

# TRAITEMENT DES IMAGES SCINTIGRAPHIQUES

*Cours de 1<sup>o</sup> année destiné aux internes en médecine nucléaire. INSTN. SACLAY.*

Denis MARIANO-GOULART.

Département de médecine nucléaire. CHRU de Montpellier.

Ce document reprend les notions essentielles relatives aux procédures de traitement d'image habituellement utilisées en imagerie scintigraphique. Il doit être lu en ayant par ailleurs sous les yeux les illustrations du diaporama présenté en cours. Notre propos est ici d'insister sur les connaissances essentielles qui pourraient constituer un socle commun de connaissances en la matière à l'ensemble des médecins nucléaires. On y abordera successivement :

- la notion de réponse impulsionnelle d'une gamma-caméra, son origine ainsi que ses conséquences pratiques dans la production des images scintigraphiques. On y rappellera comment cette réponse permet de choisir un échantillonnage adéquat, en quoi elle est impliquée dans les effets de volume partiel et comment elle peut être, au moins partiellement, prise en compte pour en limiter les effets néfastes;
- la nature statistique du signal isotopique, en comprenant les raisons de celle-ci et ses conséquences dans l'acquisition des données scintigraphiques;
- les différents types de filtrage, en insistant sur les contraintes imposées lors de leurs synthèses et sur les conséquences de celles-ci en terme de signal éliminé après filtrage;
- les spécificités des données de projection 3D acquises en tomographie par émission de positons (incomplétude et redondance) et l'usage que l'on peut en faire;
- les techniques de base de recalage permettant de représenter dans un même espace digital des images d'origines différentes;
- les principales techniques de segmentation utilisées en pratique dans les services de médecine nucléaire;
- les techniques de visualisation volumique, en insistant sur leurs intérêts et leurs limites.

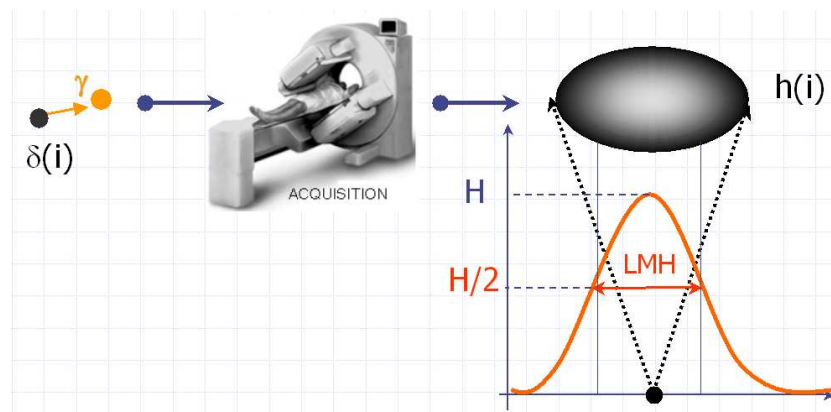
## ① CORRECTION DES ARTEFACTS D'ACQUISITION

Une image scintigraphique est une représentation (en 2D, 3D ou 4D si la variable temporelle est utilisée) de la distribution d'un isotope radioactif (souvent couplé à une molécule vectrice). De façon systématique, deux phénomènes altèrent la fidélité de cette représentation. Le premier est de nature déterministe et provient du fait que les gamma-caméras, comme tous les appareils d'imagerie, ne sont pas rigoureusement stigmatiques: une distribution ponctuelle de radioactivité ne produit pas une image ponctuelle. Le second artefact est de nature stochastique et provient de la physique même du processus de désintégration. Il conduit à la présence d'un signal aléatoire parasite, un bruit, au sein des acquisitions scintigraphiques. Nous allons expliciter ces deux notions et insister sur la manière de les contrôler.

## ❶ REPONSE IMPULSIONNELLE D'UN COLLIMATEUR

### A- Modélisation de la réponse impulsionnelle

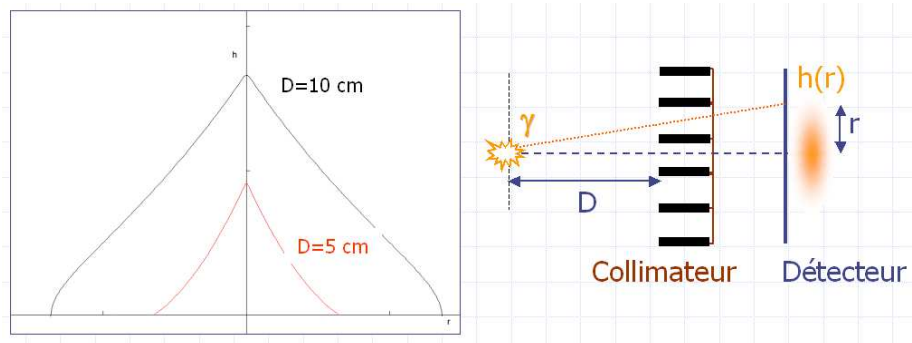
Expérimentalement, on constate qu'une goutte de radioactivité déposée au centre du champ d'une gamma-caméra produit une image non ponctuelle constituée d'un hyper-signal central entouré d'un halo dont l'intensité décroît avec la distance au pixel central. Cette image scintigraphique obtenue en réponse à un objet ponctuel localisé au point  $i$  ( $\delta(i)$  goutte de radioactivité) est appelée **réponse impulsionnelle** de l'appareil d'imagerie. Plus celle-ci se rapproche d'une distribution ponctuelle, plus l'appareil d'imagerie est fidèle. Cette qualité peut être quantifiée en mesurant la largeur de la réponse impulsionnelle (en mm) pour un signal mesuré à la moitié du signal enregistré en son centre. Cette largeur à mi-hauteur (LMH ou, en anglais, FWHM pour *full width at half maximum*) est une caractéristique essentielle d'un appareil d'imagerie.



Cette absence de stigmatisme des gamma-caméras a plusieurs origines :

#### A-1- Réponse géométrique du collimateur :

Un simple schéma avec un collimateur parallèle permet de se convaincre que plus une goutte de radioactivité est éloignée du collimateur, plus les rayons gamma émis peuvent passer entre des septa éloignés du septum situé en face de la source d'émission. Cette réponse peut être modélisée mathématiquement, moyennant certaines approximations.

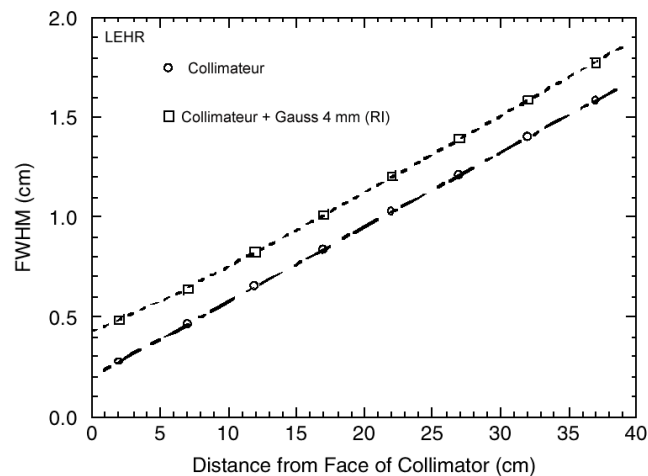


### A-2- Réponse intrinsèque de la gamma-caméra :

Cette composante de la réponse impulsionnelle est liée aux flous causés par la diffusion Compton des photons gamma dans le cristal scintillant et aux erreurs de localisation précise du signal (du fait du bruit présent au niveau des photomultiplicateurs et aux erreurs dans l'électronique de localisation). Elle est de l'ordre de 4 mm dans les gamma-caméras standards (NaI) récentes.

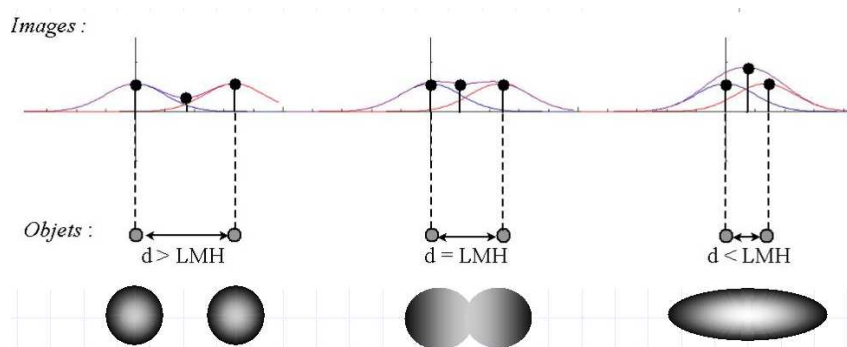
### A-3- Réponse globale de la gamma-caméra :

La combinaison (par convolution, cf. infra) des réponses impulsionnelles géométrique et intrinsèque aboutit à une réponse impulsionnelle globale qui s'apparente avec une précision suffisante en pratique, à une **fonction gaussienne dont la LMH dépend linéairement de la distance entre la source de radioactivité (le patient) et la tête de détection de la gamma-caméra**. Cette LMH est de l'ordre de 5 à 15 mm environ lors des acquisitions scintigraphiques réalisées en routine hospitalière.



### B- Signification pratique de la Largeur à Mi-Hauteur (LMH)

Deux gouttes de radioactivité situées à une distance  $d$  l'une de l'autre produiront deux réponses impulsionnelles de largeur LMH centrées sur deux points images séparés de la même distance  $d$ . Ces deux réponses s'ajoutent, si bien que deux situations sont possibles :



- si  $d > \text{LMH}$ , alors les deux réponses impulsionnelles s'intersectent en des points dont l'intensité est inférieure à la moitié de l'intensité maximale (celle présente au centre de la réponse impulsionnelle). Dans ces conditions, la somme des deux signaux correspondant à chacune des réponses est inférieure à l'activité maximale. Une plage relativement hypoactive est visible entre les deux maxima qui marquent la projection des deux gouttes de radioactivité, permettant de distinguer deux images.

- si  $d \leq \text{LMH}$ , alors les deux réponses impulsionnelles s'intersectent en des points dont l'intensité est supérieure à la moitié de l'intensité maximale. Les réponses impulsionnelles fusionnent, ne ménageant aucune plage hypoactive susceptible de créer un contraste entre les deux maxima. Dans ces conditions, une seule image est créée. Les deux gouttes de radioactivité ne sont plus individualisables.

La LMH est donc aussi nommée **pouvoir séparateur** de l'appareil d'imagerie.

*Interprétation dans l'espace de Fourier :* Du point de vue des fréquences spatiales présentes dans l'image, il est clair que la période (en mm) qui doit séparer une succession de points objets (des gouttes de radioactivité) pour que ceux-ci produisent une succession de réponses impulsionnelles discernables (non confluentes) doit être supérieure à la LMH. La période minimale d'un signal discernable est donc  $d_{\min} = \text{LMH}$  (ou, en toute rigueur,  $d_{\min} > \text{LMH}$  en mm: on prendra cette valeur de LMH comme une limite). Dans ces conditions, la fréquence spatiale la plus élevée qui peut être reproduite par l'appareil d'imagerie est  $f_{\max} = 1/\text{LMH}$  (en  $\text{mm}^{-1}$ ). Cette fréquence spatiale maximale est la plus élevée que l'on pourra retrouver dans l'image produite. Disons le autrement: un appareil d'imagerie n'est pas capable de reproduire les fréquences spatiales d'un objet qui dépassent  $1/\text{LMH}$  par mm.

On comprend donc en quel sens cette valeur de LMH est aussi appelée **résolution** du système d'imagerie.

#### C- Echantillonnage d'une image : théorème de Shannon.

On peut montrer de façon rigoureuse qu'un signal scintigraphique continu acquis sur un domaine de l'espace fini est parfaitement déterminé par la donnée d'un nombre fini d'échantillons avec une fréquence d'échantillonnage au moins égale au double de la fréquence maximale présente dans le signal. Lorsque cette condition d'échantillonnage sans perte est respectée, le signal continu  $f(x)$  peut être calculé en tout point (même entre les échantillons connus positionnés aux points  $d, 2d, 3d$  etc.) au moyen d'une formule d'interpolation du type :

$$f(x) = d \cdot \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} f(n.d) \cdot \frac{\sin[2 \cdot \pi \cdot f_{\max} \cdot (x - n.d)]}{\pi \cdot (x - n.d)}$$

Cette formule est donnée pour convaincre le lecteur du caractère sans perte de l'échantillonnage. Sa démonstration est un peu technique (recours à la théorie des distributions).

Pour une image, ceci conduit donc à **choisir des pixels dont le côté à une dimension au plus égale à la moitié de la largeur à mi-hauteur de la caméra qui produit l'image**. Ce théorème porte le nom de théorème d'échantillonnage de Shannon. Il doit être systématiquement utilisé en imagerie numérisée, scintigraphique en particulier.

A titre d'exemple une gamma-caméra de LMH = 7 mm et dont le champ de vue serait de 500 mm x 500 mm produit des images dont la fréquence maximale est  $1/7=0.14 \text{ mm}^{-1}$ . La fréquence d'échantillonnage doit donc être de  $2.f_{\max} = 0.28 \text{ mm}^{-1}$ , ce qui correspond à une période d'échantillonnage, donc à une taille de côté de pixels de  $1/0.28 = 7/2 = 3.5 \text{ mm}$ , soit 143 pixels sur le champ de 500 mm. Pour des questions d'optimisation des algorithmes de traitement d'image (calcul de transformées de Fourier rapides en particulier), on choisira de préférence la puissance de deux immédiatement supérieure, soit 256 pixels sur un champ de 500 mm.

On retient donc que **la dimension du côté des pixels à utiliser pour échantillonner une image acquise au moyen d'un appareil d'imagerie est la moitié de la LMH.**

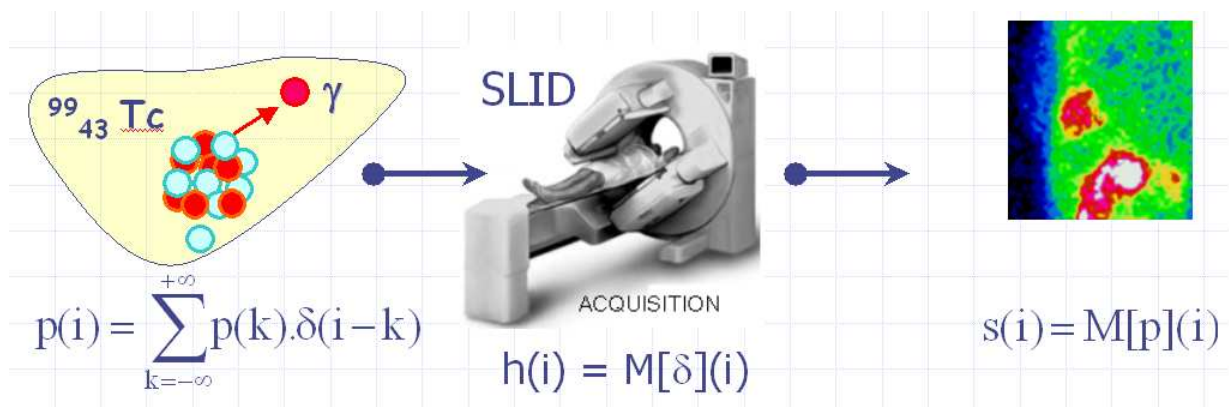
## ② REPONSE IMPULSIONNELLE D'UNE GAMMA-CAMERA

### A- Notion de convolution

Une gamma-caméra doit satisfaire deux conditions élémentaires pour être utilisable:

- d'une part, elle doit produire un signal-image proportionnel à l'intensité de la distribution d'activité observée: si l'activité double, les valeurs des pixels doivent doubler. Cette propriété porte le nom de **linéarité**.

- d'autre part, elle doit produire une réponse **invariante en translation**: si une distribution d'activité localisée dans le coin supérieur gauche du champ de vue produit un signal dans le coin supérieur gauche de l'image, la même distribution de radioactivité localisée dans le coin inférieur droit doit produire la même image, mais dans le coin inférieur droit de l'image.



Nous considérerons que les appareils d'imagerie sont de tels systèmes linéaires et invariants dans le décalage (**SLID**). Appelons  $h(i)$  la réponse impulsionnelle de la gamma-caméra utilisée, l'index  $i$  représentant un numéro de pixel (ou de voxel).

Sous condition de linéarité et d'invariance dans le décalage, il est alors facile de démontrer que l'image produite non plus par une simple goutte de radioactivité, mais par une distribution complexe de radioactivité  $p(i)$  s'exprime au pixel  $i$  comme la moyenne pondérée des activités mesurées au pixel  $i$  et au niveau de ses voisins. Les pondérations qui doivent être utilisées pour calculer cette moyenne s'identifient aux valeurs prises par la réponse impulsionnelle de l'appareil d'imagerie. Cette opération de moyenne pondérée sur un voisinage d'un pixel porte le nom de **convolution** et est notée  $*$  :

$$s(i) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p(k).h(i-k) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k).p(i-k) = (p * h)(i) = (h * p)(i)$$

la connaissance de la réponse impulsionnelle d'un SLID permet donc de calculer l'image qu'il produit à partir de la distribution de radioactivité observée.

### B- Conséquence 1 : une règle d'or pour les médecins nucléaires

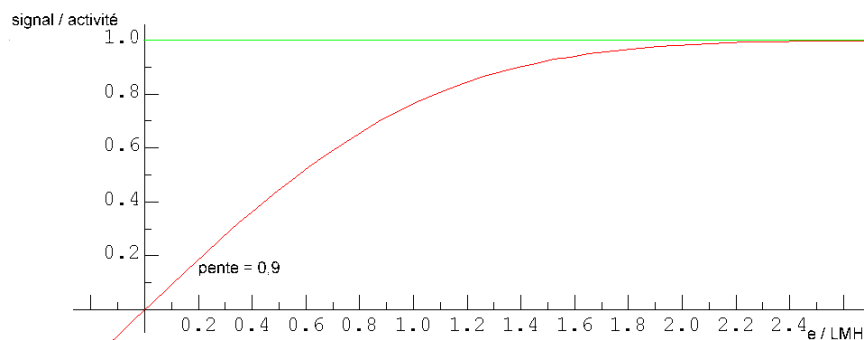
La convolution par une réponse impulsionnelle de largeur à mi-hauteur donnée revient donc à "répartir" le signal radioactif dans un voisinage de dimension égale à la LMH. Plus celle-ci est petite, plus l'appareil d'imagerie sera fidèle et produira une image bien résolue. Sur une image complexe aussi, la résolution d'une scintigraphie est proportionnelle à la distance entre la tête de détection et le patient: **une scintigraphie doit donc toujours être réalisée au plus près du patient.**

### C - Effet de volume partiel

La convolution par la réponse impulsionnelle qui moyenne donc le signal physique pour construire une image a une seconde conséquence essentielle. Considérons la région de l'espace où est présente une plage d'activité maximale. Si la dimension de cette zone est grande par rapport à la LMH, on pourra trouver des pixels d'activité maximale qui seront moyennés avec des voisins eux aussi d'activité maximale. Le signal produit dans l'image aura donc aussi une valeur maximale. Au contraire, si la plage d'activité maximale est petite par rapport à la LMH, la moyenne se fera en incluant dans le voisinage des régions d'activité non maximales. Le signal reconstruit au sein d'un pixel image sera alors sous-estimé. Cet effet porte le nom d'**effet de volume partiel**. Il n'est pas lié à une opération de numérisation. Il est important d'en connaître les principales caractéristiques quantitatives.

On peut en effet montrer :

- **que la sous-estimation de l'activité d'un pixel ne survient que pour des objets radioactifs de dimension e inférieure à 2 fois la LMH.**
- que pour des objets de dimension e inférieure à la moitié de la LMH, la sous estimation du signal radioactif est en gros proportionnelle au rapport e/LMH
- que la sous-estimation de l'activité d'un pixel est de l'ordre de 25% (i.e. 75% de l'activité réelle est effectivement codée dans la valeur du pixel) pour des objets de la dimension de l'ordre de la LMH.

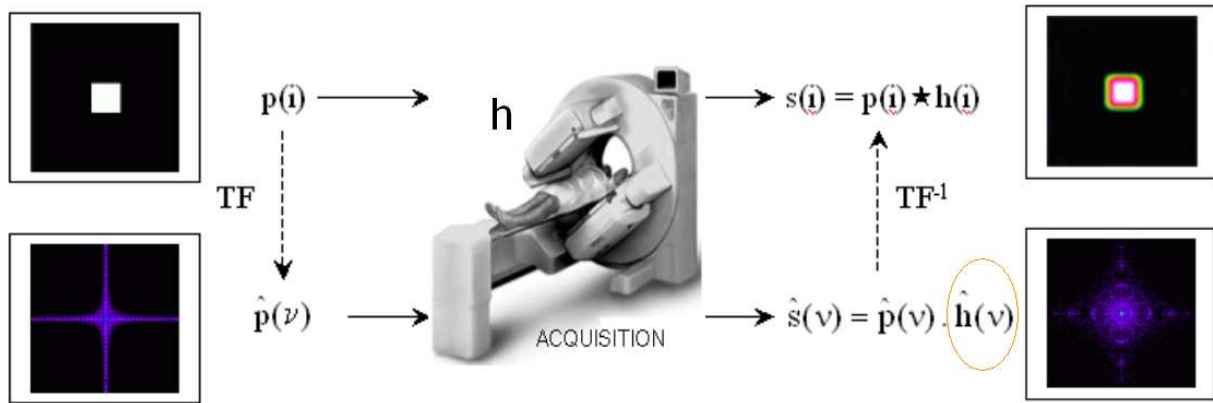


## D- Déconvolution

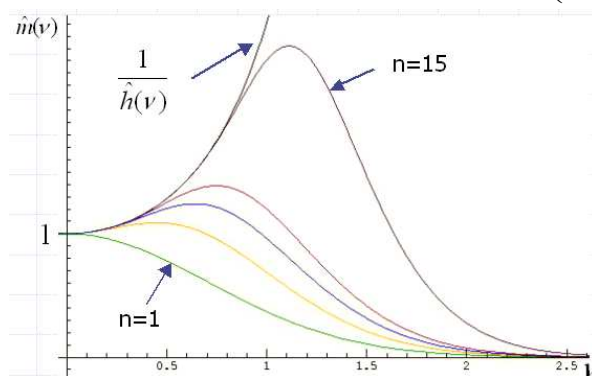
L'effet de volume partiel n'est pas toujours un artefact dégradant la performance diagnostique des examens scintigraphiques. En scintigraphie myocardique synchronisée à l'ECG par exemple, il s'est révélé être un élément essentiel pour distinguer par exemple une nécrose d'une plage d'atténuation. Dans d'autres situations, il peut s'avérer préférable d'optimiser la résolution des images produites, donc de procéder à une opération de traitement d'image destinée à réduire au maximum la LMH de l'appareil d'imagerie utilisé. Cette opération, qui n'est pas toujours simple, porte le nom de **déconvolution**. Elle peut être abordée par différentes approches.

### a. Déconvolution d'images 2D : Filtrage de Metz

L'idée d'aborder la déconvolution par un filtrage linéaire est très immédiate. On sait en effet qu'une opération de convolution par  $h(i)$  dans l'espace naturel correspond à la multiplication des données en fréquence (dans l'espace de Fourier) par la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle, c'est-à-dire par la réponse en fréquence de la gamma-caméra  $\hat{h}(v)$  :



En théorie, il devrait suffire de calculer la transformée de Fourier de l'image produite  $\hat{s}(v)$ , de diviser celle-ci par la réponse en fréquence  $\hat{h}(v)$ , puis de procéder à une transformée de Fourier inverse pour restituer une image déconvoluée. En pratique, les choses sont malheureusement moins simples car la réponse en fréquence présente généralement de nombreux passages par zéro pour certaines hautes fréquences, ce qui rend impossible la division. Une solution élégante et efficace, proposée initialement par Metz en 1973 consiste à procéder à cette division jusqu'à une certaine fréquence spatiale, puis à opérer un filtre passe bas. Le filtre résultant est :  $\hat{m}(v) = \left(1 - [1 - \hat{h}(v)^2]^n\right) / \hat{h}(v)$ .





L'ordre du filtre  $n$  peut être ajusté en fonction du nombre de coups dans l'image :  $n = 0,8 \ln(C) - 7,8$ .

En pratique, en imagerie d'émission scintigraphique, la difficulté repose sur le fait que la réponse impulsionnelle  $h$  est une gaussienne dont la largeur à mi-hauteur dépend linéairement de la distance entre la source d'émission gamma et le collimateur. Le filtre de Metz peut donc être utilisé soit lorsque l'émission est produite à une distance connue et fixe du détecteur (reins dont on négligerait l'épaisseur par exemple), soit lorsque cette distance est déterminée au moyen d'acquisitions tomographiques (cf. paragraphe suivant).

Notons enfin que d'autres techniques d'estimation de l'image déconvoluée, plus complexes, ont également été proposées, moyennant quelques hypothèses sur la nature statistique du bruit (filtrages de Wiener, de Kalman...).

#### *b. Déconvolution de données tomographiques*

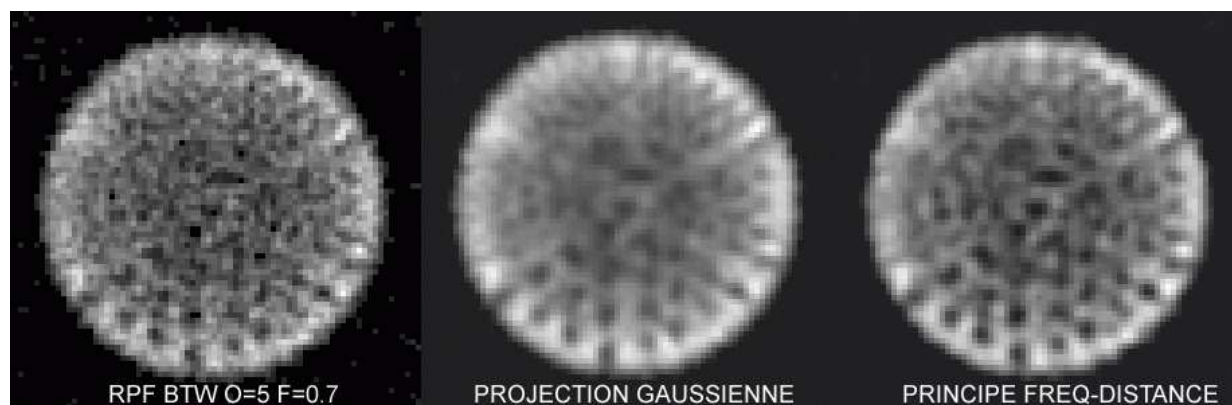
Deux autres approches sont mises à profit pour déconvoluer des données de tomographie d'émission.

La première consiste directement à **modéliser au sein de la matrice de Radon un processus de projection ou de rétroprojection qui prend en compte la nature Gaussienne de la projection**, et la variation de la LMH de ces gaussiennes avec la distance entre le pixel image et le détecteur.

Cet opérateur de projection et de rétroprojection peut alors être utilisé au sein d'algorithmes de reconstruction analytiques (rétroprojection filtrée) ou itératifs (MLEM, OSEM). Cette modélisation de la réponse impulsionnelle de l'opérateur de projection peut facilement être complétée par celle de l'auto-atténuation, et plus difficilement par celle de la diffusion Compton (cf. par exemple travaux de Formiconi et Passeri en 1989 et 1992). Il est bien de noter à ce propos que cette prise en compte des artefacts d'acquisition en SPECT (réponse de la caméra, auto-atténuation et diffusé) est tout aussi facile à mettre en œuvre avec MLEM/OSEM qu'avec une rétroprojection filtrée.

La seconde approche est peut-être plus élégante, mais plus complexe et donne des résultats analogues. Elle présente la particularité d'opérer directement sur le sinogramme, avant toute reconstruction tomographique. L'idée consiste à calculer la transformée de Fourier 2D d'un sinogramme, sur les variables de raies et sur les variables angulaires. La méthode repose alors sur une approximation due initialement à Lewitt et Edholm et appelée "**principe fréquence-distance**". Ceux-ci ont montré qu'il était possible, pour chaque point la transformée de Fourier du sinogramme, de prévoir l'éloignement de la source de radioactivité qui contribue principalement à ce point. Il est alors possible de diviser ce signal en fréquence par l'inverse de la réponse impulsionnelle correspondant à cette distance d'émission.

L'image suivante, obtenue sur un fantôme de Jaszak, illustre bien l'utilité de telles procédures de déconvolution et l'équivalence approximative de la modélisation par une projection gaussienne et de l'utilisation du principe fréquence-distance.





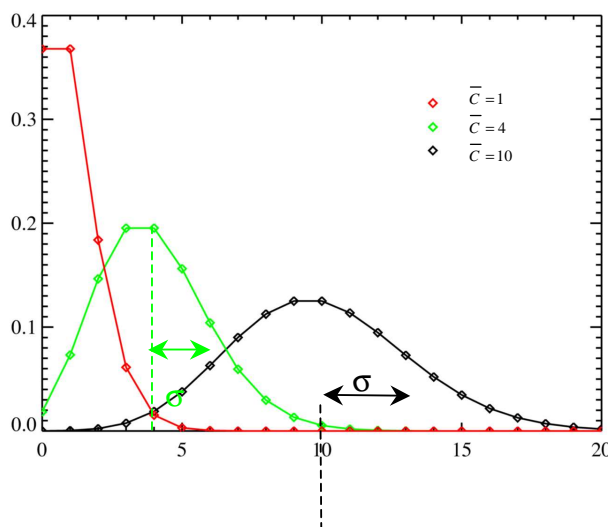
### 3 BRUIT STOCHASTIQUE ET FLTRAGE

#### A- Bruit stochastique et statistique de Poisson

Considérons un noyau radioactif à l'instant  $t$ . La désintégration de ce noyau est un processus aléatoire qui présente trois caractéristiques essentielles :

- elle ne dépend pas des désintégrations d'autres noyaux ayant eu lieu avant l'instant  $t$  (processus sans mémoire).
- sa probabilité de désintégration entre les instants  $t$  et  $t+h$  ne dépend que de  $h$ , et pas de  $t$  (processus stationnaire)
- elle est rare : sur un intervalle de temps d'observation très court (tendant vers zéro), la probabilité d'observer une seule désintégration est proportionnelle au nombre de noyaux radioactifs présents, celle d'observer plus d'une désintégration est très faible (tend vers zéro).

Ces trois propriétés (**processus sans mémoire, stationnaire et rare**) permettent de calculer rigoureusement la probabilité d'observer  $n$  désintégrations au sein d'un échantillon de  $N$  noyaux radioactifs de période  $T = \ln 2 / \lambda$  observés pendant un intervalle de temps  $\Delta t$ . Cette probabilité suit une **loi de Poisson de moyenne**  $\bar{C} = \lambda N \Delta t$  :



$$P(C_{\Delta t} = n) = e^{-\lambda N \Delta t} \frac{(\lambda N \Delta t)^n}{n!} = e^{-\bar{C}} \frac{\bar{C}^n}{n!}$$

On peut montrer qu'une distribution de Poisson présente une propriété essentielle pour un médecin nucléaire : **sa variance est égale à sa moyenne**,  $V = \sigma^2 = \bar{C} = \lambda N \Delta t$ . Enfin, notons que lorsque la moyenne dépasse quelques dizaines, une distribution de Poisson diffère peu d'une distribution de Gauss.

#### B- Conséquences

Pour un médecin nucléaire, ces résultats de physique ont des conséquences importantes. En comptant le nombre de photons gamma atteignant un de ses détecteurs pendant un temps de pose  $\Delta t$ , une gamma-caméra effectue un "tirage au sort" d'une variable aléatoire (le nombre de

désintégrations) qui suit une statistique de Poisson de variance et de moyenne  $\bar{C}$ . Le taux de comptage effectivement mesuré  $C$  est donc une estimation de  $\bar{C}$  avec un écart-type  $\sigma = \sqrt{\bar{C}} \approx \sqrt{C}$ . Cet écart-type est une mesure du bruit, c'est-à-dire de la composante aléatoire présente dans la mesure de  $C$ , celle qui fait qu'une seconde mesure faite dans les mêmes conditions donnerait un autre tirage au sort dans la distribution de Poisson, donc une mesure  $C'$  différant un peu de  $C$ . En conséquence, toute mesure par une gamma-caméra d'un taux de comptage  $C$  est faite avec une composante de bruit de l'ordre de  $\sqrt{C}$ . On en déduit donc que pour un comptage radioactif réalisé au sein d'un pixel d'une scintigraphie, le rapport signal sur bruit est :

$$\frac{S}{B} = \frac{C}{\sqrt{C}} = \sqrt{C}$$

**Ainsi, une valeur de pixel correspondant à un comptage de  $C$  photons est-elle enregistrée avec un rapport signal sur bruit de  $\sqrt{C}$ , ce qui revient à dire que la composante déterministe du signal mesuré est  $\sqrt{C}$  fois plus intense que sa composante aléatoire. Il en résulte que le taux de comptage moyen, reflet du nombre de noyaux radioactifs, a 68% de chances de se trouver dans l'intervalle  $C \pm \sqrt{C}$ , 95% de chances de se trouver dans l'intervalle  $C \pm 1,96 \cdot \sqrt{C}$  et 99% de chances de se trouver dans l'intervalle  $C \pm 2,57 \cdot \sqrt{C}$  (ces valeurs numériques sont des propriétés de la distribution normale).**

Par exemple, une valeur de pixel correspondant à 100 photons est obtenue avec un rapport signal sur bruit de 10 (le signal est dix fois plus intense que les fluctuations aléatoires du bruit). La valeur moyenne du taux de comptage a 68% de chances d'être dans l'intervalle [90;110].

**Une mesure de radioactivité déterministe (avec une composante de bruit minimale par rapport au signal) nécessite donc l'acquisition d'un nombre de coups suffisants, donc soit un temps de pose prolongé, soit une activité administrée suffisante, soit les deux.**

On comprend dès lors pourquoi il ne faut pas échantillonner des données scintigraphiques avec un nombre de pixels supérieur à celui requis par le théorème de Shannon (cf. supra). En effet, si ce théorème préconise d'échantillonner une image sur  $4096=64 \times 64$  pixels mais qu'une matrice  $128 \times 128$  est choisie, les pixels sont 4 fois plus petits. En conséquence, pour une même activité administrée et un même temps de pose, les taux de comptage par pixel seront 4 fois plus faibles et le rapport signal sur bruit deux fois moins important.

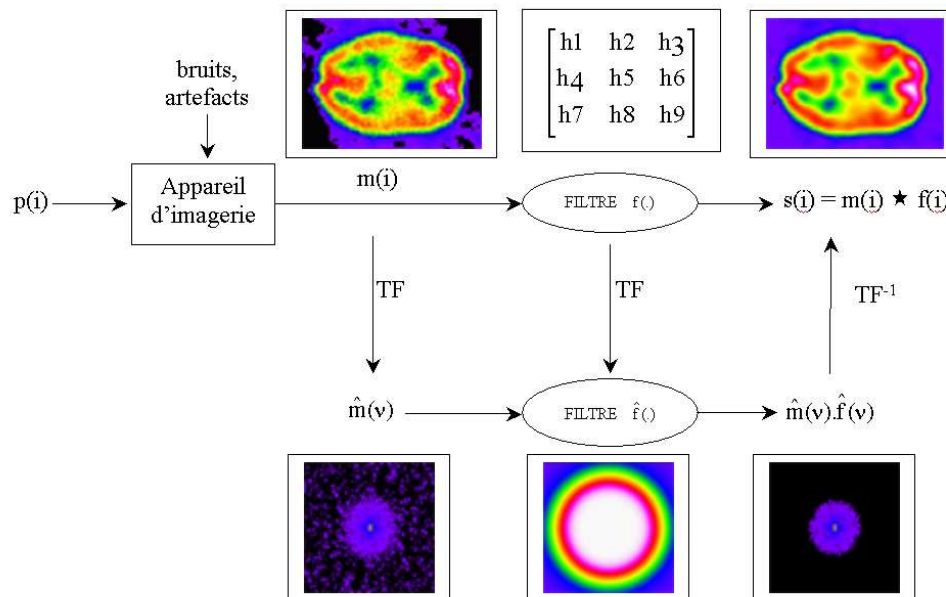
## 4 FLTRAGES D'IMAGES SCINTIGRAPHIQUES

Filtrer une image, c'est tenter d'éliminer ou d'atténuer certains artefacts déterministes ou stochastiques néfastes à l'usage pour lequel l'image a été produite, tout en respectant les composantes utiles de l'image. Cette discrimination entre signal parasite et signal utile est directement en rapport avec l'usage médical que l'on veut faire de l'image. Il s'agit donc souvent d'une décision de nature médicale qui dépend de l'acte diagnostique envisagé, des conditions de l'examen et du patient. Mettre en place une procédure de filtrage nécessite donc de déterminer un critère discriminant pour identifier signal utile et signal parasite, puis d'imaginer un algorithme capable de s'appuyer sur ce critère pour isoler le signal utile.

Les filtres peuvent ainsi être classés en deux catégories en fonction de leur mode opératoire. Ceux qui, comme les appareils d'imagerie, opèrent de façon linéaire et invariante dans le décalage seront qualifiés de **filtres linéaires** (certains leur réservent le qualificatif de filtre, au sens propre du terme). Ceux qui ne sont pas invariants et/ou pas linéaires seront qualifiés de **filtres non linéaires**.

### A- Filtrages linéaires

Un filtre linéaire et invariant dans le décalage est modélisé au moyen de sa réponse impulsionnelle  $f$  ou de sa transformée de Fourier, la réponse en fréquence  $\hat{f}$ , exactement comme un appareil d'imagerie. Il opère donc par **convolution** (i.e. par moyenne des signaux voisins en utilisant comme pondérations les valeurs prises par  $f$ ) ou, de façon équivalente, par **multiplication dans l'espace des fréquences par la réponse en fréquence**.



Ceci a deux conséquences :

1- L'action d'un filtre linéaire dans le domaine des fréquences permet de comprendre quel critère est utilisé pour discriminer le signal utile du bruit: il s'agit des **fréquences spatiales** qui sont soit amplifiées (multipliées par un facteur supérieur à 1), soit inchangées (multipliées par 1), soit atténuées (multipliées par un facteur inférieur à 1). Ainsi un filtre passe-bas, en atténuant les fréquences au-delà d'une fréquence de coupure, supprimera les composantes fréquentielles qui assurent toutes les

variations brutales de niveau de gris entre deux pixels, que celles-ci soient du bruit ou des contrastes élevés dans l'image. On parlera de lissage. Vu dans l'espace direct, ce filtre passe-bas opère en effectuant une moyenne pondérée avec des coefficients tous positifs, de manière à ce que le signal filtré représente le signal environnant débarrassé de ses variations brutales.

2- Il est donc clair que, si la réponse en fréquence  $\hat{f}(\nu)$  ne s'annule jamais, un tel filtre linéaire est réversible : il suffit de diviser la transformée de Fourier de l'image filtrée par  $\hat{f}$  pour retrouver l'image telle qu'elle était avant filtrage.

Un filtre linéaire est donc relativement simple à concevoir lorsque les fréquences spatiales permettent clairement de distinguer bruit et signal utile. En revanche, lorsque la même fréquence spatiale (i.e. la même vitesse de variation des niveaux de gris dans une direction) correspond à la fois à du bruit et à du signal utile, ce dernier sera inévitablement altéré par un filtrage linéaire. Pour pouvoir traiter différemment cette même fréquence spatiale, il faut donc abandonner dans le processus de filtrage l'invariance dans le décalage, la linéarité ou ces deux propriétés à la fois de manière à concevoir un filtre non linéaire. Les solutions dans ce domaine sont très nombreuses. Nous n'aborderons que les plus classiques.

## B- Filtrages non-linéaires

### a. *Abandon de l'invariance dans le décalage : Lissage sur masque adapté*

L'idée de ce filtre se fonde sur la remarque suivante: la confusion opérée par un filtre linéaire entre une haute fréquence correspondant à du bruit et une haute fréquence correspondant à une plage de haut contraste dans l'image est liée au fait que, dans l'opération de convolution, les moyennes sont prises au sein de voisinages fixes qui contiennent parfois des éléments différents de l'image (ces voisinages chevauchent par exemple un objet de l'image et le signal de fond). Cet inconvénient peut être facilement contourné en choisissant de ne prendre en considération pour opérer l'opération de moyenne pondérée que les pixels dont les valeurs ne sont pas trop éloignées du pixel en cours de traitement. L'algorithme correspondant au filtrage d'un pixel  $(n,m)$  situé sur la  $n^{\circ}$  ligne et la  $m^{\circ}$  colonne consiste à commencer par estimer la moyenne du signal  $M(n,m)$  et son écart type  $\sigma(n,m)$  en ce pixel. Dans le cas de signaux isotopiques, il suffit de considérer que la valeur du pixel  $f(n,m)$  est une estimation du signal moyen en ce point,  $M(n,m)=f(n,m)$ , avec un écart type  $\sigma(n,m)=\sqrt{f(n,m)}$ , conforme à une distribution de Poisson. Autour du pixel  $(n,m)$  en cours de filtration, nous décrivons une spirale constituée de pixels voisins  $(n',m')$ , de plus en plus éloignés de  $(n,m)$ . Chacun des niveaux de gris  $f(n',m')$ , est successivement testé : si  $f(n',m')$  est compris entre  $M(n,m) - k \cdot \sigma(n,m)$  et  $M(n,m) + k' \cdot \sigma(n,m)$ , alors on considère que le pixel  $(n',m')$  fait partie du même objet que  $(m,n)$ . La valeur  $f(n',m')$  est accumulée dans une variable cible qui servira de test d'arrêt. Dans le cas contraire, ce pixel  $(n',m')$  est ignoré et l'on passe au pixel suivant le long de la spirale. Lorsque la variable cible dépasse une constante donnée, on cesse l'analyse des pixels voisins et on affecte au pixel  $(n,m)$  la variable cible divisée par le nombre de pixels voisins acceptés.

### b. *Abandon de la linéarité : filtres médian et morphologiques*

Une façon classique de procéder est de définir un voisinage  $V_{(n,m)}$  du pixel  $(n,m)$ , par exemple les 8 voisins de ce pixel, puis de remplacer la valeur du pixel  $(n,m)$  par la médiane des valeurs des pixels dans son voisinage. On construit ainsi un filtre appelé **filtre médian**.

Une alternative consiste à construire deux opérateurs élémentaires appelés **érosion**  $\varepsilon_V(f)$  et **dilatation**  $\delta_V(f)$  de l'image  $f$  définis suivant :

$$\delta_V(f)(n, m) = \sup\{f(n', m'), (n', m') \in V_{(n, p)}\}$$

$$\varepsilon_V(f)(n, m) = \inf\{f(n', m'), (n', m') \in V_{(n, p)}\}$$

L'érodé (resp. le dilaté) d'une image est donc simplement construit en remplaçant chaque niveau de gris par le plus petit (resp. le plus grand) des niveaux de gris présents dans le voisinage de ce pixel. Il s'agit donc toujours d'une opération combinant les niveaux de gris voisins d'un pixel en cours de traitement, mais la combinaison se fait désormais par recherche d'extrema et non plus par moyenne. Comme pour le filtre médian, cette opération n'est donc plus linéaire ni réversible.

En appliquant successivement une érosion puis une dilatation (resp. une dilatation puis une érosion), on peut construire un filtre non linéaire appelé ouverture (resp. fermeture). Le premier filtre a pour effet de faire disparaître toutes les augmentations brutales de signal qui s'étendent sur une plage plus petite que le voisinage choisi. Le second agit de même sur les diminutions brutales de signal. Ces filtres **ouverture**  $\gamma_V(f)$  et **fermeture**  $\phi_V(f)$  peuvent être combinés pour construire toute sortes d'opérateurs idempotents et croissant pour l'inclusion appelés **filtres morphologiques**. Bien construits, ils sont capables de filtrer un bruit haute fréquence sans altérer la résolution de l'image. Malheureusement, ces filtres sont souvent difficiles à contrôler et ont tendance à trop modifier l'image. On les dit trop actifs. Des stratégies doivent alors être mises en œuvre pour contrôler cette **activité** excessive. L'idée consiste alors à s'autoriser l'utilisation de voisinages ou de filtres différents en fonction de l'information locale présente dans l'image, donc à abandonner la propriété d'invariance dans le décalage.

### *c. Abandon de l'invariance dans le décalage et de la linéarité*

Schématiquement, trois méthodes sont classiques pour tenter de contrôler l'activité d'un filtre morphologique :

1- **Utilisation de transformations géodésiques.** Il s'agit ici d'opérer par exemple une érosion (resp. une dilatation), puis de dilater (resp. d'éroder) cette dernière de façon itérative, en imposant que le résultat reste inférieur (resp. supérieur) à l'image initiale, pour chaque pixel. Ce filtre est appelé ouverture (resp. fermeture) par reconstruction. Outre la limitation de l'activité du filtrage morphologique, il permet d'éviter de contaminer le résultat du filtrage par la géométrie de l'élément structurant.

2- **Choix de l'élément structurant en fonction de l'information locale.** L'idée est ici de limiter l'activité d'une érosion (resp. dilatation) par un voisinage constitué du pixel en cours de traitement et d'un de ses 8 voisins en testant toutes les érosions (resp. dilatations) dans ces 8 directions et en ne retenant que celle qui diminue (resp. augmente) le moins le signal. Les filtres construits avec ces opérateurs directionnels permettent de respecter les signaux structurés en segments, en n'éliminant que les pixels isolés.

3- Construction d'un **centre morphologique** à partir d'une famille de filtres. Il s'agit ici de tester toute une batterie de filtres et de retenir le moins actif si tous les filtres agissent dans le même sens (i.e. s'ils augmentent ou diminuent tous le signal). Si certains filtres augmentent le signal et que d'autres le diminuent, alors le pixel est inchangé.

*c. Une alternative originale : le filtre SHINE (Stastical Heuristic Image Noise Extraction)*

Outre l'effort louable d'imagination que les auteurs de ce filtre ont déployé pour trouver ce brillant acronyme, cet exemple est donné ici pour illustrer la variété des approches possibles en filtrage d'image et l'originalité de certaines d'entre-elles. L'idée, qui fut proposée par P. Marano en 1972, repose sur une décomposition l'image à traiter en blocs carrés de pixels, un peu comme si on désirait la sous-échantillonner et sur le fait de considérer que le signal dans chaque bloc est représenté par l'ensemble des valeurs des pixels qui constituent le bloc. SHINE se propose de diminuer les fluctuations aléatoires du signal au sein de cet ensemble au moyen d'une technique classique d'analyse des données, l'analyse en composantes principales. Très schématiquement, celle-ci permet de ne retenir au sein d'un ensemble de pixels que les fluctuations principales du signal, en négligeant celles qui s'apparentent à du bruit.

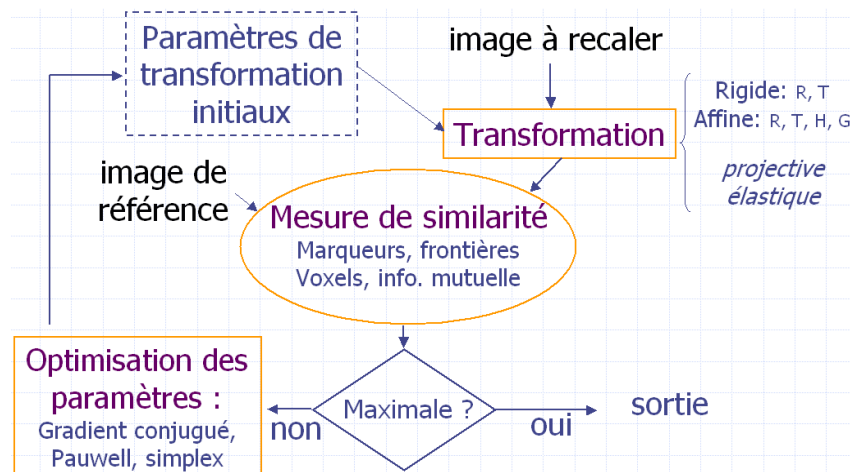
## ② RECALAGE D'IMAGES

En imagerie médicale, le recalage d'image au sein d'une même modalité ou entre deux modalités différentes a pris une importance croissante avec le développement de réseaux informatisés d'imagerie et d'appareils d'imagerie multimodaux (TEMP-TDM et TEP-TDM par exemple). La mise en concordance, dans un même espace numérique, d'images de nature différentes a de nombreuses applications cliniques parmi lesquelles :

- la correction d'artefacts d'une des modalités (ex : recalage de TDM sur des TEMP ou des TEP pour corriger les artefacts d'atténuation),
- la combinaison d'informations fonctionnelles et/ou morphologiques pour améliorer la sensibilité et la spécificité des examens d'imagerie (exemples nombreux en imagerie isotopique: recherche d'adénome ou d'hyperplasie parathyroïdiennes, recherche de foyer épileptique, d'embolie pulmonaire, d'ischémie myocardique etc.),
- la localisation d'informations fonctionnelles sur un atlas anatomique ou sur une imagerie morphologique,
- le suivi d'une pathologie d'un patient donné dans le temps...

En pratique, une procédure de recalage d'image nécessite la définition d'une famille de **transformations** géométriques **paramétrables**, d'une mesure de **similarité** et d'une procédure d'**optimisation**. Le recalage d'une image I sur une image de référence R repose alors sur l'algorithme générique suivant :

- ① Calcul de la transformation  $T_p(I)$  de l'image I à partir d'un jeu de paramètres P
- ② Mesure de la similarité entre l'image de référence R et  $T_p(I)$ .
- ③ Si cette similarité est satisfaisante, l'image est recalée.
- ④ Dans le cas contraire, on utilise la valeur de la similarité pour optimiser les paramètres de la transformation, et on reprend la procédure à l'étape ①.



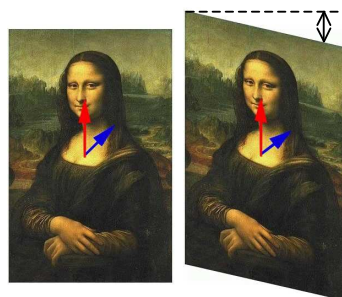
Il est donc important d'avoir une idée assez précise sur les transformations, les mesures de similarité et les procédures d'optimisation classiquement utilisées en recalage d'images.

## ❶ TRANSFORMATIONS

Quatre types de transformations géométriques sont classiquement utilisés. De la plus simple à la plus complexe, on distingue :

1- Les transformations **rigides** qui ne combinent qu'une translation et une rotation. Dans l'espace 3D, ces transformations sont donc paramétrées par 6 paramètres (3 de rotation autour des axes  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$  et 3 de translation dans les directions  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$ ).

2- Les transformations **affines** qui combinent une transformation rigide avec une homothétie et un gauchissement. L'homothétie est un simple grandissement suivant chacune des 3 directions. Le gauchissement suivant un axe donné consiste à laisser invariants les points de cet axe alors que les points situés à une distance non nulle de l'axe sont translatés d'une valeur proportionnelle à cette distance. Une transformation affine est donc caractérisée par 12 paramètres.



exemple de gauchissement d'axe vertical

3- Les transformations **projectives**, qui ne conservent plus la propriété de non intersection des lignes parallèles dans l'image.

4 - les transformations **élastiques**, encore moins contraintes, qui transforment les lignes droites en courbes.



## ② MESURES DE SIMILARITE

Les mesures de similarité sont des distances qui peuvent être calculées :

1- Sur des **marqueurs** extraits de l'image. Il s'agit soit de marqueurs externes (signaux de référence fixés sur le patient à des fins de recalage), soit d'éléments de l'image produits dans les deux modalités à recaler et extraits par une procédure de segmentation (recalage sur une structure fixe osseuse, sur les contours d'organes etc.).

2- sur les **valeurs des pixels** elles-même. Il s'agit alors de minimiser des différences d'intensité entre voxels ou d'optimiser des mesures d'intercorrélation.

3- sur des histogrammes mesurant l'**information mutuelle** portée par les voxels dans chaque modalité.

Dans tous les cas, il s'agit de construire une fonctionnelle accessible à des procédures d'optimisation (recherches de ses extrema) et représentant la similitude entre une image de référence et une image à recaler ayant subi une transformation géométrique.

## ③ PROCEDURES D'OPTIMISATION

Ces procédures visent à déterminer une modification des paramètres de la transformation géométrique utilisée de manière à améliorer la mesure de similitude constatée entre une image de référence et l'image à recaler transformée. Très schématiquement, il est possible de classer ces méthodes en deux familles:

1- Les techniques dérivatives. Ces méthodes généralisent aux espaces à plus d'une dimension les techniques que vous avez étudiées au lycée pour rechercher les extrema d'une fonction (calcul de sa dérivée et recherche des points où celle-ci s'annule). La méthode de loin la plus utilisée en imagerie est la méthode du **gradient conjugué orthogonal** qui reste une référence en la matière. Plus récemment, d'autres techniques de la même famille ont été proposées et sont disponibles sur l'internet (BFGS, KNITRO etc..). Ces méthodes nécessitent de dériver explicitement la fonction de similitude à optimiser.

2- Les techniques alternatives ne nécessitant pas de dérivation sont fondées sur la recherche d'un minimum sur une surface par exemple en parcourant celle-ci au moyen de directions ou d'objets tests. Elles sont principalement représentées par les algorithmes de **Powell** et du **simplex**. Leurs codes sont désormais aussi facilement disponibles.

## ③ SEGMENTATION

Segmenter une image consiste à en déterminer une partition, c'est-à-dire à regrouper les pixels de cette image en un certain nombre de régions d'intérêt disjointes et pavant complètement l'image. Il s'agit d'une opération essentielle en analyse d'image dont elle constitue généralement la première étape, avant extraction d'une mesure quantitative au sein d'une des régions segmentées. Les méthodes de segmentation utilisées en imagerie isotopique sont variées et dépendent beaucoup du problème médical traité. On insistera ici sur les plus simples et les plus utilisées, à savoir les techniques de seuillages, de croissance de régions, les méthodes dérivatives et les méthodes morphologiques.

### ① SEUILLAGES

La segmentation d'une image en deux régions, celle qui contient les pixels dont la valeur est supérieure à un seuil et celle qui contient les pixels dont la valeur est inférieure à ce seuil est la plus simple et la plus immédiate. Elle est très utilisée, même si le critère de segmentation est plutôt restrictif et souvent imparfaitement adapté à une segmentation idéale. La difficulté réside naturellement dans le choix d'une valeur seuil optimale. Cette dernière peut n'être qu'un simple **pourcentage de la valeur maximale des pixels** de l'image ou être déduite de l'**histogramme** des niveaux de gris. Elle peut aussi être inférée automatiquement en calculant les moyennes  $M1$  et  $M2$  des valeurs des pixels de deux régions discriminées au moyen d'un certain seuil, puis en itérant la procédure avec une nouvelle valeur seuil égale à la moyenne de  $M1$  et  $M2$ , et ce tant que la procédure modifie le seuil.

Ces techniques de seuillage élémentaires sont cependant souvent insuffisantes car le seuil choisi, même soigneusement, ne présente pas toujours une sensibilité et une spécificité satisfaisantes. Le recours à une technique de **seuillage par hystérésis** peut dans ces cas être très efficace. Il s'agit simplement de se donner deux seuils, un seuil haut au-dessus duquel on est certain de vouloir retenir les pixels, et un seuil bas en dessous duquel on est certain de ne pas vouloir retenir les pixels. Entre ces deux seuils, les pixels sont retenus s'ils sont connexes (voisins) avec un pixel dont la valeur est supérieure au seuil haut. Cette technique simple donne souvent de bien meilleurs résultats qu'un seuillage simple, en particulier sur des données bruitées.

### ② CROISSANCE DE REGIONS

Une alternative au seuillage consiste à mettre en place une stratégie d'agrégation progressive des pixels d'une image autour de quelques pixels représentatifs des régions d'intérêt que l'on souhaite construire. La procédure peut consister à affecter dans chaque région les pixels qui sont connexes à sa frontière, à condition que ceux-ci aient une valeur suffisamment proche de la moyenne des pixels dans la région considérée. Il suffit ensuite de recalculer les moyennes de chaque région et de recommencer la procédure jusqu'à stabilisation.

### ③ METHODES DERIVATIVES

Les méthodes dérivatives de segmentation sont fondées sur l'identification des frontières d'un objet sous la forme de variations brutales de niveaux de gris. Dans le cas d'un signal mono-dimensionnel  $f$ , ces hautes fréquences spatiales correspondent à des maxima de la dérivée première de  $f$  ou à des passages par zéro de sa dérivée seconde. Pour des signaux à plus d'une dimension, ces opérations de dérivée s'identifient à des opérateurs relativement faciles à estimer au moyen de filtres linéaires.

Un opérateur de gradient peut être modélisé au moyen d'un filtre linéaire de noyau de convolution  $G_h$  ou  $G_v$ , suivant la direction dans laquelle est pris le gradient, avec :

$$G_h = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -\sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad G_v = \begin{bmatrix} -1 & -\sqrt{2} & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & \sqrt{2} & 1 \end{bmatrix}$$

Une segmentation peut être obtenue en calculant les gradients  $g_h$  et  $g_v$  dans ces deux directions, puis la norme du vecteur gradient  $(g_h, g_v)$ . L'extraction des maxima locaux de cette norme dans la direction du vecteur gradient, suivie d'un filtrage par hystérésis permet alors de terminer le calcul de la segmentation recherchée. Il est à noter qu'une telle procédure, comme toutes les méthodes dérivatives, est très sensible à la présence d'un bruit haute fréquence. Il est donc fréquent de la faire précéder par un filtrage passe-bas.

De façon équivalente, il est possible d'obtenir une segmentation en repérant sur l'image les passages par zéro du Laplacien de l'image, et y affectant la norme du gradient et en terminant la procédure par un seuillage par hystérésis. L'opérateur Laplacien, qui correspond au calcul d'une dérivée seconde en plusieurs dimensions, peut être modélisé au moyen d'un filtre linéaire de noyau  $L$  :

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

### ④ GRADIENTS MORPHOLOGIQUES

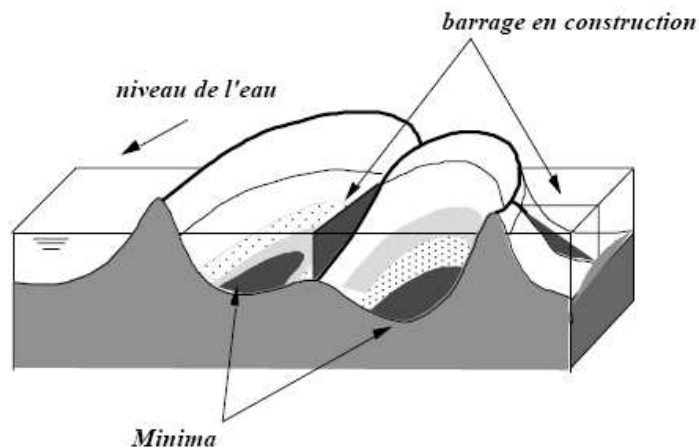
En imagerie binaire, une alternative simple aux techniques dérivatives consiste à rechercher les contours d'un objet dans une image en retenant pour frontières les pixels qui appartiennent au dilaté de l'image mais pas à l'image ou à son érodé, ou encore ceux qui appartiennent à l'image mais pas à son érodé. Cette technique se généralise aux images en niveaux de gris  $f$  au moyen des gradients morphologiques du type  $\delta(f) - f$ ,  $\delta(f) - \varepsilon(f)$ , ou  $f - \varepsilon(f)$ . Ces techniques de gradients morphologiques sont très simples à mettre en œuvre et particulièrement efficaces sur des images bien résolues et peu bruitées.

## 5 LIGNE D EPARTAGE DES EAUX

La construction d'une ligne de partage des eaux peut être une technique particulièrement bien adaptée à la segmentation de structures dans des images à basse résolution telles que celles dont on dispose en médecine nucléaire. Elle a par exemple démontré son utilité dans la segmentation de structures cardiaques en ventriculographie isotopique planaire ou tomographique.

L'idée consiste à considérer une image scintigraphique comme un relief topologique donc les lignes et les colonnes sont les directions est-ouest et nord-sud, alors que les valeurs des pixels sont des altitudes. Les techniques de morphologie mathématique ont permis la mise au point d'algorithmes permettant de repérer dans ces images les lignes de crêtes (ligne de partage des eaux) ou, de façon équivalente, les lignes de vallées entre les reliefs (là où passeraient les rivières). Sur une image scintigraphique plutôt à basses fréquences spatiales, ces lignes de vallées sont particulièrement bien adaptées pour discriminer les pixels dont l'activité provient d'une structure anatomique ou d'une autre.

En pratique, deux algorithmes sont classiquement utilisés pour calculer une ligne de partage des eaux. Le premier appelé **algorithme d'immersion** consiste à imaginer qu'une pluie remplit petit à petit les différents bassins versants présents dans l'image vue comme une carte topographique. Au cours de ce remplissage, lorsque deux bassins en viennent à risquer de mélanger leurs eaux, on imagine qu'un mur est construit pour séparer ces bassins. La position de ces murs en fin d'immersion constitue la ligne de partage des eaux cherchée. Cette technique présente l'intérêt d'être relativement facile à généraliser en 3 dimensions.



Un algorithme alternatif consiste à réaliser des **amincissements homotopiques** suivis d'un **ébarbulage**. L'idée consiste à construire une méthode qui rabote les flancs des reliefs jusqu'à atteindre les lignes de crêtes. Cette procédure, itérée dans toutes les directions possibles, finit par construire un squelette qui s'identifie à une ligne de partage des eaux après élimination des lignes non fermées (ébarbulage).

## ④ VISUALISATION 3D

Le développement de l'imagerie tomographique multimodale confronte les médecins nucléaires à un problème que les radiologues connaissent déjà depuis quelques années: celui de l'inflation du nombre de coupes à analyser et du temps médical que cela représente. Ceci conduit à tenter de développer de nouveaux modes de visualisation dits "3D" qui correspondent en fait à la reconstruction ou à la projection d'un volume sur une surface plane. Les solutions pour y parvenir sont nombreuses et la connaissance de leurs principes est utile pour ne pas se laisser tromper par des images synthétiques qui ne contiennent pas toujours toute l'information médicale utile.

La technique la plus simple de visualisation 3D est celle de la projection de l'intensité maximale, ou **MIP**. Ces images sont construites très simplement en projetant la valeur maximale des pixels rencontrés le long d'une direction de projection perpendiculaire au plan de visualisation. Il est donc clair que si deux hyperfixations pathologiques sont présentes sur la même ligne de projection, seule la plus intense sera reproduite sur l'image MIP. Une image MIP unique n'a donc que peu d'intérêt clinique et la construction de multiples images de ce type sous différentes directions de projection (i.e. en "tournant autour du patient") est indispensable à une interprétation complète.

Cette limite des images MIP est prise en compte lors de la construction de projections plus sophistiquées qui modélisent le long d'une projection la **transparence** des voxels situés entre l'observateur et le voxel à projeter, ainsi que la **brillance** de ce dernier. On parle alors de **rendu de volumes**.

Il existe par ailleurs de nombreux algorithmes destinés à reconstruire une vue 2D de la surface de structures 3D. Ces techniques de **rendu de surfaces** bénéficient du développement de l'imagerie de synthèse non médicale. Elles sont particulièrement intéressantes pour la visualisation de structures anatomiques qui se ramènent à des surfaces dans un espace 3D, ou du moins dont une des dimensions est négligeable par rapport aux deux autres (squelette, cortex cérébral, voire poumons, reins en fonction des applications cliniques).

Une de ces techniques consiste à analyser les volumes acquis par cubes de 8 voxels, et à faire passer à l'intérieur de ce cube une portion d'isosurface qui sépare (par un seuil) les voxels qui sont à l'intérieur de l'organe de ceux qui sont à l'extérieur. Cette technique des "**marching cubes**" permet ainsi de synthétiser des isosurfaces ainsi que leurs normales. Ces dernières servent secondairement à déterminer l'éclairement à appliquer à ces portions de surfaces en reliant celles-ci à la valeur de la projection sur la normale d'un vecteur unitaire dirigé vers l'œil de l'observateur.

Les techniques de "**lancés de rayons**" procèdent en sélectionnant les voxels concernés par une projection orthogonale sur un plan de visualisation, en colorisant ceux-ci comme précédemment, puis en composant la projection par empilements successifs des différents voxels colorisés, du plus éloigné du plan de projection au plus proche. Les techniques de "**lancés de boules de neige (splatting)**" fonctionnent de façon analogue, en projetant les voxels de l'objet 3D du plus éloigné au plus proche du plan de projection sous la forme de tâches dont les propriétés de transparence et de couleur varient avec la distance au plan de projection.

## ⑤ QUELQUES REFERENCES

### Ouvrages de synthèse sur l'ensemble du cours :

Quantitative analysis in nuclear medicine imaging. Edited by Habib Zaidi. Springer. 2006.  
(Ouvrage de référence, accessible, à jour et remarquablement clair).

Traitement de l'image. De la numérisation à l'archivage et à la communication. J. Chabriaux, B. Gibaud et D. Mariano-Goulart. Collection Imagerie Médicale Formation. Elsevier Masson. 2013.

**Sur la réponse d'un collimateur :** CE Metz. Phys Med Biol 1990; 35:81-93.

### Sur l'effet de volume partiel :

JR Galt et al. «Effects of myocardial wall thickness on SPECT quantification». IEEE TMI 1990;9

### Sur la déconvolution :

*Filtre de Metz :*

King et al. JNM 1983;24 et Metz et al. J Nucl Med 73;15

*Principe fréquence-distance :*

W Xia et al, IEEE TMI 1995;14

Hawkins et al. IEEE TMI 1988;7

Lewitt et al. Proc SPIE 1989; 1092

Glick et al. IEEE TMI 1994;13.

*Modélisation de la matrice de Radon en SPECT :*

Tsui et Floyd, IEEE Trans Nucl Sci 1988;35

A Formiconi, Phys Med Biol 1989;34

Passeri, Phys Med Biol, 1992.

Penney, IEEE TNS 1990;37

McCarthy, IEEE TMI 1991;10

Zeng, IEEE TNS 1991;38-1992;39

Bechman, IEEE TNS 1993; 40

V Kohli et al. Phys Med Biol 1998;43.

### Sur la statistique de Poisson :

[http://pbil.univ-lyon1.fr/R/pdf/AvnerDea\\_mer.pdf](http://pbil.univ-lyon1.fr/R/pdf/AvnerDea_mer.pdf), pages 16 à 22

[cg.enscm.fr/bibliotheque/1965/MATHERON/Cours/DOC\\_00287/MATHERON\\_Cours\\_00287.pdf](http://cg.enscm.fr/bibliotheque/1965/MATHERON/Cours/DOC_00287/MATHERON_Cours_00287.pdf), pages 18-22

### Sur le filtrage :

*Filtrage linéaire et non linéaire :*

Introduction au traitement numérique des images médicales. D. Mariano-Goulart. EMC (Elsevier Masson SAS, Paris), Radiodiagnostic-Principes et techniques d'imagerie,35-100-A-10,2009, p.1-21.

*Filtrage et morphologie mathématique:*

Image analysis and mathematical morphology. Volume 2. Academic Press. 1988. Ed. by J.Serra.

(La référence en la matière, pour amateurs de formalisme et de mathématiques).

Filters: from theory to practice. F. Meyer and J. Serra. Acta stereol 1989;8/2:503-508.

*SHINE :*

P. Hannequin & J Mas, Phys med Biol 2002; 47

P Marano. Ann. Télécom. 1972; 27

### **Sur la reconstruction tomographique 3D :**

*Reconstruction tomographique 2D et 3D :*

Reconstruction tomographique en imagerie médicale. D. Mariano-Goulart. EMC (Elsevier Masson SAS, Paris), Radiodiagnostic-Principes et techniques d'imagerie,35-105-A-10,2009,p.1-17.

*Rebinning :*

M. Defrise et al. IEEE Trans Med Imaging 1997. 16:2; 145-158

F. Ben Bouallègue, et al. 2007, IEEE TMI;26(7):1001-9

### **Sur le recalage d'images :**

*Généralités sur le recalage :*

<http://www-sop.inria.fr/epidaure/personnel/malandain/cours/gt-recalage-multimodal/sld003.htm>

<http://library.utia.cas.cz/prace/20030125.pdf>

*Sur les techniques d'optimisation :*

Numerical recipes in C. WH Press, SA Teukolsky, WT Vetterling and BP Flannery. Cambridge University Press. 1992.

<http://www.nr.com/oldverswitcher.html> (La bible en programmation scientifique).

### **Sur l'analyse d'image et la segmentation :**

Analyse d'images : filtrage et segmentation. J.P Cocquerez et S. Philipp, 1995. MASSON.  
(Ouvrage de référence, très complet et didactique. Malheureusement épuisé et difficile à trouver).

Précis d'analyse d'image. M. Coster et JL Chermant. 1989. Presses du CNRS.  
(Remarquable ouvrage très pratique et d'un accès facile).

*Sur la croissance de régions :*

PJ Slomka et al. J Nucl Med 1995; 36

KJ Van Laere et al. J Nucl Med 2002;43 (cerveau)

*Sur les techniques de morphologie mathématique :*

Morphologie mathématique. M. Schmitt et J. Mattioli. Paris, Masson, 1993.

### **Sur la visualisation 3D :**

<http://users.polytech.unice.fr/~lingrand/MarchingCubes/accueil.html>

[http://en.wikipedia.org/wiki/Volume\\_rendering](http://en.wikipedia.org/wiki/Volume_rendering)

<http://graphics.stanford.edu/papers/volume-cga88/volume.pdf>



# TRAITEMENTS SPECIFIQUES EN TEP

(Compléments utiles mais exclus du programme, donc non exigibles à l'examen).

Les données scintigraphiques de projection acquises en tomographie d'émission de simple photon (TEMP ou SPECT) sont reconstruites au moyen des techniques décrites dans le cours spécifique consacré à ce sujet. Nous n'y reviendrons pas. En revanche, les données de tomographie par émission de positons 3D présentent des spécificités qu'il est bon de connaître pour tirer le meilleur profit de ces techniques.

Pour reconstruire un signal 2D (une coupe  $x,y$ ), il faut des données de projection 2D (un sinogramme, défini par deux variables, une variable angulaire  $\theta$  et une définissant la raie de projection  $u$ , suivant les notations d'I. Buvat). En TEP 3D, le volume à reconstruire dépend des 3 variables d'espace ( $x,y,z$ ) mais les données de projection sont paramétrées elles par 4 variables, les deux variables du sinogramme 2D ( $u,\theta$ ) plus deux autres variables pour prendre en compte la possibilité de données de projections obliques par rapport à l'axe du TEP (et non plus perpendiculaires). Il y a donc un degré de liberté supplémentaire dans les données du problème inverse par rapport à ceux du volume à reconstruire: **les données de projection 3D sont redondantes**. Une autre façon de s'en convaincre est de constater qu'un volume TEP peut être reconstruit coupe (transverse) par coupe au moyen d'algorithmes de tomographie 2D, en ignorant les données de projection obliques. Celles-ci apportent donc bien une information surnuméraire, déjà présente d'une façon ou d'une autre au sein des projections transverses (i.e. non obliques), mais elles n'en sont pas moins fort utiles. En effet, en augmentant la quantité de données de projections acquises, elles doivent permettre d'améliorer la statistique de comptage, donc le rapport signal sur bruit des reconstructions.

Une première façon de profiter de ces données obliques consiste à affecter ces projections mesurées avec une certaine obliquité à certaines projections transverses, puis à opérer une reconstruction 2D avec des projections transverses à la statistique de comptage optimisée. Ceci peut se faire soit en négligeant l'obliquité (**Single Slice ou Multi Slice rebinning**), soit en mettant à profit certaines propriétés de l'espace des fréquences 3D qui permet d'affecter avec une bonne précision des projections obliques à certaines projections transverses (**FOurier Rebinning**, FORE).

L'alternative consiste à généraliser en 3D les algorithmes de reconstruction tomographique 2D, mais la prise en compte de ces données de projection obliques pose alors un problème sérieux. Lorsque l'on veut utiliser un algorithme de reconstruction tomographique 2D analytique (inversion directe dans l'espace de Fourier ou rétroprojection filtrée), il est indispensable de disposer de projections acquises au moins sur un demi-cercle. En TEP 3D, la même raison rend nécessaire l'acquisition de projection complètes sur toutes les directions d'un demi-espace 3D. Or la géométrie cylindrique des TEP du commerce ne permet que d'acquérir certaines directions de projection obliques et ce de façon incomplète (on dit que **les projections sont tronquées**), particulièrement en bords de champ de vue. On est donc contraint soit de se limiter à des algorithmes itératifs (du type MLEM ou OSEM qui ne nécessitent pas de projections obliques complètes), soit d'inférer les valeurs des projections obliques manquantes. Pour ce faire, deux options sont possibles : soit on procède à une première reconstruction 2D en n'utilisant que les projections transverses (qui elles sont complètes), puis on utilise ce volume reconstruit pour calculer les projections manquantes qui viennent compléter les projections acquises avant de procéder à une dernière reconstruction, 3D cette fois. L'alternative consiste de nouveau à utiliser des propriétés de l'espace des fréquences 3D pour récupérer directement les projections manquantes à partir de transformées de Fourier de projections acquises sous une obliquité plus faible. Toutes ces difficultés, ajoutées celle de la correction des artefacts d'atténuation Compton, on fait que les techniques analytiques de reconstruction (théorème de la coupe centrale, rétroprojection filtrée) ont peu à peu été abandonnées sur les TEP commercialisés au profit d'algorithmes itératifs 3D qui eux ne nécessitent pas des jeux de projections complètes et permettent une prise en compte relativement aisée des artefacts d'acquisition.