

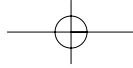


Figure 13.1
La goutte et l'onde :
un exemple d'onde
progressive à la surface
d'une étendue liquide,
ou comment l'impulsion
matérielle de la goutte
engendre un état
de vibration.
© Omniscience.

Optique et dualité onde-corpuscule

Ce chapitre expose d'abord les principaux résultats théoriques et expérimentaux à la base des modélisations corpusculaire et ondulatoire de la physique. On verra ensuite, aussi simplement que possible, les raisons qui ont conduit les physiciens du début du xx^e siècle à remettre en question cette vision pour proposer la dualité onde-corpuscule et la théorie quantique qui formalise cette nouvelle approche. La mécanique quantique sera introduite dans le dernier paragraphe avec ses conséquences les plus importantes. Bien qu'une approche déductive ait été choisie et que la plupart des résultats présentés soient justifiés voire démontrés, le formalisme mathématique a été limité aux connaissances généralement acquises en secondaire.

Ces notions sont indispensables à la compréhension des différentes interactions entre une onde (ou une particule) et un organisme vivant. Elles constituent les bases de l'imagerie médicale et de la radiobiologie.



13-1 La structure corpusculaire de l'atome

Sont présentés ici, très succinctement, les familles de particules élémentaires actuellement connues et le modèle atomique de Rutherford. Nous y précisons les unités de masse et d'énergie propres à ces échelles et nous concluons sur les difficultés rencontrées par ce modèle pour rendre compte des résultats de l'électrodynamique et de la spectroscopie.

13-1-1 Survol historique de l'évolution des idées

Le besoin de décrire la nature, donc de s'adonner à la physique, au sens étymologique du terme, remonte vraisemblablement à l'aube de l'humanité et au développement d'une intelligence consciente d'elle-même et du milieu dans lequel elle évolue. La science physique est cependant longtemps restée spéculative et descriptive, incapable d'accéder à une modélisation quantitative des phénomènes naturels. Faute d'un formalisme abstrait suffisamment élaboré, cette physique essentiellement qualitative ne pouvait confronter ses modèles aux résultats d'expériences scientifiques, c'est-à-dire contrôlées et renouvelables.

Il a fallu attendre le xvi^e siècle pour que des physiciens s'approprient un outil mathématique déjà largement formalisé et confèrent à leur discipline le statut de science. Ce fut l'œuvre de grands personnages dont l'histoire a retenu le nom : Nicolas Copernic, Tycho Brahe, Johannes Kepler et Galileo Galilée, puis Evangelista Torricelli, Blaise Pascal, René Descartes et Isaac Newton.

Dès cette époque, deux modèles mathématiques entrent en concurrence pour décrire la nature. Le premier modèle, dit corpusculaire, est celui de petites boules de matière qui interagissent lors de contacts. La

Les idées de la physique

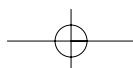
« La physique est pratiquement terminée; il y a encore des constantes à mesurer, un certain nombre de travaux à faire, mais enfin toutes les grandes idées ont été obtenues; il ne reste guère que deux petites choses à examiner : le rayonnement de corps noir et l'expérience de Michelson. »

Lord RAYLEIGH, 1898

L'avenir fut bien différent. Dans les cinq dernières années du xix^e siècle, des résultats expérimentaux essentiels mettent à jour l'existence des rayons X, de la radioactivité naturelle et de multiples particules élémentaires.

seconde approche, qualifiée d'ondulatoire, utilise au contraire des fonctions continues de l'espace et du temps (potentiels, champs, etc.). Jusqu'à la fin du xix^e siècle, l'apport des mathématiques a fait faire des progrès considérables à la physique, jusqu'à la première synthèse géniale due à James Clerk Maxwell qui unifie au sein de la même théorie l'électricité, le magnétisme et l'optique. À l'approche du xx^e siècle, les succès de la théorie de l'électromagnétisme, associés à ceux de la mécanique analytique (Louis Lagrange, William Rowan Hamilton, Carl Jacobi) et de la thermodynamique, semblaient consacrer une physique bel et bien ondulatoire.

Dès la fin du xix^e siècle et le début du xx^e siècle, les découvertes des rayons X, de la radioactivité naturelle et des particules élémentaires redonneront un temps un intérêt nouveau aux modèles corpusculaires de l'atome, mais aboutiront bien vite à des impasses théoriques. Parallèlement, la mesure de l'invariance de la vitesse de la lumière par Albert



Michelson (1887), puis l'hypothèse des quanta émise par Max Planck pour modéliser le rayonnement du corps noir allaient ouvrir la voie à la théorie de la relativité (Albert Einstein, 1905 et 1916) d'une part et à la mécanique quantique d'autre part (Niels Bohr, Erwin Schrödinger, Werner Heisenberg, Wolfgang Pauli et Paul Dirac pour ne citer que les plus célèbres, de 1900 à 1930). Ces théories permettront de bâtir une physique nouvelle au regard de laquelle les progrès effectués depuis le XVI^e siècle apparaîtront comme des approximations valables à l'échelle d'un homme et pour des vitesses faibles devant celle de la lumière.

La mécanique quantique proposera un modèle dans lequel les approches corpusculaire et ondulatoire deviendront complémentaires et indissociables pour décrire complètement la nature. Ses concepts, associés à ceux issus de la relativité, conduiront finalement, d'une part à généraliser la notion de dualité onde-particule (Louis de Broglie) et, d'autre part à associer à chaque particule élémentaire une antiparticule de même masse, de même moment cinétique, mais ayant (entre autres) une charge électrique et un moment magnétique opposés.

13-1-2 Les particules élémentaires dans le modèle standard

Au niveau le plus fin connu, la matière est constituée de 12 particules élémentaires et de leurs 12 antiparticules associées. Ces 12 paires de particules sont classées en deux familles très différentes quant à leurs caractéristiques physiques : les *quarks* et les *leptons*.

a) Les quarks

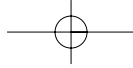
Les 6 quarks sont dénommés : *up* (u), *charm* (c), *truth* (t), *down* (d), *strange* (s) et *bottom* (b). Ils portent chacun une certaine fraction de la charge électrique élémentaire ($e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$) : $+\frac{2}{3}e$ pour les quarks u, c et t, et $-\frac{1}{3}e$ pour les quarks d, s et b. Les quarks ne peuvent être observés que regroupés par paire quark-antiquark ou par triplet de quarks au sein de particules élémentaires appelées *hadrons*. Au sein de cette famille, le sous-groupe des *nucléons* a une importance particulière. Il comprend deux particules :

- le proton (formé par l'association de deux quarks u et d'un quark d, donc de charge électrique $+e$);
- le neutron (formé par l'association d'un quark u et de deux quarks d, donc de charge électrique nulle).

Protons et neutrons sont les deux particules constitutives du noyau de tout atome.

b) Les leptons

Par ordre de masse croissante, nous pouvons dénombrer tout d'abord 3 leptons : l'électron (e^-), le muon (μ^-) et le tau (τ^-), tous trois de charge électrique $-e$. À chacun de ces 3 leptons est associée une particule de charge électrique nulle et de masse négligeable par rapport à celle des particules élémentaires massives : le neutrino (ν_e , ν_μ et ν_τ).



c) Les interactions et les bosons

Les 12 paires de particules et d'antiparticules qui constituent la matière interagissent entre elles, s'attirant ou se repoussant suivant trois **interactions fondamentales** :

- l'interaction forte ;
- l'interaction électrofaible (où nous distinguerons l'interaction électromagnétique de l'interaction faible) ;
- la gravitation.

Ces interactions fondamentales supposent un échange d'énergie entre les particules qui interagissent. Cet échange peut se concevoir comme échange virtuel d'une dernière classe de particules appelées **bosons** de jauge.

Le boson associé à l'interaction électromagnétique est bien connu puisqu'il s'agit du **photon** (de masse et de charge électrique nulle).

De même, un boson peut être échangé lors de l'interaction forte : il s'agit du **gluon** (de masse nulle).

Trois bosons peuvent être échangés lors d'une interaction faible : on les note W^+ , W^- et Z^0 .

Les modèles actuels d'interaction gravitationnelle supposent l'existence d'échange de **gravitons** (de masse nulle).

Le tableau 13.1 résume les principales caractéristiques des interactions fondamentales. On y constate qu'à l'échelle de la microphysique, c'est-à-dire aux échelles de la molécule, de l'atome et des particules élémentaires, l'interaction gravitationnelle peut, avec une très grande précision, être négligée par rapport aux interactions électrofaible ou forte. À l'échelle du noyau atomique (fm), c'est l'interaction forte qui domine. Au niveau de l'atome ou de la molécule, la portée très limitée de l'interaction forte la rend négligeable par rapport à l'interaction électromagnétique.

L'interaction et son rayon d'action

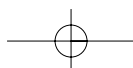
Le rayon d'action R d'une interaction dépend assez simplement de la masse du boson échangé (à la vitesse de la lumière c). Nous verrons en effet qu'une des relations d'incertitude d'Heisenberg permet d'écrire $\Delta E \Delta t = \hbar$, où $\hbar = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J·s est la constante de Planck, ΔE est l'énergie échangée et Δt est la durée de l'interaction. Dans le cas d'un échange de boson de masse m , cette relation s'écrit $(mc^2)(R/c) \approx \hbar$, c'est-à-dire $R \approx \hbar/(mc)$. Plus la masse du boson échangé est faible, plus la portée de l'interaction est forte. À la limite, les interactions avec échanges de bosons de masse nulle ont une portée infinie. Ceci s'applique à toutes les interactions, sauf à l'interaction forte du fait du confinement des quarks à l'intérieur des hadrons.

Interaction	Particules concernées	Boson échangé	Masse du boson (GeV/c ²)	Portée (fm = 10 ⁻¹⁵ m)	Intensité relative
forte	hadrons	gluon	0	1	1
électromagnétique	chargées	photon	0	∞	10 ⁻³
faible	toutes	W^+ , W^- , Z^0	81, 81, 91	10 ⁻³	10 ⁻⁵
gravitationnelle	massives	graviton	0	∞	10 ⁻³⁸

Tableau 13.1 Principales caractéristiques des interactions fondamentales classées par intensité relative décroissante. On y détaille les particules soumises à une interaction fondamentale donnée, le boson échangé lors de l'interaction et sa masse (en GeV/c²) qui permet de déduire, sauf pour l'interaction forte, la portée de l'interaction, exprimée en femtomètre.

13-1-3 Premier modèle de la structure de l'atome

Les particules et interactions fondamentales que nous venons de décrire vont nous permettre de présenter la structure de l'atome.



Il a fallu attendre les cinq dernières années du XIX^e siècle pour qu'une série de découvertes expérimentales de tout premier plan mettent en évidence l'existence de rayonnements (rayons X, radioactivité naturelle) et de particules élémentaires (électrons). Ces découvertes ont abouti dès le début du XX^e siècle à un premier modèle d'atome, dû à Joseph John Thomson, qui devait définitivement remettre en question le concept d'atome considéré comme une particule insécable.

Vient ensuite le modèle planétaire d'atome dû à Ernest Rutherford qui considère que l'atome est constitué d'un noyau central de charge positive entouré d'électrons en orbite autour de ce noyau, et dont la charge négative compense exactement celle du noyau. Les électrons et les protons du noyau portant, en valeur absolue, la même charge e , il s'ensuit que ces particules sont en nombre identique. On appelle *numéro atomique* Z le nombre de protons et le nombre d'électrons constituant un atome donné. Le nombre de nucléons est appelé *nombre de masse* A . Il correspond à la somme de Z et du nombre de neutrons N .

On notera A_ZX , l'atome de symbole chimique X , de numéro atomique Z et de nombre de masse A . Le nombre de neutrons est bien entendu la différence $N = A - Z$.

On appelle :

— *isotopes* les noyaux de même numéro atomique Z : ${}^1_1\text{H}$ et ${}^2_1\text{H}$ par exemple.

— *isobares* les noyaux de même masse atomique A : ${}^{40}_{19}\text{K}$ et ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ par exemple.

— *isotones* les noyaux ayant le même nombre de neutrons : ${}^{26}_{12}\text{Mg}$ et ${}^{27}_{13}\text{Al}$ par exemple.

L'unité de masse du Système international, le kilogramme, est mal adaptée pour exprimer les masses à l'échelle des particules élémentaires. On définit donc l'*unité de masse atomique* (u), comme étant le douzième de la masse d'un atome de l'isotope du carbone de masse atomique 12. On a donc :

$$1 u = \frac{1}{12} \frac{12 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

Exprimée en grammes, l'unité de masse atomique est donc l'inverse du nombre d'Avogadro (1785). L'unité de masse atomique est bien adaptée pour décrire les masses des particules élémentaires. À titre

L'atome a ses idées

Le concept d'atome fut d'abord une intuition née au sein des écoles de philosophie de la Grèce antique (Empédocle, Leucippe et Démocrite, Épicure), puis reprise par les poètes latins (Lucrèce). Les progrès de la chimie, et la théorie des gaz et de la mécanique statistique au XIX^e siècle lui conféra une validité expérimentale scientifiquement reconnue.

Les modèles atomiques de Thomson et de Rutherford

Le modèle de Thomson considère l'atome comme une sphère dont le rayon est de l'ordre de l'angström (10^{-10} m) et qui est constituée d'une charge positive uniformément répartie. Au sein de cette sphère homogène, Joseph John Thomson positionne les électrons (dont il vient de mettre en évidence, en 1897, l'existence et les caractéristiques) à la manière des raisins au sein d'un *plum pudding*. Un des élèves de Thomson, Ernest Rutherford, eu l'idée de valider ce modèle quelques années plus tard en utilisant les rayonnements α récemment découverts par Henri Becquerel. Dans le modèle atomique de Thomson, les faisceaux de particules α auraient dû être déviés de 1 à 2°. Rutherford observa au contraire des déviations beaucoup plus grandes, parfois jusqu'à 90°.

Pour rendre compte de telles déviations, Rutherford dut admettre l'existence de chocs entre les particules α et un constituant de l'atome de masse proche de ces particules α , ce qui excluait la participation des électrons. Ces considérations le conduisirent à concentrer la charge positive de l'atome au sein d'un noyau central et à rejeter les électrons à la périphérie de l'atome.

d'exemple, un proton a ainsi une masse $m_p = 1,007$ u et un neutron une masse $m_n = 1,009$ u. Cependant, il est souvent plus commode d'exprimer les masses de la microphysique au moyen de leur équivalent énergétique. La théorie de la relativité restreinte (Albert Einstein, 1905) nous apprend en effet qu'une masse m peut se transformer en une énergie équivalente E (et inversement) suivant la relation :

$$E = m c^2$$

où $c = 299,8 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ est la célérité de la lumière dans le vide. Ainsi, en multipliant par c^2 une masse (en kg), obtient-on son équivalent en joules. L'équivalent énergétique le plus utilisé en microphysique est l'*électron-volt*, noté eV et correspondant à l'énergie acquise par un électron accéléré sous une différence de potentiel de 1 V, soit $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$. On peut ainsi calculer l'équivalent énergétique d'une unité de masse atomique :

$$1 \text{ u} = 931,502 \text{ MeV}$$

Les nucléons sont donc soumis à cette interaction forte, par rapport à laquelle la force électrostatique répulsive, qui agit entre les protons du noyau, est largement négligeable.

Cette énergie de liaison par interaction forte des nucléons dans un noyau correspond à une certaine masse perdue par les nucléons. On constate en effet expérimentalement que, pour tous les atomes, la masse du noyau atomique $M(\frac{A}{Z}\text{X})$ est inférieure à la somme exacte des masses des nucléons qui constituent ce noyau. Cet écart, appelé défaut de masse ΔM , s'exprime de la manière suivants :

$$\Delta M = \Delta E/c^2 = Z m_p + (A - Z) m_n - M(\frac{A}{Z}\text{X}) > 0$$

La dimension d'un noyau atomique

Au sein du noyau, les dimensions d'un nucléon sont de l'ordre de grandeur de la portée de l'interaction forte, interaction fortement attractive à ces distances. On peut donc modéliser un nucléon comme une sphère de rayon r , compris entre 1,2 et 1,4 fm (modèle de la goutte liquide). Si l'on suppose qu'un noyau de masse atomique A occupe un volume sphérique de rayon R , on peut écrire :

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = A \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow R = \sqrt[3]{A} r$$

La racine cubique de A étant inférieure à 7 pour tous les atomes connus, on constate que le rayon nucléaire est de l'ordre de quelques femtomètres.

L'énergie nucléaire

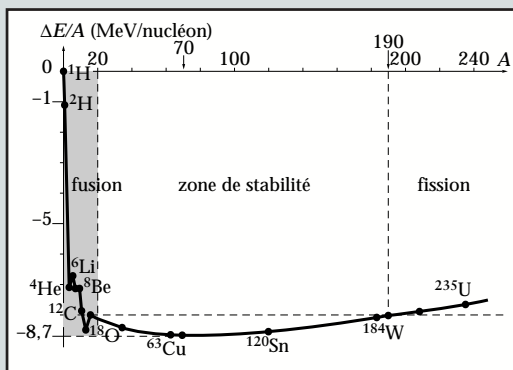


Figure 13.2 Courbe d'Aston représentant l'énergie de liaison par nucléons $\Delta E/A$ au sein de noyaux atomiques de nombre de masse A variables.

Ramené au nombre de nucléons d'un noyau, $\Delta E/A$ représente l'énergie moyenne de liaison par nucléon d'un noyau. Cette grandeur relativement faible pour les atomes légers croît jusqu'à un maximum atteint pour $A=60$, puis décroît lentement (cf. fig. 13.2). Si l'on exclue les noyaux très légers ($A < 20$), sa valeur moyenne est de l'ordre de 8 MeV/nucléon. Un noyau très léger pourra donc subir une réaction de *fusion nucléaire* avec un autre noyau du même type de manière à atteindre une valeur plus élevée de $\Delta E/A$. La diminution correspondante des masses nucléaires produira une quantité importante d'énergie. De même, un noyau lourd tel que l'uranium 235 pourra subir une réaction de *fission*, émettant là encore une importante quantité d'énergie dans le milieu environnant. Ces concepts sont à la base des centrales nucléaires à fission actuellement en fonctionnement ou de celles à fusion à l'étude.

13-1-4 Les limites du modèle planétaire atomique de Rutherford

Le modèle atomique de Rutherford s'est très vite heurté à des contradictions importantes, non seulement vis-à-vis des théories physiques en vigueur au début du xx^e siècle mais aussi et surtout vis-à-vis de nombreux résultats expérimentaux. D'un point de vue théorique tout d'abord, un électron en orbite qui tourne autour d'un noyau constitue une boucle de courant électrique. Compte tenu des lois de l'électrodynamique, cette boucle de courant devrait émettre un rayonnement électromagnétique, donc faire peu à peu perdre de l'énergie à l'électron. L'atome ne serait pas stable. De plus, cet électron devrait présenter un spectre d'absorption ou d'émission continu, c'est-à-dire être capable d'émettre ou d'absorber des rayonnements dans une gamme continue de fréquences. Ces conclusions sont en totale contradiction avec les données expérimentales de la spectroscopie qui, au contraire, observent que chaque atome n'est capable d'absorber ou d'émettre que certaines fréquences, donc certaines énergies spécifiques de l'atome en question.

À titre d'exemple, si l'on fournit de l'énergie à un atome d'hydrogène (par exemple en le plaçant sous une importante différence de potentiel), on constate que cet atome n'est capable d'émettre que certaines fréquences de radiations lumineuses, fréquences qui sont définies par la relation de Rydberg. Cette relation, qui fut découverte de façon empirique, fait intervenir la *constante de Rydberg* $R_\infty = 109\,737\text{ cm}^{-1}$ et deux nombres entiers $p < q$ qui caractérisent les fréquences f émises selon $f = R_\infty \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{q^2} \right)$.

Ces difficultés réelles vont conduire la communauté scientifique du début du xx^e siècle à proposer une nouvelle conception de la physique, conception dans laquelle les modèles ondulatoires et corpusculaires ne seront plus opposés mais constitueront au contraire deux aspects complémentaires et indissociables de la même réalité. Nous verrons dans le dernier paragraphe de ce chapitre comment cette nouvelle approche, appelée physique quantique, permettra à Niels Bohr de modifier le modèle atomique de Rutherford de manière à résoudre les contradictions rencontrées par ce dernier.

13-2 La physique ondulatoire

L'objet de ce paragraphe est de présenter les notions d'ondes progressive et stationnaire ainsi que le formalisme mathématique qui y est associé. On y définira les principales grandeurs physiques qui caractérisent une onde, puis on explicitera les notions de diffraction et d'interférences.

13-2-1 Définition et modélisation d'une onde progressive

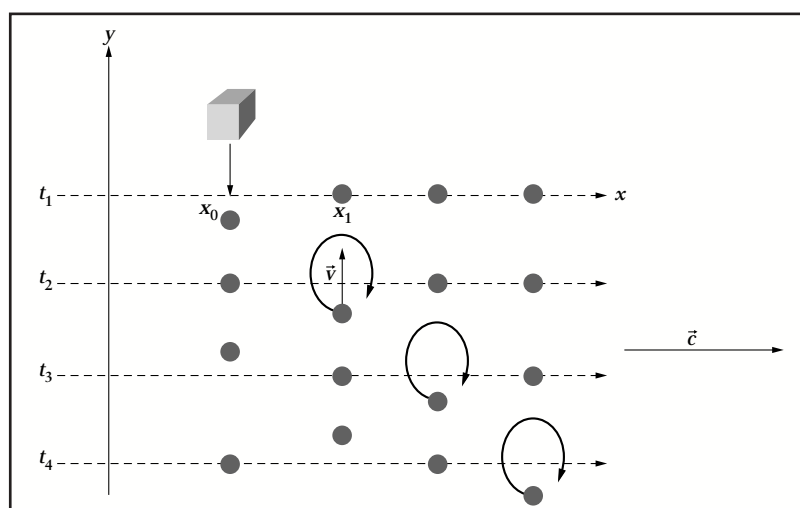
Par définition, on appelle onde progressive la propagation dans un milieu infini d'une perturbation d'une ou de plusieurs caractéristiques physiques de ce milieu.

La perturbation est engendrée par une source qui, en fournissant de l'énergie, met son voisinage immédiat dans un état instable. Ce dernier, à son tour, jouera le rôle d'une source secondaire et perturbera son voisinage, assurant ainsi une propagation. L'objet de la perturbation peut être très varié : champ électromagnétique (lumière, rayons X, etc.), densité de particules, pression (son), température, etc. Une onde progressive correspond donc à un déplacement d'énergie (celle cédée par la source), sans déplacement de matière (au moins sur des distances significatives). Une onde progressive est caractérisée par une vitesse de propagation de la perturbation que nous appellons célérité et que nous notons c . Cette célérité dépend de la capacité du milieu de propagation à transmettre plus ou moins rapidement la perturbation.

Dans le cas d'une onde progressive mécanique correspondant à la mise en vibration de particules matérielles autour d'une position d'équilibre, il existe une autre vitesse, notée v et qui correspond à la vitesse de vibration de ces particules autour d'une position d'équilibre. Il faut veiller à ne pas confondre c et v .

À titre d'exemple, une pierre jetée dans une vaste étendue d'eau initialement au repos constitue une source d'onde. Elle va entraîner dans son mouvement vertical de chute les molécules d'eau à la surface du point d'impact. Après l'impact, ces molécules vont osciller verticalement autour d'une position d'équilibre, créant des vaguelettes. Du fait des propriétés élastiques de la surface de l'eau (tension superficielle), le mouvement oscillatoire des molécules d'eau du point d'impact va à son tour agir comme source de perturbation et entraîner l'oscillation des molécules d'eau au voisinage de ce point d'impact et ainsi de suite : des vaguelettes vont être créées de proche en proche. Cette mise en oscillation des molécules à la surface de l'eau atteindra des points de plus en plus éloignés du lieu d'impact de la pierre, avec une célérité c (cf. fig. 13.3).

Figure 13.3 Illustration de la propagation d'une onde mécanique. Les disques gris représentent les molécules à la surface de l'eau initialement calme, perturbée par la chute d'une pierre.



Dans le cas des ondes vectorielles telles que celle illustrée par la figure 13.3, on dit que l'onde est transversale : les vecteurs \vec{v} et \vec{c} , qui caractérisent la vitesse de vibration d'une part et la célérité de propagation de l'onde d'autre part, sont orthogonaux à tout instant. S'ils sont colinéaires à tout instant, on parlera d'onde longitudinale.

Si le vecteur qui caractérise la perturbation (ici \vec{v}) a une direction constante dans le temps, on dira que l'onde possède une *polarisation* rectiligne. S'il tourne à vitesse constante autour de la direction de propagation de l'onde, on parlera de polarisation elliptique ou circulaire.

Un cas particulièrement intéressant d'onde progressive est celui de l'onde progressive sinusoïdale (ou cosinusoidale). Il s'agit simplement d'une onde progressive dont la source engendre la perturbation d'une grandeur physique qui varie avec le temps suivant une fonction sinus ou cosinus. Si l'on note $\psi(x, t)$ la grandeur physique qui est perturbée au passage de l'onde en tout point x de l'espace et à tout instant t et si la source de l'onde naît à l'instant $t=0$ au point x_0 , on peut écrire :

$$\psi(x_0, t) = \psi(x_0, 0) + A \sin(\omega t)$$

A sera appelé amplitude de l'onde progressive sinusoïdale. Le facteur ω est appelé pulsation propre. Il s'exprime en radians par seconde ($\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$), il est lié à la fréquence f (en Hz) et à la période T (en s) de l'onde progressive sinusoïdale par les relations $f = \omega / (2\pi)$ et $T = 1/f$.

Le terme $\psi(x_0, 0)$ correspond à la valeur de la grandeur physique au point x_0 avant l'existence de l'onde. On s'intéressera le plus souvent à la partie variable notée $\varepsilon(x_0, t) = A \sin(\omega t)$.

Dans le cas où l'amplitude de la perturbation générée par la source est périodique de fréquence f mais non sinusoïdale, on peut montrer que celle-ci s'identifie à une somme de signaux sinusoïdaux (ou cosinusoidaux) de fréquences multiples de f (*série de Fourier*). Ces fréquences $0, f, 2f, 3f, \dots$ sont appelées des harmoniques (cf. § 1.3.3f). Toute onde progressive périodique est donc une somme d'ondes progressives sinusoïdales. C'est la raison pour laquelle l'étude des ondes progressives sinusoïdales est suffisante pour décrire le comportement de toute onde périodique. Nous nous y limiterons donc dans la suite de ce paragraphe.

Considérons donc une onde progressive sinusoïdale de pulsation ω et de célérité c se propageant sans être atténuée dans la direction \vec{e}_x des abscisses x croissantes. Supposons comme précédemment que la source de cette onde soit localisée en $x_0=0$ et qu'à l'instant $t=0$, la perturbation commence à se manifester en position x_0 :

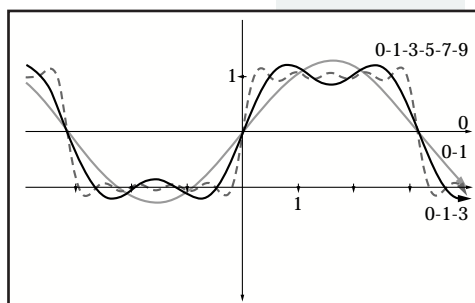
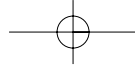


Figure 13.4 Illustration de la décomposition d'une onde progressive rectangulaire en une somme d'ondes progressives sinusoïdales. Les numéros accolés aux courbes désignent les harmoniques qu'il a fallu sommer pour obtenir la courbe. On constate que plus on ajoute d'harmoniques, plus la courbe obtenue se rapproche d'un signal rectangulaire. Dans ce cas particulier, seules les harmoniques d'ordre impair des fonctions sinus ont une amplitude non nulle et contribuent donc au signal.



$$\psi(x_0, 0) = 0 \text{ et } \psi(x_0, t) = A \sin(\omega t)$$

Comme l'onde se déplace avec une célérité c , la perturbation atteindra la position en x à l'instant $\frac{x}{c}$. Si l'onde n'est pas atténuée, les grandeurs physiques qui existent à la position x subiront donc la même perturbation que celles en $x_0=0$, mais avec un retard $\frac{x}{c}$. Au cours du temps, la grandeur physique perturbée en position x varie donc de la manière suivante :

$$\psi(x, t) = \psi(x, 0) + A \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] = \psi(x, 0) + \varepsilon(x, t)$$

On appelle *vecteur d'onde* le vecteur dirigé dans la direction de propagation de l'onde et de norme $k = \frac{\omega}{c}$. Ce vecteur d'onde caractérise la direction et le sens des rayons que l'on pourra associer à l'onde progressive. La phase de l'onde est une grandeur angulaire qui dépend de la position. On la définit comme suit : $\varphi(x) = \omega \frac{x}{c} = kx$. L'équation précédente s'écrit alors :

$$\varepsilon(x, t) = A \sin[\omega t - kx]$$

Si on calcule les dérivées secondes de la fonction $\varepsilon(x, t)$ par rapport aux variables x et t , on obtient :

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} = -\frac{1}{c^2} A \omega^2 \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] \text{ et } \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} = -A \omega^2 \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]$$

et donc :

$$\frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2}$$

Cette équation est appelée *équation d'onde*, ou équation de d'Alembert. Elle est caractéristique d'une fonction de l'espace et du temps $\varepsilon(x, t) = f(t \pm \frac{x}{c})$ qui représente une onde se propageant à la célérité c dans la direction x .

Dans le cas plus général, pour pouvoir modéliser n'importe quelle onde complexe périodique, il faut prendre en considération une onde progressive caractérisée à la fois par une fonction sinus et une fonction cosinus. De plus, cette onde peut se déplacer suivant un vecteur d'onde quelconque \vec{k} de l'espace. En profitant de la notation utilisant les exponentielles complexes, on pourra écrire de façon équivalente qu'en tout point de l'espace défini par le vecteur \vec{r} , la partie variable de l'amplitude de l'onde est :

$$\varepsilon(\vec{r}, t) = A e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

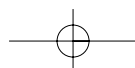
Par définition, on dit que les points de l'espace qui sont atteints par l'onde avec le même retard (c'est-à-dire la même phase) appartiennent à la même *surface d'onde*. Ces surfaces sont perpendiculaires aux vecteurs d'onde.

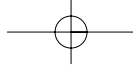
Dans le cas de la propagation, dans un milieu isotrope, d'une onde dont la source est localisée en un point S , les surfaces d'ondes sont des

L'exponentielle complexe

La fonction exponentielle d'une variable complexe $z = i\theta$ (où $i^2 = -1$ et θ est un réel) est définie pour tout θ par :

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i \sin\theta$$





sphères concentriques de centre S . On parle alors d'onde sphérique. Considérons donc une onde sphérique dont la source émet une puissance P et calculons la puissance transportée par unité de surface d'onde. Nous appelons intensité I cette puissance surfacique. À une distance d de la source ponctuelle et isotrope, la surface d'onde est une sphère de surface $4\pi d^2$ où P se répartit de façon homogène. Dans ces conditions, la densité surfacique de puissance I s'exprime :

$$I = \frac{P}{4\pi d^2} = \frac{K}{d^2}$$

avec $K = P/(4\pi)$.

Cette loi est essentielle dans de nombreux domaines, par exemple en radioprotection : elle signifie que l'intensité d'une irradiation est inversement proportionnelle au carré de la distance qui sépare la source du sujet irradié. Ainsi l'intensité reçue par un sujet situé à un mètre d'une source de rayonnement potentiellement nocif est-elle divisée par 100 si le sujet recule de manière à se placer à dix mètres de cette source.

À une distance suffisante d'une source ponctuelle et isotrope, les surfaces d'onde sphériques peuvent être considérées localement comme des portions de plans parallèles, perpendiculaires à la direction de propagation de l'onde. Dans cette situation, il sera alors parfois possible d'utiliser une approximation en onde plane d'une onde sphérique.

Comme la fonction $\psi(x_0, t)$, les fonctions $\psi(x, t)$ et $\varepsilon(x, t)$ sont périodiques de période $T = \frac{2\pi}{\omega}$ pour la variable temporelle : $\varepsilon(x, t) = \varepsilon(x, t + T)$. En un point fixé de l'espace, l'état de la perturbation est donc le même à l'instant t et à l'instant $t + T$.

Si l'on se place à un instant t fixé et que l'on considère x comme une variable, la fonction $\varepsilon(x, t)$ possède également une période, spatiale celle-là :

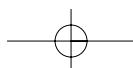
$$\begin{aligned} \varepsilon(x, t) &= A \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] = A \sin\left[\omega\left(t - T - \frac{x}{c}\right)\right] \\ &= A \sin\left[\omega\left(t - \frac{x + cT}{c}\right)\right] \end{aligned}$$

À un instant fixé, l'état de la perturbation est donc identique en un point situé à une distance x et en un point situé à une distance $x + cT$ de la source, le long de la trajectoire suivie par l'onde. La distance cT correspond à la distance parcourue par l'onde (de célérité c), pendant une période temporelle de la source (T). On l'appelle longueur d'onde :

$$\lambda = cT = \frac{c}{f} = \frac{2\pi c}{\omega}$$

13•2•2 La réflexion et la réfraction

Les lois de la réflexion et de la réfraction ont déjà été exposées. Nous nous bornerons ici à en rappeler les éléments les plus fondamentaux qui conditionnent le comportement d'une onde progressive lorsqu'elle atteint une frontière délimitant deux domaines de l'espace où les conditions de propagation de l'onde diffèrent.



Le milieu dans lequel une onde progressive évolue joue en effet un rôle essentiel en physique ondulatoire. Ce sont les caractéristiques physiques de ce milieu qui conditionnent sa capacité à transmettre plus ou moins rapidement la perturbation de la grandeur physique associée à l'onde. Cette compliance du milieu à transmettre une onde sera caractérisée par un indice n dépendant que du milieu et du type d'onde considéré (onde sonore, onde lumineuse, etc.). Dans le cas le plus général, nous noterons n cet indice. Cet indice est inversement proportionnel à la célérité de l'onde dans le milieu de propagation. On appelle interface toute surface délimitant dans l'espace deux milieux d'indices différents.

Si une onde parcourt un espace d'indice uniforme n en reliant deux points donnés A et B, on appellera chemin optique $L(A \rightarrow B)$ le produit de l'indice du milieu de propagation par la distance AB :

$$L(A \rightarrow B) = n(AB) = n\vec{u} \cdot \overline{AB} \quad \text{où} \quad \vec{u} = \frac{\overline{AB}}{|\overline{AB}|}$$

Si l'on calcule la petite variation de chemin optique dL qui apparaît lorsque le point B subit une translation de vecteur $d\vec{B}$, on obtient (cf. fig. 13.5) : $dL = d(n\vec{u} \cdot \overline{AB}) = n(d\vec{u} \cdot \overline{AB} + \vec{u} \cdot d\vec{B}) = n\vec{u} \cdot d\vec{B}$ car $\vec{u} \cdot \vec{u} = 1$ donne $2\vec{u} \cdot d\vec{u} = 0$, et donc :

$$dL = n\vec{u} \cdot d\vec{B}$$

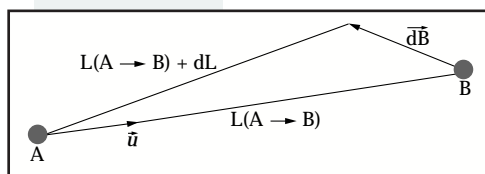


Figure 13.5 Calcul d'une variation infinitésimale de chemin optique.

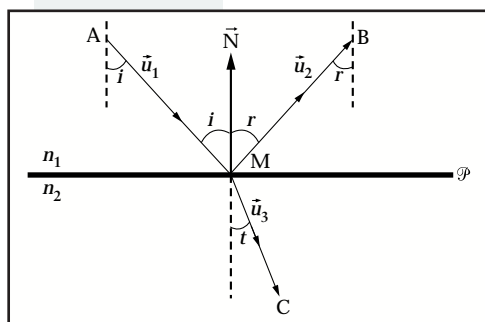


Figure 13.6 Chemin optique parcouru par une onde progressive provenant du point A et subissant pour partie une réflexion (vers le point B) et pour partie une réfraction (vers le point C) sur une interface séparant le milieu incident d'indice n_1 , d'un autre milieu d'indice n_2 . Les vecteurs \vec{u} sont les vecteurs unitaires qui définissent les rayons incidents, réfractés et réfléchis.

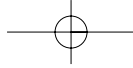
Le *principe de Fermat* peut être considéré comme la version du principe de moindre action appliqué à la physique des ondes. Il stipule que la trajectoire effectivement suivie par les vecteurs d'onde lorsqu'une onde relie deux points A et B de l'espace correspond à un extremum de chemin optique entre les points A et B. Ce principe affirme donc que $dL(A \rightarrow B) = 0$.

Étudions le cas général d'une interface séparant deux milieux de propagation d'indices n_1 et n_2 , capable en partie de réfléchir et en partie de transmettre (on dira plutôt : de réfracter) une onde progressive incidente (cf. fig. 13.6).

Supposons que le point M d'incidence de l'onde sur l'interface, subisse une translation infiniment petite $d\vec{M}$. La variation de chemin optique entre les points A et B s'écrit alors :

$$dL(A \rightarrow B) = n_1 \vec{u}_1 \cdot d\vec{M} - n_1 \vec{u}_2 \cdot d\vec{M}$$

L'application du principe de Fermat conduit à poser que cette variation infinitésimale du chemin optique est nulle pour le point d'incidence réel M.



Dans ces conditions, \vec{N} étant la normale à l'interface, on obtient donc $0 = (n_1 \vec{u}_1 - n_1 \vec{u}_2) \cdot d\vec{M}$, d'où :

$$n_1 \vec{u}_1 - n_1 \vec{u}_2 = k \vec{N}, \text{ où } k \text{ est un nombre réel}$$

De même, si l'on s'intéresse à la variation de chemin optique entre les points A et C, on obtient :

$$n_1 \vec{u}_1 - n_2 \vec{u}_3 = k' \vec{N}, \text{ où } k' \text{ est un nombre réel}$$

Projetées sur le plan \mathcal{P} de l'interface, ces deux dernières relations permettent de calculer les angles de réflexion et de réfraction par rapport à l'angle d'incidence. L'utilisation du principe de Fermat pour une onde atteignant une interface sous l'incidence i permet ainsi d'énoncer les formules bien connues de Snell-Descartes, qui caractérisent les angles de réflexion r et de réfraction t :

- pour la réflexion : $i = r$;
- pour la réfraction : $n_1 \sin i = n_2 \sin t$.

Lorsque le chemin optique est minimal, cela signifie que le temps mis par la vibration pour le parcourir est minimal.

13•2•3 Définition et modélisation d'une onde stationnaire

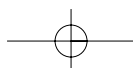
Nous venons de nous intéresser au devenir d'une onde progressive lorsqu'elle rencontre une interface partiellement réfléchissante sous une incidence quelconque. Examinons ici ce qu'il advient d'une onde progressive lorsqu'elle rencontre sous une incidence normale un milieu de propagation complètement réfléchissant avec une interface plane localisée en $x=0$ (dans le cas d'une onde de lumière, cette interface est un miroir totalement réfléchissant). Pour $x \geq 0$, aucune perturbation n'est possible et l'onde, qui se déplaçait initialement dans le sens des x positifs, se réfléchit intégralement à cette frontière. La perturbation $\psi(x, t)$ s'identifie alors à la somme de la perturbation induite par l'onde incidente $\psi_i(x, t)$ et de celle induite par l'onde réfléchie $\psi_r(x, t)$ qui se propage à la célérité c mais en sens inverse de l'onde incidente :

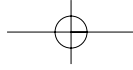
$$\psi(x, t) = \psi_i(x, t) + \psi_r(x, t) = A \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] + A \sin\left[\omega\left(t + \frac{x}{c}\right)\right]$$

Aucune onde n'étant présente au point $x=0$, on doit avoir, à tout instant t , $\psi(0, t) = 0$, ce qui impose $A = -A$. En conséquence, en utilisant la formule de trigonométrie $\sin p - \sin q = 2 \sin\left(\frac{p-q}{2}\right) \cos\left(\frac{p+q}{2}\right)$, on obtient :

$$\psi(x, t) = A \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] - A \sin\left[\omega\left(t + \frac{x}{c}\right)\right] = -2A \sin\left(\omega \frac{x}{c}\right) \cos(\omega t)$$

Ce résultat ne correspond plus à une onde progressive : il n'y a plus de déphasage (de retard) entre deux points distincts du milieu de propagation. Seule l'amplitude de la perturbation, qui correspond au terme en x , varie avec les dimensions de l'espace. La grandeur physique oscille suivant une loi cosinus de pulsation propre ω entre deux extrema de valeur $\pm 2A \sin\left(\omega \frac{x}{c}\right)$. Ce type d'onde est qualifié d'*onde stationnaire*.





Considérons maintenant une onde stationnaire contrainte à n'exister qu'entre deux limites spatiales $x_1 = -\ell$ et $x_2 = 0$, distantes d'une longueur ℓ . Il faut imposer à l'onde stationnaire précédente de présenter une amplitude de vibration nulle en $x_1 = -\ell$. Cette condition s'écrit :

$$\forall t, \sin\left(\omega \frac{-\ell}{c}\right) \cos(\omega t) = 0 \Rightarrow \sin\left(\omega \frac{-\ell}{c}\right) = 0 \Rightarrow \omega \frac{\ell}{c} = n\pi, \text{ où } n \text{ est entier.}$$

On a donc :

$$\ell = n\pi c \frac{1}{\omega} = n\pi c \frac{\lambda}{2\pi c} = \frac{n}{2} \lambda$$

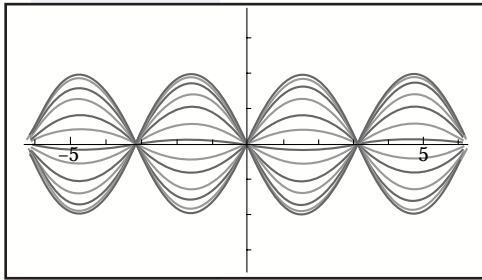


Figure 13.7 Illustration d'une onde stationnaire limitée au segment de l'espace tel que $x \in [-2\pi; 2\pi]$. Les différentes courbes représentent l'intensité de la perturbation de la grandeur physique associée à l'onde pour différentes valeurs possibles du temps. Les points de l'espace pour lesquels l'amplitude de l'onde stationnaire est nulle sont appelés des nœuds (dans notre exemple, les nœuds correspondent aux points d'abscisses $-2\pi, -\pi, 0, \pi$ et 2π). Ceux pour lesquels l'amplitude de l'onde stationnaire est maximale sont appelés des ventres (points d'abscisses $-3\pi/2, -\pi/2, \pi/2$ et $3\pi/2$).

Dans ces conditions, la fréquence $f = \frac{c}{\lambda}$ de cette onde stationnaire confinée entre deux obstacles ne peut pas prendre des valeurs quelconques (cf. fig. 13.7). Elle doit nécessairement vérifier la condition qui impose à f de ne prendre comme valeurs possibles que des multiples d'une grandeur qui ne dépend que des caractéristiques du milieu (dimension et célérité) : $f = nc/(2\ell)$, où n est un entier non nul.

Ce type de relation est appelé relation de quantification. Ainsi une quantification apparaît-elle naturellement dès qu'une onde progressive est considérée dans un milieu de dimensions finies. Nous reviendrons sur cette notion fondamentale lors de la présentation de la mécanique quantique.

13-2-4 Les ondes cohérentes

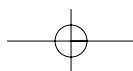
Par définition, deux ondes progressives sinusoïdales sont des *ondes cohérentes* si elles sont caractérisées par la même longueur d'onde et si leur différence de phase reste constante au fil du temps. Cette dernière condition signifie qu'en un point donné de l'espace, les deux ondes présentent le même déphasage à tout instant. Les états vibratoires correspondant à deux ondes cohérentes peuvent donc s'ajouter algébriquement, conduisant en certains points à une perturbation maximale de la grandeur physique associée à l'onde, et en d'autres points une perturbation minimale.

L'exemple du paragraphe précédent concernant une onde stationnaire obtenue par réflexion d'une onde progressive sur des obstacles est un exemple simple d'onde cohérente.

Il existe trois façons de produire des ondes cohérentes :

- en scindant une onde progressive sinusoïdale en plusieurs rayonnements au moyen de dispositifs optiques (prismes, miroirs) ;
- en scindant une onde progressive sinusoïdale en plusieurs rayonnements par diffraction ;
- à l'aide d'une émission stimulée de rayonnement. Cette dernière notion sera abordée comme une conséquence de la dualité onde-corpuscule.

► Paragraphe 13.3.2



De nombreux dispositifs physiques sont disponibles pour séparer des rayonnements cohérents et observer l'effet d'une variation du chemin optique parcouru par l'un des rayons. Ceci se fait par exemple au moyen de dispositifs optiques (biprisme de Fresnel, miroirs, cf. fig. 13.8).

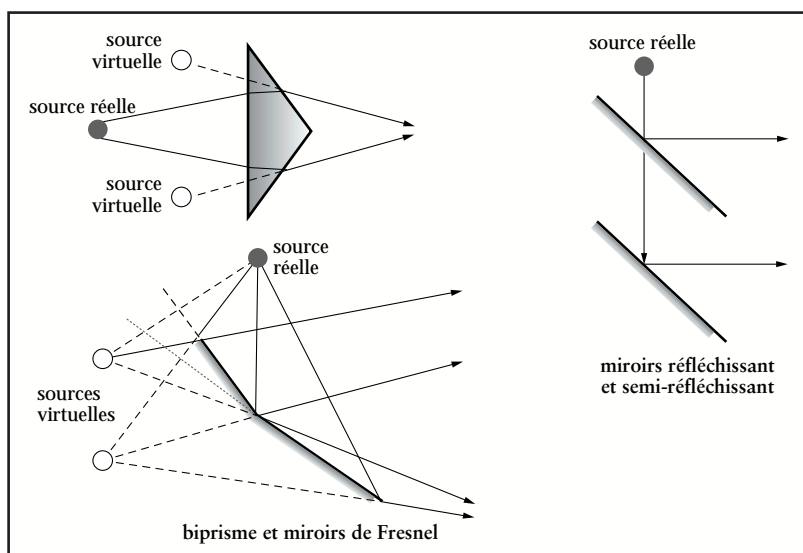


Figure 13.8
Illustration de quelques dispositifs optiques utilisant des miroirs ou des prismes transparents pour produire des rayonnements cohérents susceptibles de donner lieu à des figures d'interférence.

Dans le paragraphe suivant, nous allons montrer comment le fait de faire diffracter une onde plane, par un ou plusieurs orifices percés dans un écran opaque au rayonnement, permet d'engendrer des ondes cohérentes en aval de cet écran.

13-2-5 La diffraction

Intéressons-nous à ce qu'il advient d'une onde plane progressive sinusoïdale lorsqu'elle doit traverser un orifice de petite dimension (par rapport à la longueur d'onde) percé dans un écran empêchant par

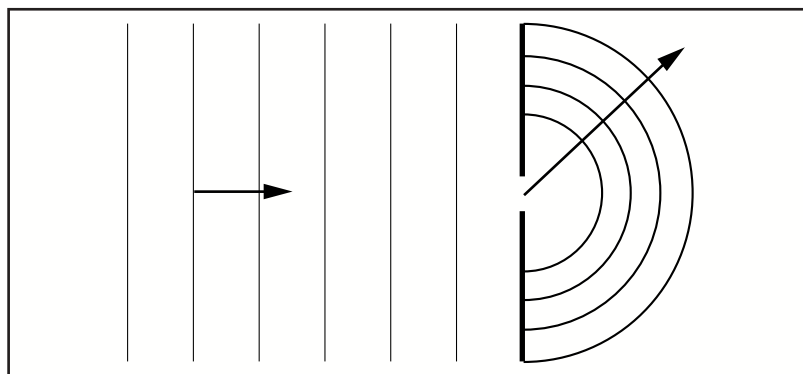


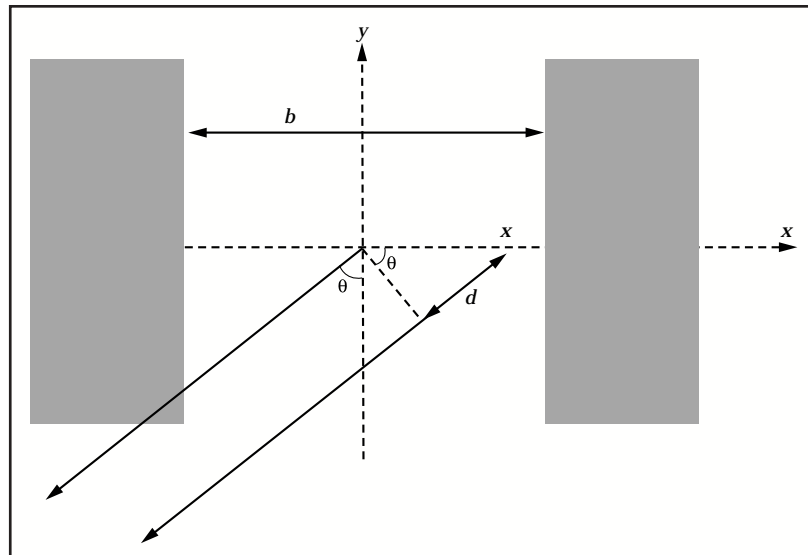
Figure 13.9
Illustration de la diffraction d'une onde plane au passage d'un obstacle percé d'un orifice de petite dimension par rapport à la longueur de l'onde.

ailleurs sa propagation. Lorsque l'on observe un tel phénomène, à la surface d'un liquide par exemple, on constate que l'onde ne continue pas sa propagation en ligne droite au travers de l'orifice. Celui-ci, au contraire, se comporte comme une nouvelle source et engendre des ondes sphériques (cf. fig. 13.9). Ce phénomène porte le nom de *diffraction*. Tout se passe comme si toute l'énergie véhiculée par l'onde plane se trouvait concentrée en regard de l'orifice et comme si chaque point de ce dernier jouait le rôle d'une source secondaire de rayonnement. Cette interprétation est appelée *principe de Huygens-Fresnel*.

13-2-6 Les interférences

Reprenons le dispositif décrit dans le paragraphe précédent pour définir le phénomène de diffraction en utilisant un orifice allongé de largeur $b \ll \lambda$. Ce dispositif permet de ne considérer le phénomène de diffraction que pour une seule dimension de l'espace (cf. fig. 13.10).

Figure 13.10
Diffraction d'une onde plane progressive sinusoïdale par une fente de largeur b et très allongée (par rapport à la longueur d'onde).



Considérons deux rayons diffractés sous le même angle θ , l'un émis par la source secondaire de rayonnement au point d'abscisse $x=0$, l'autre depuis un point d'abscisse $x \neq 0$ de la fente. La lumière de ce second rayon parcourt un trajet supplémentaire $d = x \sin \theta$. Elle est donc retardée de d/c , ce qui correspond à un déphasage $\varphi(x) = \omega d/c = 2\pi d/(cT) = 2\pi d/\lambda = 2\pi x \sin \theta/\lambda$. L'amplitude $\psi(x)$ de l'onde émise en x s'écrit donc en fonction de celle ψ_0/b émise en $x=0$ suivant $\psi(x) = (\psi_0/b) e^{i\varphi(x)}$. Positionnons un écran pour recueillir l'onde qui résulte de la diffraction de l'onde incidente suivant toutes les directions possibles. L'amplitude $A(\theta)$ de l'onde qui se projette sur l'écran sous l'angle θ s'obtient en sommant les contributions de toutes les ondes émises pour x variant de $-b/2$ à $+b/2$:

$$A(\theta) = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \psi(x) dx = \frac{\Psi_0}{b} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta x} dx = \frac{\Psi_0}{b} \frac{\lambda}{2i\pi \sin \theta} \left[e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta x} \right]_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} = \Psi_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta}$$

L'intensité $I(\theta)$ observée sur l'écran s'identifie au carré de $A(\theta)$, soit, en notant I_0 l'intensité incidente $(\Psi_0)^2$ et en utilisant la fonction sinus cardinal $\text{sinc } x = (\sin x)/x$ (cf. fig. 13.11) :

$$I(\theta) = I_0 \text{sinc}^2\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta\right)$$

Dans le cas d'une onde lumineuse, on observe donc sur l'écran une série de bandes éclairées, parallèles à la fente et séparées par des bandes sombres de même direction, centrées aux points de l'écran d'abscisse $k\lambda/b$, où λ est la longueur de l'onde incidente et k un entier relatif. Ce phénomène est la conséquence de la superposition des différentes ondes réémises sous chaque angle θ par la fente, après la diffraction. Ceci aura lieu chaque fois que des ondes cohérentes pourront additionner algébriquement leurs amplitudes. On dira que ces ondes subissent un phénomène d'*interférences*. On peut observer de telles figures de diffraction avec de nombreux dispositifs physiques tels que ceux décrits à propos des ondes cohérentes, ou encore avec des écrans percés de plusieurs orifices, avec des couches minces (en optique) ou avec des réseaux.

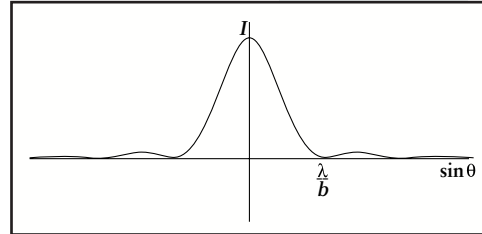


Figure 13.11 Variation de l'intensité recueillie sur un écran en fonction du sinus de l'angle de diffraction, après traversée d'une fente fine de largeur b .

13•3 Éléments de mécanique quantique

Les problèmes qui tourmentaient les physiciens de la fin du XIX^e siècle concernaient soit la microphysique, soit le concept physique d'espace et de temps. Ils allaient bien vite donner naissance aux deux piliers de la physique du XX^e siècle : la mécanique quantique et la théorie de la relativité restreinte. Plus que l'approche quantitative des théories physiques antérieures, c'est leur conception même du déterminisme scientifique que les physiciens ont dû modifier. Le développement de cette théorie physique a été marqué par quelques étapes essentielles.

En 1900, Max Planck utilise une hypothèse de travail qui le laisse perplexe mais grâce à laquelle il réussit à modéliser de façon satisfaisante le rayonnement du corps noir. Il suppose ainsi que l'énergie n'est pas rayonnée de façon continue, mais par paquets indivisibles, les quanta.

En 1905, en reprenant l'hypothèse de Planck, Albert Einstein considère le rayonnement électromagnétique comme constitué de « grains d'énergie » dont la valeur est proportionnelle à la fréquence du rayonnement. Il modélise ainsi de façon satisfaisante l'effet photoélectrique.

La physique et ses petits tracas

Les succès théoriques remarquables obtenus à la fin du XIX^e siècle avec la théorie de l'électromagnétisme, la mécanique analytique ou la thermodynamique, avaient conduit de nombreux physiciens à considérer que la physique était plus ou moins aboutie sous une forme essentiellement ondulatoire. Ainsi, dans le sixième des 23 problèmes qu'il soumet à la communauté scientifique comme projet de recherche pour un XX^e siècle naissant, le mathématicien David Hilbert place en bonne place la nécessité d'axiomatiser la physique, un peu comme si l'essentiel était dit sur le fond et qu'il fallait désormais s'attacher à formaliser cette science.

Ce point de vue n'était pas cependant partagé par tous les physiciens de l'époque, et certains persistaient à trouver pertinente une approche corpusculaire de la physique (comme Ludwig Boltzmann avec sa théorie cinétique des gaz). De plus, cet optimisme de début de siècle négligeait quelques résultats expérimentaux récents qui n'entraient pas dans les cadres théoriques de la physique de l'époque.

Comme le reconnaissait Lord Rayleigh, il y avait principalement l'expérience de Michelson qui semblait montrer que la vitesse de la lumière ne suivait pas les lois classiques de l'addition des vitesses. L'autre difficulté majeure résidait dans la modélisation du rayonnement du corps noir qui n'était pas satisfaisante dans le domaine du rayonnement ultraviolet (cf. § 16.1.2). Enfin, la découverte, en 1896, de la radioactivité naturelle devait ajouter encore à la perplexité de certains, car il était bien difficile d'expliquer l'origine de l'énergie rayonnée par les isotopes radioactifs.

cules. Leur existence sera d'ailleurs confirmée en 1932 par Carl David Anderson qui observera des positons (antiélectrons) dans le rayonnement cosmique.

13-3-1 L'hypothèse de base de Louis de Broglie

Une lettre d'Einstein

« [...] le travail de de Broglie a produit sur moi une forte impression. Il a soulevé un coin du grand voile [...] »

A. EINSTEIN, lettre à Paul Langevin du 16 décembre 1924.

La même année, le même Albert Einstein concrétise les travaux préliminaires d'Henri Poincaré, de Hendrick Antoon Lorentz et de David Hilbert en fondant la théorie de la relativité restreinte.

Ce cadre, qui modifie profondément la conception que l'on se faisait du temps et de l'espace, permet d'expliquer l'expérience de Michelson et lève certaines incohérences théoriques qui apparaissaient entre l'électromagnétisme et la mécanique (absence d'invariance des équations de Maxwell dans la transformation de Galilée). Dans un effort génial et très personnel, Albert Einstein complètera cette théorie en 1916 pour y intégrer le cas des systèmes accélérés (relativité générale).

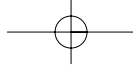
En 1913, Niels Bohr propose un modèle semi-classique de l'atome qui est compatible avec sa stabilité et avec les observations expérimentales concernant les raies d'absorption et d'émission atomiques.

En 1923, Louis de Broglie généralise la dualité onde-corpuscule. Ce résultat théorique sera confirmé en 1927 par Clinton Davidson et Lester Germer qui réussiront à mettre en évidence expérimentalement, pour des électrons, une propriété strictement ondulatoire : la diffraction.

Entre 1925 et 1926, Erwin Schrödinger et Werner Heisenberg proposent deux cadres théoriques équivalents pour la mécanique ondulatoire.

En 1928, Paul Dirac intègre mécanique quantique et relativité restreinte dans une théorie quantique de l'électron. Cette théorie conduit en particulier à supposer l'existence d'antiparticules.

Au début des années 1920, l'hypothèse de base de Louis de Broglie consistait à considérer que les particules de la physique possèdent des caractéristiques à la fois corpusculaires et ondulatoires. Dans telle ou telle situation, une particule pourra se manifester à l'observateur soit sous la forme d'une onde, soit sous celle d'une particule.



Matière et ondes

À titre d'exemple, un photon devra être associé à toute onde électromagnétique, donc à la lumière en particulier. Lorsque celle-ci réalise une figure d'interférences sur un écran, ce sont ses propriétés ondulatoires qui s'expriment. En revanche, lorsqu'un rayon de lumière arrive à arracher des électrons atomiques pour produire un courant électrique (ce qui a lieu dans les cellules photoélectriques), c'est le caractère corpusculaire de la lumière qui est observé.

La caractérisation complète des propriétés des particules élémentaires passe donc par une modélisation cohérente qui prend en compte cette dualité. Tout modèle physique doit donc présenter deux volets complémentaires et intimement liés :

- une modélisation ondulatoire qui est caractérisée par un vecteur d'onde \vec{k} , celle-ci dépend d'un formalisme spécifique (équation de Schrödinger ou formalisme matriciel d'Heisenberg) ;
- une modélisation corpusculaire, caractérisée par une quantité de mouvement \vec{p} .

Pour relier ces deux modélisations, il peut être utile de faire appel à un raisonnement peu rigoureux, mais qui à l'avantage de fournir une approche intuitive des rapports entre ondes et particules.

Ce raisonnement est en effet peu rigoureux car nous verrons précisément que la dualité onde-corpuscule conduit à abandonner la notion de trajectoire à l'échelle des particules. La comparaison des principes de moindre action pour les ondes et les particules ne vise donc qu'à justifier intuitivement les résultats présentés. Dans sa thèse scientifique, en 1924, puis dans ses publications ultérieures, Louis de Broglie utilisera la relation du quantum et la théorie de la relativité restreinte pour proposer des démonstrations rigoureuses, mais plus techniques, de sa relation.

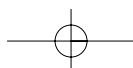
Pour ce faire, nous ferons appel aux deux principes de moindre action utilisés pour les ondes d'une part, et pour un corpuscule d'autre part (cf. fig. 13.12).

Le premier est le principe de Fermat : la trajectoire effectivement suivie par les vecteurs d'onde lorsqu'une onde relie deux points A et B de l'espace correspond à un extremum de chemin optique. Appliquons ce principe en prenant en compte la proportionnalité entre l'indice n et l'inverse de la célérité de l'onde dans le milieu de propagation étudié, $\frac{1}{c_n}$. Notons donc $n = \frac{c}{c_n}$. Dans cette situation, le principe de Fermat postule que l'intégrale suivante \mathcal{J} présente un extremum pour le chemin particulier correspondant à la trajectoire effectivement suivie par les vecteurs d'ondes entre les points A et B :

$$\mathcal{J} = \int_A^B n ds = \int_A^B \frac{c}{c_n} \frac{\omega}{c_n} ds = \left(\frac{c}{\omega}\right) \int_A^B \frac{\omega}{c_n} ds = \left(\frac{c}{\omega}\right) \int_A^B k ds$$

Puisque le terme $\frac{c}{\omega}$ ne dépend pas de la trajectoire entre A et B, ceci revient simplement à rechercher la trajectoire entre A et B qui réalise un extremum de l'intégrale \mathcal{J}_F :

► Paragraphe 13.2.2



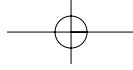
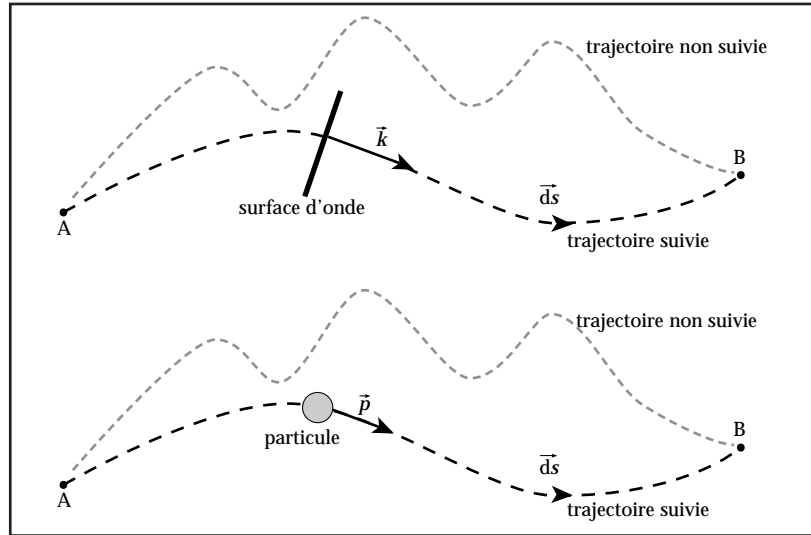


Figure 13.12
Illustration de la dualité onde-corpuscule avec un modèle semi-classique le long d'une trajectoire entre A et B.



où k désigne le vecteur d'onde et s l'abscisse curviligne le long de la trajectoire entre A et B.

$$\mathcal{F}_F = \int_A^B k ds$$

De même, le principe de moindre action appliqué au mouvement d'une particule massique qui suit une trajectoire reliant deux points A et B de l'espace est appelé *principe de Maupertuis*. Il postule que l'intégrale \mathcal{F}_M réalise un extremum :

$$\mathcal{F}_M = \int_A^B p ds$$

où p désigne la projection de la quantité de mouvement de la particule sur la trajectoire.

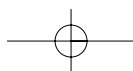
Une théorie cohérente ondulatoire et corpusculaire devrait donc satisfaire les principes de moindre action à la fois pour les ondes et pour les corpuscules. Ceci peut être obtenu en posant *a priori* que la quantité de mouvement de la particule doit être proportionnelle au vecteur de l'onde associée. Puisque le vecteur d'onde est inversement proportionnel à la longueur d'onde ($k = \omega/c = 2\pi/\lambda$), cela revient à poser que la longueur d'onde λ doit être inversement proportionnelle à la quantité de mouvement p .

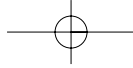
Notons h la constante de proportionnalité. On obtient alors la *relation de de Broglie* :

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

où h est appelée *constante de Planck*. Expérimentalement, on peut montrer que $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ J·s.

Cette très faible valeur en unités MKS explique que h soit passée inaperçue lors de l'expérimentation macroscopique. En pratique, les conséquences physiques de la modélisation ondulatoire d'une particule





massique n'apparaissent que lorsque la longueur d'onde de de Broglie n'est pas négligeable devant les dimensions de l'environnement de cette particule. Ce n'est en effet que dans cette situation que des phénomènes ondulatoires tels que la diffraction pourront être observables.

Par exemple, pour un être humain de masse 70 kg se déplaçant à 10 km/h, la longueur d'onde associée est $\lambda = 6,62 \cdot 10^{-34} / (70 \cdot (10 \cdot 10^3 / 3600)) = 3,4 \cdot 10^{-36}$ m. Celle-ci est négligeable, même par rapport à des dimensions de l'ordre de celle d'un noyau atomique (10^{-15} m). Les propriétés ondulatoires ne se manifesteront donc pas à cette échelle macroscopique.

Pour un électron accéléré sous une différence de potentiel $U = 100$ V et possédant donc une quantité de mouvement évaluée dans une approximation non relativiste à $p = mv = \sqrt{2emU}$, la longueur d'onde est $\lambda = 6,62 \cdot 10^{-34} / \sqrt{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 100} = 1,2 \cdot 10^{-10}$ m. Cette longueur d'onde est donc de l'ordre des dimensions atomiques. Des phénomènes de diffraction d'électrons par des atomes, des molécules ou des cristaux sont donc possibles. C'est cette observation expérimentale par Clinton Davidson et Lester Germer en 1927 qui confirmera la pertinence de l'hypothèse de Louis de Broglie.

13.3.2 Conséquences de la dualité onde-corpuscule

L'hypothèse qui consiste à associer une onde à toute particule entraîne toute une série de conséquences parmi lesquelles les plus importantes sont :

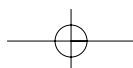
- la quantification des grandeurs physiques au sein d'un atome;
- la relation du quantum;
- les relations d'incertitude d'Heisenberg;
- la possibilité de réaliser un pompage optique pour fabriquer des lasers.

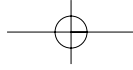
a) Quantification des grandeurs physiques et atome de Bohr

Une quantification des grandeurs physiques apparaît naturellement dès qu'une onde progressive est considérée dans un milieu de dimensions finies. L'hypothèse de dualité onde-corpuscule, en associant une telle onde stationnaire à toute particule confinée dans une partie de l'espace, entraîne donc qu'à cette échelle, les grandeurs physiques, telles que l'énergie par exemple, ne pourront pas varier de façon continue. Ces grandeurs seront quantifiées. Elles ne pourront prendre que des valeurs discrètes, multiples d'une valeur fondamentale.

Appliquons ceci à un atome : les expériences de diffusion de particules α par la matière réalisées par Ernest Rutherford ont montré, au début du xx^e siècle, que l'atome devait être composé d'un noyau central de charge électrique $+Ze$ et d'un cortège de Z électrons de charge électrique $-e$, refoulés en périphérie. Considérons donc un atome ou un ion ne possédant qu'un électron (H, He⁺, Li²⁺) et essayons d'associer une onde stationnaire à cet électron situé sur une orbite à une distance r

► Paragraphe 13.2.5





du noyau. La circonférence où peut se trouver cet électron est $C = 2\pi r$. Dans un espace limité, nous avons vu que la dimension de l'espace devait être un multiple de la demi-longueur d'onde λ de l'onde stationnaire associée à l'électron. Dans le cas d'une circonférence (espace bouclé, fermé sur lui-même), si C est un multiple impair de $\lambda/2$, alors l'onde stationnaire s'annule. On est donc conduit à ne considérer que les situations où C est un multiple pair de $\lambda/2$, c'est-à-dire où C est un multiple de λ .

Utilisons la relation de de Broglie : $\lambda = h/p = h/(mv)$ pour un électron supposé non relativiste. La condition de quantification $2\pi r = n\lambda$ conduit donc à écrire $2\pi r = nh/(mv)$, où n est un entier naturel. On obtient donc $mvr = n\hbar$, où $\hbar = h/(2\pi)$. On reconnaît dans le terme mvr la norme du moment cinétique d'un électron en orbite circulaire :

$$\|\vec{p} \wedge \vec{r}\| = \|\vec{L}\| = mvr = n\hbar$$

Nous constatons donc que le simple fait d'associer à un électron atomique une onde conduit à ne pouvoir considérer comme accessible à cet électron que les moments cinétiques dont les normes sont quantifiées : dans le modèle de Bohr, celles-ci ne peuvent prendre que des valeurs discrètes dans l'ensemble $\{\hbar, 2\hbar, 3\hbar, 4\hbar, \dots\}$.

Cette première relation de quantification va en entraîner d'autres. Si nous appliquons la relation fondamentale de la dynamique de la mécanique classique, nous obtenons une égalité entre une force d'accélération centrifuge mv^2/r et la force d'attraction électrostatique C/r^2 qui existe entre un noyau de charge $+Ze$ et un électron de charge $-e$ ($C = Ze^2/(4\pi\epsilon_0)$, où ϵ_0 est la permittivité du milieu). On a donc :

$$\frac{C}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow (mv)^2 = \frac{mC}{r}$$

La relation de quantification du moment cinétique \vec{L} fournit une autre expression pour le carré de la quantité de mouvement :

$$(mv)^2 = \left(\frac{n\hbar}{r}\right)^2$$

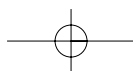
En éliminant $(mv)^2$ des deux dernières équations, on obtient :

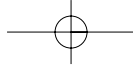
$$r = \left(\frac{\hbar^2}{mC}\right)n^2 = \left(\frac{\epsilon_0 \hbar^2}{Ze^2 m\pi}\right)n^2$$

Évaluons numériquement ces valeurs. Compte tenu des valeurs de la masse de l'électron ($m_e = 9 \cdot 10^{-31}$ kg), de sa charge électrique ($e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C) et de la permittivité du vide ($\epsilon_0 = 8,8 \cdot 10^{-12}$ C² · J⁻¹ · m⁻¹), on obtient :

$$r = n^2 r_0$$

où $r_0 \approx 0,5/Z$ (Å). On retrouve bien les ordres de grandeurs de la dimension atomique qui avaient été mesurés expérimentalement. L'électron d'un atome d'hydrogène ($Z = 1$) ne pourra donc exister qu'à certaines orbites discrètes choisies dans l'ensemble $\{r_0, 4r_0, 9r_0, \dots\}$.





Cette quantification du rayon de l'orbitale conduit immédiatement à celle des énergies de l'électron. En effet, l'électron que nous étudions possède une énergie potentielle liée à l'interaction électrostatique avec le noyau de l'atome : $E_p = -C/r$, en supposant cette énergie nulle pour un électron infiniment éloigné du noyau. Son énergie cinétique est $E_c = m v^2/2 = C/(2r)$, d'où une énergie totale $E = E_p + E_c = -C/(2r)$. Compte tenu de la quantification de r , on obtient :

$$E = -\frac{m}{2} \left(\frac{Z e^2}{2 h \epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{n^2} = -\frac{K Z^2}{n^2}$$

Si on exprime l'énergie de l'électron en électronvolts, l'évaluation de la constante K donne :

$$E(\text{eV}) = -13,6 \frac{Z^2}{n^2}$$

L'énergie est donc également quantifiée et cette quantification dépend du même nombre entier n que celle du rayon de l'orbitale ou du moment cinétique de l'électron. Ce nombre n est appelé nombre quantique principal. On parle de niveau fondamental lorsque $n=1$.

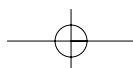
Un électron d'énergie E_1 (eV) = $-13,6 Z^2$ pourra ainsi, s'il absorbe un quantum d'énergie suffisant, passer sur une orbitale plus périphérique ($4r_0, 9r_0, \dots$) et acquérir ainsi l'énergie correspondant à cette orbitale ($-13,6 Z^2/4, -13,6 Z^2/9, \dots$). Inversement, un électron occupant une orbite périphérique pourra retourner sur une orbite plus proche du noyau en émettant dans le milieu environnant le quantum d'énergie correspondant.

L'association d'une onde à un électron atomique a donc permis de modifier complètement le modèle que les physiciens se faisaient de l'atome. Le premier modèle semi-classique (ou semi-quantique) que nous venons de décrire date de 1913. Il est le fruit d'un travail de synthèse remarquable dû à Niels Bohr. En dépit de ses limites, les résultats qu'il permet d'établir quant à la quantification de l'énergie restent vrais lorsque l'on utilise les formalismes plus complets et plus rigoureux de la mécanique quantique.

Dans le cas d'un atome contenant plus d'un électron, il convient de prendre en compte le fait que les électrons les plus internes ont tendance à diminuer le potentiel électrostatique que subit un électron plus périphérique. Tout se passe comme si cet électron périphérique était soumis à l'attraction d'un noyau de charge $Z^* e$ où $Z^* = Z - \sigma$. Le paramètre σ est appelé *constante d'écran* de l'électron périphérique. La formule de Bohr pour la quantification de l'énergie s'applique donc dans ce cas aussi, à condition de remplacer Z par Z^* . On a donc, dans le cas le plus général :

$$E(\text{eV}) = -13,6 \frac{Z^{*2}}{n^2}$$

Ces notions de quantification que nous venons de décrire pour un électron atomique s'appliquent pour les nucléons présents dans un noyau



atomique. Les nucléons pourront donc aussi se trouver dans un état énergétique fondamental E_0 , ou, si le noyau absorbe un quantum donné d'énergie, dans des états quantifiés E_1, E_2, \dots . Un noyau dans lequel les nucléons sont dans des niveaux énergétiques supérieurs au niveau fondamental est dit métastable.

b) La relation du quantum

Intéressons-nous à l'énergie de la particule associée à une onde électromagnétique sinusoïdale de fréquence ν . Nous appelons cette particule, le photon. La théorie de la relativité restreinte stipule que l'énergie d'une telle particule de masse au repos nulle est reliée à sa quantité de mouvement p par la relation $E = pc$, où c est la célérité de la lumière dans le vide. Si, conformément à l'équation de de Broglie, on remplace p par h/λ dans cette équation, on obtient la *relation du quantum* :

$$E = \frac{hc}{\lambda} = h\nu = \hbar\omega, \quad \text{où } \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Cette relation s'identifie très exactement à celle postulée par Max Planck en 1905 pour modéliser le rayonnement de corps noir, puis par Albert Einstein en 1905 pour comprendre l'effet photoélectrique. Elle montre que, lors d'une interaction de type électromagnétique, l'énergie ne pourra être échangée que par paquets d'énergie de valeur $h\nu$.

Ceci est en particulier le cas lorsqu'une particule élémentaire, dont l'énergie est quantifiée, passe d'un niveau d'énergie à un autre. Nous avons vu qu'un électron présent sur une orbite $r_n = n^2 r_0$ possédait une énergie $E_n = -13,6 Z^2/n^2$. Dans ces conditions, une transition conduisant un électron d'une couche n à occuper une autre couche p possible correspondra à l'émission (si $n > p$) ou à l'absorption (si $n < p$) d'un photon d'énergie $E = h\nu = hc/\lambda = |E_n - E_p|$. La longueur d'onde λ du photon émis ou absorbé est donc :

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{KZ^2}{hc} \left| \frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right|$$

Cette formule fut une des premières grandes confirmations expérimentales de la mécanique quantique. Elle s'identifie en effet à une formule strictement empirique qui avait été mise en évidence par Johann Jakob Balmer en 1885 pour calculer les longueurs d'onde qu'il observait dans le spectre de l'hydrogène. Elle confirme que les radiations émises par un atome donné ne correspondent qu'à un ensemble discret de longueurs d'onde définies par la formule précédente. Ces phénomènes seront détaillés dans les chapitres relatifs aux rayonnements électromagnétiques.

c) Les relations d'incertitude

Reprenons l'expérience de diffraction de la lumière par une fente mince évoquée et essayons de l'interpréter en termes non plus ondulatoires mais corpusculaires.

► Paragraphe 13.2.6

Supposons pour ce faire que la source de lumière soit capable d'émettre les photons associés à cette onde un par un, de telle sorte qu'un nouveau photon ne puisse être émis par la source qu'après impact du photon précédent sur l'écran. Si l'on effectue une telle expérience pendant suffisamment longtemps, en utilisant à la place de l'écran un film photographique, on constate, après développement du film, exactement la même figure d'interférences que lorsque la source était intense.

La modélisation ondulatoire qui avait permis d'expliquer cette figure d'interférences n'est plus valable lorsqu'un photon unique traverse l'espace qui sépare la fente de l'écran. Pour tenter d'interpréter en termes corpusculaires cette expérience, on est contraint d'admettre qu'après avoir traversé la fente, le photon se dirigera de façon aléatoire vers telle ou telle zone de l'écran ou du film photographique.

La seule chose qu'il soit possible de prévoir, c'est la probabilité qu'un photon d'atteindre une zone donnée du film (probabilité plus grande au niveau des bandes lumineuses, plus faibles au niveau des bandes sombres). À l'échelle du photon, il existe donc une incertitude théorique sur la position et la quantité de mouvement de cette particule. Cette incertitude est sans rapport avec une éventuelle limite pratique d'ordre métrologique.

Nous constatons d'une part que les incertitudes théoriques sur la position et la quantité de mouvement du photon sont inversement proportionnelles et d'autre part que celles-ci résultent directement de l'hypothèse qui conduit à associer un comportement ondulatoire au photon. Un raisonnement rudimentaire (cf. encadré) montre donc le produit de l'incertitude sur la position par l'incertitude sur la quantité de mouvement est de l'ordre de la constante de Planck (h), donc non nul. Par conséquent, il est impossible de connaître, avec une précision aussi petite que souhaitée, à la fois la position et la quantité de mouvement d'une particule élémentaire. À l'échelle d'une particule, la notion de trajectoire n'a donc plus de sens. On ne peut considérer que la probabilité de présence d'une particule en un lieu.

Un calcul plus technique et plus rigoureux aboutit aux *inégalités d'Heisenberg* :

$$\Delta x \Delta p_x \geq h/(4\pi)$$

$$\Delta E \Delta t \geq h/(4\pi)$$

où E est l'énergie d'un quantum échangé pendant une durée t . Nous avons vu que la dernière relation d'Heisenberg explique la portée infinie

L'incertitude du photon

Essayons de quantifier très simplement l'ordre de grandeur de l'incertitude qu'il existe sur la position et la quantité de mouvement d'un photon qui atteint la zone d'un écran.

Considérons un photon traversant une fente de largeur b , puis diffracté dans une direction θ (cf. fig. 13.13). Cette particule peut traverser la fente en n'importe quel point de sa largeur. Il existe donc, au moment de la traversée de la fente, une incertitude Δx sur la position de ce photon : $\Delta x = b$. La diffraction, à ce moment de la traversée, provoque un changement de direction de la quantité de mouvement qui, initialement p_y , acquiert une certaine composante p_x suivant la direction x .

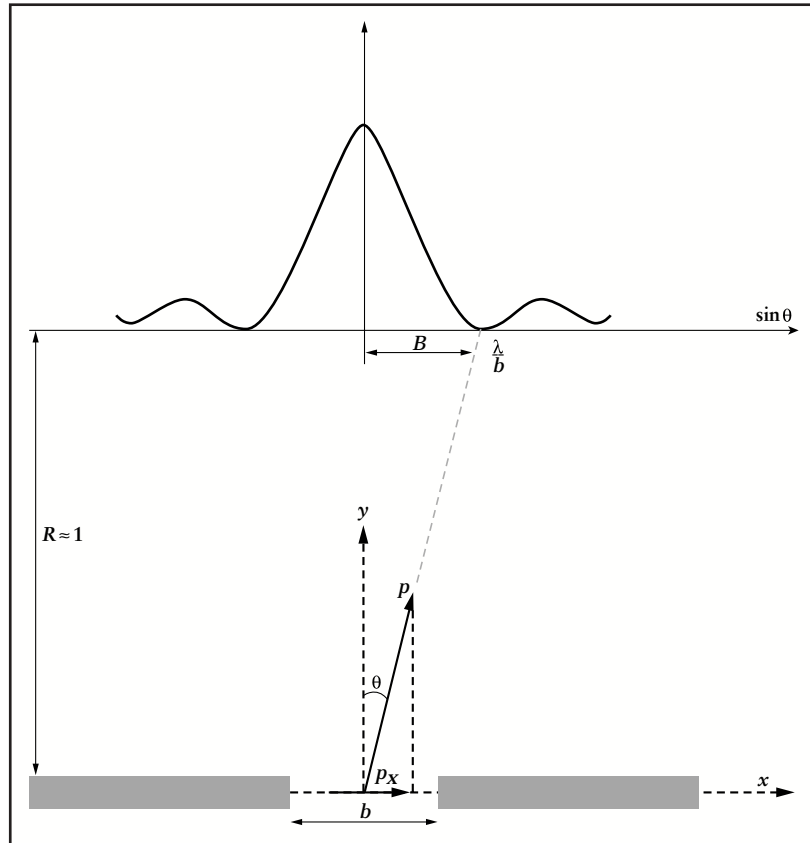
Cette composante correspond à une incertitude sur la quantité de mouvement :

$$\Delta p_x = p_x = p \sin \theta$$

Si l'angle θ est relativement faible, il est possible d'approcher $\sin \theta$ par $\theta = B/R$: $\Delta p_x \approx p B/R$. La distance B sur l'écran est de l'ordre de λ/b (ou d'un de ses multiples). Si R est de l'ordre de l'unité, on obtient un ordre de grandeur $\Delta p_x \approx p \lambda/b$. En utilisant la relation de de Broglie $\lambda = h/p$, on obtient $\Delta p_x \approx h/b$. Compte tenu du fait que $\Delta x = b$, nous avons donc $\Delta x \Delta p_x \approx h$.

► Paragraphe 13.1.1

Figure 13.13
 Diffraction d'un photon
 par une fente fine,
 illustration des inégalités
 d'Heisenberg.



c) Le pompage optique et le rayonnement laser

► Paragraphe 13.2.4

Nous avons vu comment il était possible de faire interférer des ondes cohérentes en fractionnant un faisceau unique au moyen de dispositifs optiques (prismes, miroirs) ou d'un objet diffractant (orifices percés dans un écran opaque, réseaux). Les résultats de mécanique quantique que nous venons d'établir permettent d'imaginer la construction de sources d'onde cohérentes. Il s'agit du *laser* (*light amplification by stimulated emission of radiation*) pour des ondes visibles, ultraviolettes ou infrarouges, ou du *maser* (*microwave amplification by atimulated emission of radiation*) pour les micro-ondes.

L'étude du modèle atomique de Bohr nous a en effet montré que les électrons d'un atome peuvent occuper plusieurs niveaux d'énergie (orbitales). En l'absence d'apport d'énergie (à une température de 0K), ce sont les orbitales les plus proches du noyau qui sont occupées (état fondamental). Si de l'énergie est fournie au système d'atomes, un électron atomique peut absorber un photon d'énergie $E_{n,p} = h\nu = |E_p - E_n|$

pour passer d'une orbitale n à une orbitale $p > n$ plus éloignée du noyau. Dans la suite, cet électron pourra retourner sur l'orbitale n initiale en émettant un quantum d'énergie sous forme d'un photon d'énergie $E_{p,n}$. Ce type d'émission de lumière que nous qualifierons de spontané se fait de façon aléatoire, avec une certaine probabilité par unité de temps.

En 1917, Albert Einstein a montré qu'il existait nécessairement un autre mode de désexcitation d'un électron atomique placé sur une orbitale p hors équilibre. Ce mode porte le nom d'*émission stimulée*. Dans cette situation, le passage d'un électron de l'orbitale p à l'orbitale $n < p$ ne se fait pas de façon aléatoire, mais est provoqué par la simple présence dans le voisinage de l'électron d'un photon d'énergie $E_{n,p}$ qui provoque la transition électronique $p \rightarrow n$ sans être lui-même affecté par celle-ci. La probabilité de ce processus d'émission spontanée est proportionnelle au nombre d'électrons présents dans l'état excité p .

Par conséquent, si l'on est capable de porter un nombre suffisant d'électrons atomiques à ce niveau p hors équilibre, le processus d'émission stimulée renforcera le rayonnement de photons d'énergie $E_{n,p}$, conduisant à une émission de tels photons (spontanée ou stimulée) supérieure à leur absorption. Cette idée constitue le principe du laser.

Pour la concrétiser, il est d'abord nécessaire de porter le maximum d'électrons d'un échantillon d'atomes à un niveau excité donné, ce qui s'appelle inverser les populations. Lorsque seulement deux niveaux énergétiques sont présents, une telle inversion n'est pas possible car les probabilités d'absorption et d'émission (spontanée ou stimulée) d'un photon sont égales. Il est en revanche réalisable avec des systèmes d'atomes à 3 ou 4 niveaux énergétiques, à condition de fournir de l'énergie à ce système.

Pour construire un laser, il faut donc réaliser un pompage destiné à assurer une inversion de population qui soit pérenne. Ce pompage peut être optique, électronique, thermique ou chimique. Dans le premier cas, la source d'énergie est un rayonnement de photons dont l'énergie correspond à une transition permise au sein du système d'atomes. Le pompage électronique se fait en bombardant le système d'atomes par des électrons accélérés, et le pompage thermique en chauffant les atomes, puis en leur faisant subir une brusque détente. Enfin, le pompage chimique utilise des réactions chimiques qui produisent des molécules dans des états électroniques excités. Dans tous les cas, ces sources d'énergie permettent de créer une population d'atomes dans un état excité p donné, susceptibles de revenir à un état plus fondamental n . La radiation de photons d'énergie $E_{n,p}$ ainsi produite, par émission spontanée ou stimulée, est collectée au sein d'une cavité résonante limitée à ses deux extrémités par deux miroirs de manière à ce que l'onde qui s'y développe soit stationnaire.

De manière à laisser passer un fin pinceau de lumière, l'un de ces deux miroirs n'est que partiellement réfléchissant. Le rayon qui s'échappe de cette cavité résonante possède donc les caractéristiques suivantes :

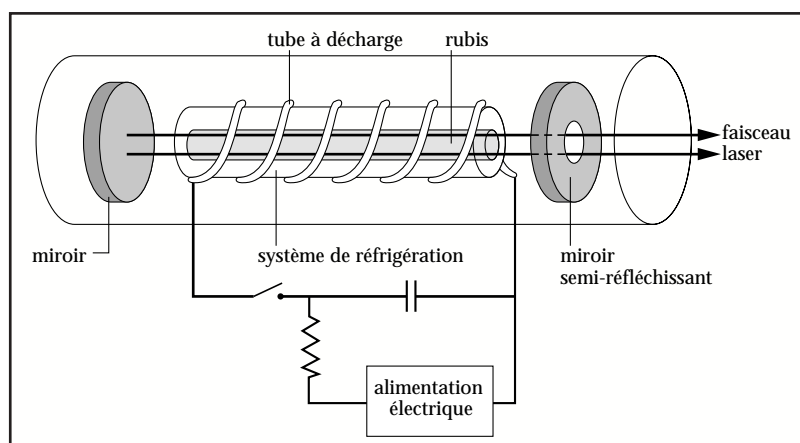
► Paragraphe 13.2.3

- il est monochromatique, puisque tous les photons qui le constituent portent la même énergie $E_{n,p}$ correspondant à la transition entre un état excité p et un état plus proche de l'état fondamental n ;
- il est constitué de lumière parfaitement cohérente car issue de l'onde stationnaire produite dans la cavité résonante;
- il peut atteindre, du fait de l'amplification obtenue par l'émission stimulée, des puissances importantes.

Les matériaux qui permettent d'obtenir une telle radiation cohérente et amplifiée peuvent être solides (rubis rose, néodyme, semi-conducteurs), gazeux (hélium-néon, gaz carbonique) ou liquides (chélates, colorants organiques). Les principes du maser ou du laser s'appliquent non seulement, comme nous venons de le décrire, aux transitions électroniques atomiques, mais aussi à toutes sortes de transitions entre niveaux d'énergie quantifiée d'atomes, ions ou molécules (niveaux énergétiques de vibration moléculaire dans les lasers à CO_2 par exemple). Enfin, ces systèmes peuvent fonctionner en mode pulsé ou continu.

Historiquement, le premier maser à NH_3 fut construit en 1954 par Charles Hard Townes, et le premier laser optique par Theodore Harold Maiman en 1960 grâce à l'invention du pompage optique due à Alfred Kastler (prix Nobel de physique 1966). Dans ce premier laser à rubis (cristal d' Al_2O_3 contenant des impuretés de chrome Cr^{3+}), l'inversion de population est obtenue par un tube à décharge rempli de xénon entouré en spirale autour d'un barreau de rubis limité à ses deux extrémités par des miroirs. Les éclairs de lumière blanche produits par le tube contiennent des radiations capables de faire passer des électrons du chrome à un niveau énergétique supérieur (laser à 3 niveaux). L'émission stimulée émise a la couleur rouge du rubis à une longueur d'onde $\lambda = 694 \text{ nm}$ (cf. fig. 13.14).

Figure 13.14
Représentation schématique d'un laser à rubis.



Les applications biomédicales importantes du laser sont développées plus loin.

13-3-3 L'équation de Schrödinger

Tous les résultats qui précèdent relèvent d'une approche semi-classique de la mécanique quantique. Cette approche utilise les résultats de la physique classique en introduisant dans ses modélisations une notion ondulatoire. Bien que fructueuse, elle manque cependant de cohérence interne. Ceci peut alors être évité en utilisant une des modélisations rigoureuses de la mécanique quantique formulées dans les années 1920 par Erwin Schrödinger d'une part (modélisation ondulatoire) et Werner Heisenberg d'autre part (modélisation matricielle). Les physiciens ont constaté peu après que ces deux approches étaient équivalentes.

La modélisation ondulatoire d'Erwin Schrödinger considère que l'onde associée à une particule est caractérisée par une fonction d'onde $\psi(x, y, z, t)$ dont le module au carré caractérise la probabilité P de constater expérimentalement la présence de la particule au voisinage du point (x, y, z) à l'instant t . Ainsi $P = |\psi(x, y, z, t)|^2 dx dy dz$. Compte tenu de ce que nous avons dit à propos des relations d'incertitude d'Heisenberg, cette connaissance probabiliste du comportement d'une particule est le mieux de ce que la physique peut prévoir à ces échelles microscopiques. Cette connaissance passe par le calcul de la fonction d'onde ψ . Celle-ci vérifie une équation appelée *équation de Schrödinger*, que nous allons établir dans le cas d'une particule évoluant dans un espace à une dimension.

Soit ψ l'onde plane (la fonction d'onde) associée à la particule, conformément à l'hypothèse de Louis de Broglie et se déplaçant selon l'axe des x . La fonction d'onde associée est :

$$\psi(\vec{x}, t) = A e^{i(kx - \omega t)}$$

On peut facilement calculer sa dérivée première par rapport au temps et sa dérivée seconde par rapport à la grandeur d'espace x :

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi}{\partial t} = -i\omega \psi \Rightarrow \omega = i \frac{1}{\psi} \frac{\partial \psi}{\partial t} \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -k^2 \psi \Rightarrow k^2 = -\frac{1}{\psi} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \end{cases}$$

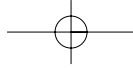
Supposons que la particule possède une vitesse v non relativiste et une énergie potentielle V . Son énergie totale est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle, soit : $E = \frac{1}{2} m v^2 + V$. Cette énergie s'identifie au quantum d'énergie véhiculé par l'onde, soit $E = \hbar \omega$. De plus, puisque $\lambda = 2\pi/k$, la relation de de Broglie, $p = \hbar/\lambda$, permet d'écrire l'énergie cinétique sous la forme $E_c = \frac{1}{2} m v^2 = p^2/(2m) = \hbar^2/(2m\lambda^2) = (\hbar k)^2/(2m)$. On obtient donc :

$$E = \frac{1}{2} m v^2 + V = \frac{\hbar^2}{2m} k^2 + V = \hbar \omega$$

En remplaçant ω et k^2 par leurs expressions en fonction de l'onde ψ , on obtient :

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V\psi$$

► Paragraphe 13.2.1



Compte tenu que $\hbar\omega = E \Rightarrow i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = E\psi$, on obtient finalement l'équation de Schrödinger :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V\psi = E\psi$$

Dans le cas plus général d'un espace à 3 dimensions, on généralise facilement l'équation de Schrödinger :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + V\psi = E\psi \quad \text{avec} \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Lorsque l'on est capable de résoudre de façon exacte cette équation pour une particule dans un environnement donné, il est alors possible d'exprimer la fonction d'onde et donc de calculer les probabilités de présence de cette particule. C'est ainsi, par exemple, que l'on détermine les orbitales atomiques des électrons au sein d'une molécule.

13-3-4 Le modèle de l'atome en mécanique quantique

Considérons une particule de masse m pouvant se déplacer librement le long de l'axe des abscisses entre $x = 0$ et $x = \ell$. Cette situation correspond à un potentiel $V(x) = 0$ si $x \in [0; \ell]$ et $V(x) = \infty$ sinon (on parle alors de puits de potentiel de largeur ℓ). Il est facile de résoudre l'équation de Schrödinger dans cette situation :

$$\forall x \in [0; \ell], -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = E\psi \Rightarrow \psi(x) = A \sin\left(\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} x + \varphi\right)$$

Les conditions aux limites du puits de potentiel stipulent que la probabilité de présence de la particule aux abscisses 0 et ℓ est nulle. Puisque $\psi(0) = 0$, nous avons $\varphi = 0$.

D'autre part, puisque $\psi(\ell) = 0$, il vient :

$$\psi(\ell) = 0 = \sin\left(\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \ell\right) \Rightarrow \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \ell = n\pi, \quad \text{où } n \text{ est un entier}$$

Ceci conduit à une quantification de ψ et de E :

$$\psi(x) = A \sin\left(n \frac{\pi x}{\ell}\right) \quad \text{et} \quad E = \frac{\hbar^2}{8m\ell^2} n^2$$

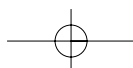
Le coefficient A peut être calculé en écrivant qu'il est certain de trouver la particule quelque part entre les abscisses 0 et ℓ , c'est-à-dire que la probabilité de présence, donnée par l'intégrale suivante, est unitaire, soit :

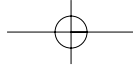
$$\mathcal{I} = \int_0^\ell \psi^2(x) dx = A^2 \int_0^\ell \sin^2\left(\frac{n\pi}{\ell} x\right) dx = \frac{A^2}{2} \int_0^\ell \left[1 - \cos\left(\frac{2n\pi}{\ell} x\right)\right] dx = \frac{A^2}{2} \ell$$

On obtient finalement, pour la fonction d'onde, l'expression :

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{\ell}} \sin\left(n \frac{\pi x}{\ell}\right)$$

La résolution de l'équation de Schrödinger à une dimension conduit donc, pour une particule libre dans un espace limité, à des fonctions





d'ondes ψ_n et à des énergies E_n quantifiées par un nombre quantique unique n .

Si l'on généralise le problème précédent à une particule pouvant se déplacer librement dans un parallélépipède de dimensions ℓ_x , ℓ_y et ℓ_z suivant les trois directions de l'espace, il est possible de factoriser la fonction d'onde correspondante suivant $\psi(x,y,z) = \psi_1(x)\psi_2(y)\psi_3(z)$. Ceci nous ramène au problème précédent pour le calcul de l'énergie. Celle-ci dépendra donc de 3 nombres quantiques n , l et m tels que $E_{n,l,m} = [h^2/(8m)] \times [n^2/\ell_x^2 + l^2/\ell_y^2 + m^2/\ell_z^2]$.

Dans le cas d'un atome, la résolution de l'équation de Schrödinger dans un espace à 3 dimensions où règne un potentiel électrostatique $V = -\frac{C}{r}$ permet de calculer les fonctions d'ondes ψ et les énergies E associées à un électron atomique. Le calcul détaillé de ces grandeurs sort du cadre de cet ouvrage. Cependant, à la lumière de l'exemple très simple du puits de potentiel décrit dans ce qui précède, nous comprenons que l'aspect tridimensionnel du problème va conduire à devoir prendre en considération non plus un seul nombre quantique, mais trois associés à la quantification de trois grandeurs physiques distinctes : n , l et m .

Désigné par n , le *nombre quantique principal* est identique à celui de la modélisation semi-classique de Niels Bohr. Pour un atome à un électron, c'est lui seul qui détermine la couche électronique et l'énergie correspondante de l'électron, suivant l'expression :

$$E = -\frac{m}{2} \left(\frac{Ze^2}{2h\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{n^2}$$

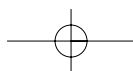
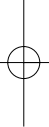
Le nombre quantique principal n peut prendre n'importe quelle valeur entière strictement positive. Les différentes couches électroniques correspondantes sont souvent désignées par des lettres majuscules (K pour $n = 1$, L pour $n = 2$, etc.).

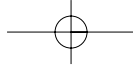
Désigné par l , le nombre quantique secondaire correspond à la quantification du module du moment cinétique orbital de l'électron sur une couche n : $\|\vec{r} \wedge \vec{p}\| = \sqrt{l(l+1)} \hbar$. Il s'agit donc d'une nuance importante par rapport à l'atome de Bohr (pour lequel, le moment cinétique était quantifié à tort par n). Le nombre l peut prendre les n valeurs entières entre 0 et $n-1$ inclus. Ces différentes sous-couches sont désignées par des minuscules : s ($l = 0$), p ($l = 1$), d ($l = 2$), f ($l = 3$), cette terminologie étant rattachée à des caractères spectroscopiques (*sharp s*, *principal p*, *diffuse d*, *fundamental f*).

Désigné par m , le nombre quantique magnétique peut prendre les $2n+1$ valeurs entières entre $-l$ et $+l$ inclus. Il correspond à la quantification du moment cinétique orbital σ_z dans la direction d'un champ magnétique externe éventuel : $\sigma_z = m\hbar$. En l'absence de champ magnétique, cette distinction est virtuelle et les niveaux d'énergie sont confondus (dégénérés).

Ces trois nombres quantiques permettent de définir tous les niveaux d'énergie $E_{n,l,m}$ et toutes les probabilités de présence des électrons atomiques $dP = |\psi_{n,l,m}(x,y,z,t)|^2 dx dy dz$ (*modèle de Bohr-Sommerfeld*). Dans

► Paragraphe 13.3.2





un atome à un électron, pour une couche donnée n , il existera donc n^2 états différents, tous associés à la même énergie. On dira que ces niveaux sont dégénérés.

En revanche, dans le cas d'atomes à plusieurs électrons, nous avons vu qu'il fallait utiliser une charge nucléaire effective Z^* en lieu et place de Z pour tenir compte de l'effet d'écran dans le calcul des niveaux énergétiques. Les *règles de Slater* qui permettent de calculer Z^* montrent que la constante d'écran dépend non seulement de n , mais aussi du nombre quantique secondaire l . L'énergie d'un électron atomique dépendra donc dans ce cas des deux nombres quantiques n et l . On dira que la dégénérescence en énergie est partiellement levée.

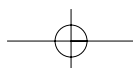
Il existe un quatrième nombre quantique : le nombre quantique de spin, noté s . Il quantifie le moment cinétique intrinsèque σ_s d'un électron atomique. De même que pour le moment cinétique orbital σ_z , la projection du moment cinétique intrinsèque σ_s sur la direction (Oz) d'un champ magnétique éventuel est quantifiée au moyen du nombre quantique de spin $s(\sigma_{s,z} = s\hbar)$. Dans le cas de l'électron, ce nombre quantique s ne peut prendre que deux valeurs : $s = \pm \frac{1}{2}$.

Le *principe d'exclusion* énoncé par Wolfgang Pauli en 1925 stipule que deux électrons d'un même atome doivent au moins différer par un des quatre nombres quantiques (n, l, m, s). On parle de *case quantique* pour caractériser un état électronique déterminé par un tel quadruplet. Sur une couche électronique n donnée, un électron dispose donc de n sous-couches possibles ($0 \leq l \leq n-1$), de $2l+1$ valeurs possibles pour m et de deux valeurs possibles pour s . Il est donc possible de positionner au plus $2n^2$ électrons sur une couche de nombre quantique principal n .

13-3-5 Les modèles de noyau en mécanique quantique

Les états énergétiques d'un noyau dans son état fondamental peuvent être calculés en résolvant l'équation de Schrödinger avec un potentiel rectangulaire de profondeur adéquate. Cette modélisation, inspirée de celle présentée pour les électrons atomiques, porte le nom de modèle en couches. De façon analogue à ce qui vient d'être décrit pour les électrons, un nucléon au sein d'un noyau atomique se trouve associé à quatre nombres quantiques :

- un nombre quantique principal n , entier non nul qui caractérise la couche occupée par le nucléon ;
- un nombre quantique orbital l , entier variant de 0 à $n-1$ qui permet de quantifier la norme du moment angulaire orbital du nucléon suivant $\|\vec{L}\| = \sqrt{l(l+1)} \hbar$;
- un nombre quantique magnétique orbital m , entier relatif variant de $-l$ à $+l$ qui permet de quantifier la projection de \vec{L} sur une direction privilégiée (celle d'un champ magnétique externe par exemple) ;
- un nombre quantique de spin $s = \pm \frac{1}{2}$ qui permet de quantifier la norme du moment angulaire intrinsèque du nucléon suivant $\|\vec{S}\| = \sqrt{s(s+1)} \hbar$.



Le moment angulaire total d'un nucléon ($\vec{L} + \vec{S}$) pourra ainsi être quantifié par un nombre quantique j demi-entier ($j = 1/2, 3/2, 5/2 \dots$).

Dans le cadre du modèle en couches, la résolution de l'équation de Schrödinger et la modélisation d'un couplage (c'est-à-dire d'une forte corrélation) entre les moments angulaires orbital et intrinsèque conduisent à calculer des niveaux énergétiques qui ne dépendent que des nombres quantiques n, l et j . Sur chaque couche, le principe d'exclusion de Pauli ne permettra donc de placer qu'un nombre défini de neutrons et autant de protons (le remplissage des deux types de nucléons se fait de façon indépendante).

On montre que l'on peut placer $2j+1$ nucléons de chaque type sur chaque sous-couche caractérisée par une valeur de j . Ainsi, la première couche ($n=1, l=0, s=\pm 1/2$) sera associée à $j=1/2$ et pourra contenir 2 nucléons de chaque type. La deuxième couche ($n=2, l=0$ ou $1, s=\pm 1/2$) associée à $j=1/2$ ou à $j=3/2$ pourra contenir 6 nucléons de chaque type et la troisième couche ($j=1/2, 3/2$ ou $5/2$), 12 nucléons de chaque type.

Ce modèle permet en particulier d'expliquer le résultat expérimental suivant lequel les noyaux dont le nombre de protons ou le nombre de neutrons prennent une valeur dans l'ensemble des nombres que l'on appelle magiques $\{2, 8, 20, (28), 50, 82, 126, 184\}$ ont une énergie de liaison particulièrement élevée. De tels noyaux, en effet, ont des couches complètement remplies pour un nucléon donné et sont particulièrement stables. Cette observation est analogue à celle que l'on peut faire pour les gaz rares dont les couches électroniques sont complètes.

La mise en équations de noyaux dans lesquels plusieurs nucléons sont dans un état hors équilibre est plus complexe et nécessite d'avoir recours à des modèles dits unifiés qui concilient le modèle de la goutte liquide (que nous avons déjà utilisé pour calculer le rayon nucléaire) et le modèle en couches.

Dans tous les cas, il importe de retenir qu'un nucléon peut passer spontanément d'un niveau excité à son niveau fondamental en émettant un photon appelé photon gamma (γ), dont l'énergie est sensiblement égale à la différence d'énergie entre ces deux niveaux.

POUR CONCLURE

À l'échelle d'une molécule et en dessous, les objets de la physique se comportent à la fois comme des ondes et des particules, parfois de masse au repos nulle. Cette dualité conduit à la quantification des grandeurs physiques telles que l'énergie. Un électron atomique ne pourra donc occuper que des niveaux énergétiques discrets, si bien qu'une énergie minimale, appelée énergie d'ionisation, sera nécessaire pour l'extraire de son environnement atomique.

Les autres conséquences directes du concept de dualité onde-corpuscule sont :

- la relation du quantum qui relie l'énergie d'un photon à la fréquence de l'onde électromagnétique associée;

- les relations d'incertitude d'Heisenberg.

La relation du quantum et la quantification des niveaux énergétiques des électrons et des nucléons d'un noyau sont des notions de base pour aborder l'étude de la radiopathologie et de l'imagerie médicale.