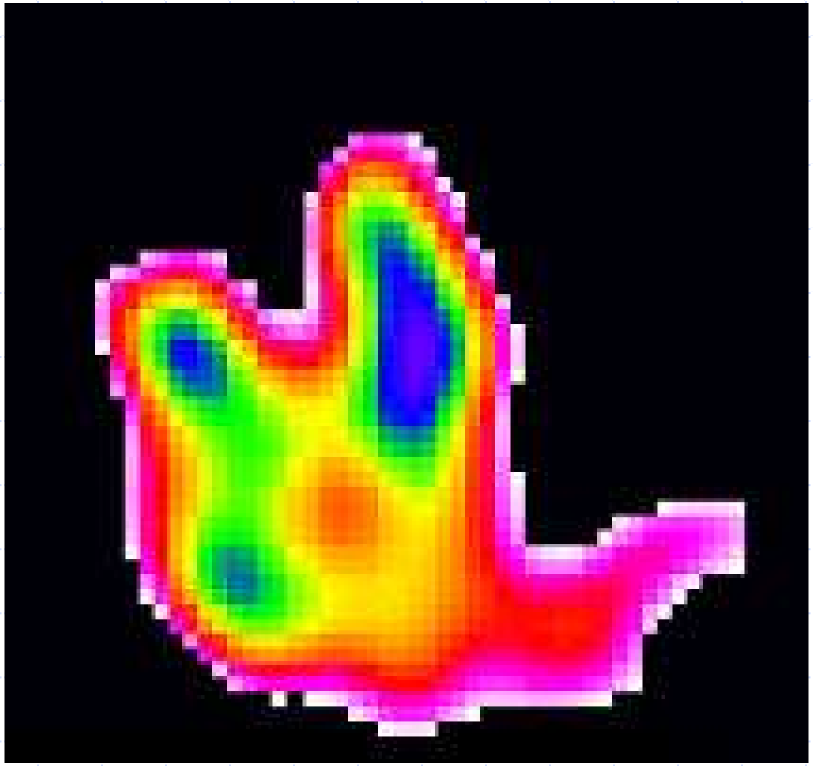


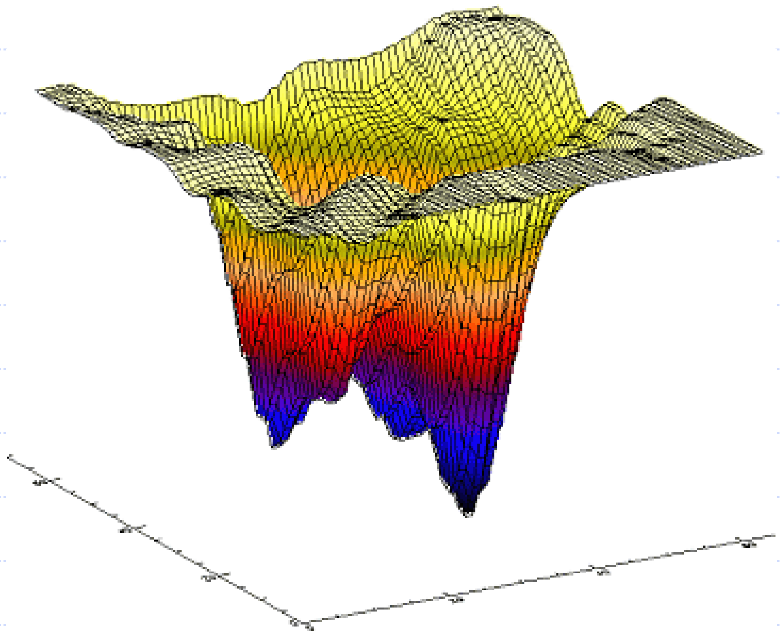
Ligne de partage des eaux



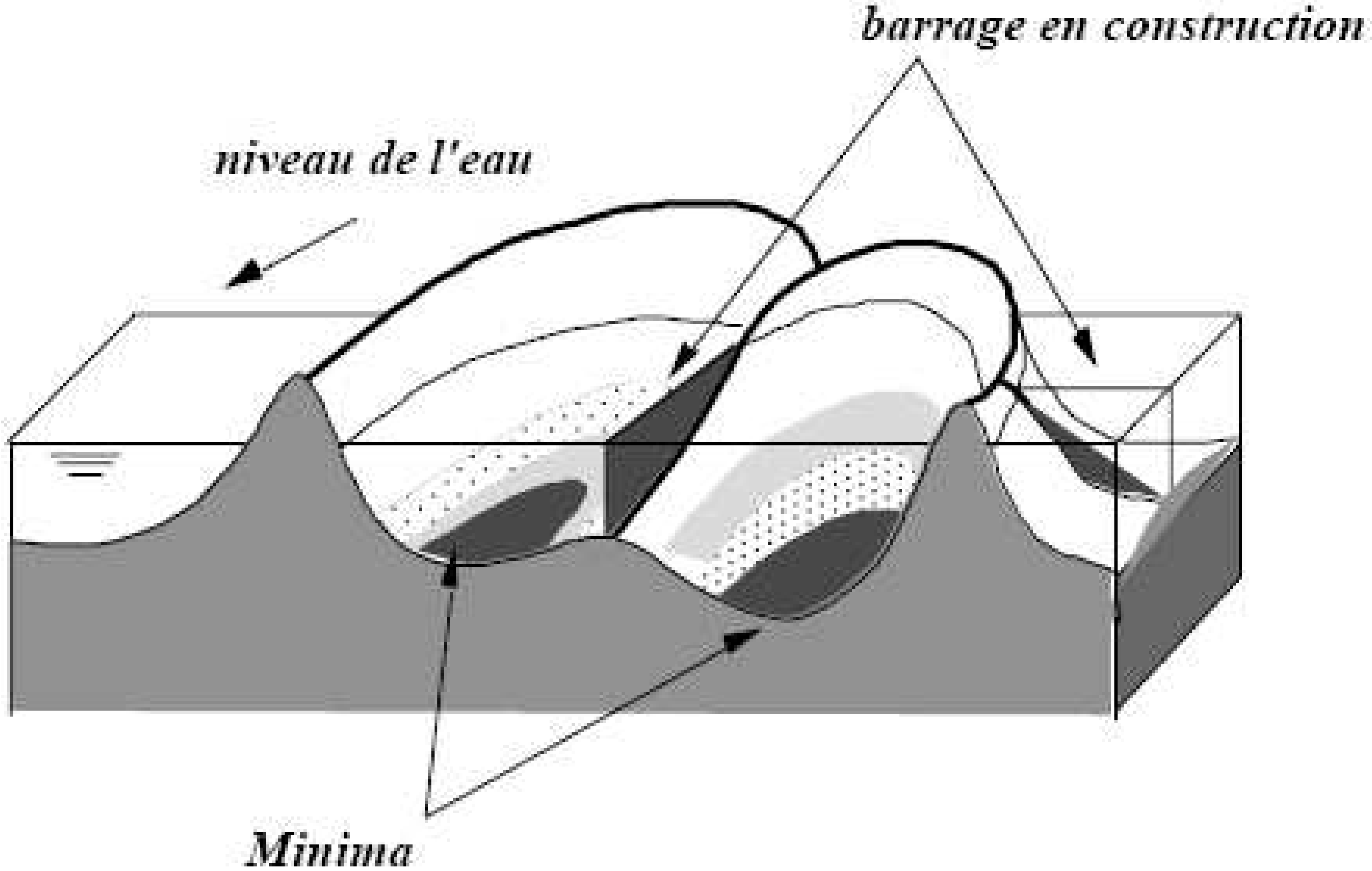


Ligne de partage des eaux





LPE par immersion

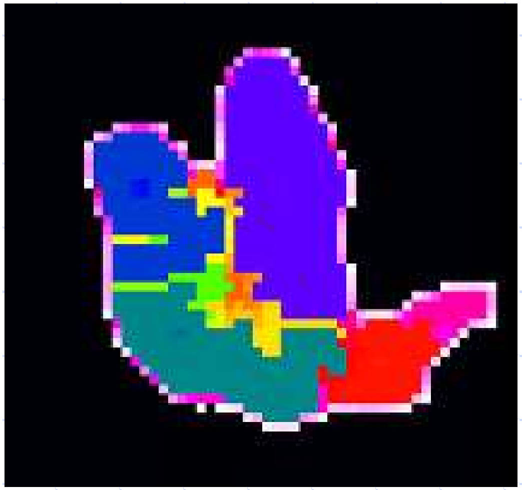


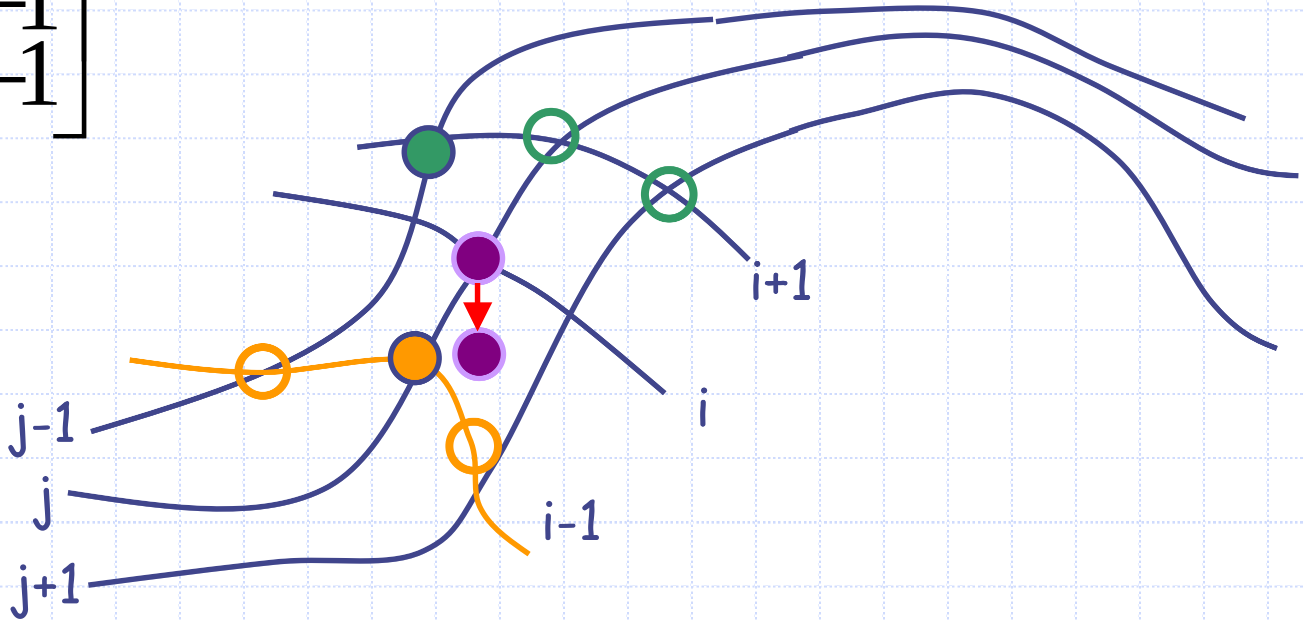
Schmitt M, Mattioli J. « Morphologie mathématique ». Paris, Masson, 1993.

LPE par amincissement homotopique

$$\text{si} \quad f_{\max} < f(i,j) \leq f_{\min} \quad \text{alors} \quad f(i,j) = f_{\max}$$

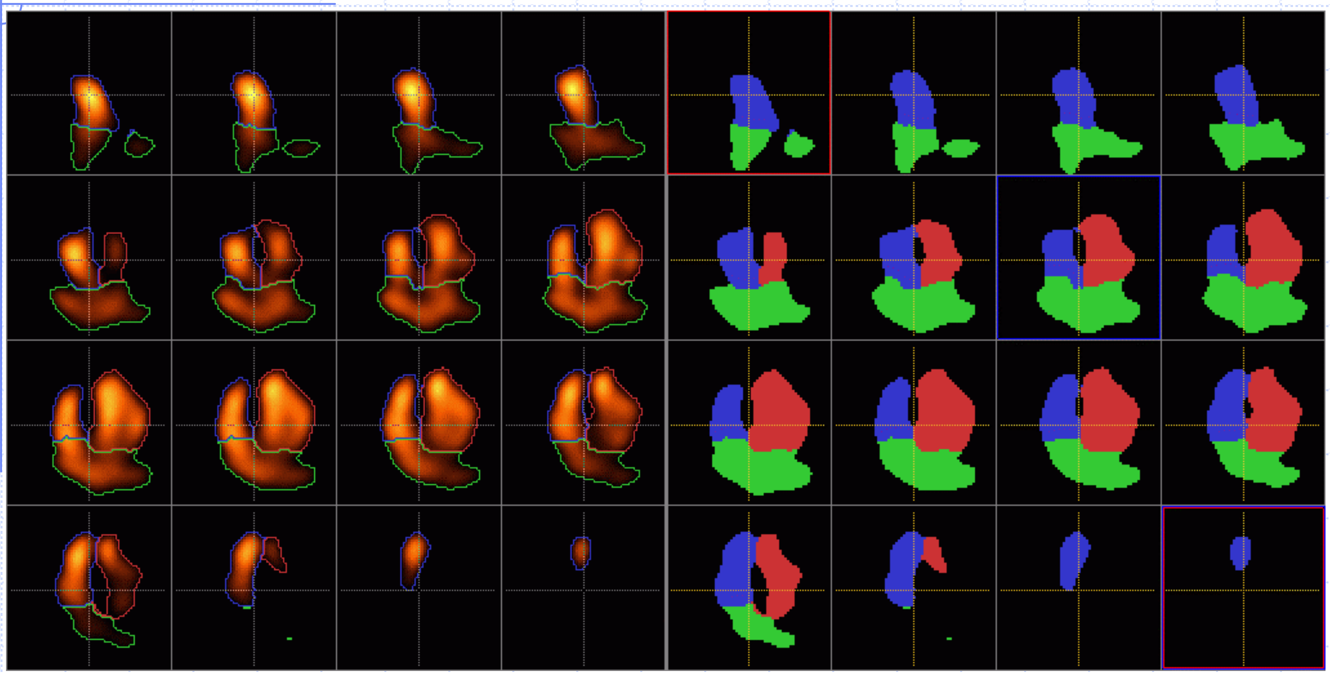
$$\mathrm{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$



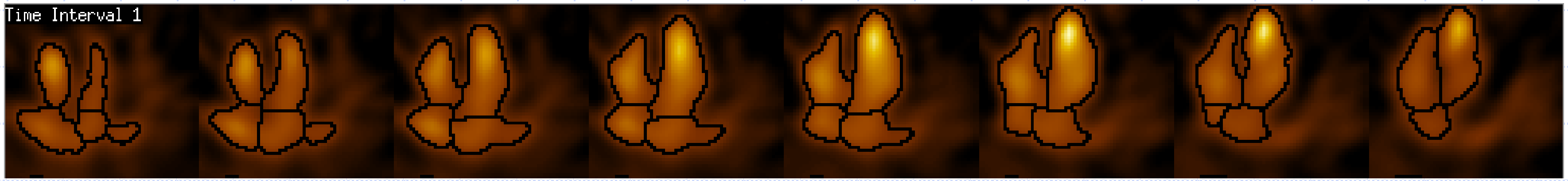


Mariano-Goulart et al.EJNM 1998; 22:1300-07 et Revue Acomen 2000;6:69-77

Résultats



Amincissement homotopique 2D



Immersion 4D

Mariano-Goulart et al.EJNM 1998;22 et EJNM 2001;28- Daou et al. JNM 2001;42

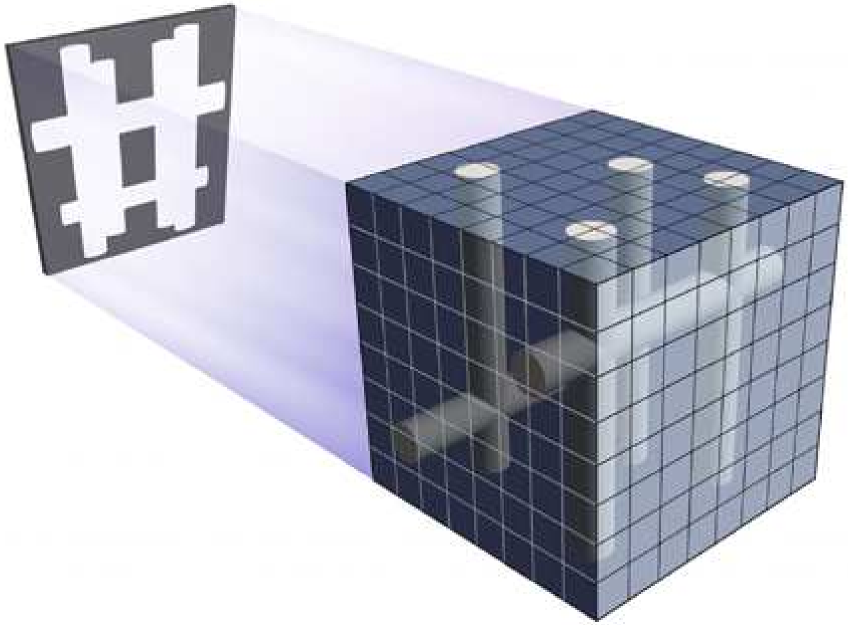
SEGMENTATION

- par seuillages :
  - Choix du seuil, Seuillage par hystérésis
- par croissance de régions
- à partir des dérivées du signal
  - par extrema de gradient
  - par passage par zéro du laplacien
- par gradient morphologique : δ-I, I-ε, δ-ε …
- Par ligne de partage des eaux
  - immersion
  - amincissements homotopiques

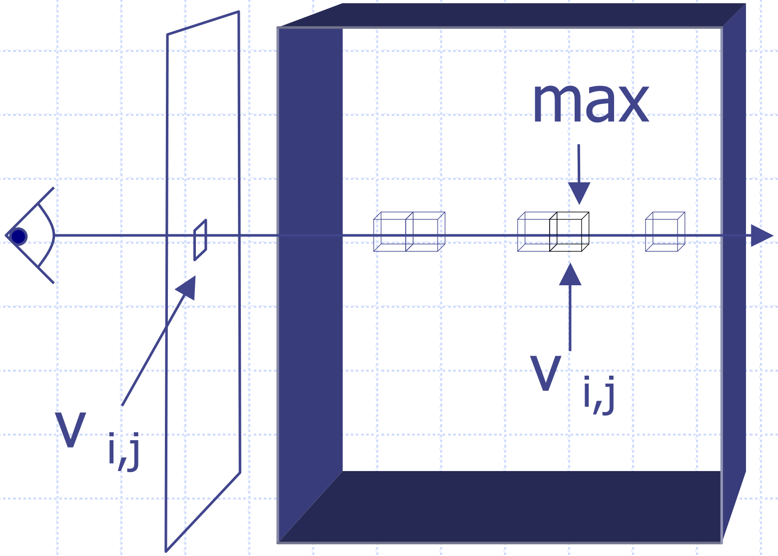
⑤ RENDU DE VOLUME & DE SURFACE 3D

MIP et rendu de volume
Rendu de surface

MIP : Maximum Intensity Projection



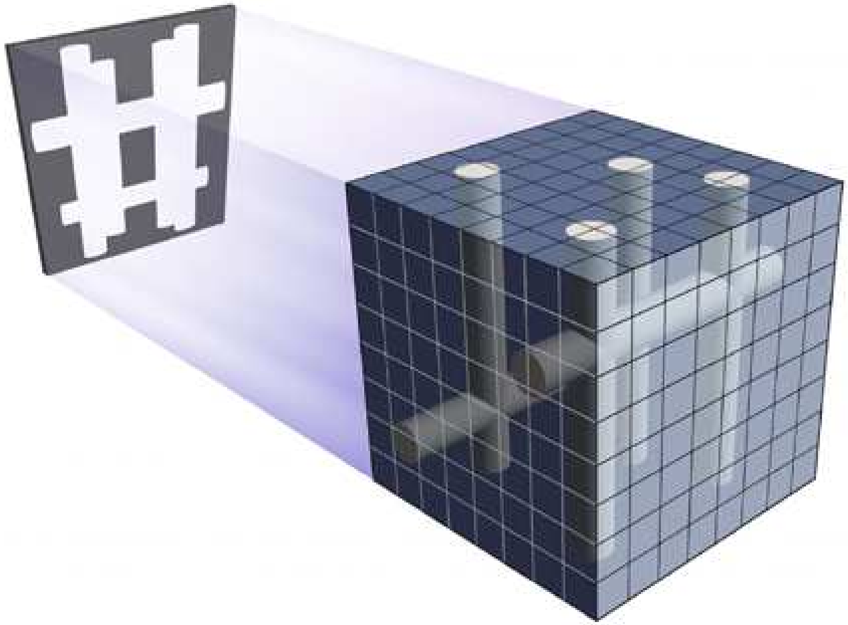
MIP



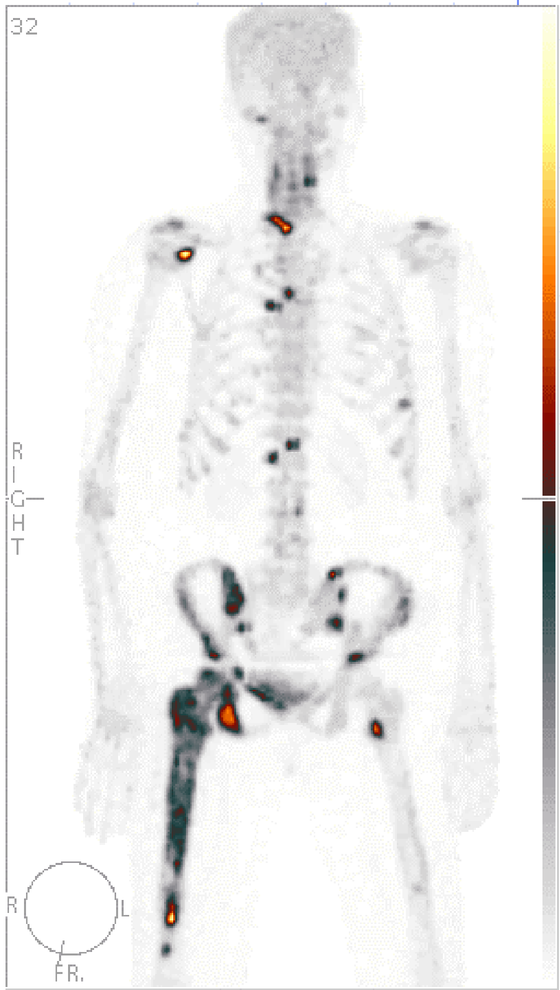
Perte de l'information non maximale suivant une direction de projection

E.K. Fishman et al. RadioGraphics 2006 : http://radiographics.rsnajnls.org/cgi/content/full/26/3/905

MIP

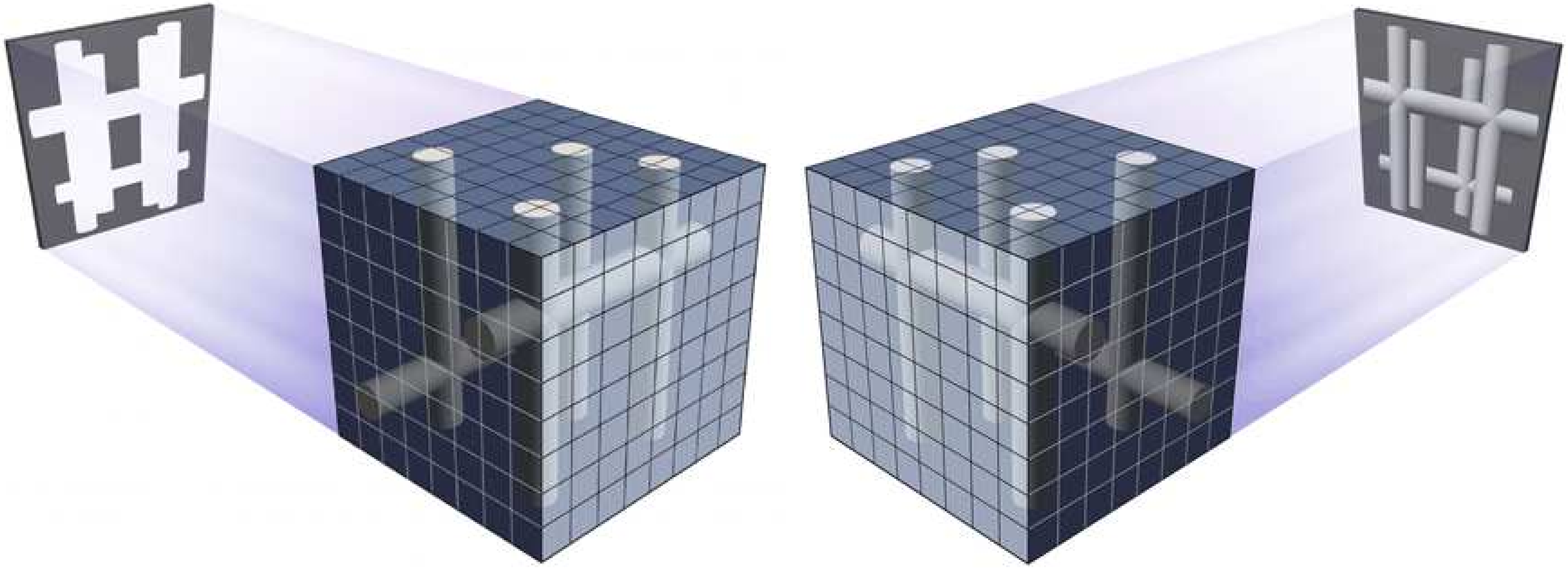


MIP



E.K. Fishman et al. RadioGraphics 2006 : http://radiographics.rsnajnls.org/cgi/content/full/26/3/905

MIP et rendu de volume



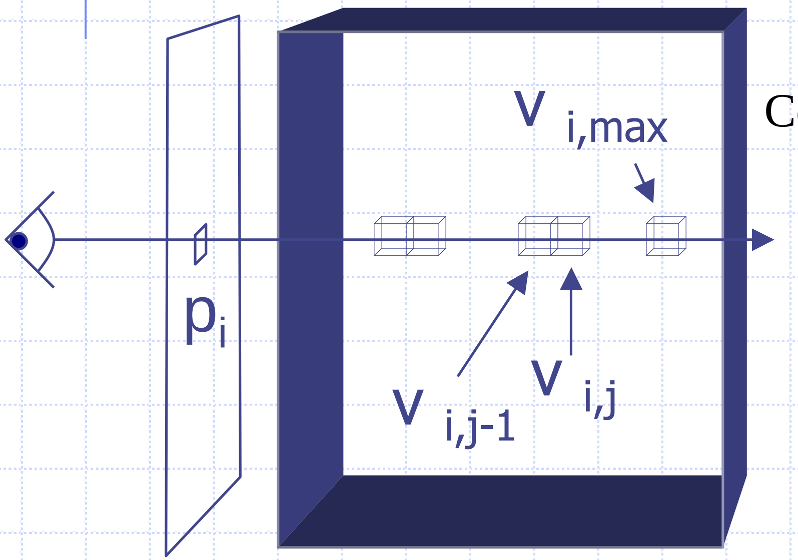
MIP

RENDU DE VOLUME :
Transparence, brillance…

E.K. Fishman et al. RadioGraphics 2006 : http://radiographics.rsnajnls.org/cgi/content/full/26/3/905

Rendu volumique: généralisation

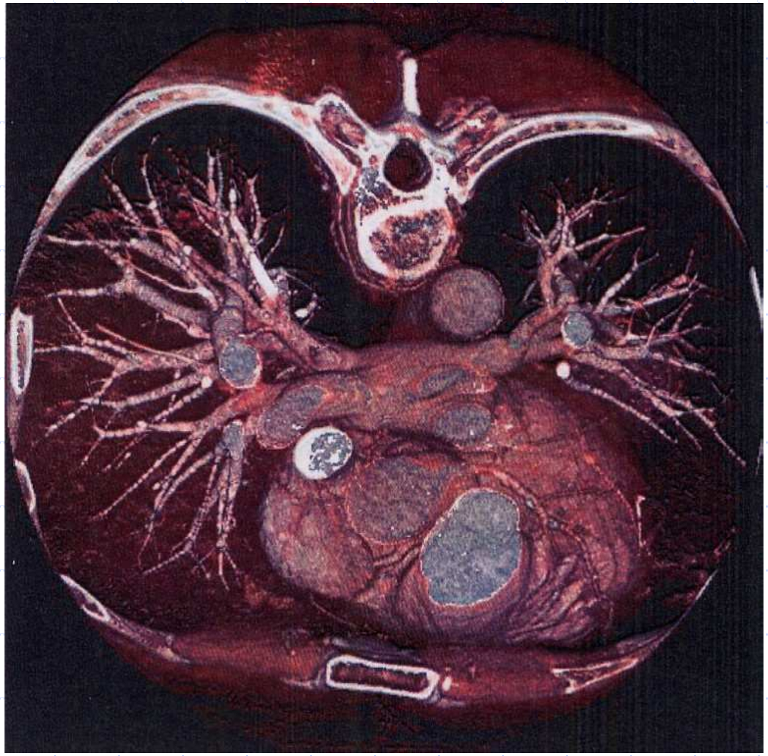
$$C(p_i) = \sum_{j=1}^{max} c(v_{i,j})\,\mathrm{Contrib}(v_{i,j})$$

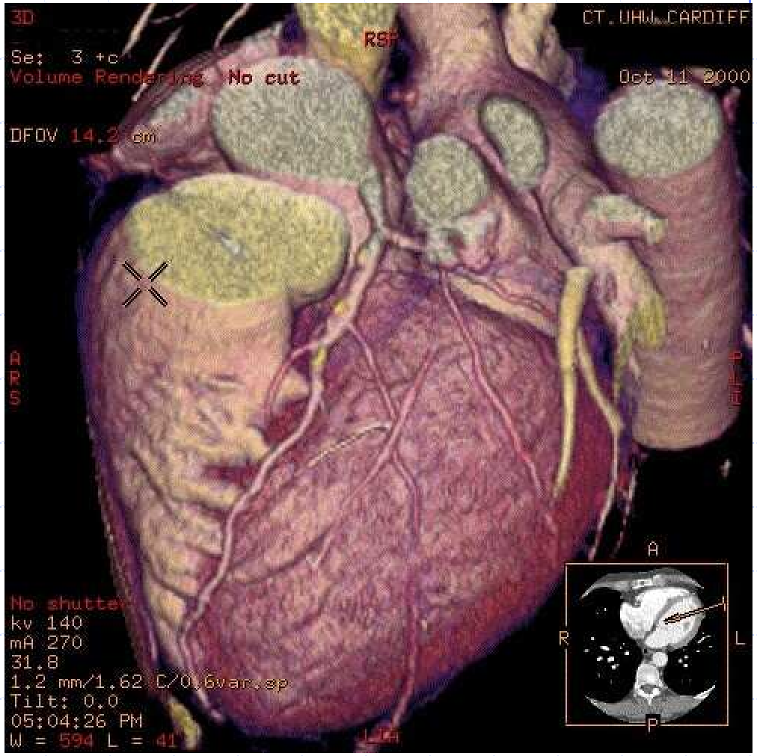


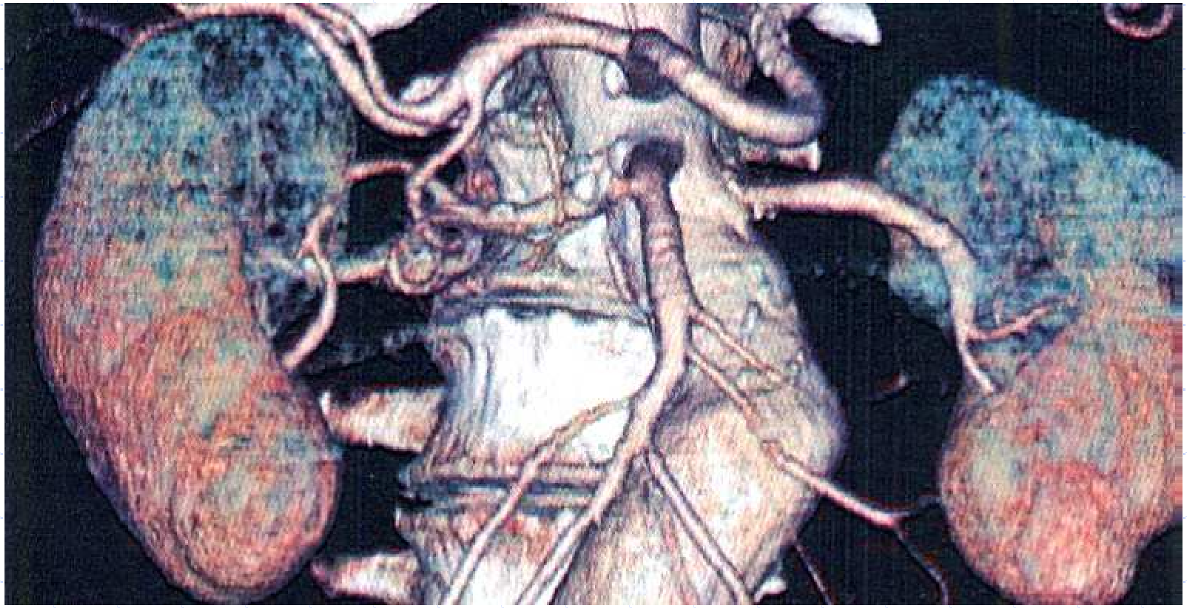
$$\mathrm{Contrib}(v_{i,j}) = \alpha(v_{i,j})\,P(k_a, k_d; v_{i,j}) \prod_{k=0}^{j-1} [1-\alpha(v_{i,k})]$$

Transparence : $\alpha(v_{i,j}) \in [0,1]$

Brillance : $P(k_a, k_d; v_{i,j})$




3D
CT.UHW.CARDIFF
RSF
Se: 3 +c
Volume Rendering No cut
Oct 11 2000
DFOV 14.2 cm
ARS
A
R
L
P
kv 140
mA 270
31.8
1.2 mm/1.62 C/0.6var.sp
Tilt: 0.0
05:04:26 PM
W = 594 L = 41

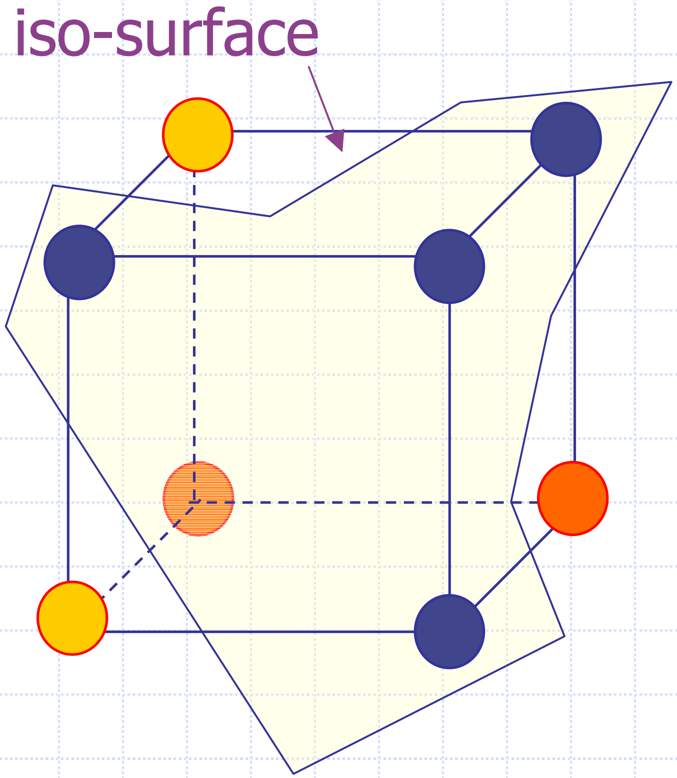


Techniques de rendu de surface

Il s'agit de projeter sur un plan
une surface opaque d'un espace 3D:
cerveau, os, poumon, vasculaire…

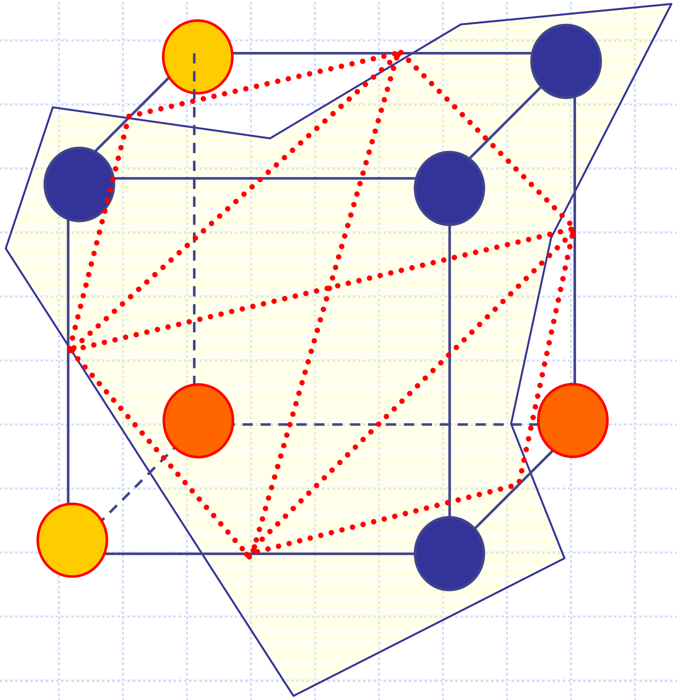
- extraction d'isosurfaces (marching cubes)
- lancé de rayons (ray casting)
- volume splatting
- shear wrap
- Texture mapping (GPU) …

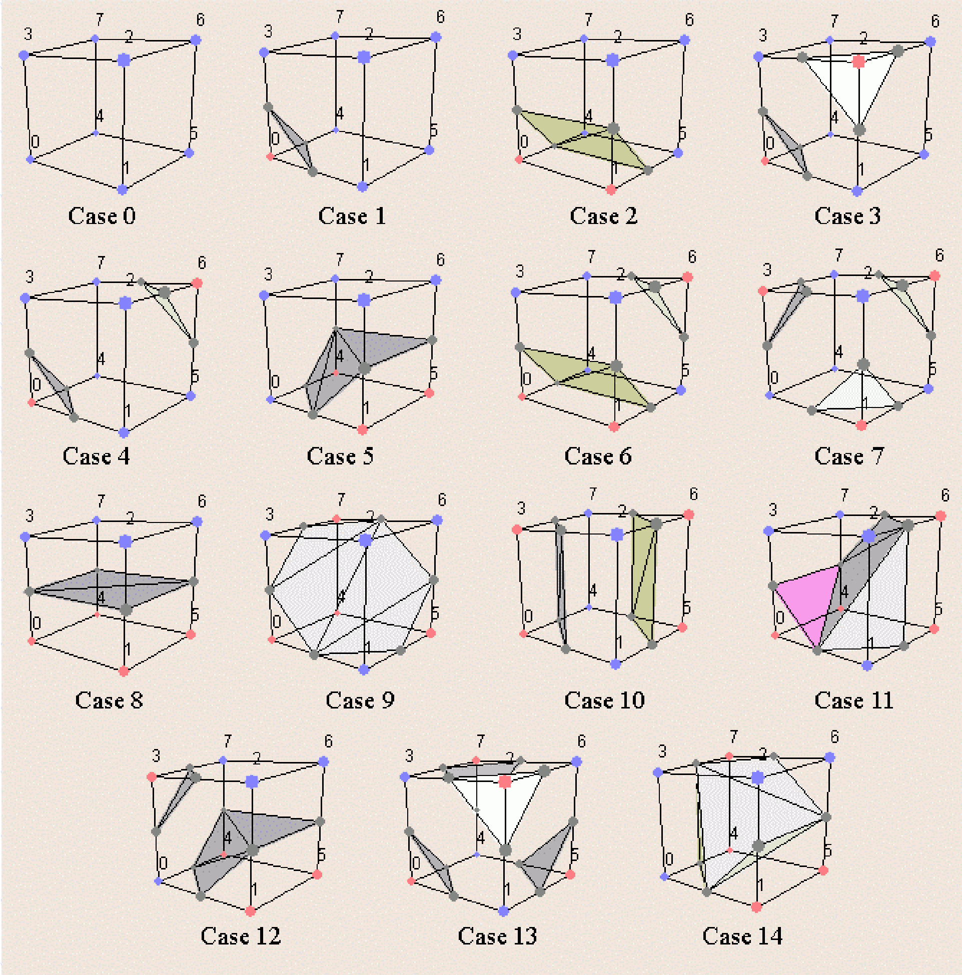
Marching cubes



W. Lorensen,HE. Cline. SIGGRAPH 87 Proceedings, 21(4) July 1987, p. 163-170
http://fr.wikipedia.org/wiki/Marching_cubes

Marching cubes

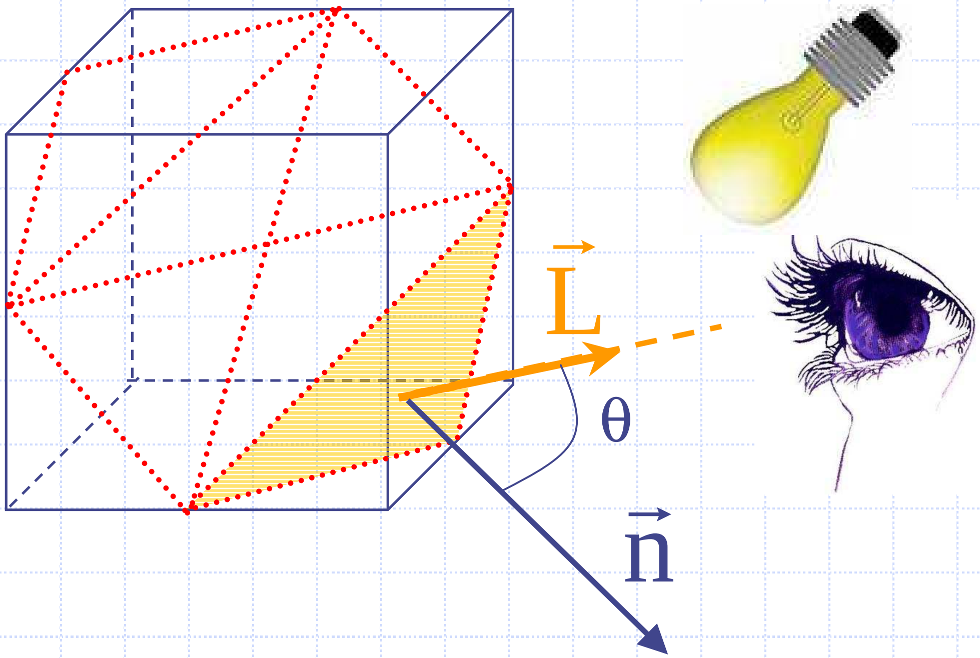


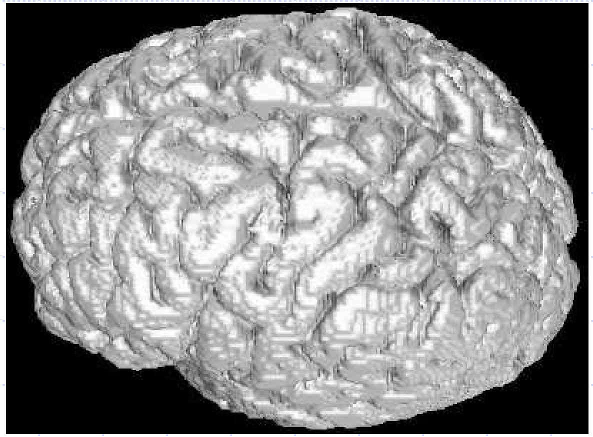


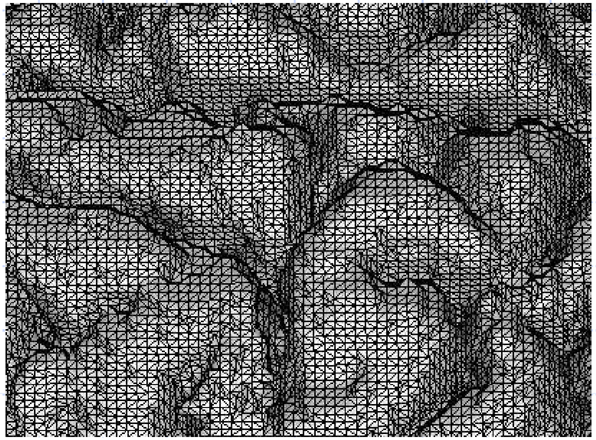
W. Lorensen,HE. Cline. SIGGRAPH 87 Proceedings, 21(4) July 1987, p. 163-170
http://fr.wikipedia.org/wiki/Marching_cubes

Marching cubes

Intensité de coloration proportionnelle à $\vec{n}.\vec{L} \propto \cos\theta$







W. Lorensen,HE. Cline. SIGGRAPH 87 Proceedings, 21(4) July 1987, p. 163-170
http://fr.wikipedia.org/wiki/Marching_cubes

VISUALISATION 3D

- Algorithme de construction d'une image MIP
  - Masque d'éventuelles hyperfixations
  - Utile pour une vue d'ensemble à condition de générer des projections sur 360°.
- Notions de MIP, rendu de volume et rendu de surface
- MIP utile surtout dans l'analyse de la surface de certains organes :
  - cerveau, poumon, reins, squelette

10 NOTIONS A MAITRISER :

1. LMH = D_{min} = $1/f_{max}$ = Pouvoir Séparateur $\propto$ distance
2. Shannon : Dimension du pixel = LMH/2
3. EVP: CR < 100% si dimension de l'objet < 2.LMH
4. Convolution $\equiv$ Passe-bas :
   - Moyenne pondérée dans un voisinage
   - x des fréquences par les valeurs d'une Gaussienne
5. Déconvolution de Metz ou dans l'opérateur de Radon
6. Radioactivité $\equiv$ Poisson $\Rightarrow$ S/B = $\sqrt{C}$
7. Filtres linéaires et non linéaires
8. Recalage affine : T,R,H,G $\rightarrow$ Similarité $\rightarrow$ Optimisation
9. Segmentation: Seuils, Gradient & Laplacien, LPE
10. Visualisation: MIP, rendus de volume et de surface

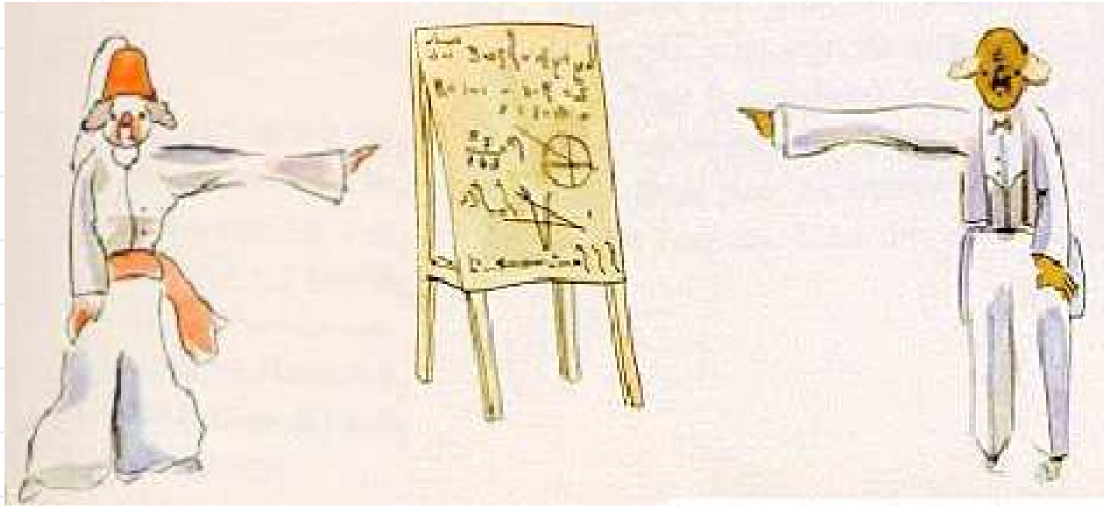
QUELQUES REFERENCES

- Bases physiques de l'imagerie médicale.
  A. Desgrez & I. Idy-Peretti. 1992, Masson

- Précis d'analyse d'images.
  M. Coster & JL. Chermant, 1989, Presses du CNRS.

- Morphologie mathématique
  M. Schmidt & J. Mattioli. 1994, Masson.
  I. Bloch lien http://perso.telecom-paristech.fr/~bloch/ANIM/morpho.pdf

- Introduction au traitement numérique des images. D. Mariano-Goulart.
- Reconstruction tomographique en imagerie médicale. D. Mariano-Goulart.
  2015, Encyclopédie médico-chirurgicale
  Radiologie et imagerie médicale - principes et technique - radioprotection



Merci pour votre attention…

http:\\scinti.edu.umontpellier.fr
d-mariano_goulart@chu-montpellier.fr