

BIOPHYSIQUE DE LA CIRCULATION BIOMECHANIQUE CARDIAQUE

**Formation Générale en Sciences
Médicales – 2^o année**

Module cardiovasculaire

Denis Mariano-Goulart

Faculté de médecine et CHRU de Montpellier

Ce diaporama et un polycopié sont disponibles sur l'ENT
de l'UM et sous le lien <http://scinti.edu.umontpellier.fr>

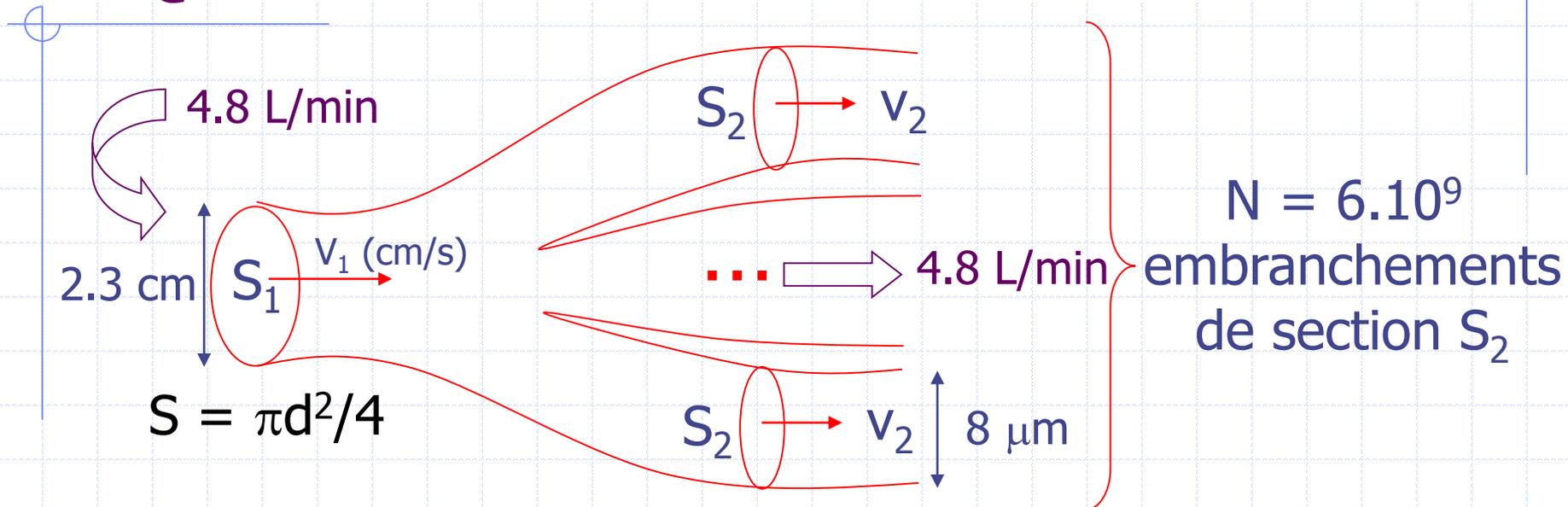
BIOPHYSIQUE DE LA CIRCULATION

Etre capable de démontrer les principaux résultats de biophysique de la circulation importants en physiologie.

Etre capable de caractériser les paramètres physiologiques de la colonne de droite en raisonnant à partir des notions de biophysique de la colonne de gauche :

Equation de continuité	Vitesse du sang
Ecoulements turbulents ou laminaires	Souffles & mesure de la tension artérielle
Loi de Poiseuille	Résistances vasculaires
Loi de Laplace	Modulation des résistances et \varnothing artériels
Elasticité des grosses artères	Puissance cardiaque & flux sanguin continu
Viscosité du sang non Newtonien	Effet Fahraeus-Lindqvist, embolies
Pression oncotique	Echanges capillaires, oedèmes

EQUATION DE CONTINUITE



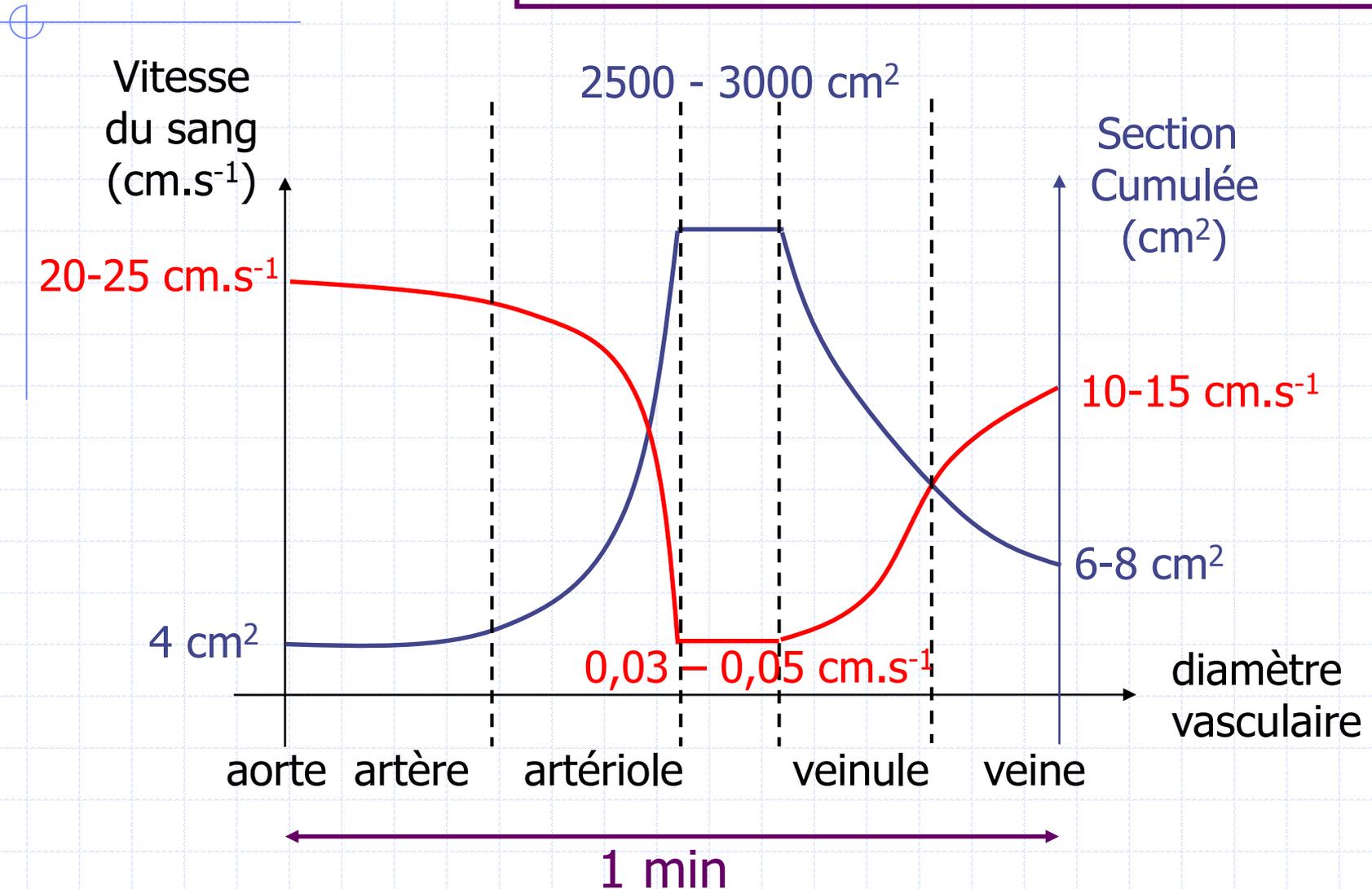
$$S = \pi d^2 / 4$$

$$N \cdot S_2 = 3000 \text{ cm}^2 \approx 55 \times 55 \text{ cm}^2 \\ \gg 4 \text{ cm}^2 = S_1$$

$$D_1 = S_1 \cdot v_1 = D_2 = (N \cdot S_2) \cdot v_2$$

$$v_1 = 20 \text{ cm/s} \rightarrow v_2 = 0,3 \text{ mm/s}$$

CONSEQUENCE: FLUX LENT AUX CAPILLAIRES



ÉCOULEMENT TURBULENT-LAMINAIRE

- Écoulement laminaire si

$$\mathfrak{R} = \frac{\rho.v.d}{\eta} < 2400 \quad \text{i.e.} \quad v < v_c = \frac{2400.\eta}{\rho.d}$$

- Situation physiologique :
 - $v_c = 2400\eta/(\rho d) = 2400 \cdot 3 \cdot 10^{-3}/(1050.d)$
 - $v_c = 30 \text{ cm/s} > 20 \text{ cm/s}$ pour l'aorte ($d=0,023 \text{ m}$)
 - donc régime laminaire dans l'aorte
 - a fortiori dans les petits vaisseaux ($v_c \uparrow$ et $v \downarrow$)
 - donc pas de souffle vasculaire sans pathologie

SOUFFLES (PATHOLOGIQUES)

$$\text{Turbulent si } v > v_c = \frac{2400\eta}{\rho \cdot d}$$

- Anémie :

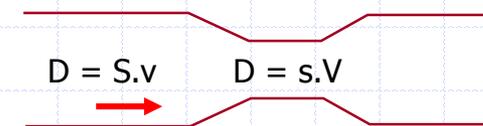
- Loi d'Einstein-Batchelor : $\eta = \eta_s(1 + 2,6.H_t + \dots)$
- Si $H_t \downarrow$, alors $\eta \downarrow$ et Débit_{coeur} $\uparrow \Rightarrow v_c \downarrow$ et $v \uparrow$
- Anémie \Rightarrow écoulement turbulent et souffle

- Communication artério-veineuse :

- $v \uparrow \Rightarrow$ souffle
- Fistule a-v, persistance du canal artériel

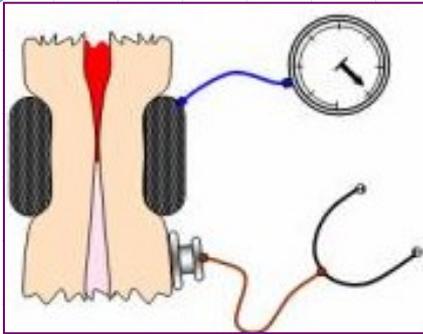
- Sténoses vasculaires :

- $v \uparrow \Rightarrow$ souffle

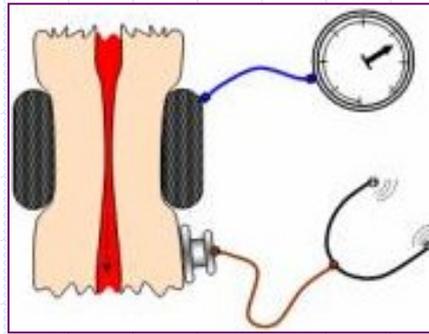


- Athérome carotidien, sphygmomanométrie
- Souffles cardiaques (cf. fin de ce cours)

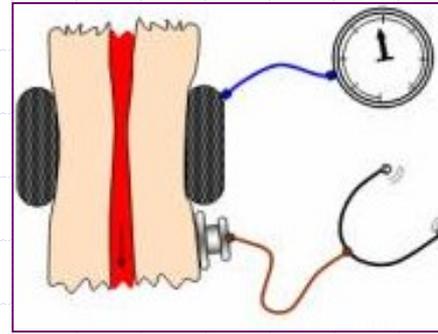
SPHYGMOMANOMETRIE



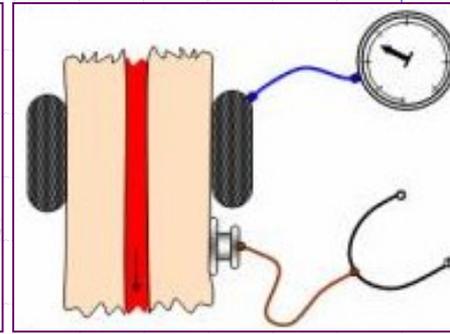
écoulement
empêché



écoulement
turbulent
permanent



écoulement
turbulent
en diastole



écoulement
laminaire

apparition du
souffle
 $\Rightarrow P = TA_s$

persistance du
souffle
 $Ta_d < P < TA_s$

disparition
du souffle
 $\Rightarrow P = TA_d$

Bruits de Korotkoff

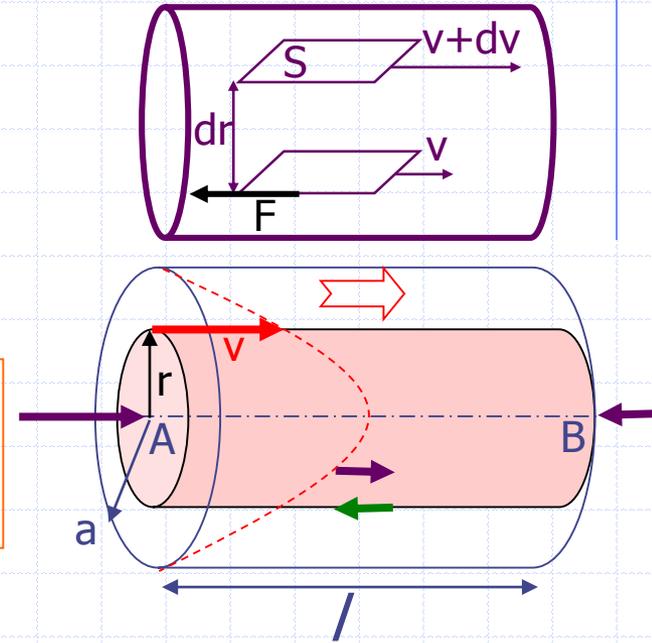
VITESSE DU SANG

Régime laminaire, $F_v = \eta \cdot S \cdot \frac{dv}{dr}$

$$-\eta \cdot (2\pi \cdot r \cdot l) \cdot \frac{dv}{dr} = (P_A - P_B) \cdot \pi \cdot r^2$$

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{P_A - P_B}{2 \cdot \eta \cdot l} \cdot r \Rightarrow v = \frac{P_A - P_B}{4 \cdot \eta \cdot l} (a^2 - r^2)$$

en négligeant la variation de η avec dv/dr (le sang est non-newtonien)



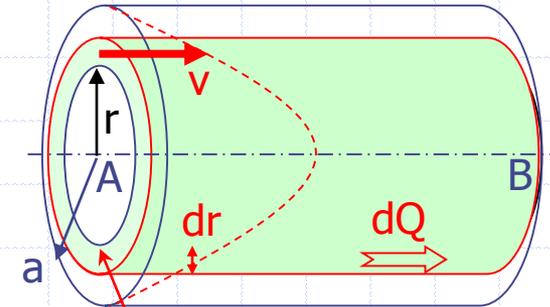
LOI DE POISEUILLE

Régime laminaire, viscosité η constante



JLM Poiseuille
(1797-1869)

$$v = \frac{P_A - P_B}{4 \cdot \eta \cdot l} (a^2 - r^2)$$



$$dQ = S \cdot v = (2\pi \cdot r \cdot dr) \cdot v = 2\pi \cdot r \cdot dr \cdot \frac{P_A - P_B}{4 \cdot \eta \cdot l} (a^2 - r^2)$$

$$Q = \frac{P_A - P_B}{2\eta \cdot l} \cdot \pi \cdot \int_0^a r \cdot (a^2 - r^2) \cdot dr$$

$$Q = \frac{P_A - P_B}{2\eta \cdot l} \cdot \pi \cdot \left[\frac{a^2 \cdot r^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right]_0^a \Rightarrow Q = \frac{\pi \cdot a^4}{8 \cdot l \cdot \eta} (P_A - P_B)$$

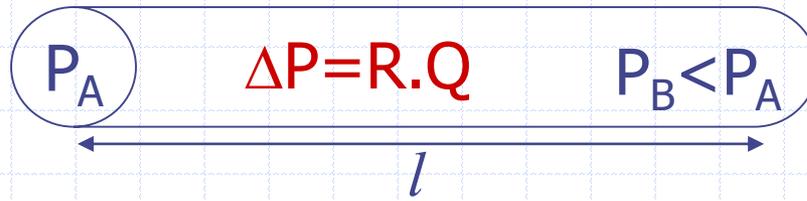
anneau de
 $S = 2\pi \cdot r \cdot dr$

$$P_A - P_B = R \cdot Q$$

$$R = \frac{8 \cdot \eta \cdot l}{\pi \cdot a^4}$$

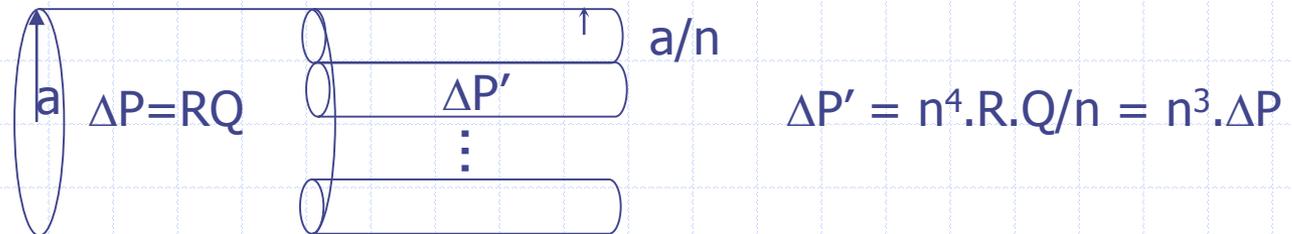
Loi de Poiseuille

CONSEQUENCES



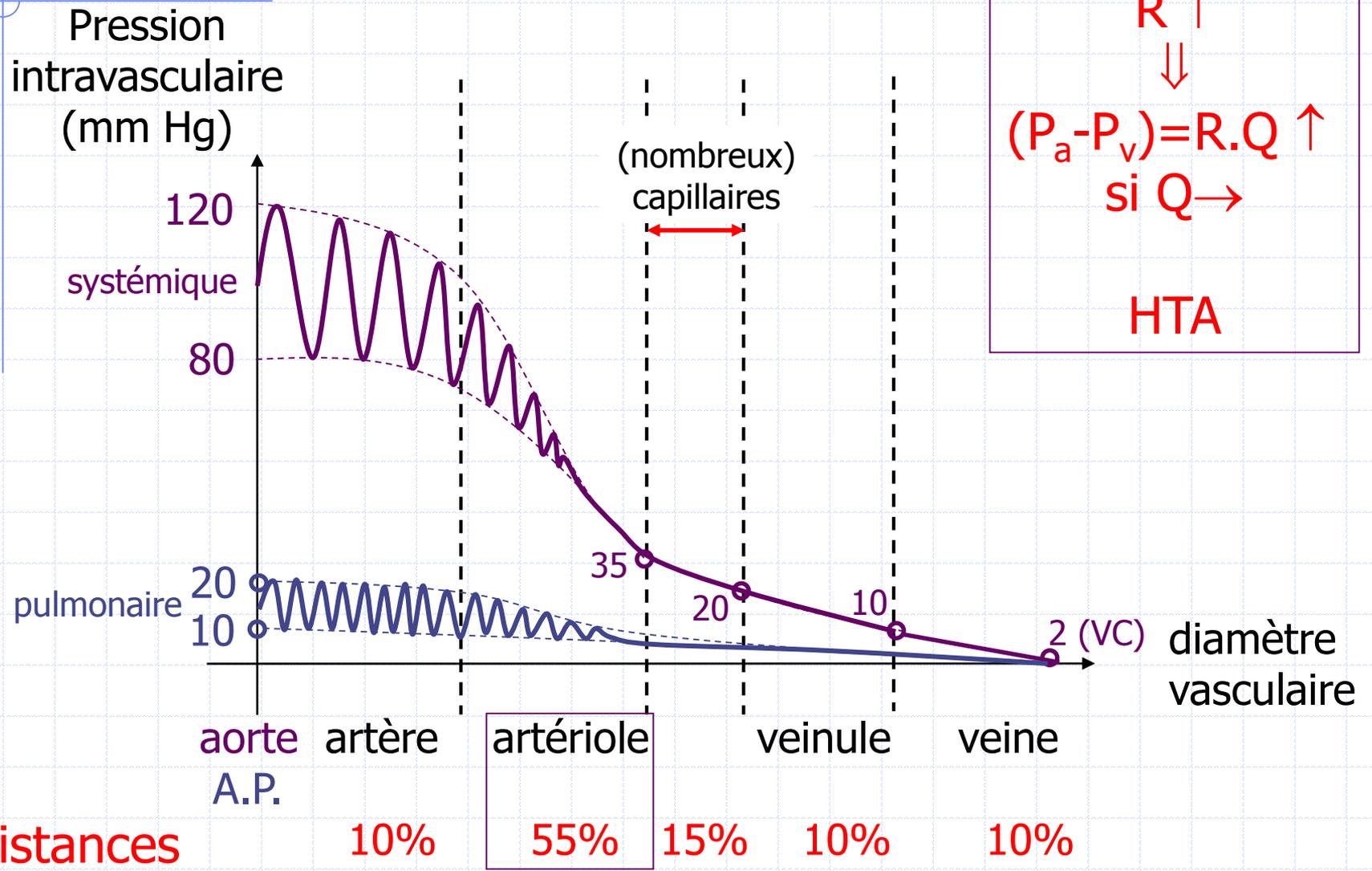
$$R = \frac{8.\eta}{\pi} \frac{l}{a^4}$$

- Perte de charge du cœur aux capillaires
- Rayon a divisé par $n \Rightarrow R$ multiplié par n^4
 - Régulation du tonus vasculaire



- $\Delta P \uparrow$ si $n \uparrow$ car $R \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$ même si $Q \downarrow$

CONSEQUENCES



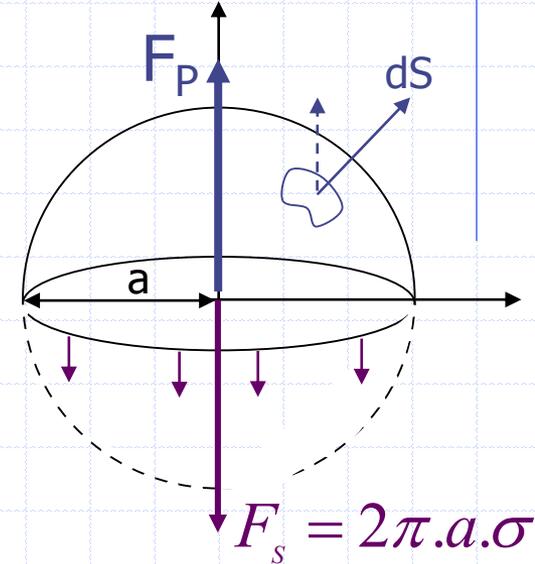
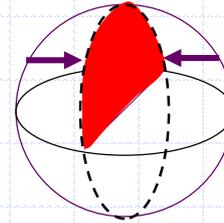
Résistances

LOI DE LAPLACE

Pour une goutte sphérique :

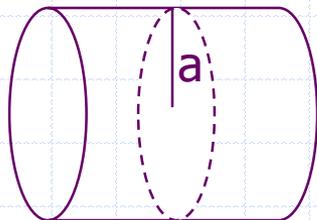
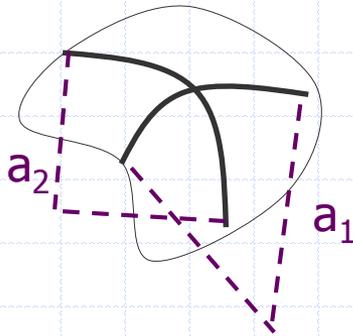
$$F_p = \Delta P \cdot \text{somme des projection } (dS)$$

$$F_p = \Delta P \cdot \pi \cdot a^2$$



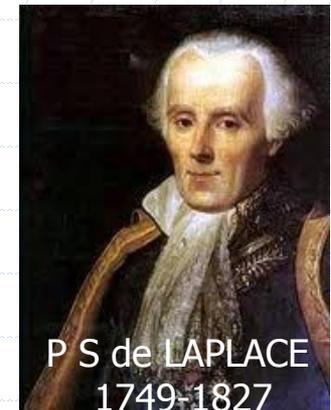
$$2\pi \cdot a \cdot \sigma = \Delta P \cdot \pi \cdot a^2 \Rightarrow \Delta P = \frac{2 \cdot \sigma}{a} \text{ pour une sphère}$$

$$\Delta P = \sigma \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) \text{ en général}$$



$$\Delta P = \frac{\sigma}{a} \text{ pour un cylindre de sang}$$

$$\sigma = a \cdot \Delta P$$



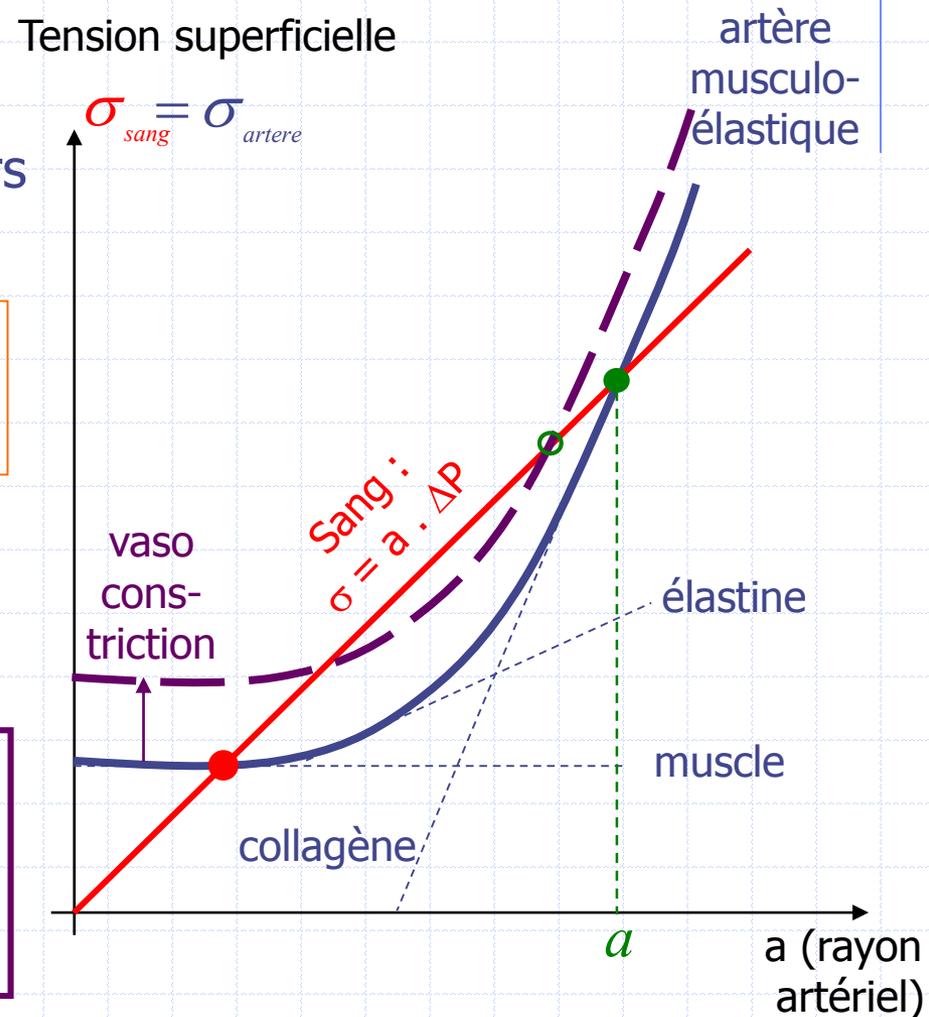
CONSEQUENCES (cf. PACES)

- Le tonus des cellules musculaires lisses contrôle le rayon des artérioles, donc leurs résistances.

$$(P_A - P_B) = R \cdot Q = \frac{8 \cdot \eta}{\pi} \frac{l}{a^4} Q$$

- Si le rayon est divisé par 2 à ΔP identique, le débit est /16

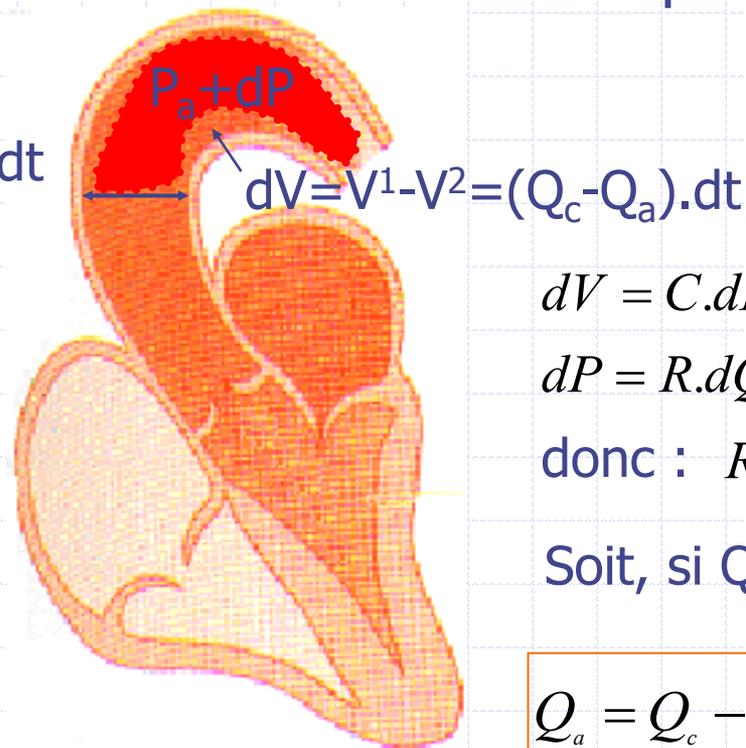
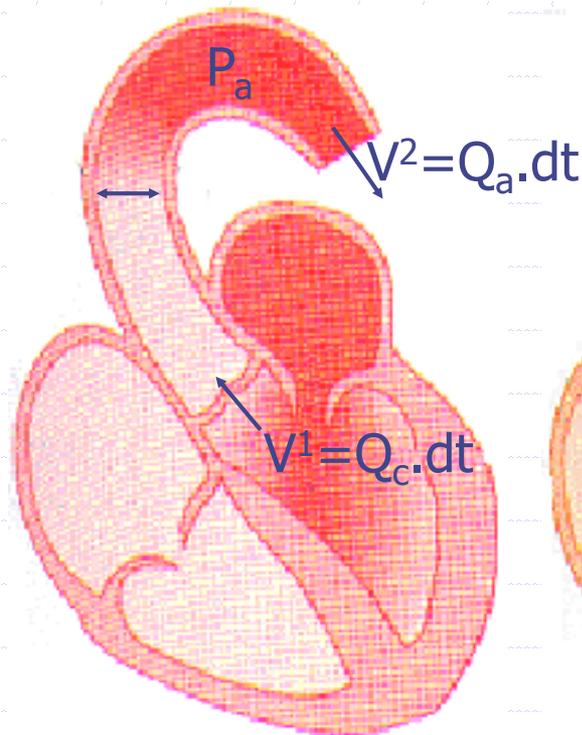
la vasomotricité permet une régulation fine de la perfusion en fonction des besoins des organes



EFFET CAPACITIF DE L'AORTE

L'aorte est élastique: $dV=C.dP$

$C = 6 \text{ cm}^3/\text{kPa}$
capacitance



$$dV = C.dP = (Q_c - Q_a).dt$$

$$dP = R.dQ_a$$

$$\text{donc : } RC \frac{dQ_a}{dt} + Q_a = Q_c$$

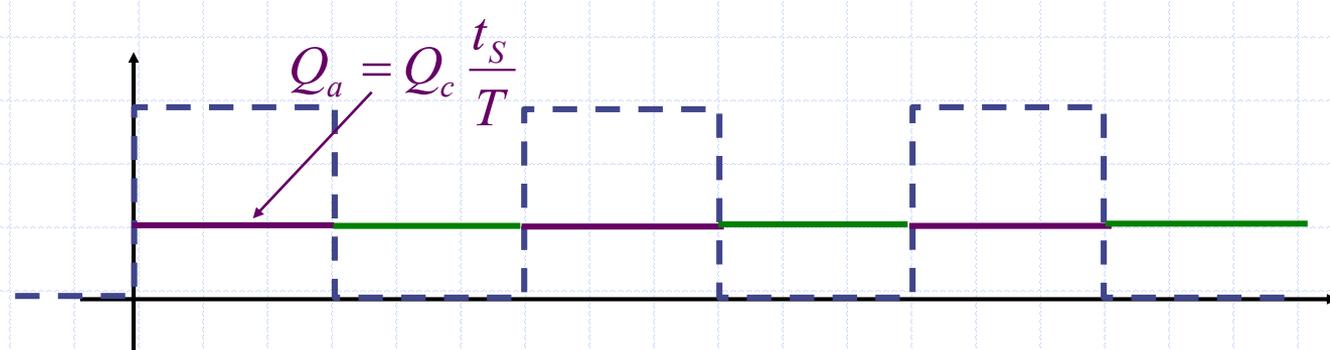
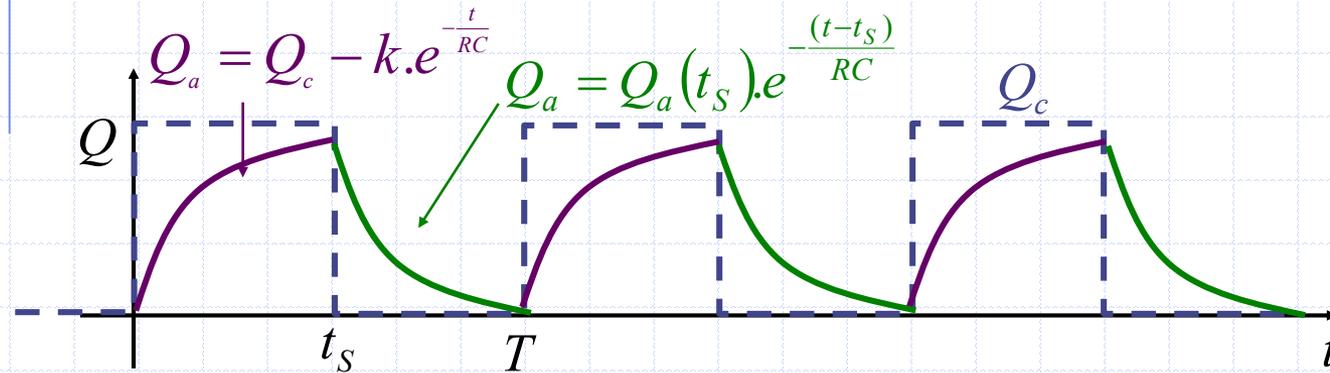
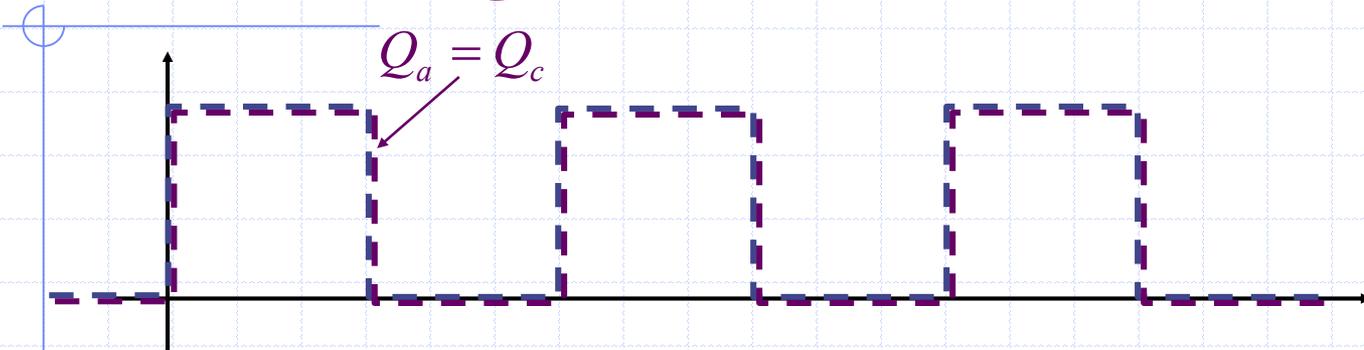
Soit, si Q_c est carré :

$$Q_a = Q_c - k.e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{si } t < t_s$$

$$Q_a = Q_a(t_s).e^{-\frac{(t-t_s)}{RC}} \quad \text{si } t > t_s$$

Onde de pouls $c = 4\text{m/s}$

CONSEQUENCES: → débit continu



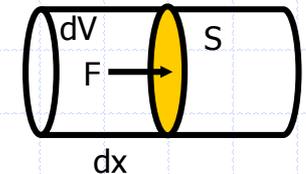
0
6
 ∞
C (cm³/kPa)

CONSEQUENCES: Puissance cardiaque

Travail des forces de pression

$$dW = P.dV = (R.Q_a).(Q_a.dt) = R.Q_a^2.dt$$

$$W = R.\int Q_a^2.dt \quad \text{et} \quad \mathcal{P} = W / T$$



$$dW = F.dx$$

$$= P.S.dx = P.dV$$

$$C=0 : Q_a=Q_c \Rightarrow W_0 = R.\int_{t_s} Q_c^2.dt = R.Q_c^2.t_s$$

$$C=\infty : Q_a=Q_c.t_s/T \Rightarrow W_\infty = R.\int_T (Q_c \cdot \frac{t_s}{T})^2.dt = R.Q_c^2 \cdot \frac{t_s^2}{T}$$

$$W_\infty = W_0 \cdot \frac{t_s}{T}$$

$$\mathcal{P}_\infty = \mathcal{P}_0 \cdot \frac{t_s}{T}$$

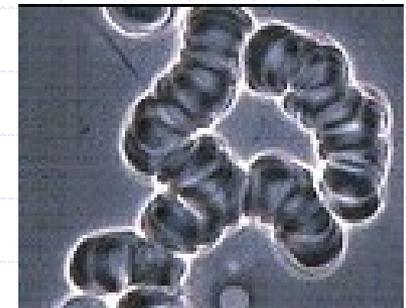
$$\frac{t_s}{T} \approx 40\%$$

Age $\uparrow \Rightarrow$ élasticité de l'aorte $\downarrow \Rightarrow$ travail du cœur \uparrow
 Grosses artères : flux pulsé \rightarrow flux continu

VISCOSITE SANGUINE

$$\eta_{\text{sang}} = 0,7 \cdot 10^{-3} \cdot (1 + k \cdot V_{\text{MM linéaires}} / V_{\text{solution}} + \dots) \cdot (1 + 2,6 \text{ Ht})$$

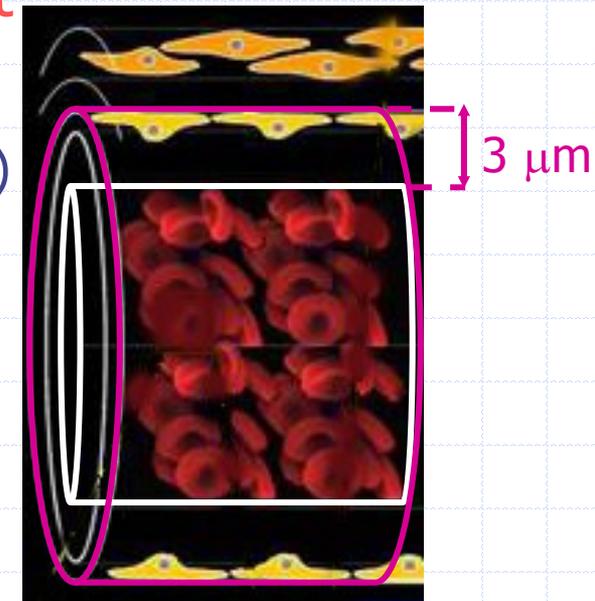
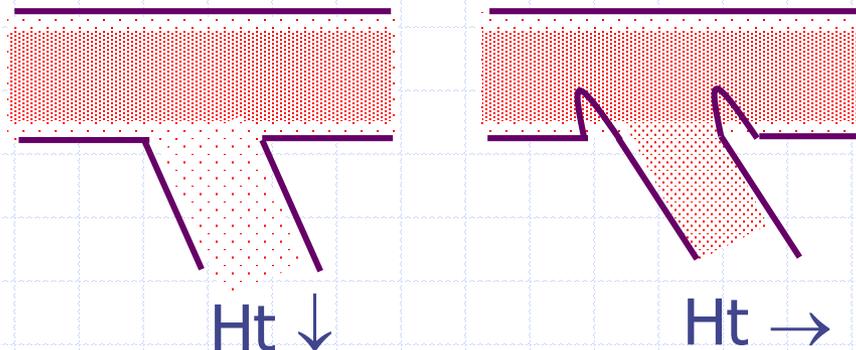
- La viscosité du sang \uparrow si
 - [Macromolécules linéaires] \uparrow :
 α 2-globulines, fibrinogène ou médicaments (dextrans)
 - Hématocrite \uparrow : Polyglobulie
- ◆ Agrégation des GR en rouleaux si $Q \downarrow$
 - Ce qui $\uparrow \eta_{\text{sang}}$ (non newtonien)
 - Risque d'arrêt du débit sanguin si $Q \downarrow$
 - Cf. **pathologie thrombo-embolique**



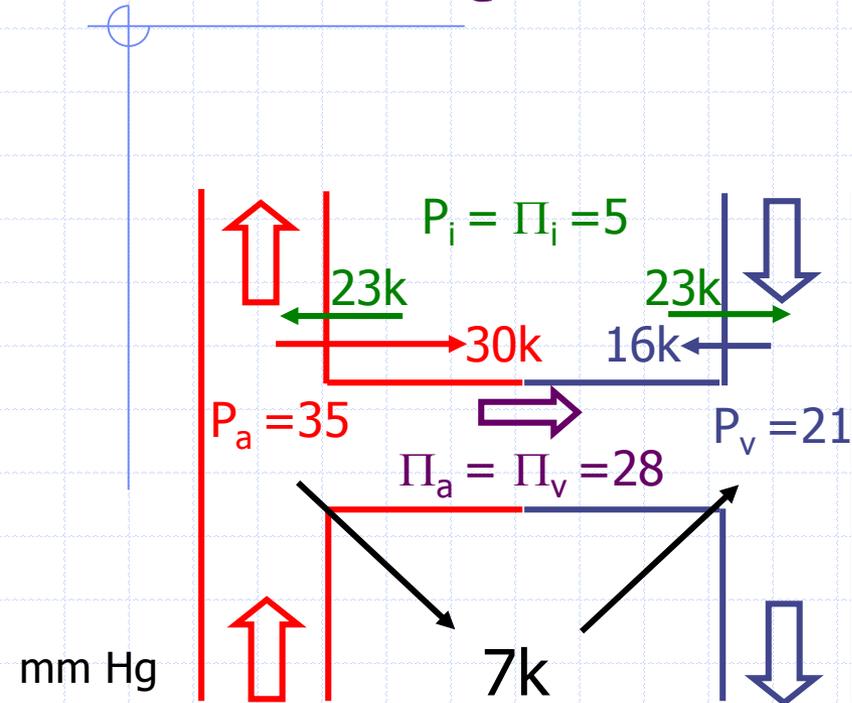
CONSEQUENCES

Si $Q \uparrow$, pas d'amas mais :

- ◆ Accumulation des GR autour de l'axe vasculaire
- ◆ Couche de glissement plasmatisque aux parois
- ◆ Epaisseur (manchon plasmatisque) $\approx 3 \mu\text{m}$.
- ◆ Rayon $> 0.5 \text{ mm} \Rightarrow \eta \approx \text{constant}$
- ◆ Rayon $< 0.3 \text{ mm} \Rightarrow \eta \downarrow$
 - Effet Fahraeus-Lindqvist (1931)
- ◆ Ht dans les collatérales modulé



CONSEQUENCE: ECHANGES CAPILLAIRES



Insuffisance cardiaque : $P_v \uparrow$
 $\Phi_{\rightarrow i} = k \cdot [(P - P_i) - (\Pi - \Pi_i)]$

Insuffisance hépatique : $\Pi \downarrow$
 par déficit en protéines
 $\Phi_{\rightarrow i} = k \cdot [(P - P_i) - (\Pi - \Pi_i)]$

Inflammation des capillaires:
 \uparrow perméabilité aux protéines
 $\Phi_{\rightarrow i} = k \cdot [(P - P_i) - (\Pi - \Pi_i)]$

$$\Phi_{\rightarrow i} = k \cdot [(P - P_i) - (\Pi - \Pi_i)]$$

$$\Phi_{a \rightarrow i} \approx^* \Phi_{i \rightarrow v} = 7 \cdot k$$

équilibre physiologique

oedèmes

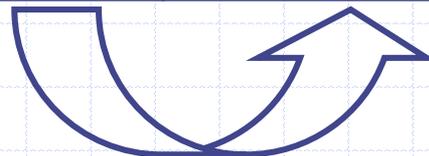
*Un faible écart (10%, $\Phi_{a \rightarrow i} > \Phi_{i \rightarrow v}$) sera pris en charge par le système lymphatiques. Cf. cours de physiologie.

BIOMECANIQUE CARDIAQUE

Etre capable de démontrer les principaux résultats de biomécanique cardiaque importants en physiologie.

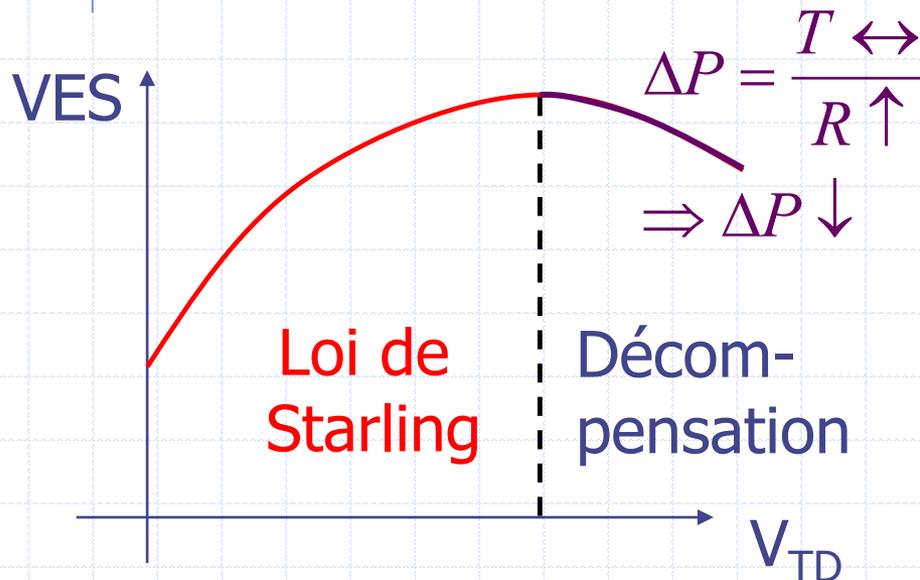
Etre capable de caractériser les paramètres physiologiques de la colonne de droite en raisonnant à partir des notions de biophysique de la colonne de gauche :

Contraction cardiaque, loi de Laplace	Rétrocontrôle des débits (Loi de Starling)
Compliance ventriculaire	Cardiomégalie de l'insuffisance cardiaque
Compliance & contractilité ventriculaire	Courbe Pression – Volume d'un cycle
Travail cardiaque	Facteurs $\uparrow Q_C$, Effets d'une cardiomegalie
Turbulence	Souffles cardiaques normaux ou pas



LOI DE FRANK-STARLING (1914)

- Elongation du sarcomère
 - $\Leftarrow \uparrow$ Volume de Remplissage Diastolique = V_{TD}
- \uparrow Contractilité
 - $\Rightarrow \uparrow$ Volume d'éjection systolique



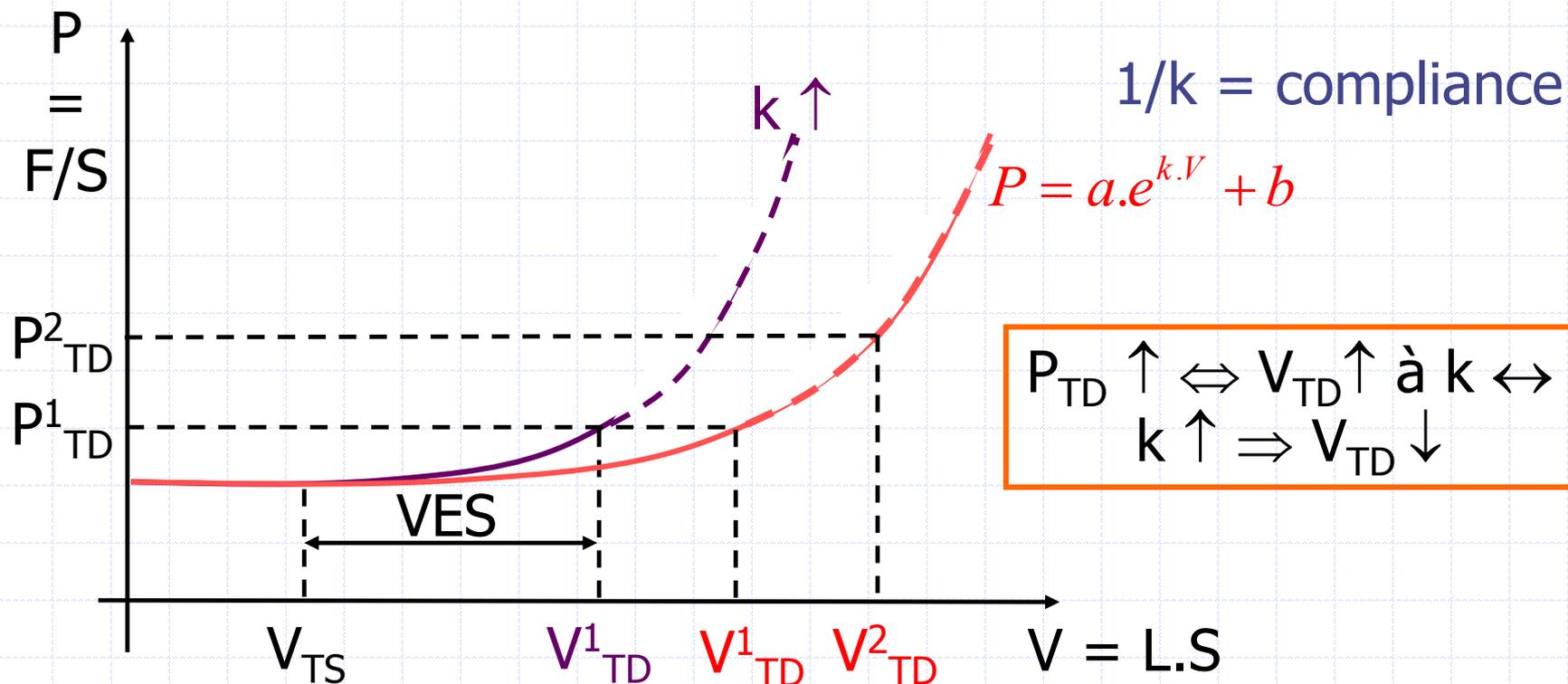
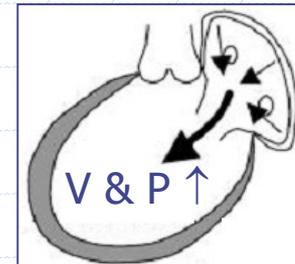
Volume d'Ejection Systolique \uparrow
 si
 le Volume de Remplissage Diastolique \uparrow

CONSEQUENCE : $Q_D = Q_G$

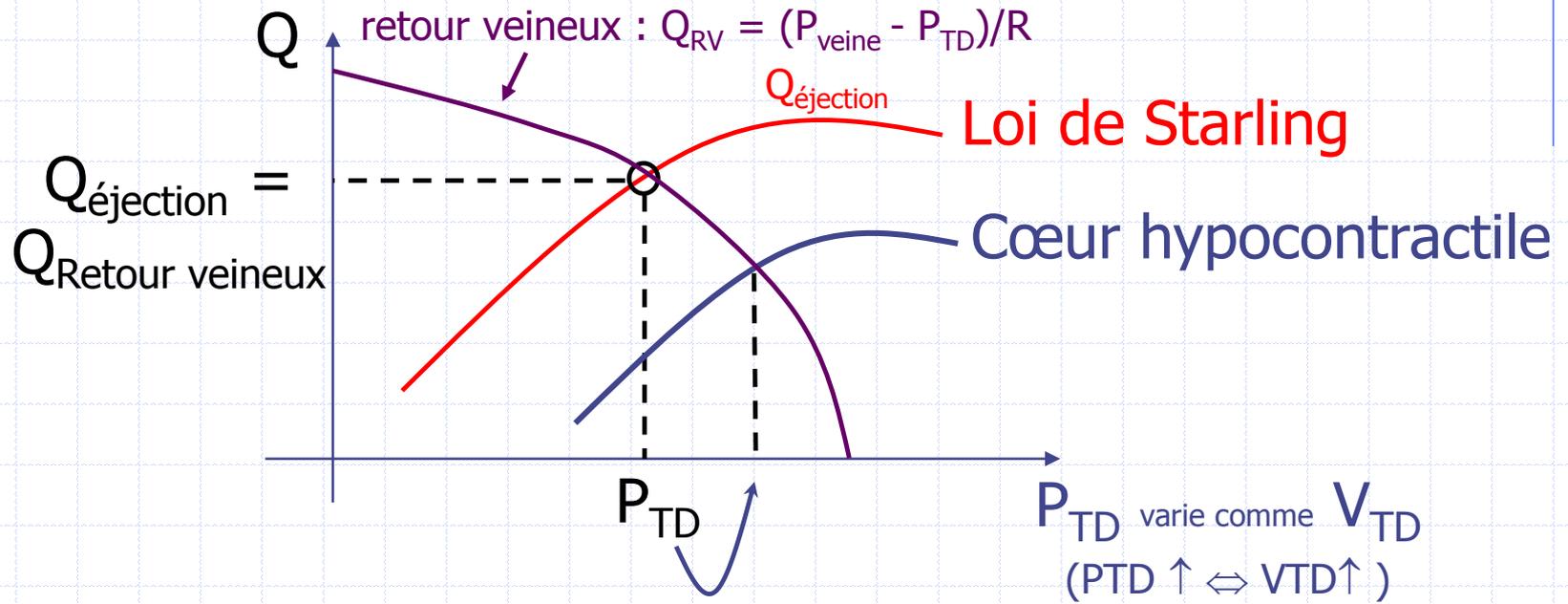
- $Q_D > Q_G \Rightarrow VTD_G \uparrow \Rightarrow Q_G \uparrow$
- Régulation automatique, intrinsèque des débits ventriculaires droit et gauche de telle sorte que $Q_D = Q_G$
- Mécanisme indispensable :
 - $Q_D = Q_G (1 + 1/1000) = 5,005 \text{ L/min}$
 - Accumulation de 1L de sang dans les poumons en $200' \approx 3h$
 - Mort par œdème pulmonaire

REMPLEISSAGE DIASTOLIQUE

- compliance ventriculaire
- passif, élastique, en diastole



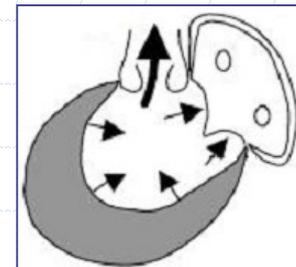
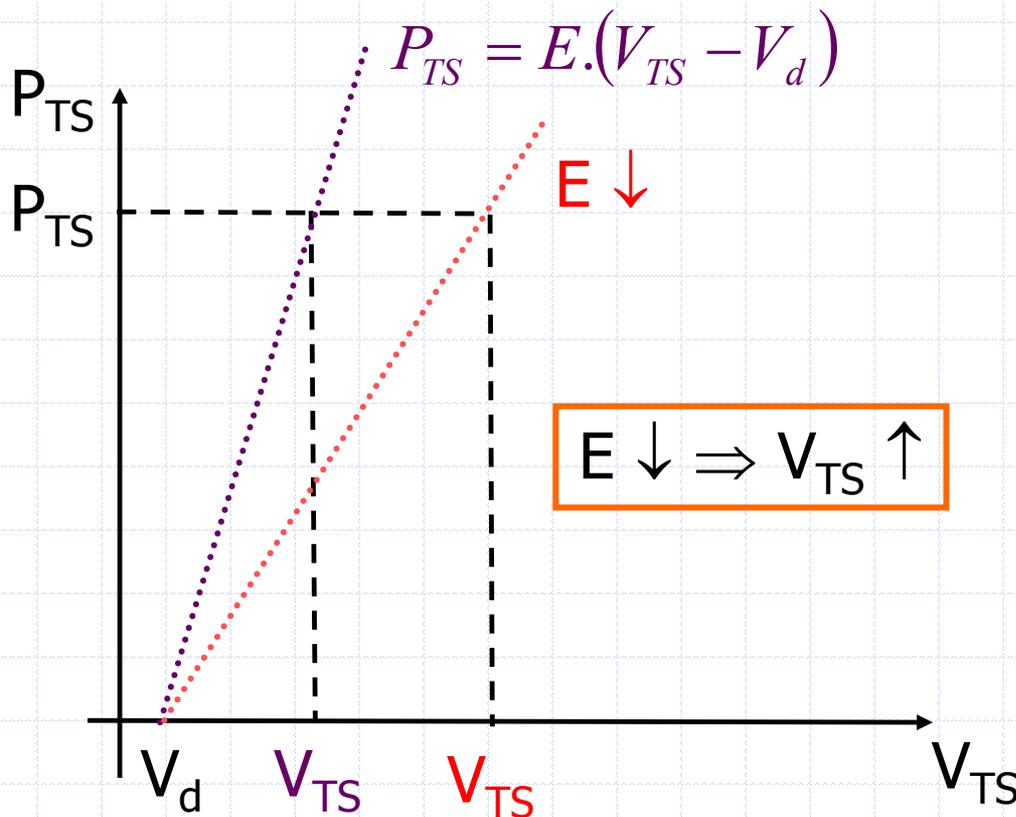
CONSEQUENCE



En cas d'insuffisance cardiaque à bas débit, la P_{TD} donc le V_{TD} du cœur augmente (cardiomégalie)

FIN D'EJECTION SYSTOLIQUE

- Lien linéaire entre V_{TS} et P_{TS}
- E caractérise le V_{TS} atteint à P_{TS} donné

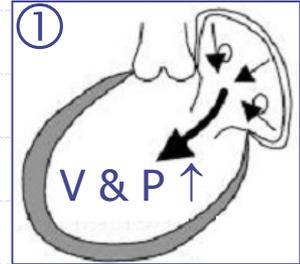


E = Contractilité ou élastance active télésystolique

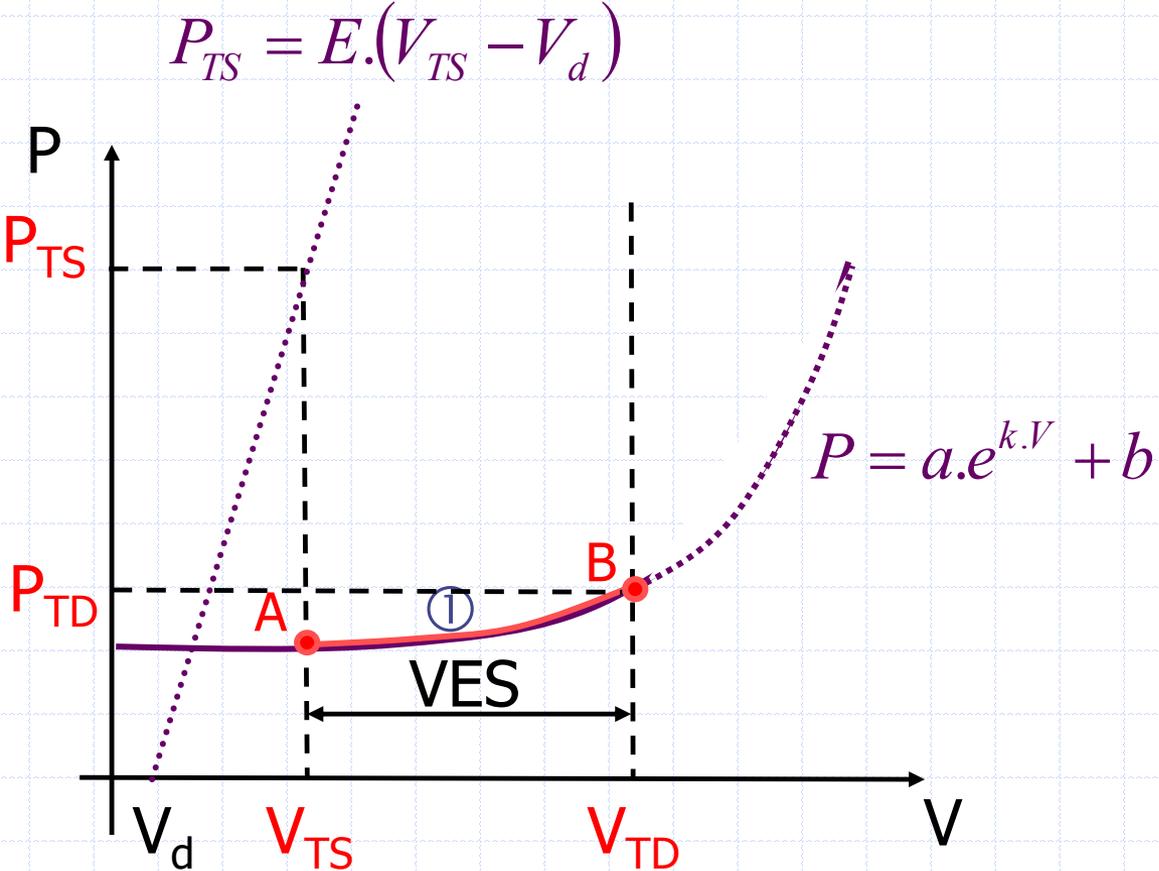
V_d = volume mort

Indép. Pre/postcharge

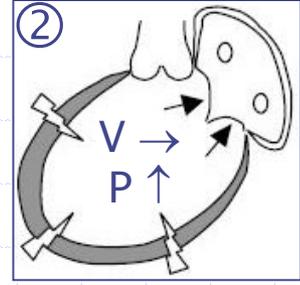
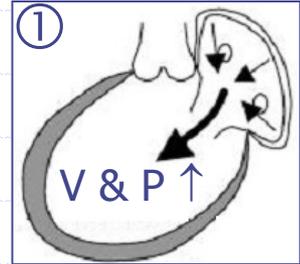
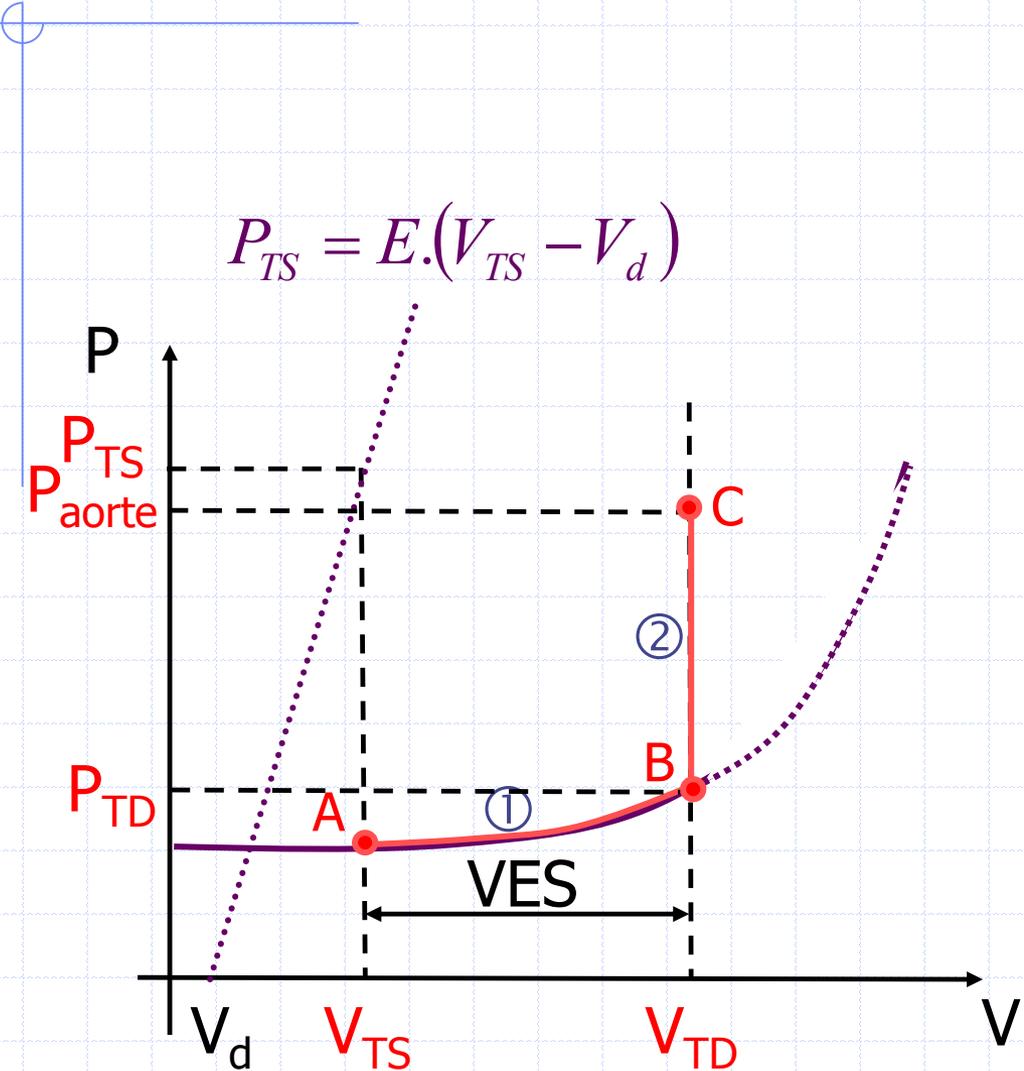
COURBE P-V VENTRICULAIRE



remplissage

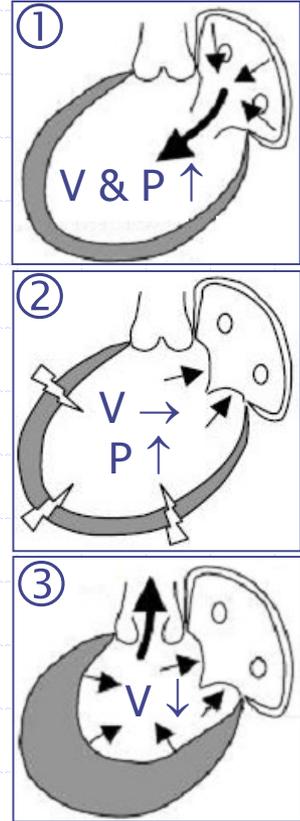
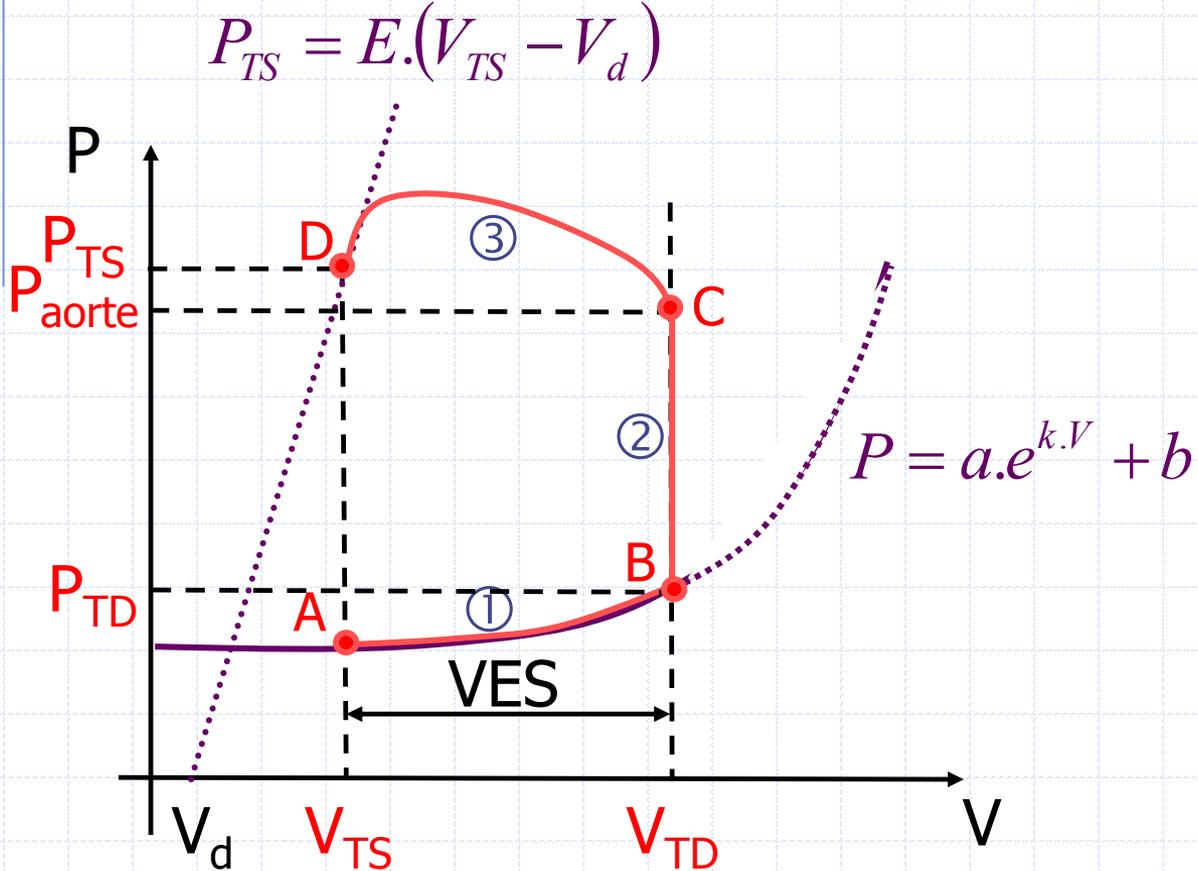


COURBE P-V VENTRICULAIRE



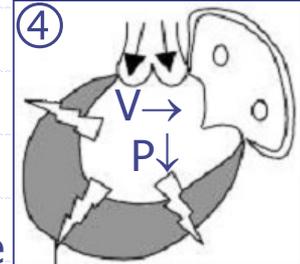
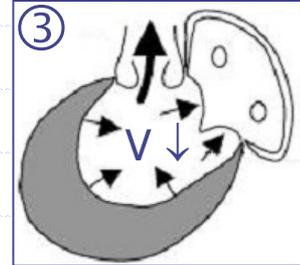
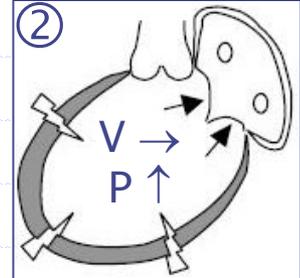
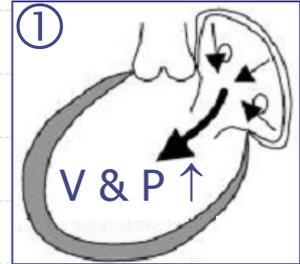
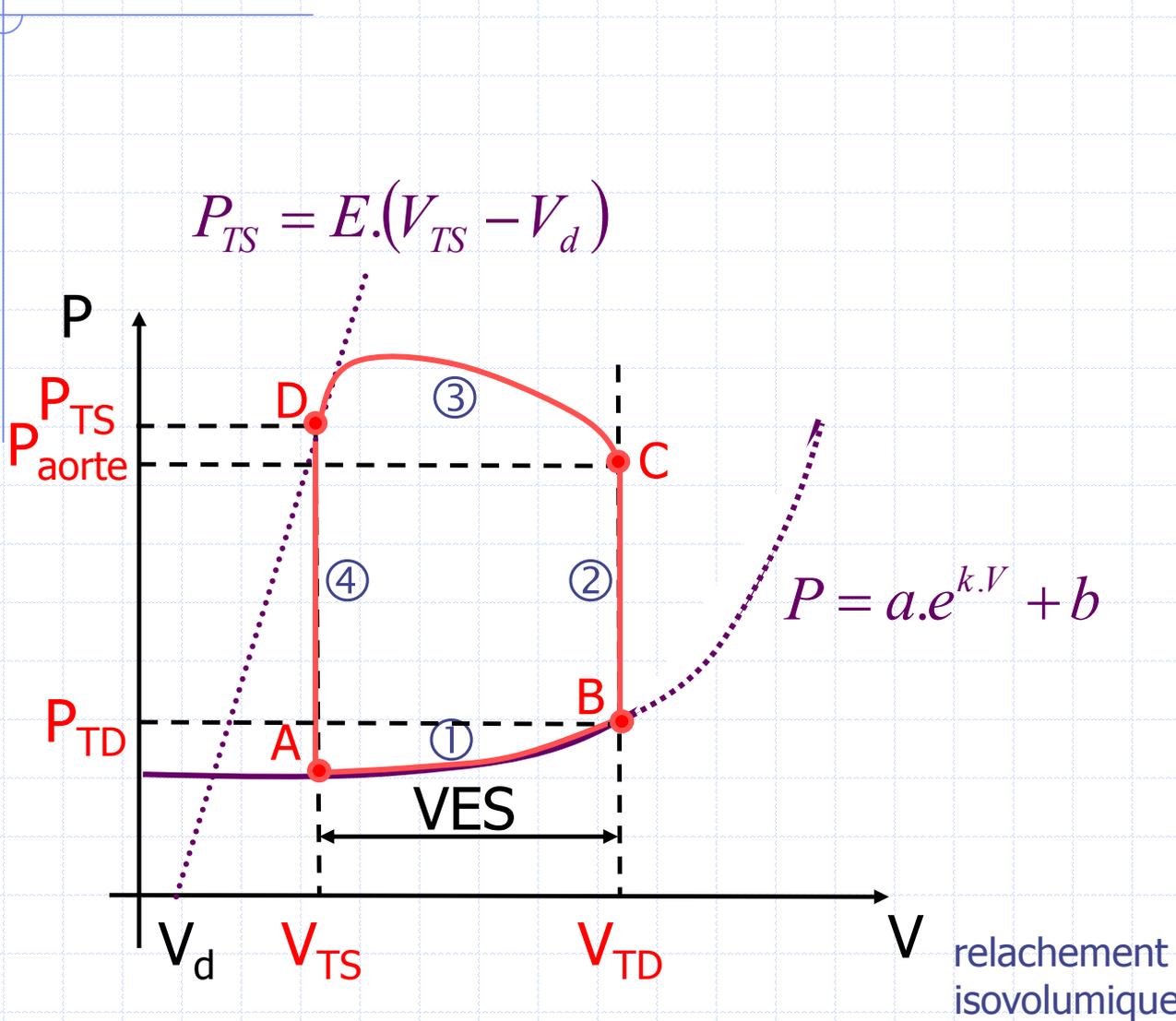
contraction isovolumique

COURBE P-V VENTRICULAIRE



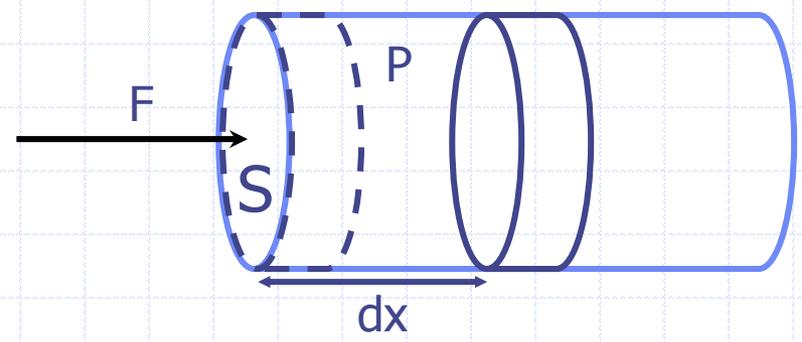
éjection systolique

COURBE P-V VENTRICULAIRE



TRAVAIL CARDIAQUE

- Travail d'une force de pression



$$dW = F \cdot dx = P \cdot S \cdot dx = P \cdot dV$$

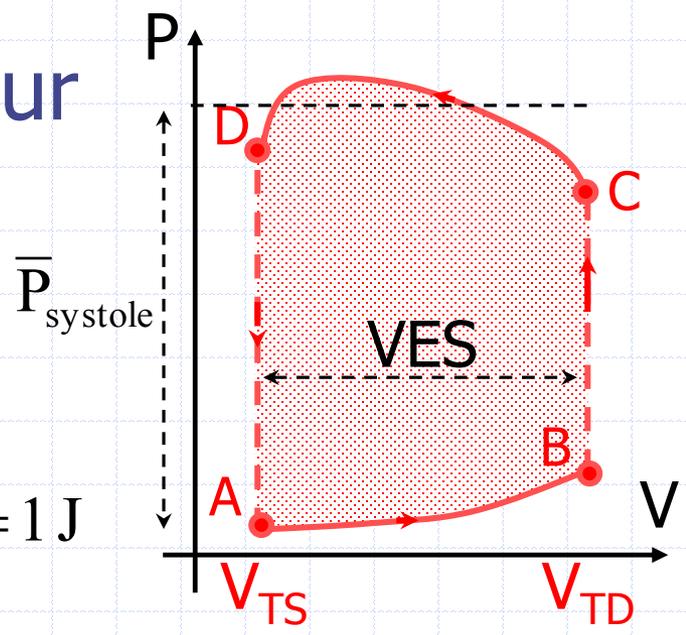
$$\Rightarrow W = \int P(V) \cdot dV$$

- Travail mécanique du coeur

$$W_{\text{coeur}}^{\text{mécanique}} = \int_{A,B,C,D} P(V) \cdot dV$$

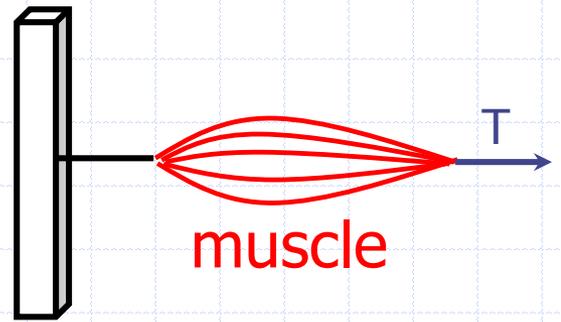
$$W_{\text{coeur}}^{\text{mécanique}} = \text{Aire}(A, B, C, D)$$

$$W_{\text{coeur}}^{\text{mécanique}} \approx \bar{P}_{\text{systole}} \cdot VES \approx 10_{\text{cm Hg}} \cdot \frac{10^5}{76} \cdot 80_{\text{mL}} \cdot 10^{-6} = 1 \text{ J}$$



TRAVAIL CARDIAQUE

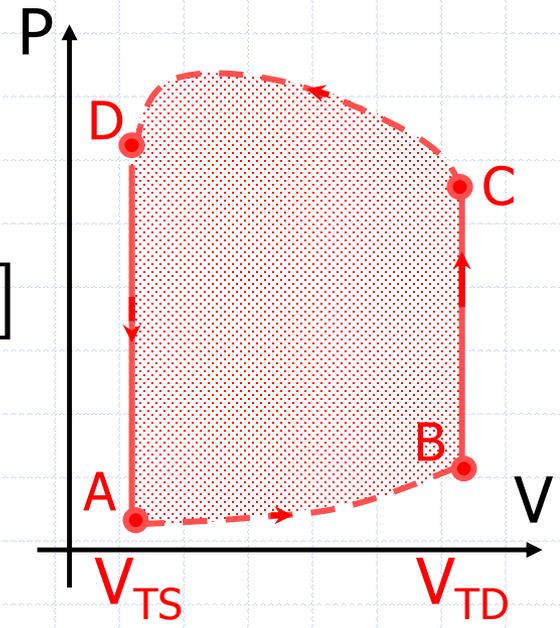
- Energie d'une force de tension superficielle



$$dE = \alpha.T.dt \Rightarrow E = \alpha \int_{t_i}^{t_f} T.dt$$

- Energie de tension du coeur

$E_{VG}^{tension} \approx 19 \text{ J}$ sur les intervalles [B, C] et [D, A]



TRAVAIL ET RENDEMENT CARDIAQUE

- Energie consommée par le cœur

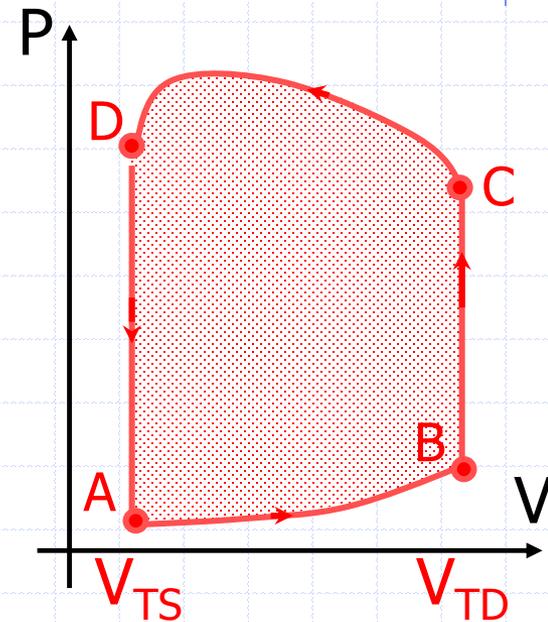
$$E_{VG} = W_{VG}^{m\acute{e}canique} + E_{VG}^{tension} = 1 \text{ J} + 19 \text{ J} = 20 \text{ J}$$

$$E_{VD} \approx \frac{1}{6} E_{VG} \approx 3 \text{ J}$$

- Rendement cardiaque VG

$$\rho = \frac{W^{m\acute{e}canique}}{W^{m\acute{e}canique} + E^{tension}} \approx \frac{1}{20} = 5\% \text{ au repos}$$

jusqu'à 10-15% à l'effort



CONSEQUENCES

- La consommation énergétique du cœur dépend surtout de sa mise sous tension
 - Influence modérée du travail mécanique
 - Influence importante de la postcharge (âge)
 - Influence majeure de la fréquence cardiaque
- Effet d'une dilatation cardiaque :

- ♦ Loi de Laplace :
$$\Delta P = T \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$(R_1, R_2) \uparrow$ et $\leftrightarrow \Delta P \Rightarrow T$ et $E_{VG} \uparrow$



La courbe P-V permet de comprendre pourquoi :

- \uparrow **précharge** ($\uparrow V_{TD}$) $\Rightarrow \uparrow W_c$ et $\uparrow Q$
- \uparrow **postcharge** ($\uparrow P_{aorte}$) $\Rightarrow \uparrow W_c$ et $\downarrow Q$
- \downarrow **contractilité E** $\Rightarrow \downarrow W_c$ et $\downarrow Q$
- \downarrow **compliance $1/k$** $\Rightarrow \downarrow W_c$ et $\downarrow Q$
- **HTA** $\Rightarrow \uparrow W_c$ si Q est maintenu normal

Essayer par vous même de comprendre ces points est un excellent exercice. Je vous y invite chaleureusement !

La solution sera donnée en cours de physiologie.

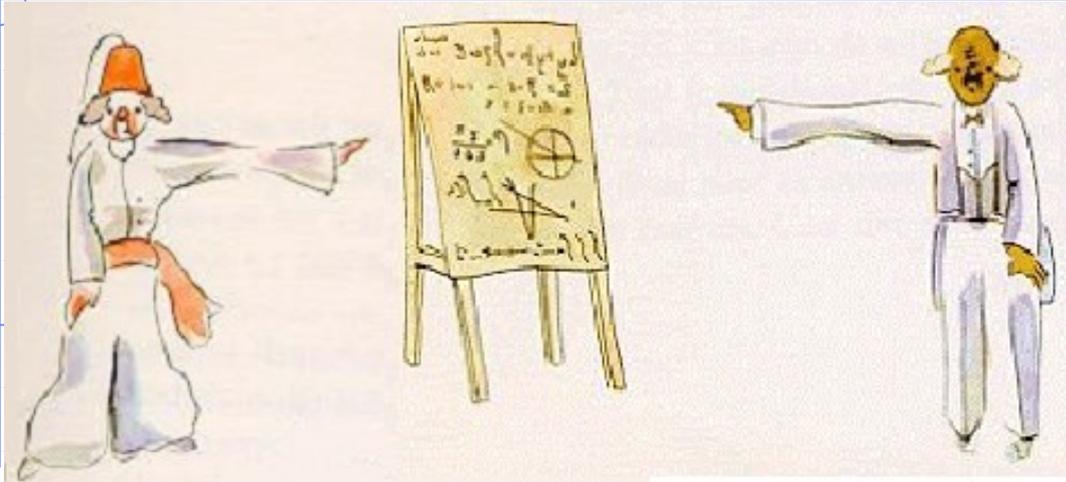
SOUFFLES CARDIAQUES

- bruits du cœur normaux : « Toum-Ta » :
 - B_1 = Fermeture des valves d'admission (tricuspide et mitrale)
 - B_2 = Fermeture des valves d'éjection (aortique et pulmonaire)
 - Systole = $[B_1, B_2]$; diastole = $[B_2, B_{1+T}]$
- Souffles pathologiques :
 - turbulences : \uparrow vitesse au passage d'un rétrécissement
 - Fuite sur valve close ou rétrécissement de valve ouverte
 - $\varnothing \div 2 \Rightarrow$ vitesse x 4 car $D = (\pi d^2/4) \cdot v = \text{cste} \Rightarrow \Re = \frac{\rho \cdot v \cdot d}{\eta}$ double
 - En systole, entre B_1 et B_2 :
 - fuite sur valve d'admission (normalement close)
 - rétrécissement sur valve d'éjection (normalement ouverte après C)
 - En diastole, entre B_2 et B_{1+T} :
 - rétrécissement sur valve d'admission (normalement ouverte)
 - fuite sur valve d'éjection (normalement fermée)

CONCLUSION

Equation de continuité : $v=D/S \downarrow \uparrow$	Vitesse _{sang} \downarrow de l'aorte aux capillaires
$R \Rightarrow$ Ecoulements normaux laminaires	Anémie ou sténose \Rightarrow turbulent \Rightarrow souffle
Loi de Poiseuille $\Delta P=R(1/a^4).Q$	Résist. vasculaires \leftrightarrow rayons (artérioles)
Lois de Laplace $\Delta P= \sigma/a$	Vasomotricité artérielle
Elasticité des grosses artères	\downarrow P. cardiaque & flux sanguin continu
η (MM linéaires, Ht, T, dv/dr)	Mécanismes des embolies par stase
Pression oncotique et hydrostatique	Mécanismes des oedèmes
Contraction cardiaque, loi de Laplace	$FES \propto V_{TD} \Rightarrow Q_D = Q_G$
Compliance ventriculaire	Cardiomégalie de l'insuffisance cardiaque
Compliance & contractilité ventriculaire	Courbe Pression – Volume d'un cycle
Travail cardiaque	Facteurs $\uparrow Q_C$, Effets d'une cardiomégalie
Synthèse	HTA $\Rightarrow \uparrow W_C$ et $\leftrightarrow Q_C$
Turbulence	Souffles sur fuites ou rétrécissements

MERCI POUR VOTRE ATTENTION



Conseil bibliographique, pour aller plus loin :
Comprendre la physiologie cardio-vasculaire
P. d'Alché. Médecine Sciences Flammarion, 1999

COMPLEMENTS

Ces points (à l'exception de l'onde de pouls) seront traités en détail à l'occasion du cours de physiologie.

MOYENS & FINALITE

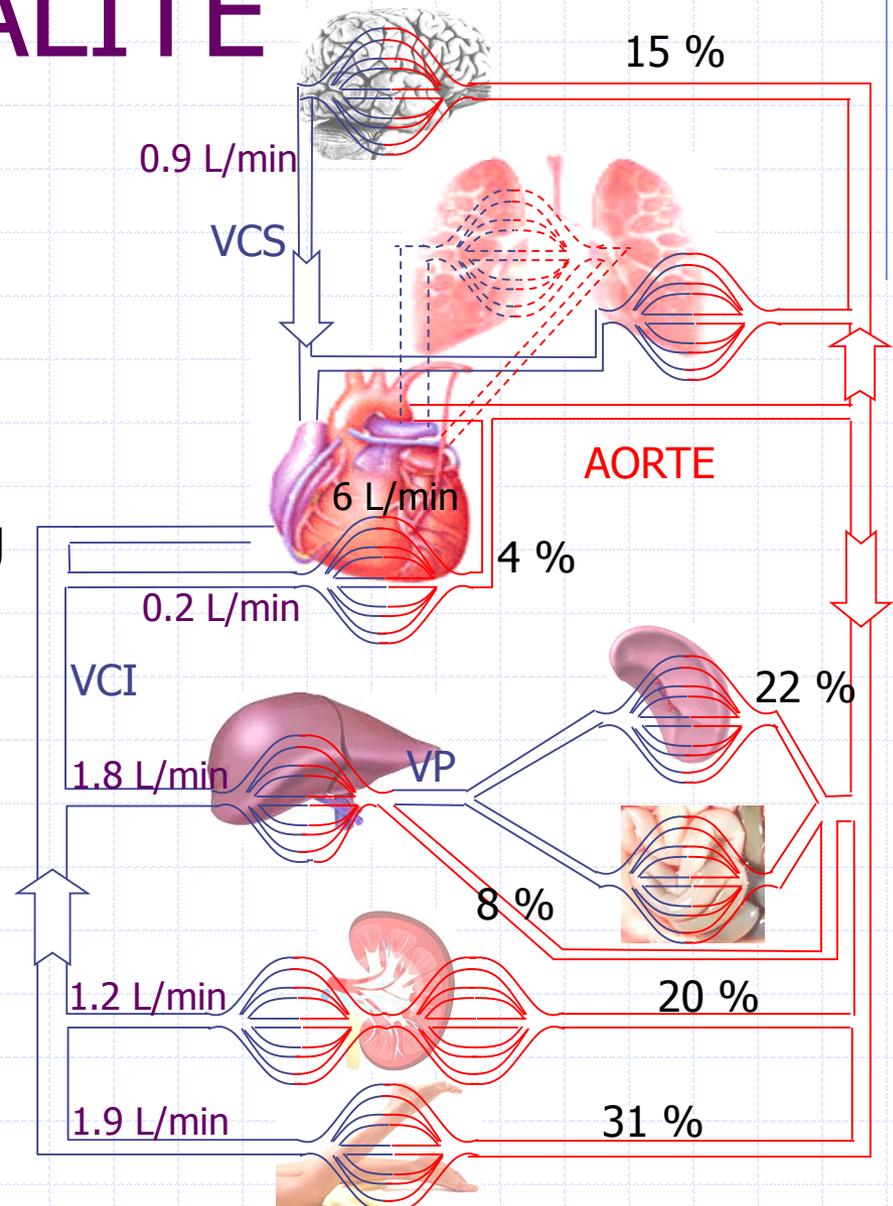
Deux pompes en série :

- Syst : 70 % vol. ; 10 cm Hg
- Pulm: 30 % vol. ; 2 cm Hg

3 secteurs ramifiés :

- Artériel : 17% vol.; 10 cm Hg
- Capillaire : 3% vol.; 2 cm Hg
- Veineux : 80% vol.; 1 cm Hg

Logistique du métabolisme :
 Apport d'O₂ et de nutriments
 Equilibre thermique
 Evacuation des déchets



ONDE DE PRESSION

◆ Modélisation* :

- ↑ masse sur dx = entrée-sortie
- Conservation de l'impulsion
- E relie δP et S

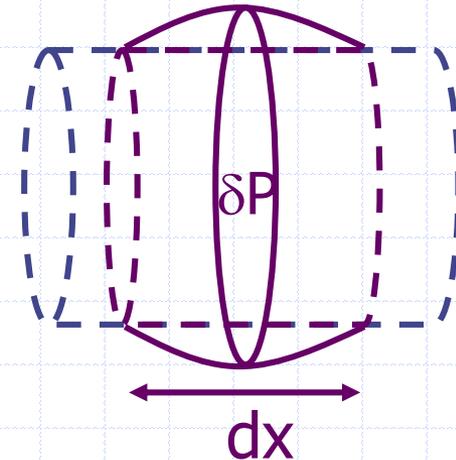
Équation d'onde :

$$\Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial t^2} \delta P - \frac{E.e}{2\rho.a} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta P = 0$$

- D'où la célérité : $c = \sqrt{\frac{E.e}{2\rho.a}} \approx 4 \text{ m/s}$

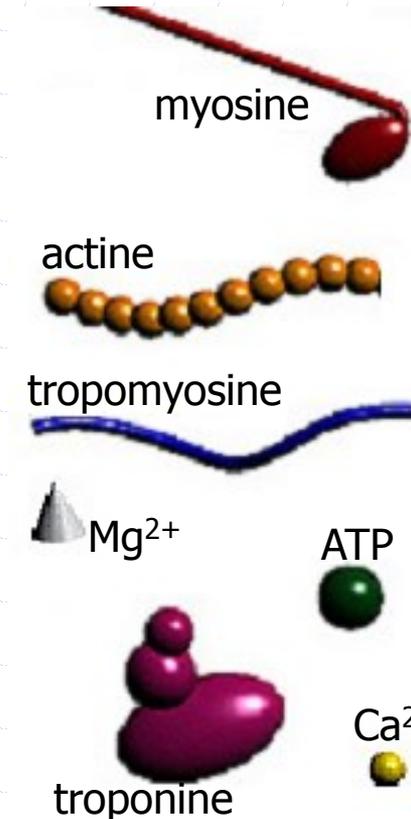
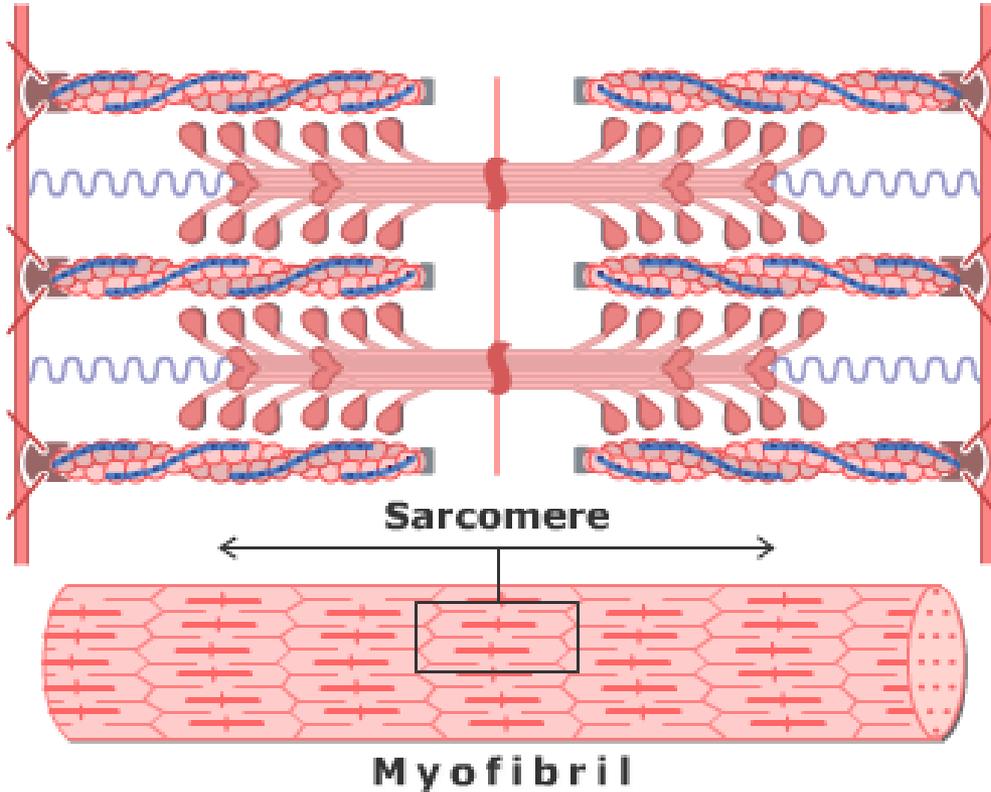
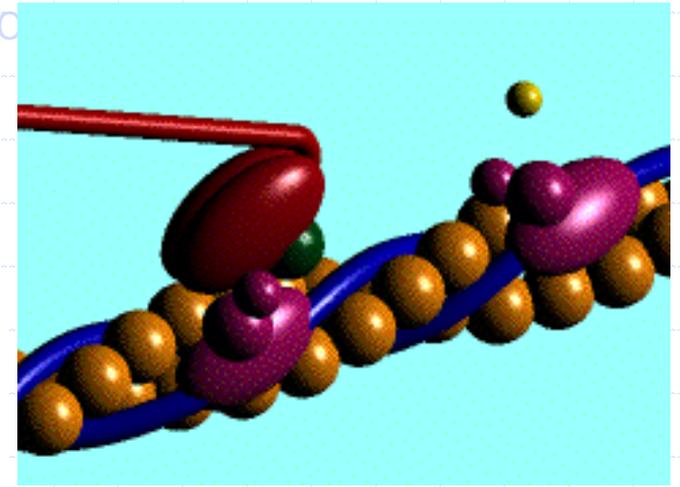
- ◆ E = module de Young
- ◆ e = épaisseur de la paroi artérielle
- ◆ a = rayon de la paroi artérielle
- ◆ ρ = masse volumique du sang

- $c_{\text{pouls}} \gg$ vitesse d'écoulement sanguin
- $c_{\text{pouls}} \uparrow$ mais amplitude de $\delta P \downarrow$ avec l'âge.



*http://www.lmm.jussieu.fr/~antkowiak/files/20092010_MSX02_chapitre3.pdf

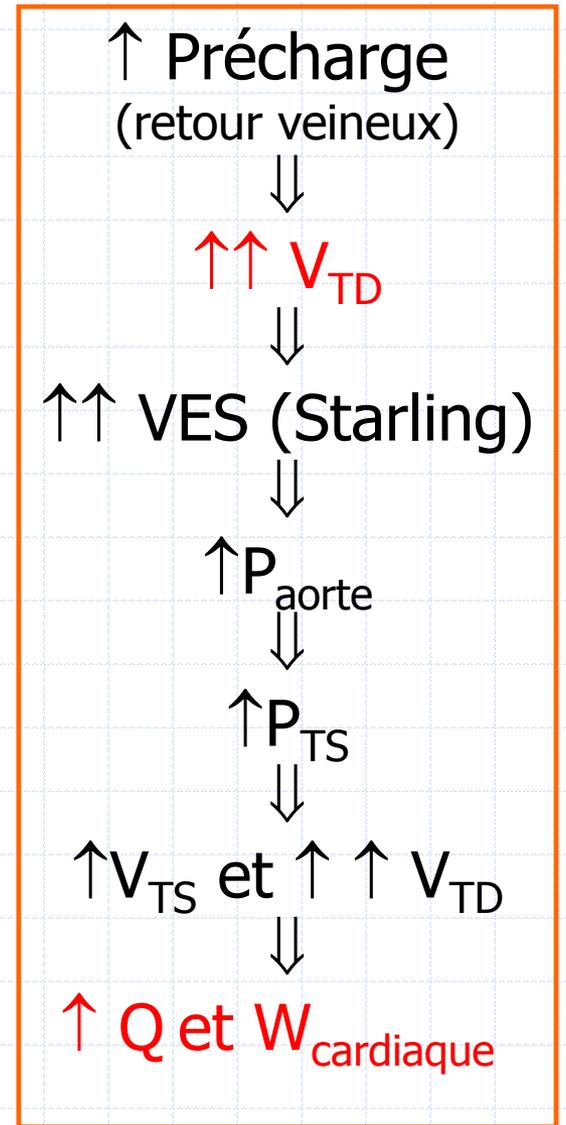
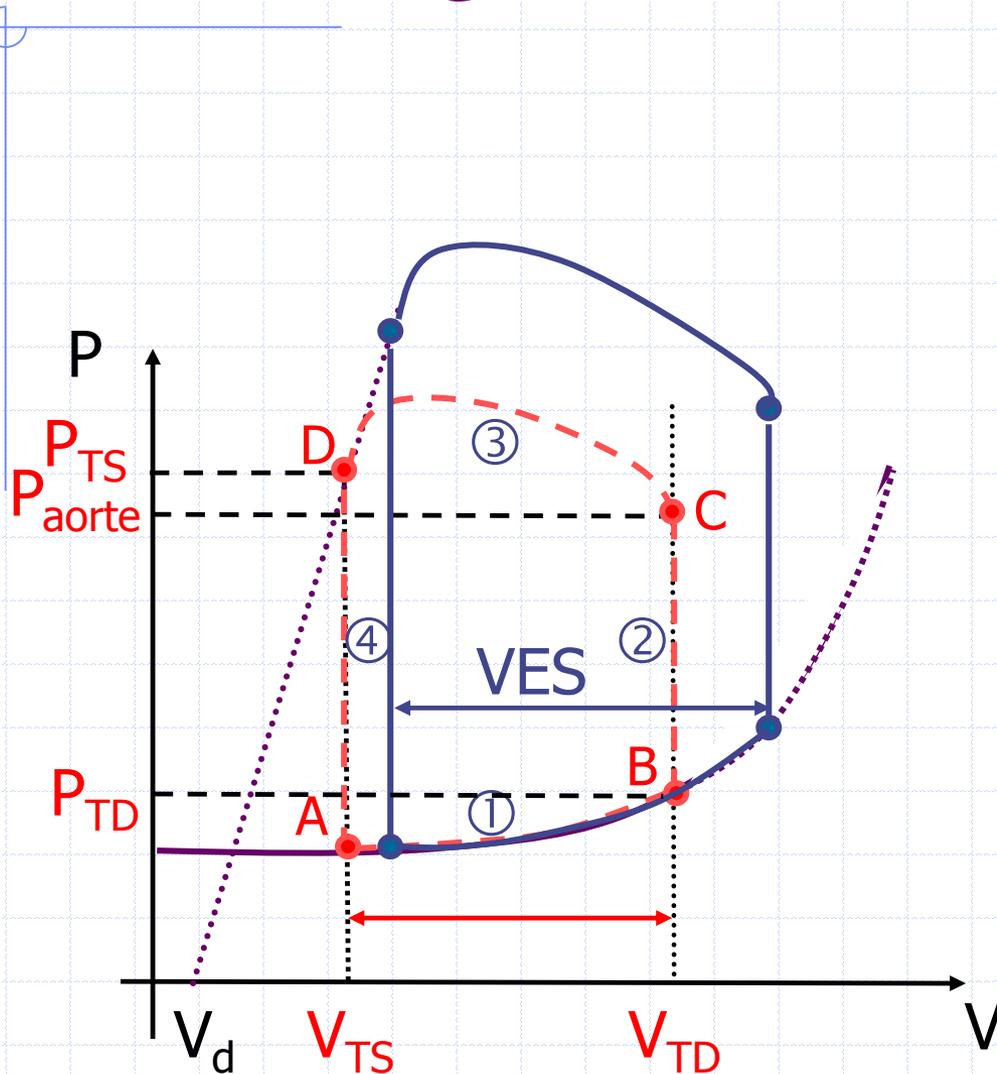
CONTRACTION



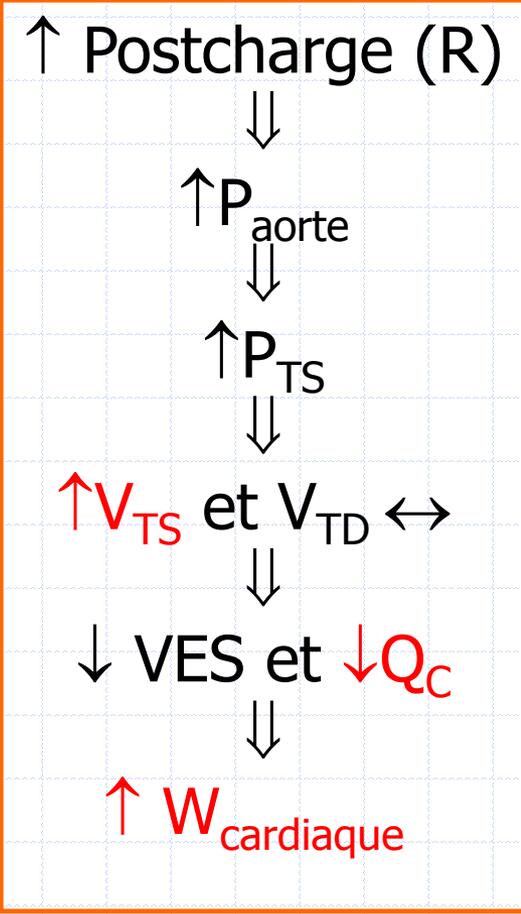
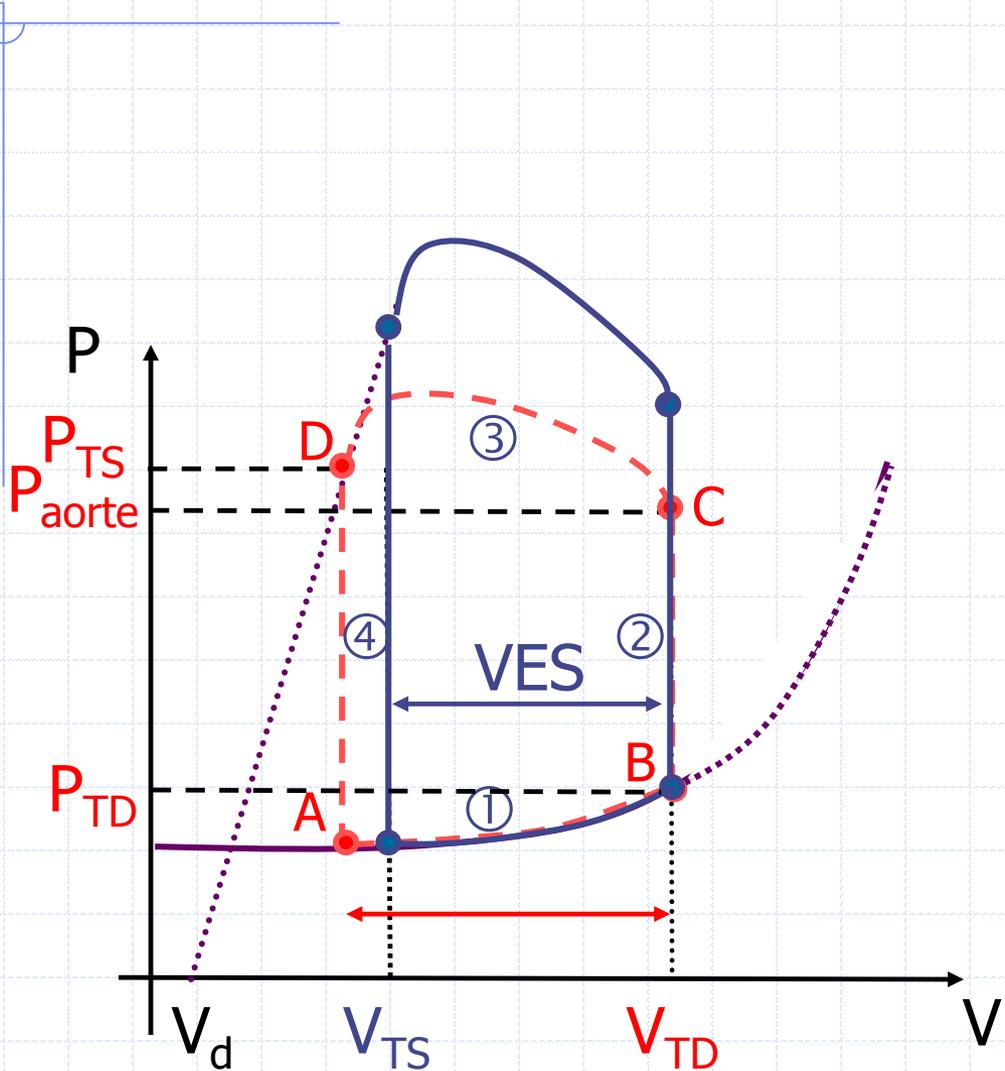
Elongation du sarcomère (cf. physio)

- ◆ ⇒ ↑ affinité de la troponine C pour Ca
- ◆ ⇒ ↑ contractilité

CONSEQUENCE: ↑ PRECHARGE

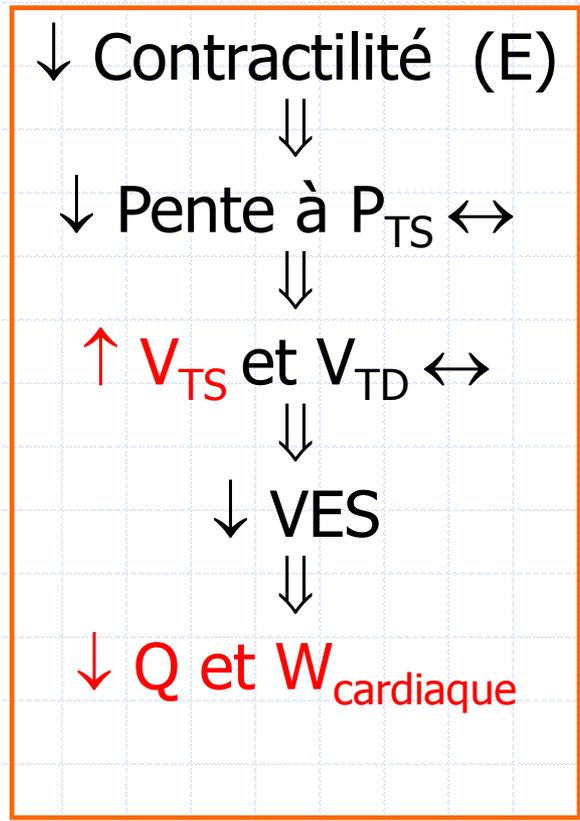
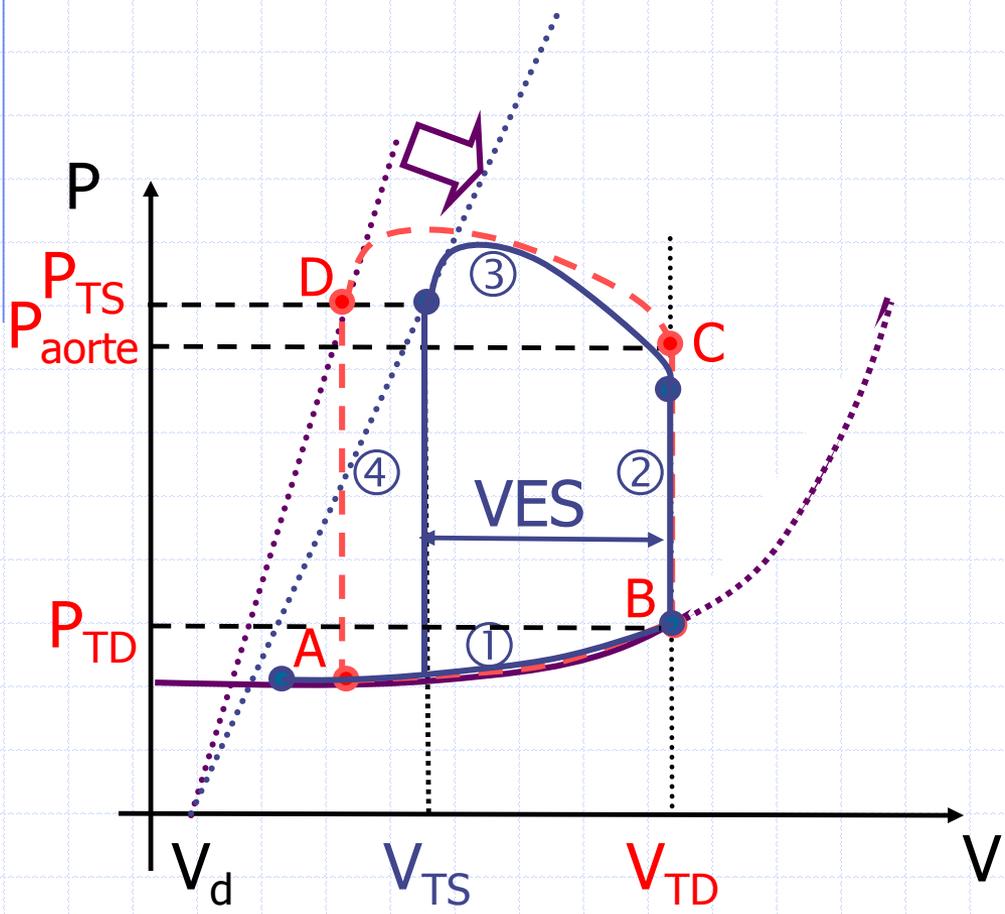


CONSEQUENCE: ↑ POSTCHARGE



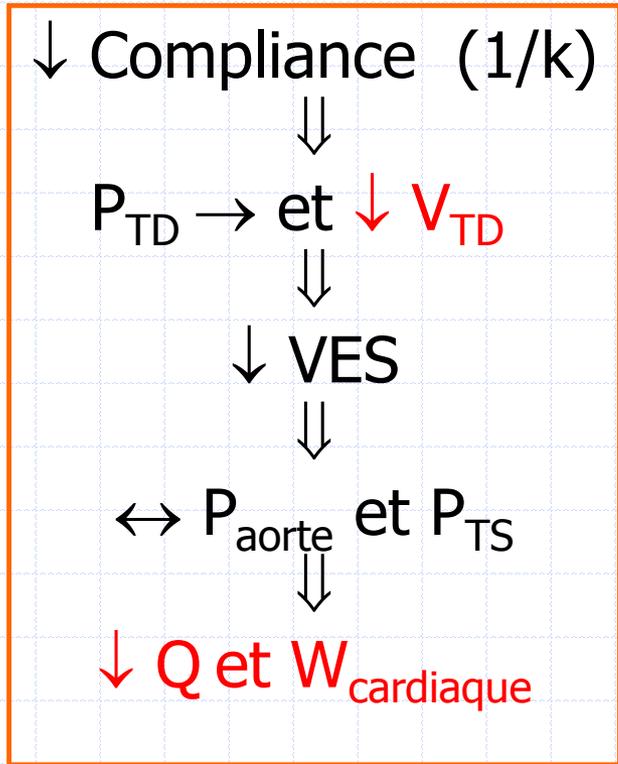
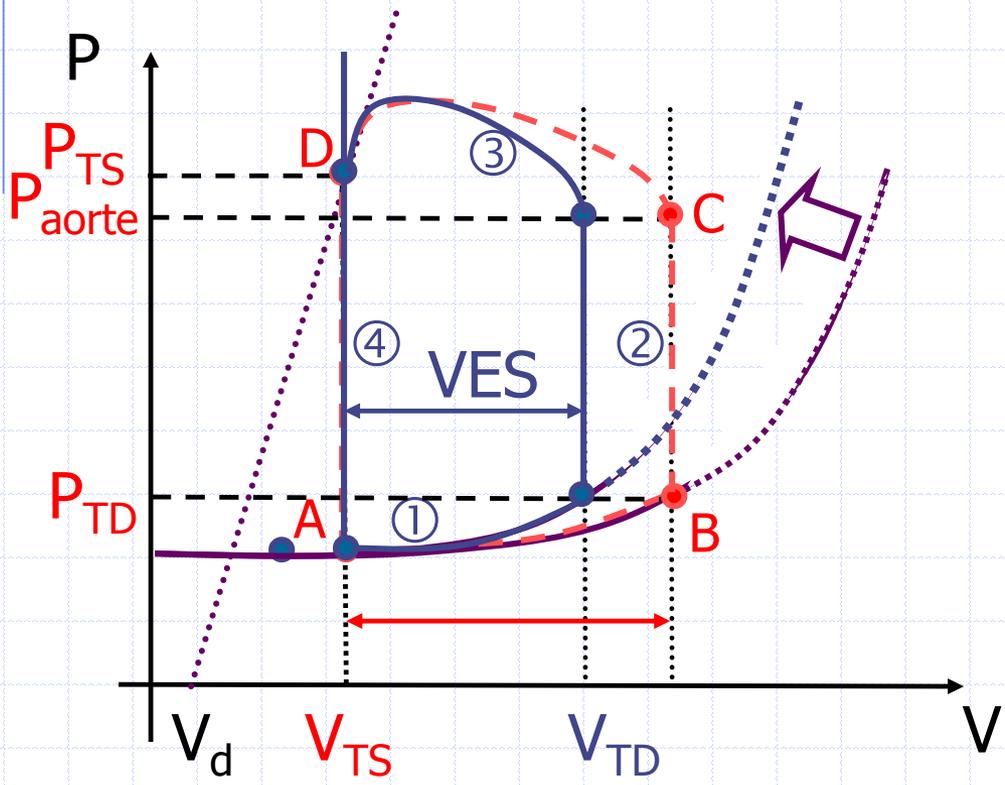
CONSEQUENCE: ↓ CONTRACTILITE

Modèle d'insuffisance VG systolique



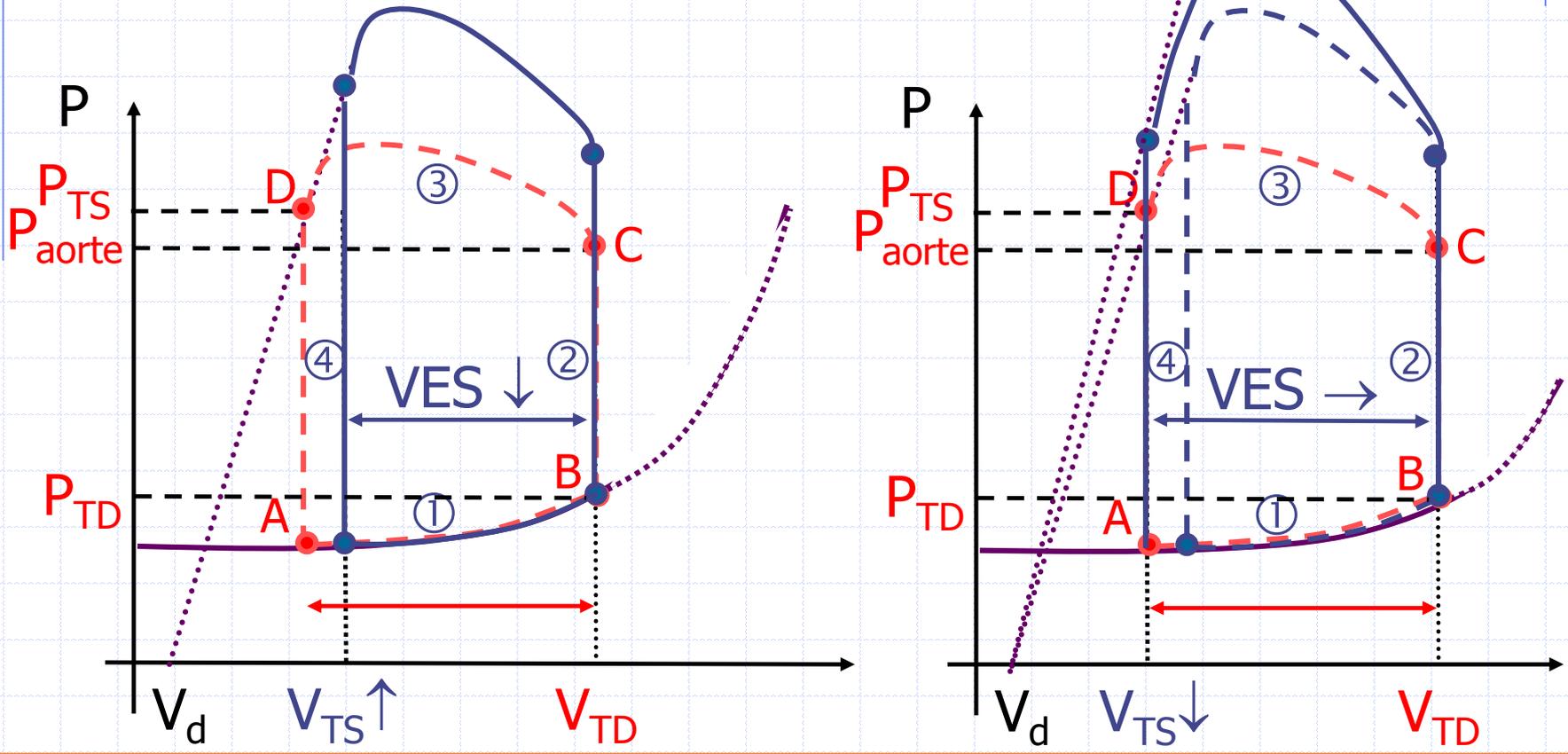
CONSEQUENCE: ↓ COMPLIANCE

Modèle d'insuffisance VG diastolique



CONSEQUENCE : HTA

↑ POSTCHARGE PUIS ↑ CONTRACTILITE



Rétablissement du débit cardiaque au prix d'une ↑ du travail du coeur