

UE 7: PHYSIQUE & BIOPHYSIQUE

RESPONSABLES: Pr C WISNIEWSKI et D MARIANO-GOULART

Cours	35 (56%)	Compréhension
ED	28 (44%)	Manipulation, "
Tutorat	14 x 2h	Entrainement

4 blocs fondamentaux en Physique

Notions essentielles à toute poursuite d'études en santé, sciences physiques ou sciences pour l'ingénieur

12 heures de CM / 8 heures d'ED

Ondes et matière

D Mariano-Goulart

Mécanique des fluides

10 heures de CM / 8 heures d'ED

C Wisniewski,

T Ruiz & PO Kotzki

Transfert de chaleur

3 heures de CM / 2 heures d'ED

C Wisniewski

Transfert de matière

10 heures de CM / 10 heures d'ED

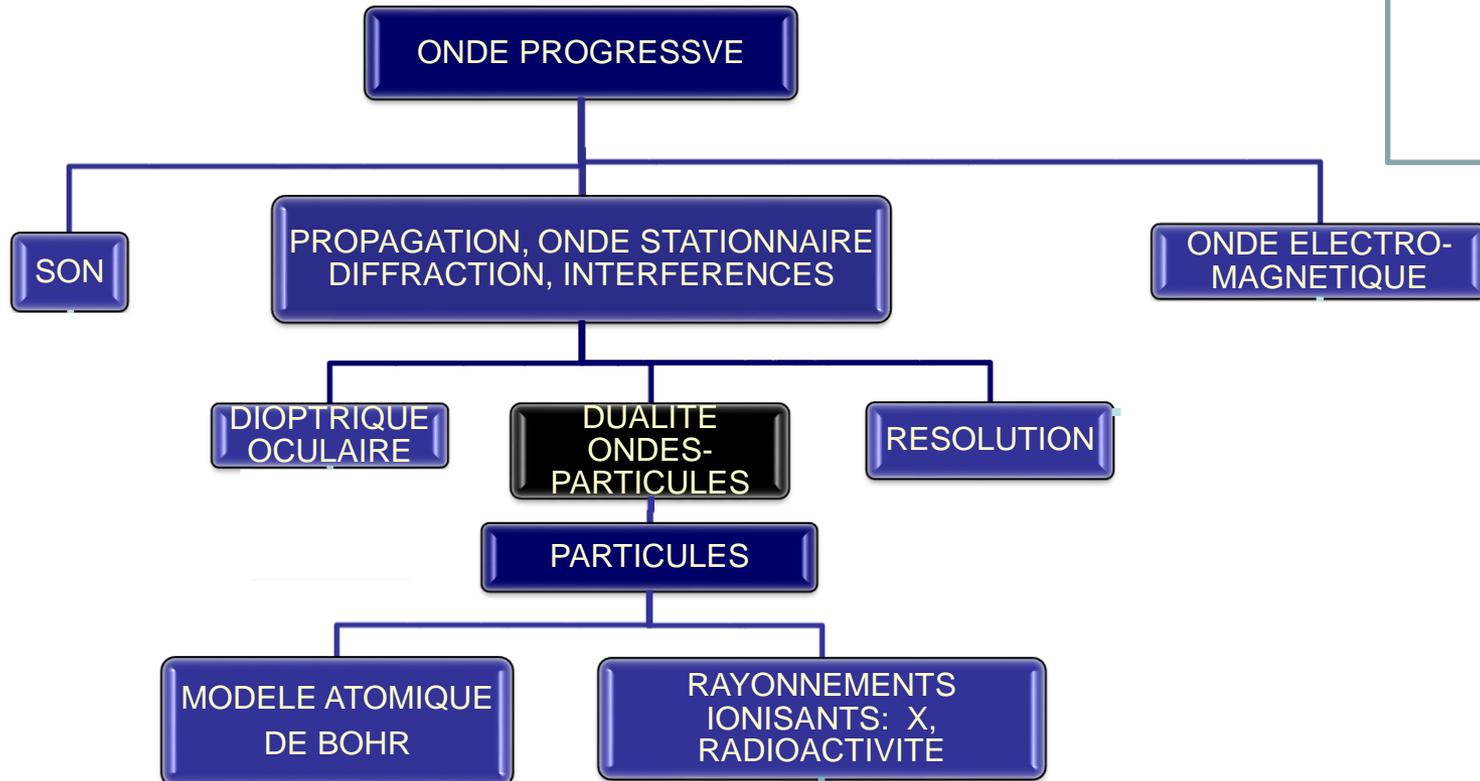
PO Kotzki

UE 7: EQUIPE PEDAGOGIQUE

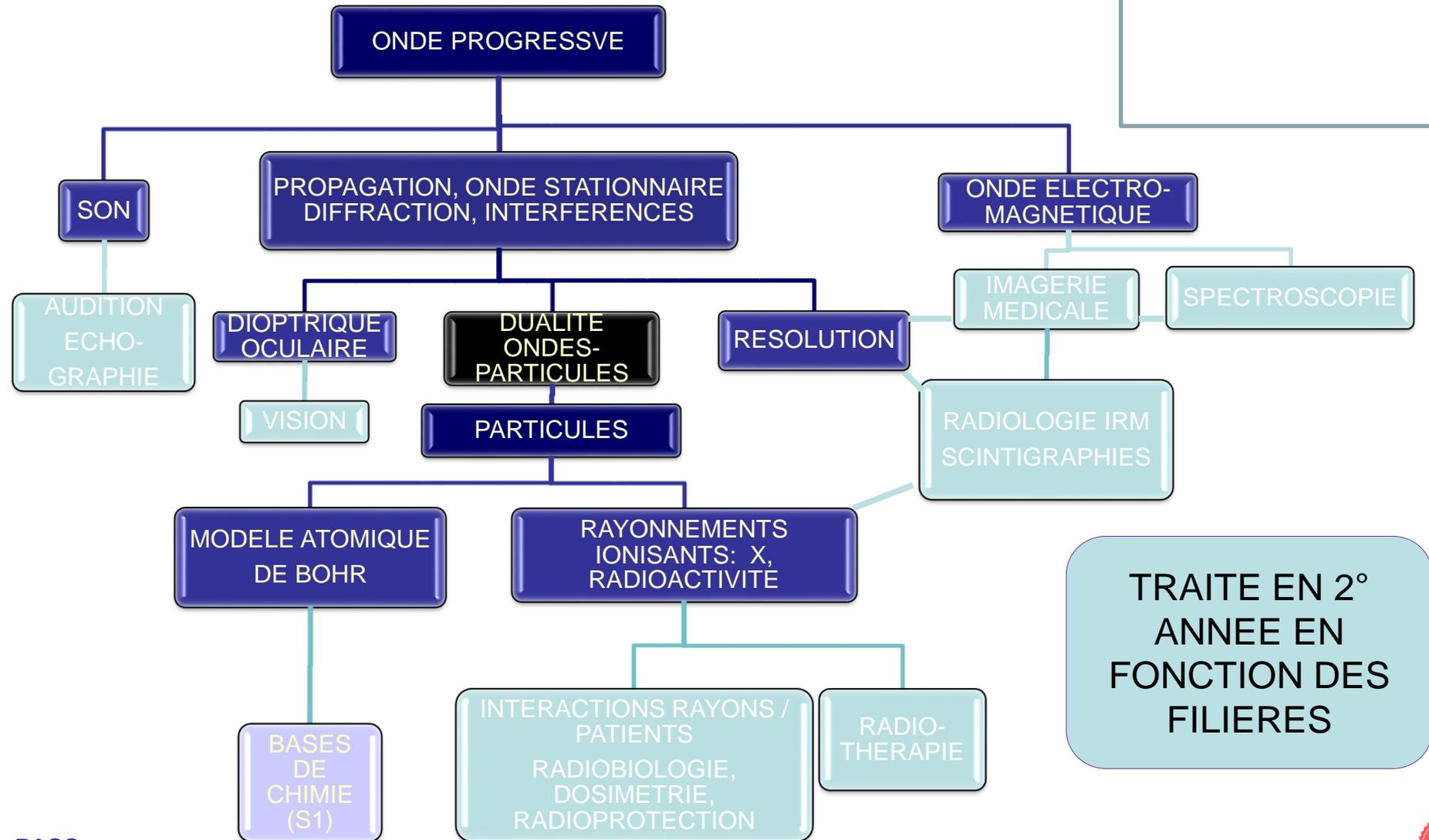
	Prénom	Nom	Courriel	Responsable	Faculté (UFR)
ENSEIGNANTS DE COURS MAGISTRAUX	Christelle	WISNIEWSKI	christelle.wisniewski@umontpellier.fr	UE 7	Pharmacie
	Denis	MARIANO-GOULART	denis.mariano-goulart@umontpellier.fr	UE 7	Médecine
	Thierry	RUIZ	thierry.ruiz@umontpellier.fr		Pharmacie
	Pierre-Olivier	KOTZKI	Pierre-Olivier.Kotzki@icm.unicancer.fr		Médecine
	Vincent	BOUDOUSQ	vincent.boudousq@umontpellier.fr		Médecine
ENSEIGNANTS D'ENSEIGNEMENTS DIRIGES	Isabelle	COURET	i-couret@chu-montpellier.fr	Tutorat Montpellier (Médecine)	Pharmacie
	Laurent	VACHOUD	laurent.vachoud@umontpellier.fr	Tutorat Montpellier (Pharmacie)	Pharmacie
	Catherine	LOZZA	catherine.lozza@umontpellier.fr	Tutorat Nîmes	Médecine
	Carine	BECAMEL	carine.becamel@umontpellier.fr		Médecine
	Emmanuel	DESHAYES	Emmanuel.Deshayes@icm.unicancer.fr		Médecine
	Lidwine	GROSMAIRE	lidwine.grosmaire@umontpellier.fr		Pharmacie
	Emilie	GUE	emilie.gue@umontpellier.fr		Pharmacie
	Maxime	LOUET	maxime.louet@umontpellier.fr		Pharmacie
	Laurent	MAIMOUN	laurent.maimoun@umontpellier.fr		Médecine
	Eric	RONDET	eric.rondet@umontpellier.fr		Pharmacie
Emmanuelle	VARLET	emmanuelle.varlet@umontpellier.fr		Pharmacie	



ONDES ET MATIERE: PROGRAMME



ONDES ET MATIERE: OBJECTIFS



METHODE EN PHYSIQUE

Prête au vrai maintenant une **oreille attentive**,

Quod super est, vacuas auris animumque sagacem

Nette de tout souci, **aiguise ton esprit**,

semotum a curis adhibe veram ad rationem,

Et mes dons, apprêtés avec un soin fidèle,

ne mea dona tibi studio disposta fideli,

Garde d'en faire fi avant d'y rien **comprendre**,

intellecta prius quam sint, contempta relinquant.

Car je vais t'exposer les hautes lois du ciel

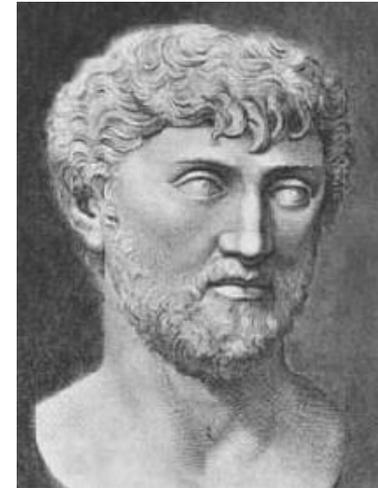
nam tibi de summa caeli ratione deumque

Et des dieux, dévoiler **d'où procèdent les choses**,

disserere incipiam et rerum primordia pandam.

De la nature des choses, Chant 1, vers 50-55

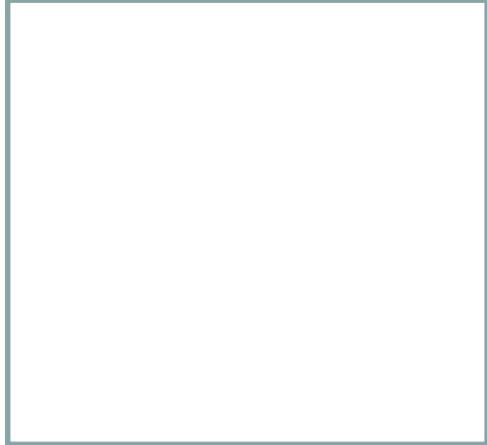
Traduction d'Olivier Sers, Belles lettres, Paris, 2012.



Lucretèce
(1^o siècle avant JC)

Modélisation mathématique la plus simple possible
des mécanismes de la nature telle qu'elle est
observée expérimentalement

ONDE PROGRESSIVE: DEFINITION

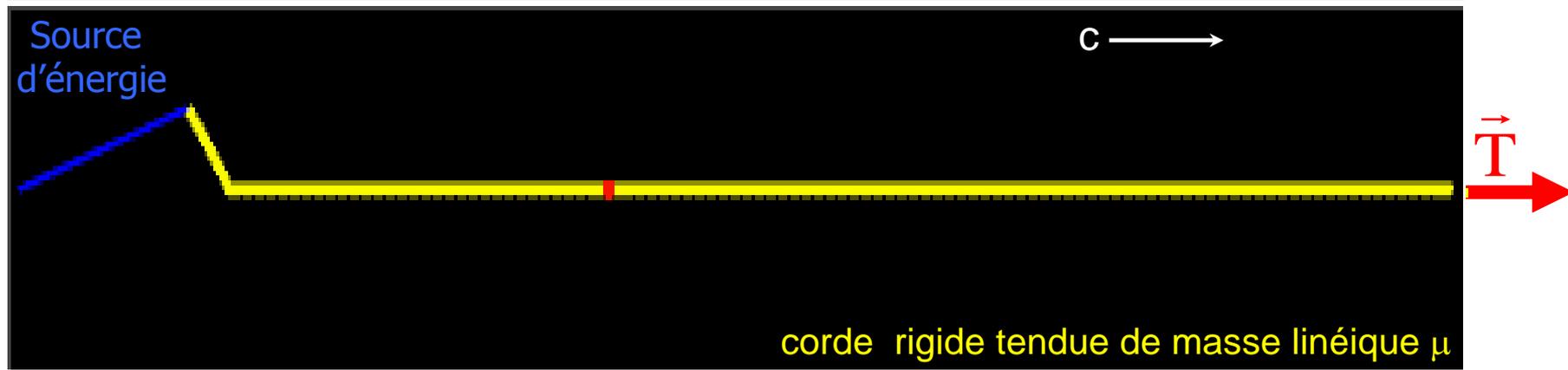


Propagation d'une perturbation des caractéristiques physiques du milieu

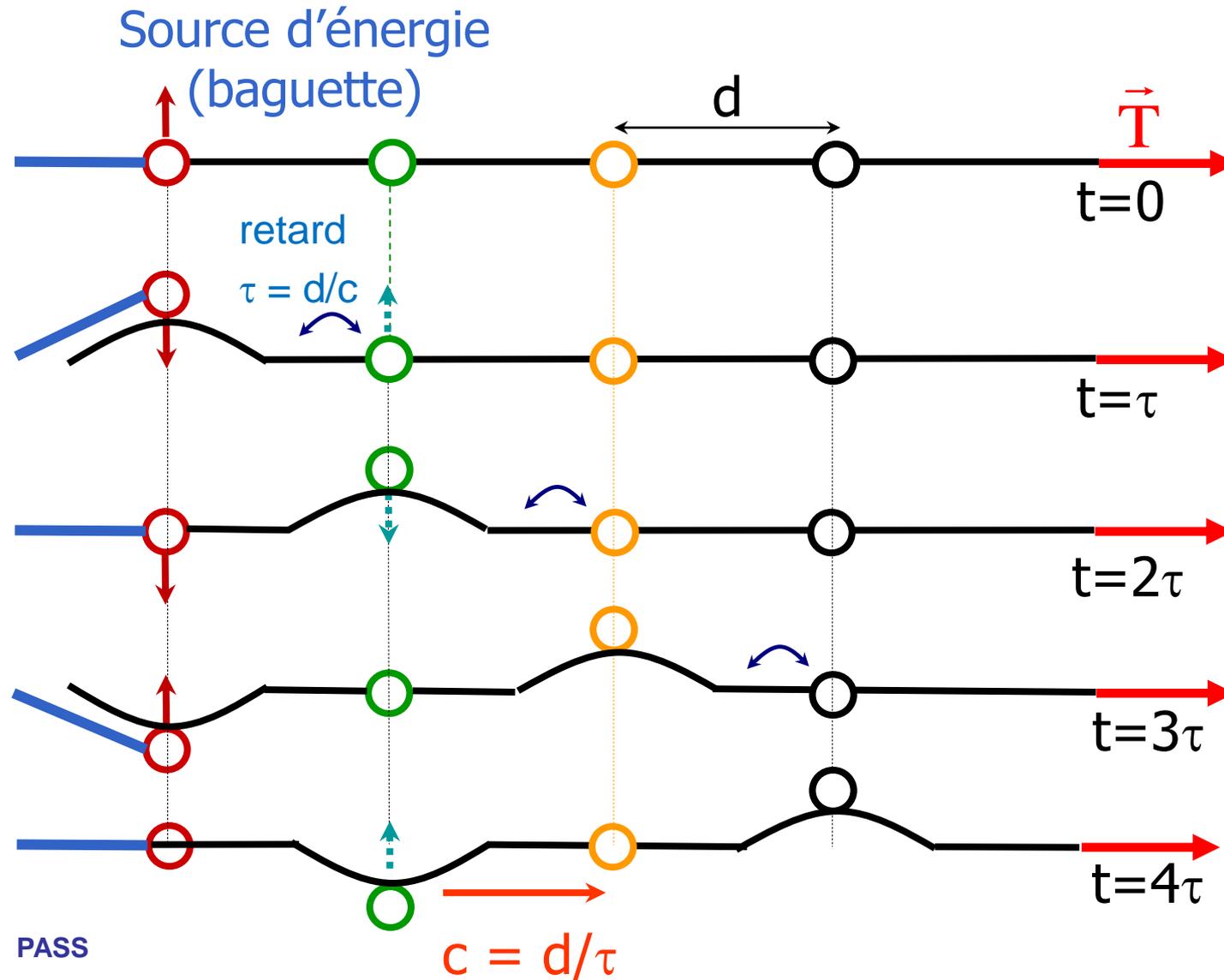


modification locale de position, pression, température, champ électrique, magnétique,...

Exemple : propagation d'une modification périodique de la position verticale d'une corde



ONDE PROGRESSIVE: CORDE VIBRANTE

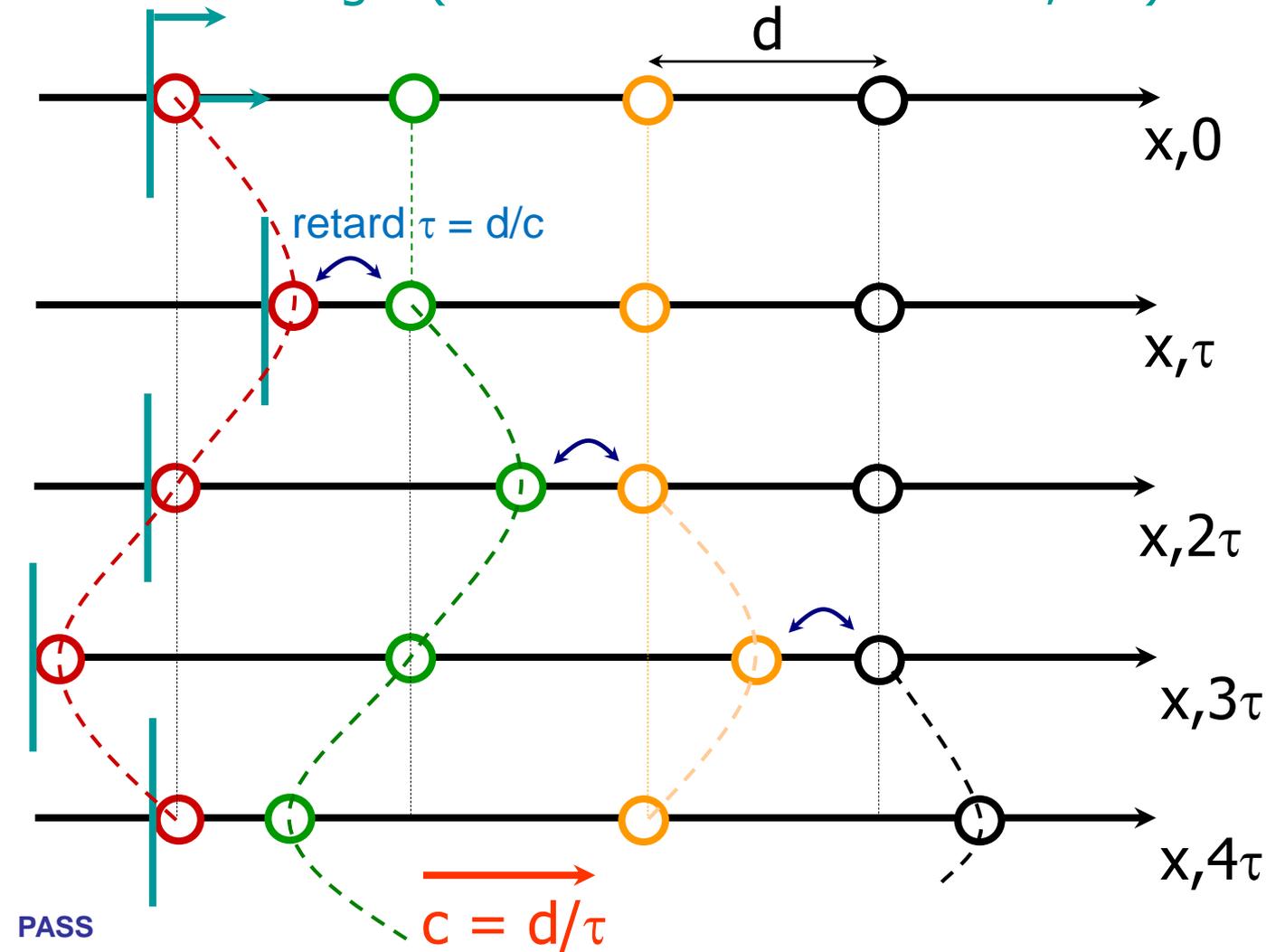


Onde progressive
scalaire
de vibration
transversale



ONDE PROGRESSIVE: SON

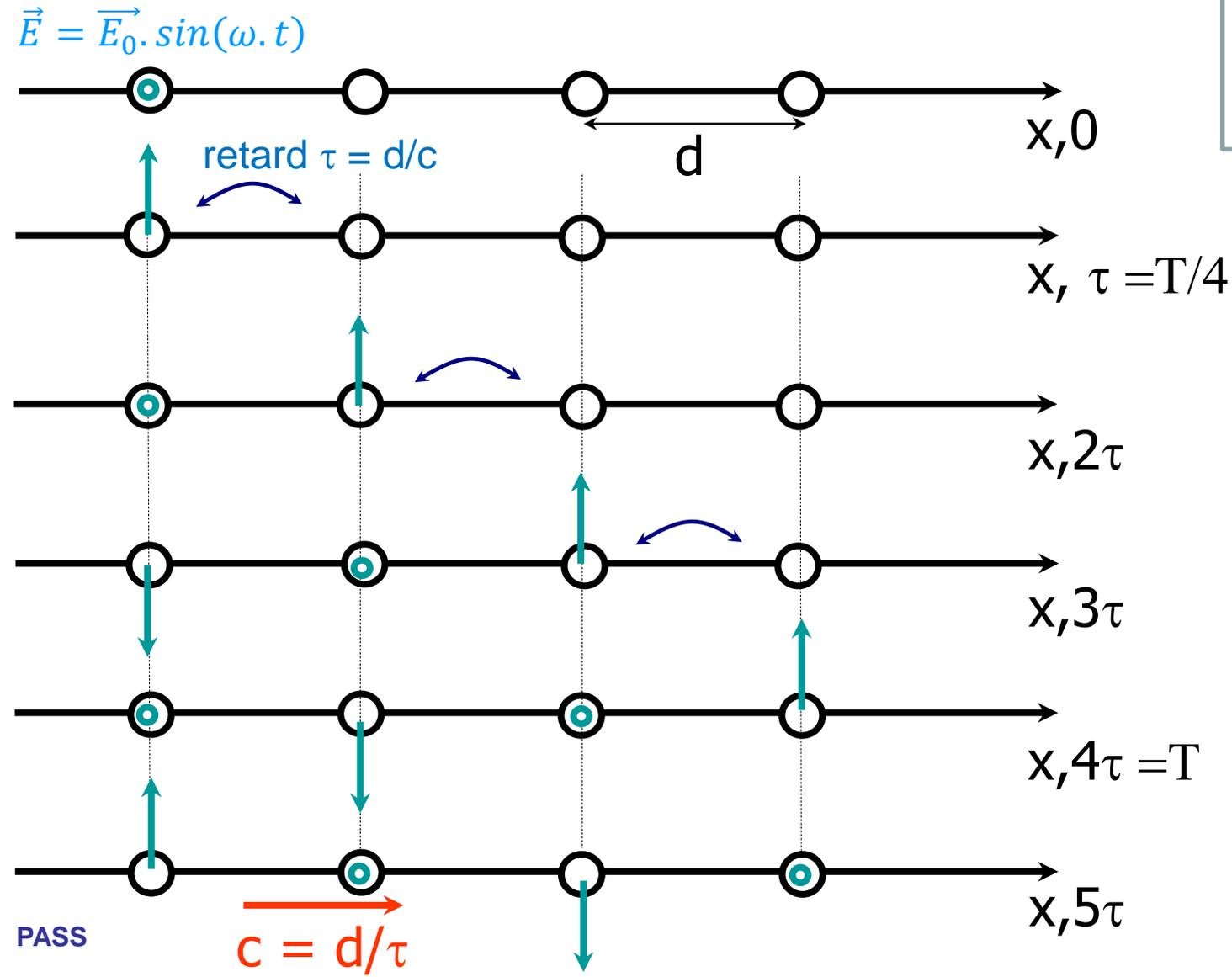
Source d'énergie (corde ou surface vibrante, HP)



Son
=
Onde
progressive
scalaire
de vibration ou
de surpression
longitudinale



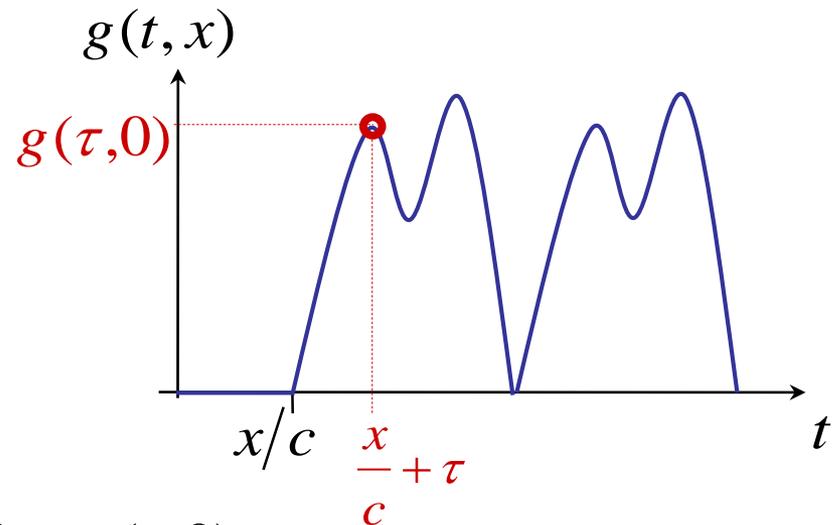
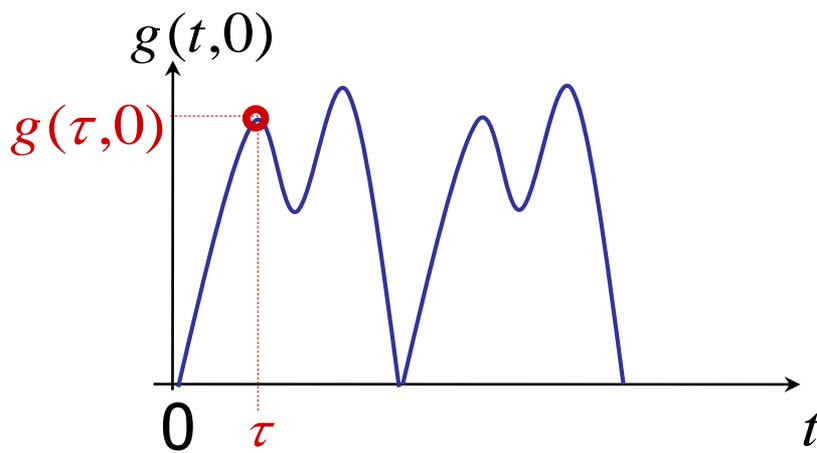
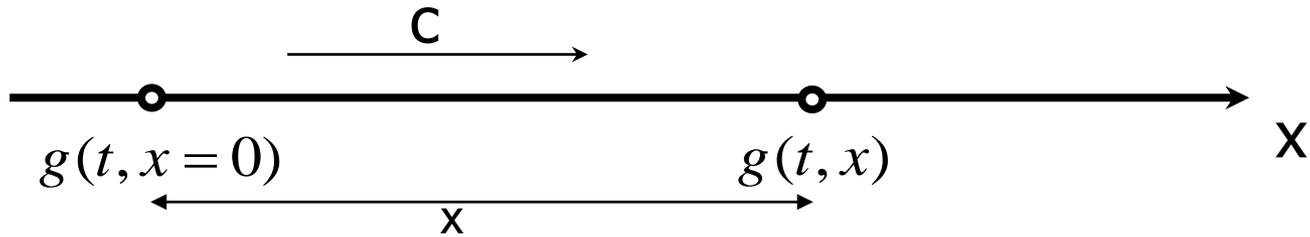
ONDE PROGRESSIVE: LUMIERE



Lumière
 =
 champ
 électromagnétique
 =
 Onde progressive
 vectorielle
 transversale



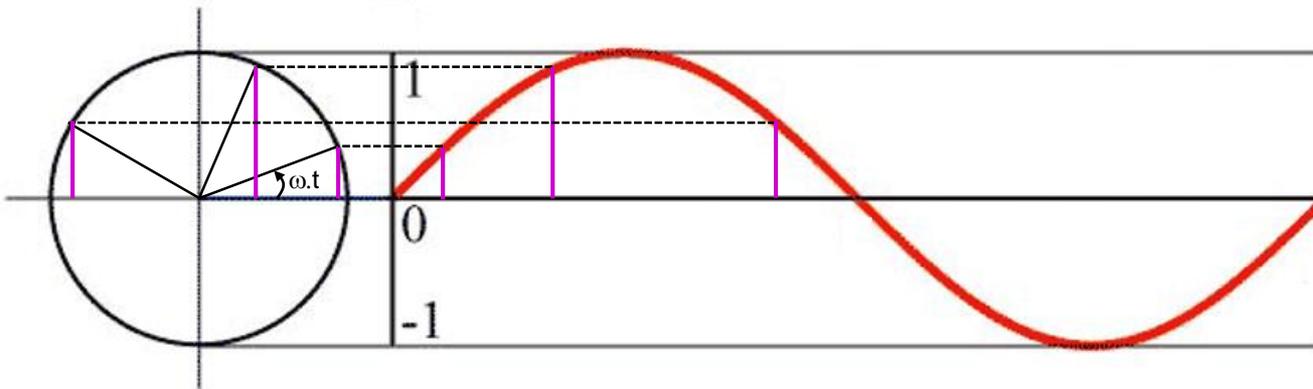
ONDE PROGRESSIVE: MODELISATION



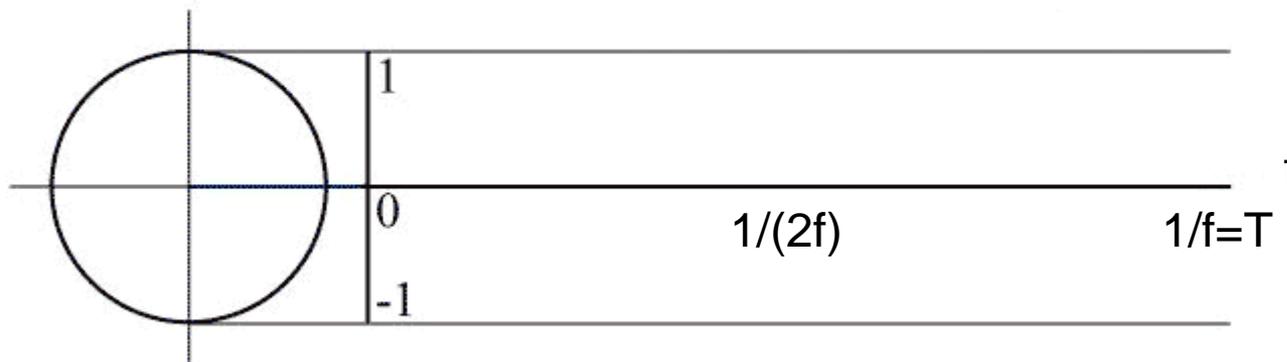
$$g\left(\tau + \frac{x}{c}, x\right) = g(\tau, 0)$$

$$g(t, x) = g\left(t - \frac{x}{c}, 0\right)$$

FONCTION SINUS $f(t) = \sin(\omega \cdot t)$



$$\begin{aligned} f(t) &= \sin(\omega \cdot t) \\ &= \sin(2\pi \cdot f \cdot t) \\ &= \sin\left(2\pi \cdot \frac{t}{T}\right) \end{aligned}$$



avec par définition :

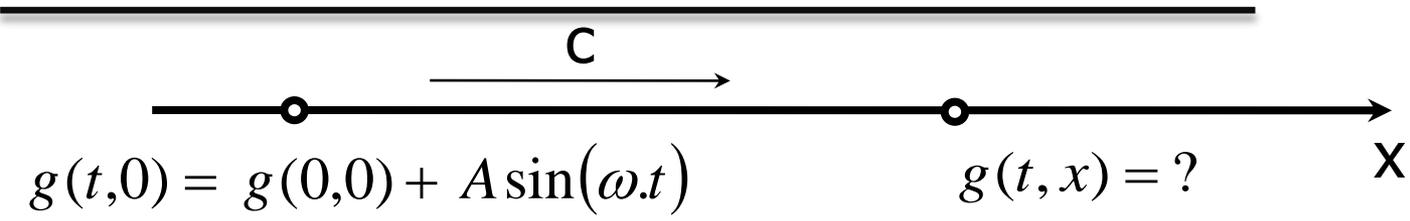
$$\begin{aligned} \omega &= 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T} \\ T &= \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} \end{aligned}$$

ω (rad.s⁻¹) = pulsation propre = $2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi / T$

f (Hertz = Hz = s⁻¹) : fréquence

T (s) : période (temporelle)

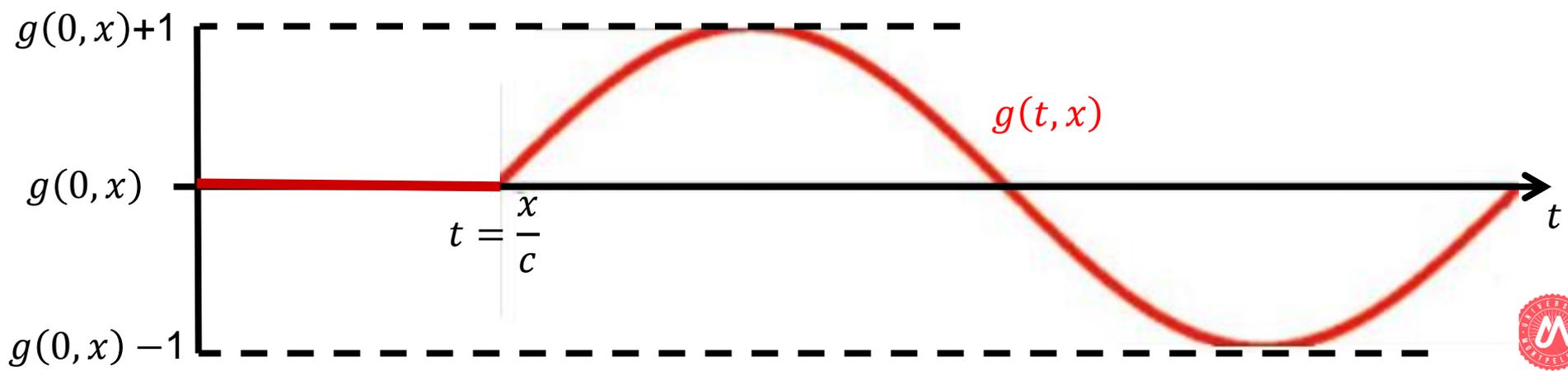
ONDE PROGRESSIVE SINUSOIDALE



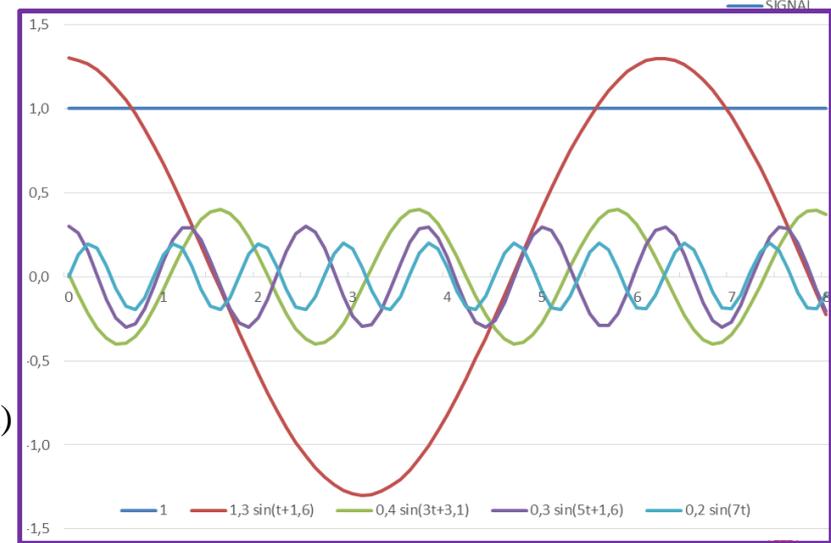
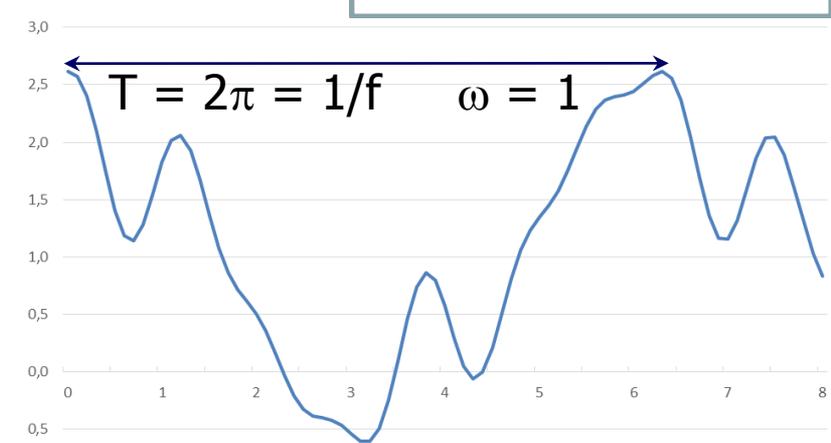
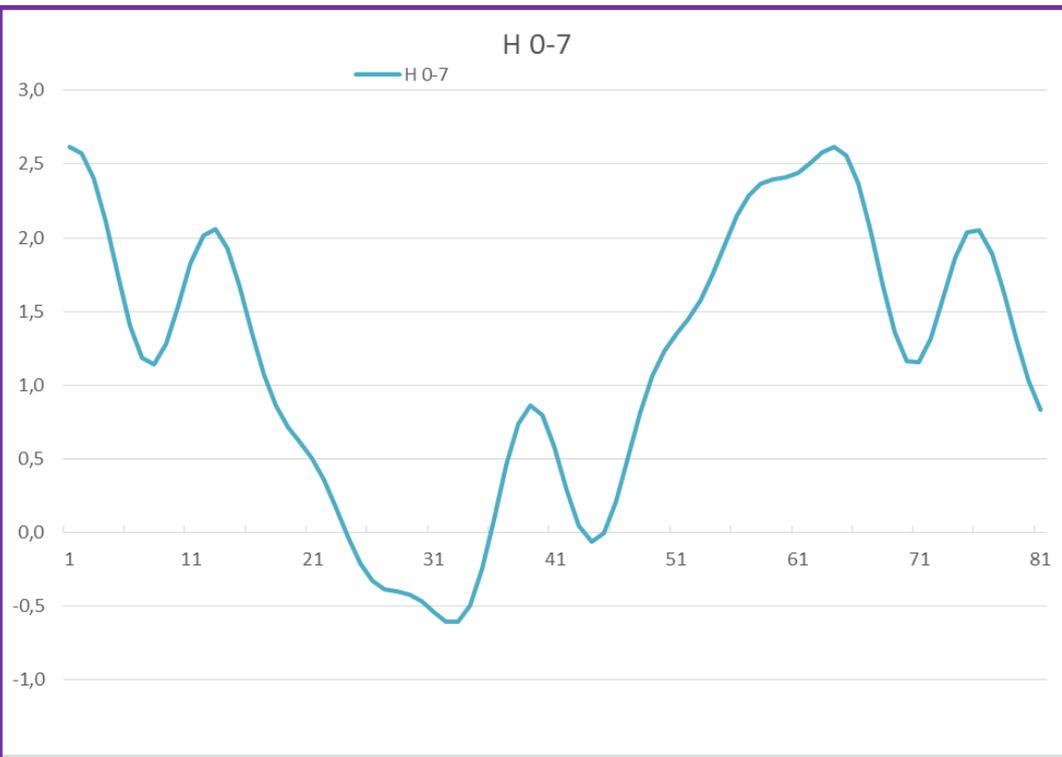
$$g(t, x) = g(0, x) + A \sin \left[\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c} \right) \right]$$

grandeur physique avant la perturbation

perturbation retardée de x/c



DECOMPOSITION EN OPS



$$g(t) = 1 + 1,3 \cdot \sin(t + 1,6)$$

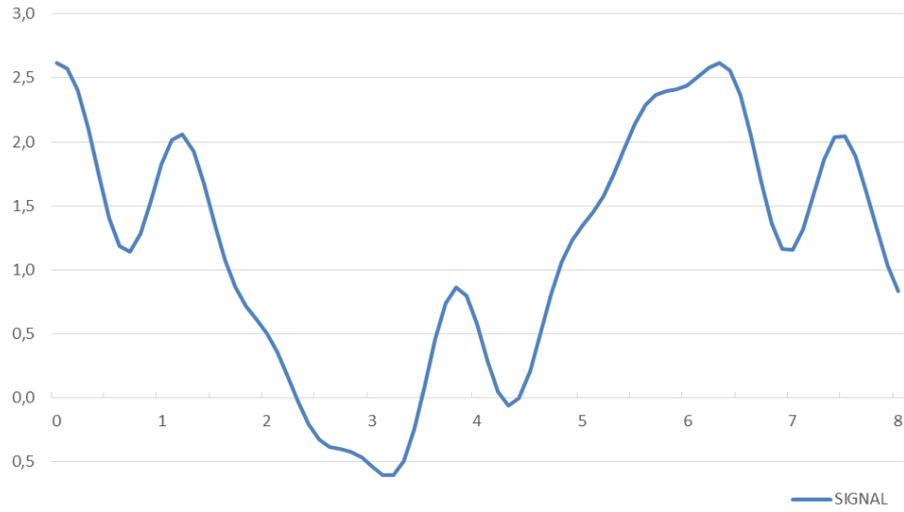
$$g(t) = 1 + 1,3 \cdot \sin(t + 1,6) + 0,4 \cdot \sin(3 \cdot t + 3,1)$$

$$g(t) = 1 + 1,3 \cdot \sin(t + 1,6) + 0,4 \cdot \sin(3 \cdot t + 3,1) + 0,3 \cdot \sin(5 \cdot t + 1,6)$$

$$g(t) = 1 + 1,3 \cdot \sin(t + 1,6) + 0,4 \cdot \sin(3 \cdot t + 3,1) + 0,3 \cdot \sin(5 \cdot t + 1,6) + 0,2 \cdot \sin(7 \cdot t)$$

PASS

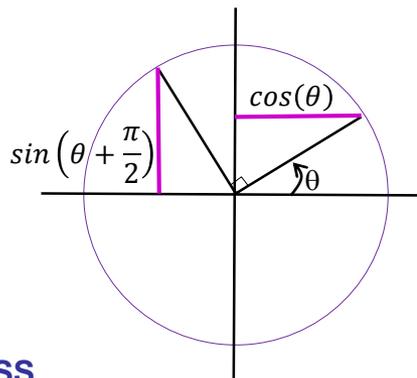
DECOMPOSITION EN OPS



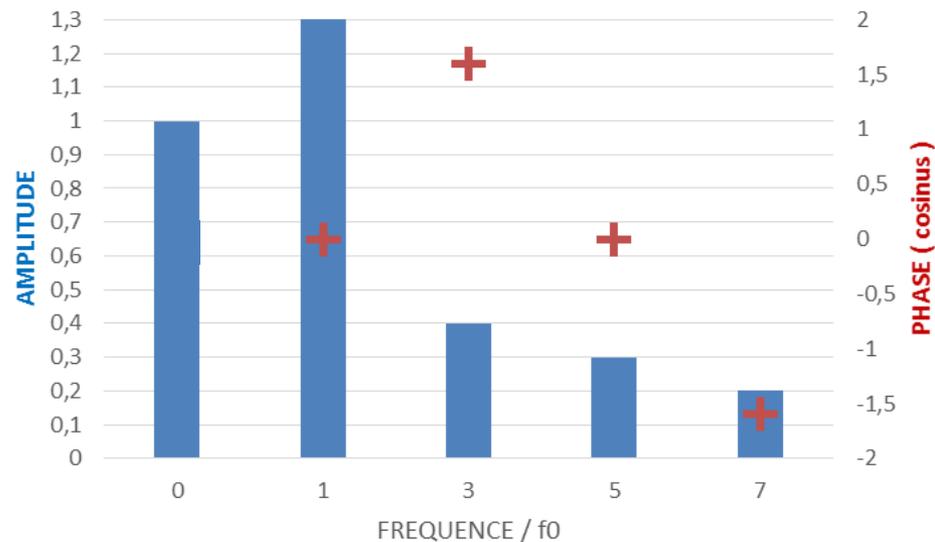
$$g(t) = 1 + 1,3 \cdot \cos(t) + 0,4 \cdot \cos(3 \cdot t + 1,6) + 0,3 \cdot \cos(5 \cdot t) + 0,2 \cdot \cos(7 \cdot t - 1,6)$$

$$g(t) = 1 + 1,3 \cdot \sin(t + 1,6) + 0,4 \cdot \sin(3 \cdot t + 3,1) + 0,3 \cdot \sin(5 \cdot t + 1,6) + 0,2 \cdot \sin(7 \cdot t)$$

rappel : $\sin(\theta + \frac{\pi}{2}) = \cos \theta$



SPECTRE ou TF



$$g(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos[(n\omega)t + \varphi_n] = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin\left[(n\omega)t + \varphi_n + \frac{\pi}{2}\right]$$

SERIE DE FOURIER : CAS GENERAL

Pour toute fonction $g(t)$ intégrable de période $T=2\pi/\omega$:

$$g(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos[(n\omega)t + \varphi_n]$$



J FOURIER 1768-1830

Les composantes de cette somme sont les **harmoniques** de fréquence $f = \omega/(2\pi)$

Onde portant une fréquence unique: **sinusoïdale = pure = monochromatique = radiation**
 Onde caractérisée par une somme d'harmoniques : **onde complexe = polychromatique**

Pour les plus curieux (*ces formules ne sont pas à apprendre par cœur*), on montre que les coefficients A_n et φ_n se calculent suivant :

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \text{ sauf } A_0 = \frac{a_0}{2}$$

avec

$$\operatorname{tg} \varphi_n = -\frac{b_n}{a_n}$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \cdot \cos(n\omega t) \cdot dt$$

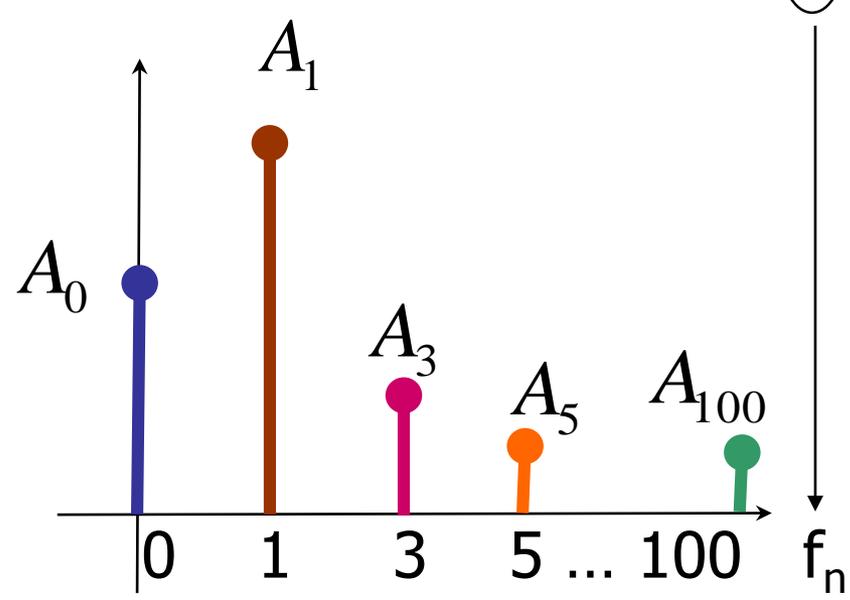
$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \cdot \sin(n\omega t) \cdot dt$$

SPECTRE D'UNE ONDE COMPLEXE

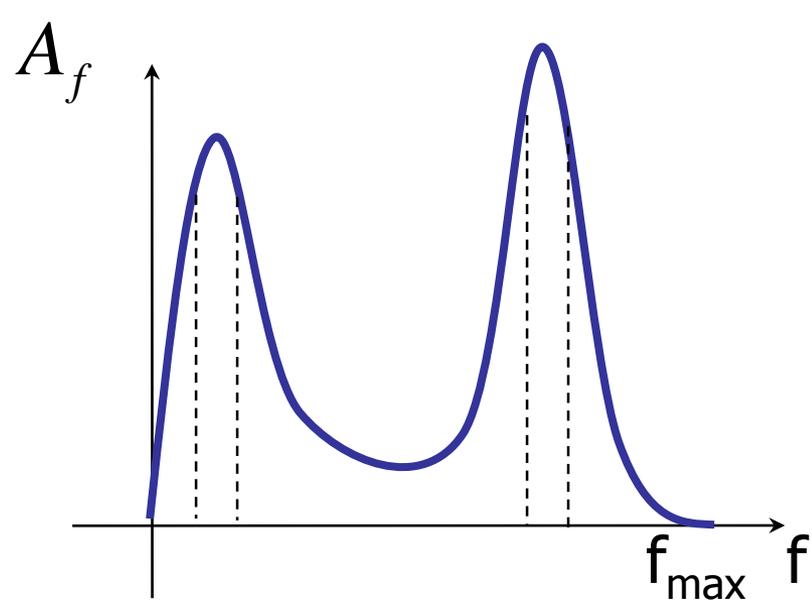
$$g(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos[(n\omega)t + \varphi_n]$$

amplitude de l'harmonique

harmonique n de fréquence f_n
 $f_n = n \cdot \omega / 2\pi = n \cdot f$



Spectre discret



Spectre continu



CARACTERISTIQUES D'UNE RADIATION

$$g(t, x) = A \cdot \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right]$$

- **Célérité** c ,
dans ce cas, propagation dans la direction x positifs
- **Amplitude** = A (même unité que la grandeur g)
- **Pulsation propre** : ω en rad/s
- **Fréquence** f en Hertz ($\text{Hz} = \text{s}^{-1}$) : $\omega = 2\pi f$
 ω ou f déterminent la nature de l'onde et ses modes d'interaction avec l'environnement...

CARACTERISTIQUES D'UNE RADIATION

$$g(t, x) = A. \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right]$$

• Périodes

– Par rapport au temps : $T = 1/f = 2\pi/\omega$ en s

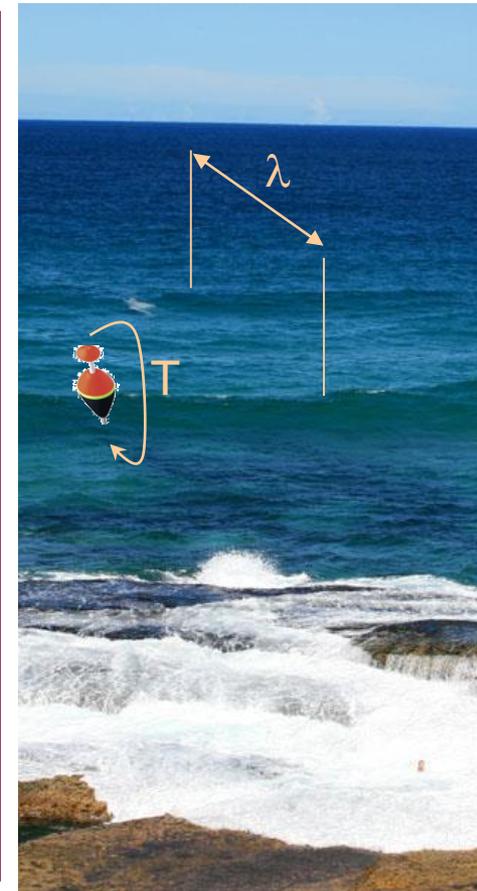
- Pour x fixé, $g(t,x) = g(t+T,x)$

– Par rapport à l'espace : **longueur d'onde**

$$A. \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] = A. \sin \left[\omega \left(t - T - \frac{x}{c} \right) \right] = A. \sin \left[\omega \left(t - \frac{c.T + x}{c} \right) \right]$$

pour t fixé, $g(t, x) = g(t, x + c.T) = g(t, x + \lambda)$

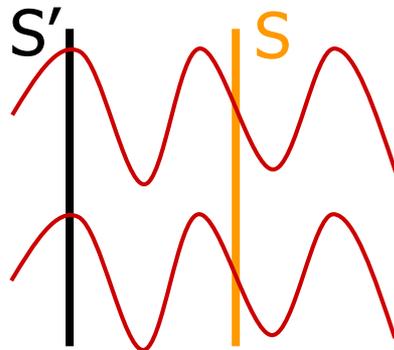
- $\lambda = cT = c/f = 2\pi c / \omega$
- λ est la distance parcourue par l'onde en T secondes.



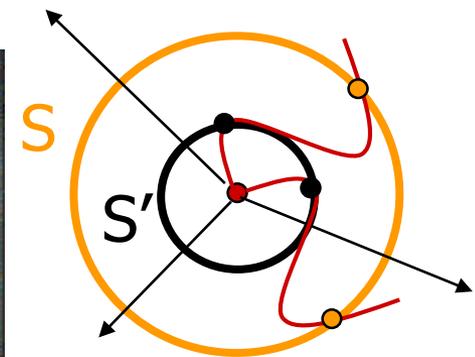
CARACTERISTIQUES D'UNE RADIATION

$$g(t, x) = A. \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] = A. \sin [\omega t - \phi]$$

- **Phase** : $\phi = \omega x/c = 2\pi f x/c = 2\pi x/\lambda$
- **Surfaces d'onde** : surfaces connexes contenant l'ensemble des points de même phase



Onde plane



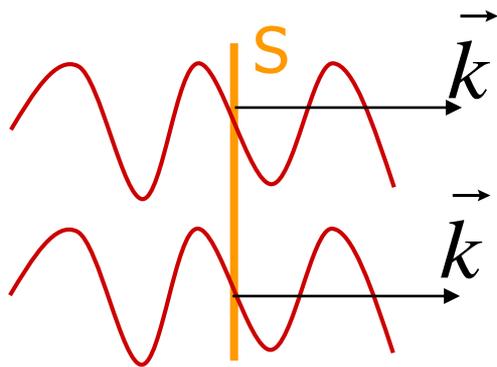
Onde sphérique

CARACTERISTIQUES D'UNE RADIATION

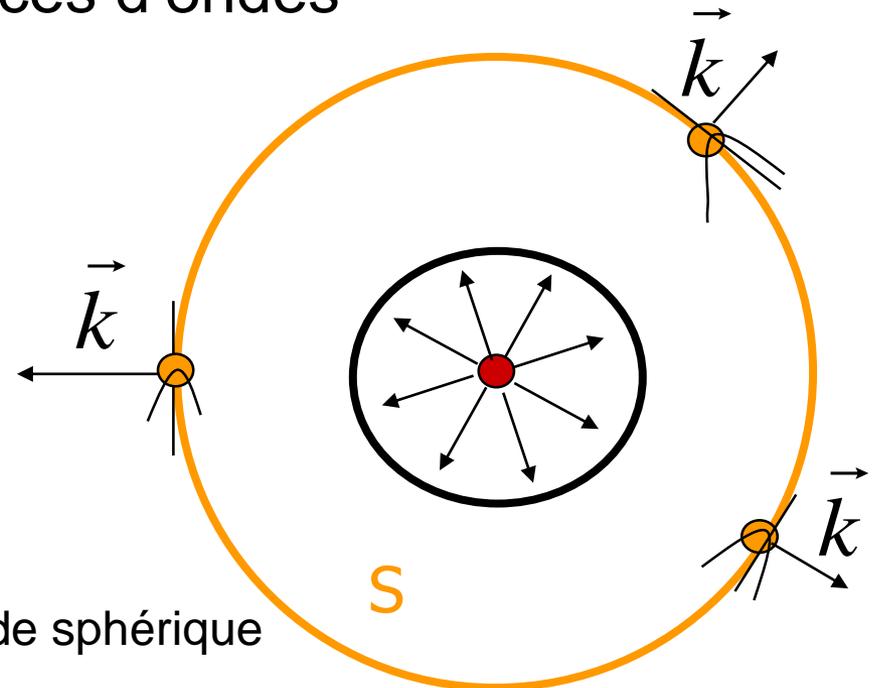
$$g(t, x) = A \cdot \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] = A \cdot \sin [\omega t - \phi] = A \cdot \sin [\omega t - kx]$$

Vecteur d'onde : \vec{k}

- perpendiculaire aux surfaces d'ondes
- de norme $k = \omega/c = \phi/x$



Onde plane



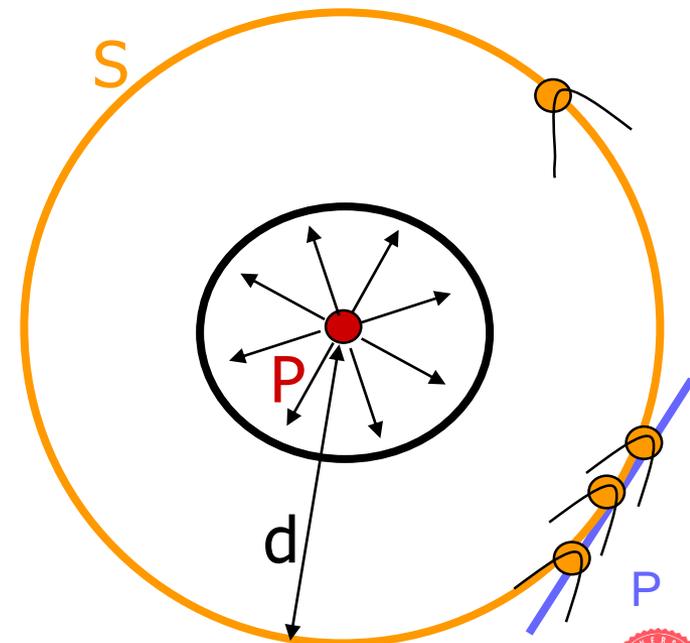
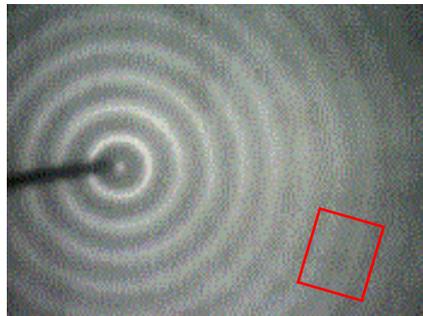
Onde sphérique

ONDE SPHERIQUE PURE

Une **source ponctuelle** émettant de façon **isotrope** produit une **onde sphérique** (dans un milieu homogène).

$$\phi = \frac{\omega}{c} d$$

Localement et loin de la source, la surface d'onde peut être approchée par un plan P : on parle alors d'**approximation en onde plane**



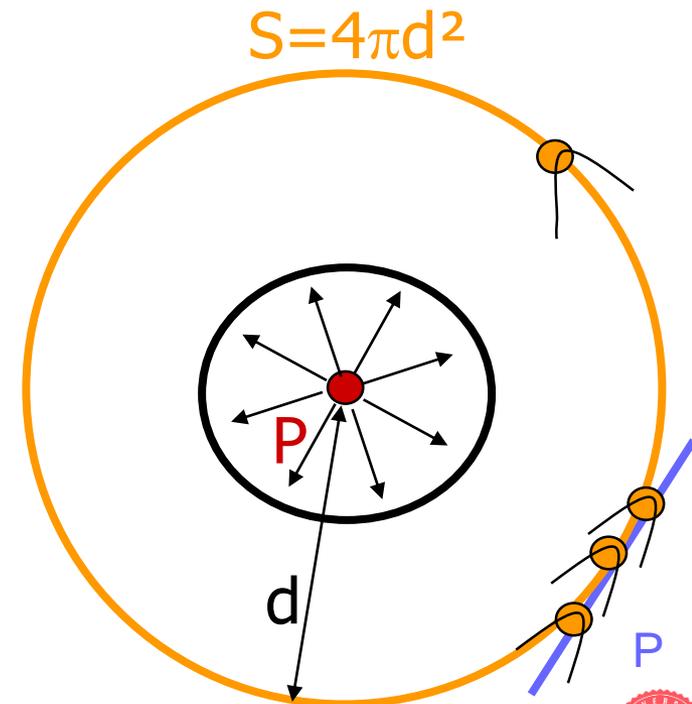
ONDE SPHERIQUE PURE

Une **source ponctuelle** émettant de façon **isotrope** produit une **onde sphérique**.

A une distance d de la source, la puissance émise P se répartit uniformément sur la surface d'une sphère de rayon d :

$$I(Wm^{-2}) = \frac{P}{4\pi d^2}$$

La puissance surfacique reçue à la distance d varie donc comme $1/d^2$



LOI EN $1/d^2$

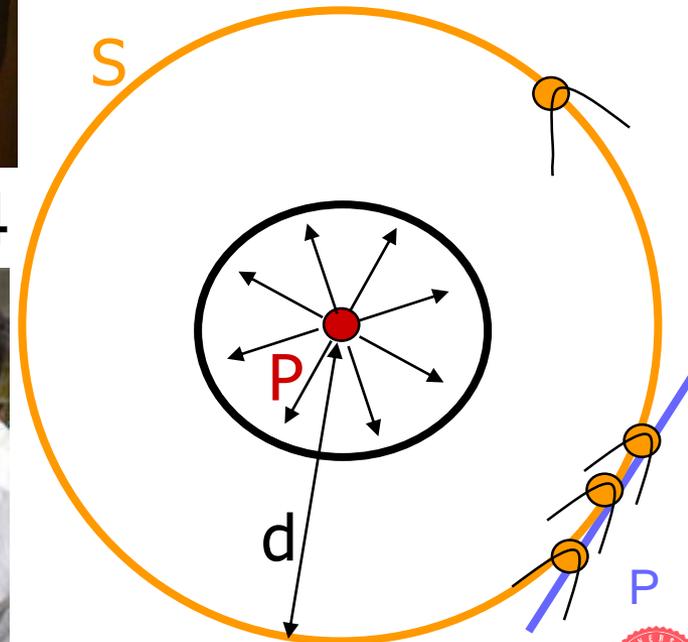
A distance d d'une **source ponctuelle isotrope** :

$$I(Wm^{-2}) = \frac{P}{4\pi d^2}$$

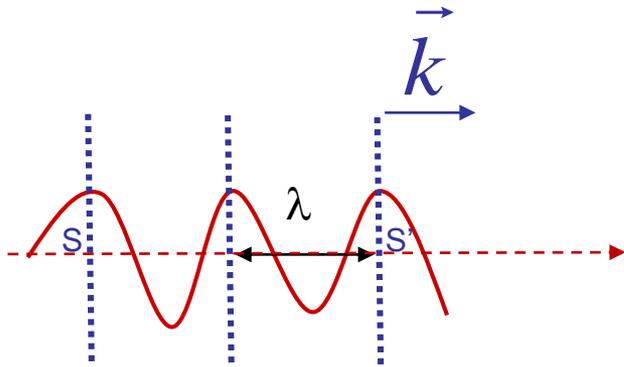


Doubler la d diminue I d'un facteur 4

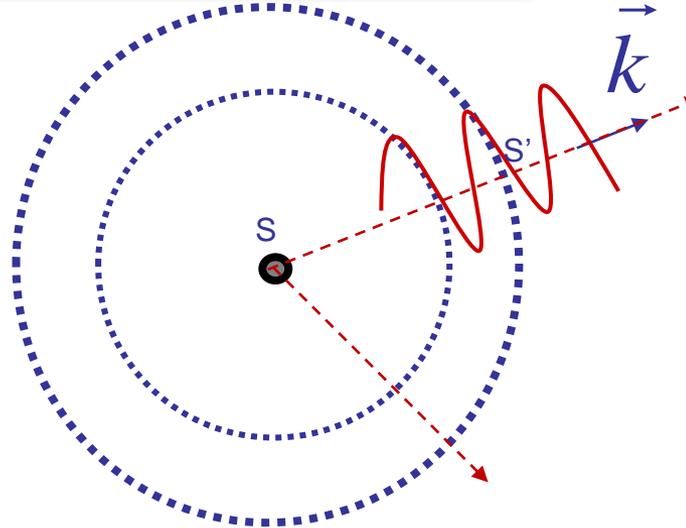
↪ Radioprotection



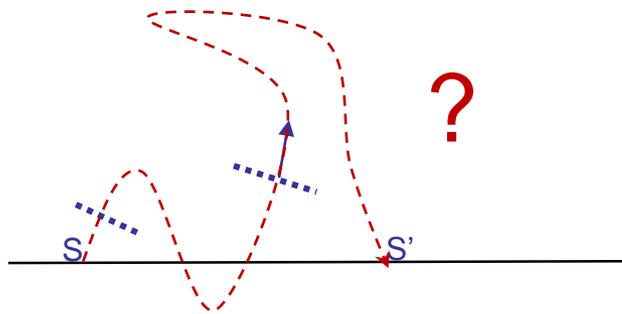
DIRECTION DE PROPAGATION



onde plane



onde sphérique

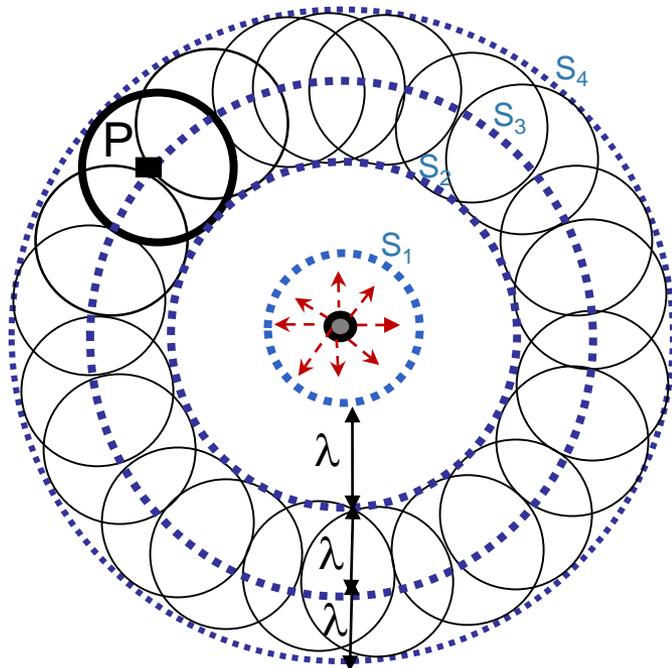


Pourquoi la forme des surfaces d'onde est-elle conservée au fil de la propagation ?

Qu'est-ce qui semble forcer une onde à se propager en ligne droite en milieu homogène, donc à suivre le chemin le plus court ?

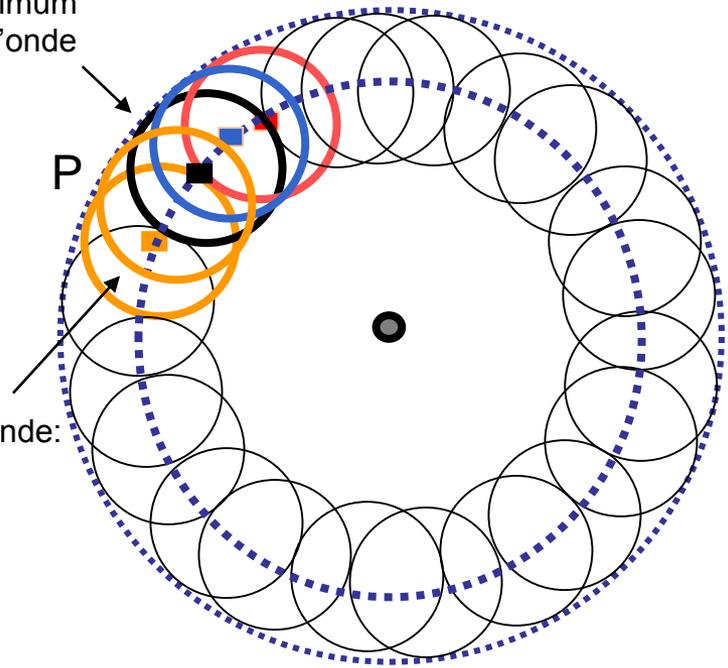
PRINCIPE DE HUYGENS-FRESNEL

Principe de Huygens-Fresnel: chaque point d'une surface d'onde agit comme une source ponctuelle émettant en phase



Somme d'ondes en phase: nouveau maximum et nouvelle surface d'onde sphérique

Entre les surfaces d'onde: pas de maximum

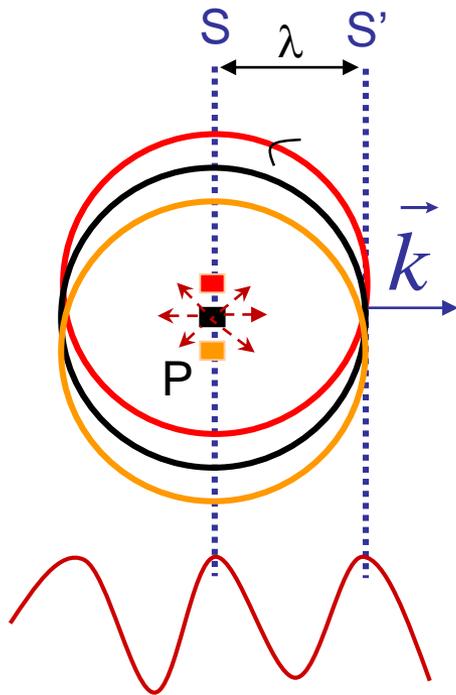


Surfaces d'ondes d'une onde sphérique

PRINCIPE DE HUYGENS-FRESNEL

Principe de Huygens-Fresnel :

chaque point d'une surface d'onde agit comme une source ponctuelle émettant en phase

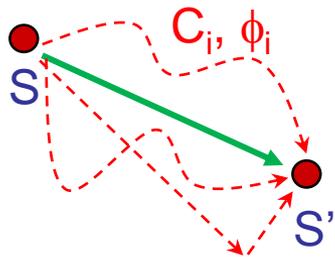


Propagation d'une onde plane

Lors d'une petite propagation de l'onde, la surface d'onde se déplace donc dans la direction du vecteur d'onde en conservant sa forme (plane ou sphérique).

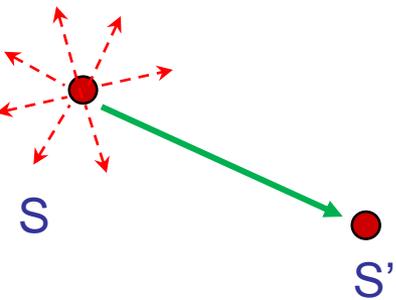
Reste à comprendre pourquoi sur un déplacement non microscopique, une onde se propage en ligne droite dans un milieu homogène.,,

HUYGENS ⇒ PRINCIPE DE MOINDRE ACTION



PMA: Le rayon lumineux réel choisit la trajectoire C_m parcourue en un temps t_m minimum.

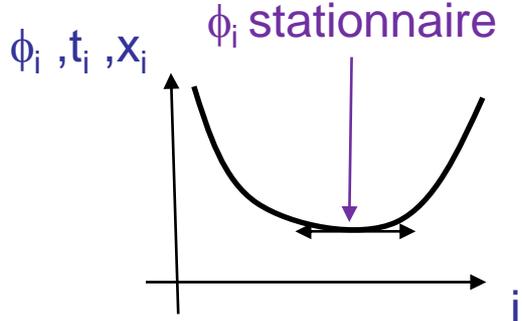
Mais comment ce rayon la trouve-t-il parmi tous les chemins C_i de phase $\phi_i = \omega \cdot x_i / c = 2\pi \cdot t_i / T = 2\pi \cdot x_i / \lambda$ possibles ?



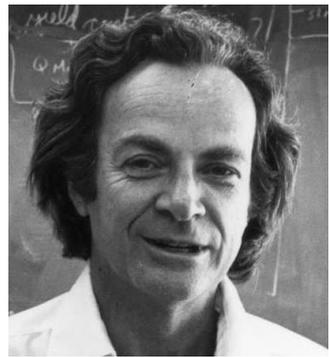
Huygens-Fresnel ⇒

$$A = A \cdot \sum_{\text{chemins } i} \sin \left[\omega \cdot \left(t - \frac{x_i}{c} \right) \right] = A \cdot \sum_{\text{chemins } i} \sin \left[\omega \cdot t - 2\pi \frac{t_i}{T} \right] = A \cdot \sum_{\text{chemins } i} \sin \left[\omega \cdot t - 2\pi \frac{x_i}{\lambda} \right]$$

Si $\lambda \ll x_i$, ou si $T \ll t_i$, ϕ_i change très vite de C_i à C_{i+1} : les contributions se détruisent mutuellement, **sauf si ϕ_i , t_i ou x_i sont des extrema (minima)**.



Si $\lambda \geq x_i$: cf. diffraction



R Feynman 1918-1988



ONDES COHERENTES

- Deux ondes de λ différentes ou dont la phase dépend du temps ne peuvent pas superposer leurs extrema de façon stable
 - Pour ces sources incohérentes, seules les intensités s'ajoutent
 - Exemple : lampe à incandescence

• Définition d'une onde cohérente :

- Même longueur d'onde et déphasage constant dans le temps

$$g_1(t, x) = A \cdot \sin[\omega t - kx - \phi_1]$$

$$g_2(t, x) = A \cdot \sin[\omega t - kx - \phi_2]$$

ϕ_1, ϕ_2 indépendants de t

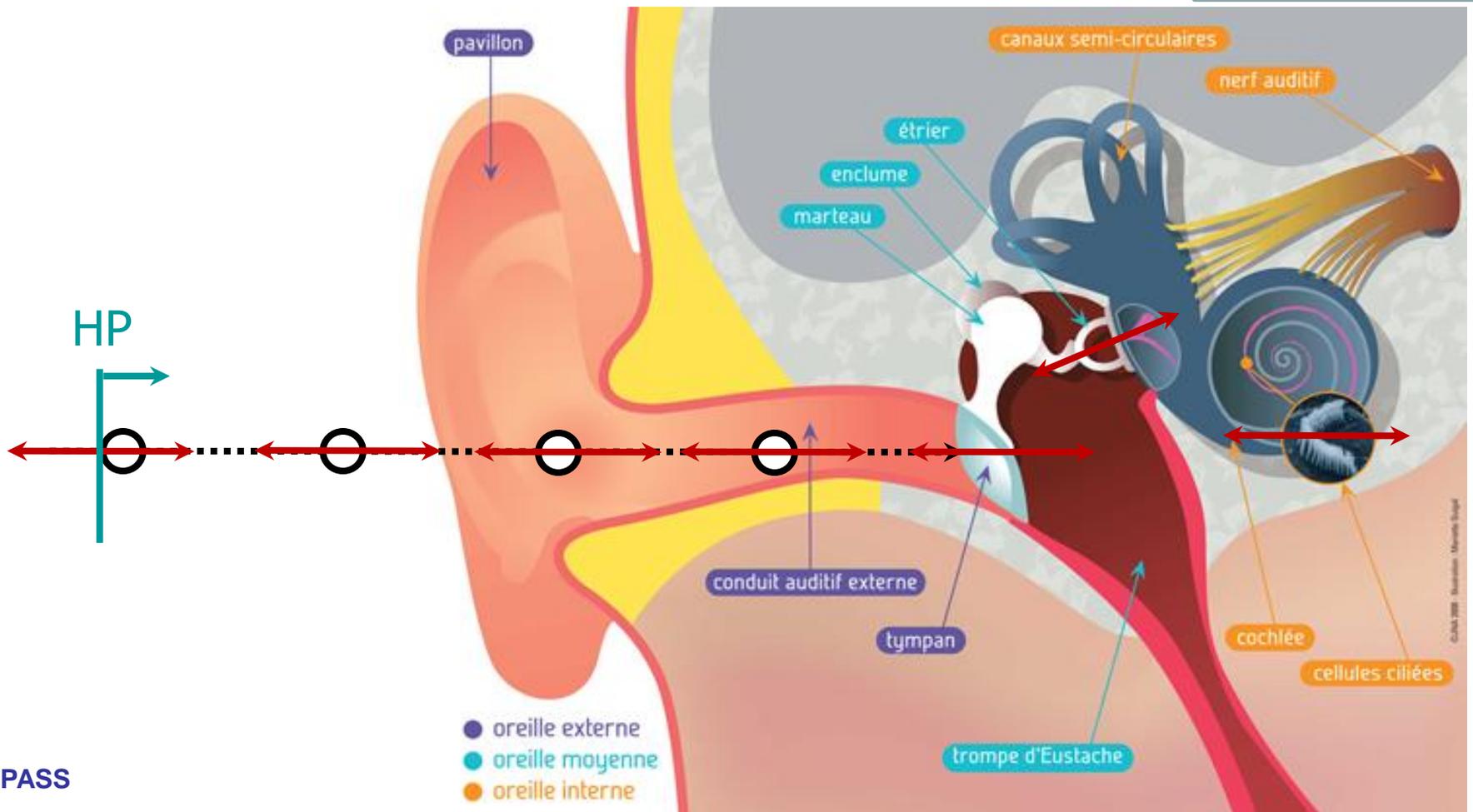
- Particularité : **Peuvent s'additionner algébriquement** (donc conduire à une onde somme d'intensité supérieure, égale ou inférieure aux ondes avant addition)



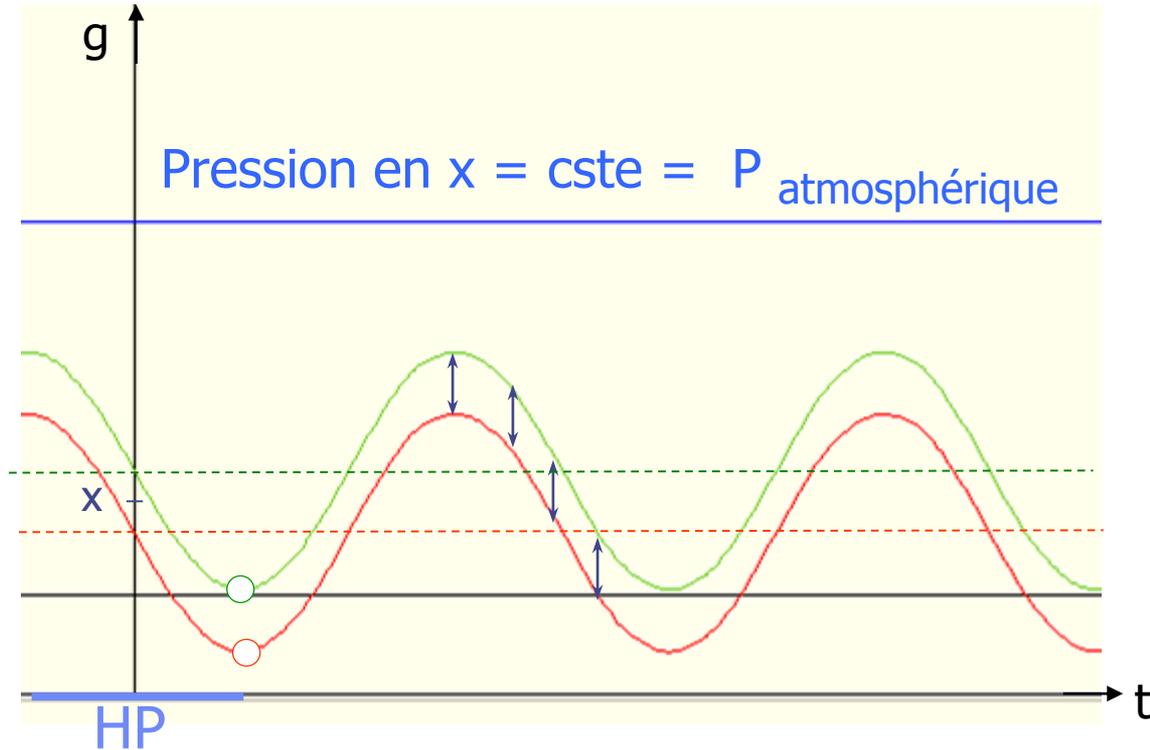
OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 1

- **Savoir définir** : onde progressive, onde pure, onde complexe, harmoniques, spectres et ondes cohérentes.
- **Savoir manipuler les caractéristiques d'une onde** : ω , f , T , λ , ϕ , S_{onde} , \vec{k}
- **Savoir modéliser une onde pure** :
 - $g(t,x) = A.\sin[2\pi.f(t-x/c)]$
 - Savoir manipuler ce modèle
- **Savoir utiliser le principe d'Huygens-Fresnel**
- **Savoir exploiter la loi en $1/d^2$ à des fins de radioprotection**

L'ONDE SONORE



SON = ONDE DE PRESSION



~~$$c \gg x \Rightarrow g(t, x) = x + A \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] \approx x + A \sin[\omega.t]$$~~

Hypothèse $c \gg x$,
 $\Rightarrow \text{retard} = x/c \rightarrow 0$



vibrations en phase,
 écarts conservés,
 densité constante,
 pression constante.

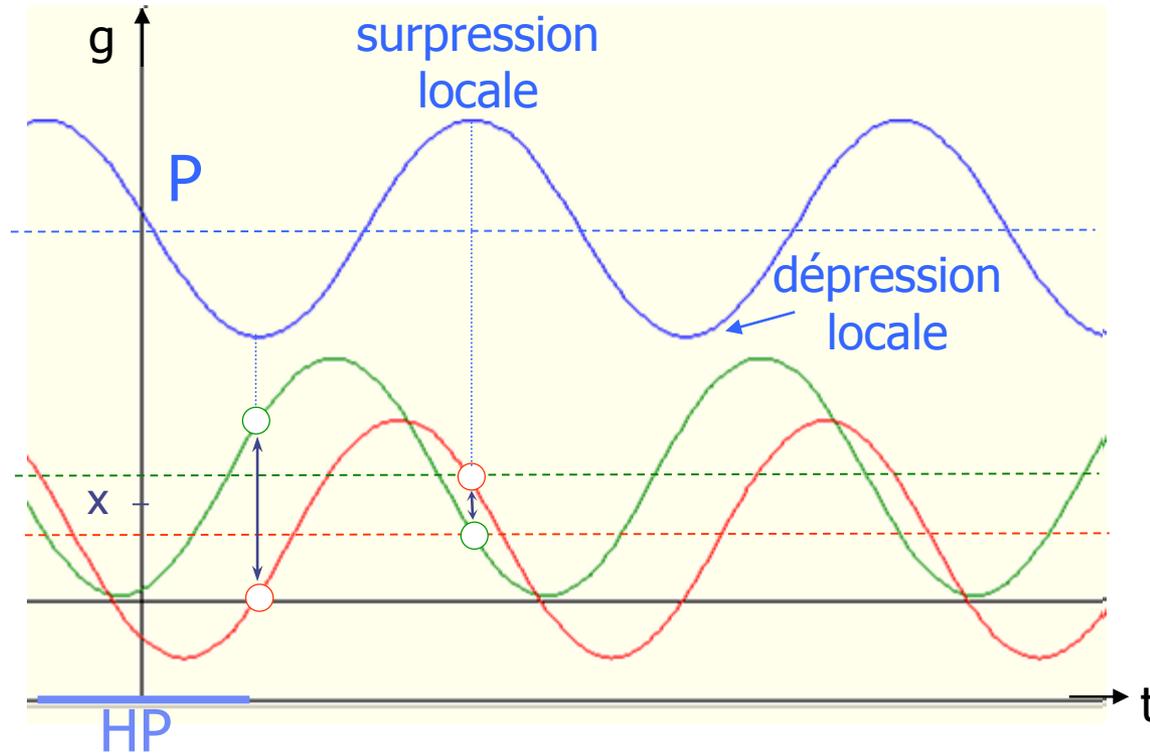
Or dans l'air,
 $c \approx 343 \text{ m/s}$



$$c \approx x$$

l'hypothèse $c \gg x$
 est fausse

SON = ONDE DE PRESSION



$$c \approx x \Rightarrow g(t, x) = x + A \sin \left[\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c} \right) \right]$$

déphasage des ondes
de vibration au
voisinage d'un lieu x



onde de surpression
acoustique P qui s'ajoute
à la pression ambiante.

Ordres de grandeur

dans l'air : $P_a = 10^5 \text{ Pa}$

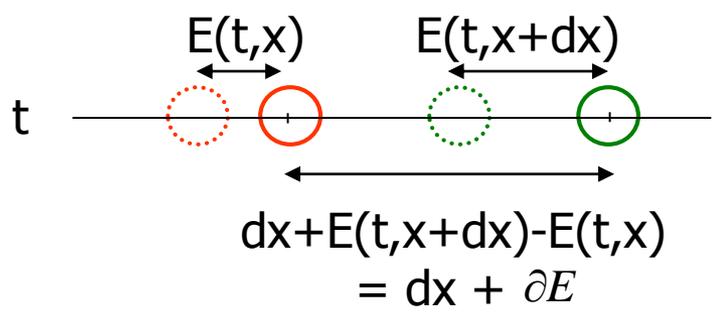
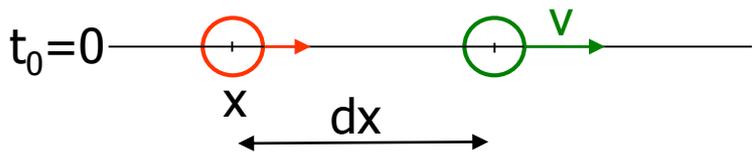
$P = 20 \mu\text{Pa} - 20 \text{ Pa}$

$P \ll P_a$

dans l'eau: $P < \text{kPa}$



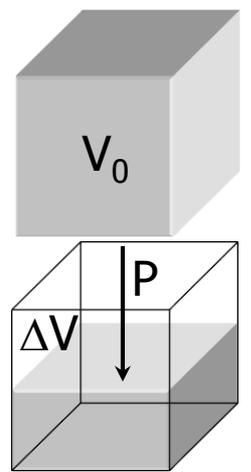
SON = ONDE DE PRESSION



Compressibilité

$$\chi = -\frac{1}{P} \frac{\Delta V}{V_0}$$

en Pa⁻¹, exprimant la diminution relative de distance (ou de volume) par Pascal de surpression apporté



$$\left. \begin{aligned} P &= -\frac{1}{\chi} \frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{1}{\chi} \frac{\partial}{\partial x} \left[A \cdot \sin \left(\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c} \right) \right) \right] = \frac{A \cdot \omega}{\chi \cdot c} \cdot \cos \left(\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c} \right) \right) \\ v &= \frac{\partial}{\partial t} \left[A \cdot \sin \left(\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c} \right) \right) \right] = A \cdot \omega \cdot \cos \left(\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c} \right) \right) \text{ vitesse de vibration} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P = \frac{1}{\chi \cdot c} \cdot v = Z \cdot v$$

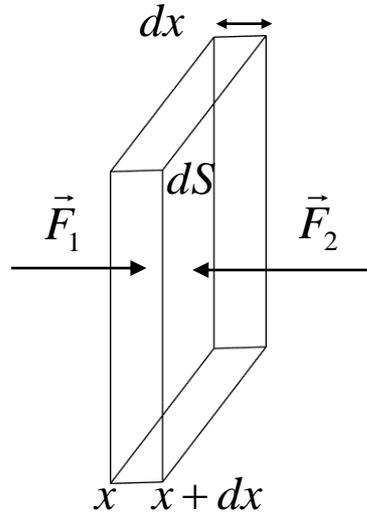
L'impédance acoustique Z du milieu (kg.m⁻²s⁻¹) caractérise sa capacité à transmettre un son



SON = ONDE DE PRESSION



On applique la relation fondamentale de la dynamique à une tranche de milieu de propagation de masse volumique ρ , de surface dS et d'épaisseur dx .



$$m. \frac{dv}{dt} = F_1 - F_2 = [P(x) - P(x + dx)].dS = -\frac{\partial P}{\partial x}.dx.dS$$

$$P = Z.v = Z.A.\omega.\cos\left(\omega.\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{Z.A.\omega^2}{c} \sin\left(\omega.\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

$$\Rightarrow m. \frac{dv}{dt} = -\frac{ZA\omega^2}{c} \sin\left(\omega.\left(t - \frac{x}{c}\right)\right).dx.dS$$

$$\text{mais } v = A.\omega.\cos\left(\omega.\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial t} = -A.\omega^2.\sin\left(\omega.\left(t - \frac{x}{c}\right)\right), \text{ donc}$$

$$m = \rho.dS.dx = \frac{Z}{c} dx.dS \Rightarrow \boxed{Z = \rho.c}$$

Conséquence: $Z = \rho.c = \frac{1}{\chi.c} \Rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{\chi.\rho}}$

pour de l'air à 20°C et 1 atm: $\rho = 1,204 \text{ kg/m}^3$ et $\chi = 7,04 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}^{-1}$

$$\Rightarrow c = 1/\sqrt{(\chi.\rho)} = 343 \text{ m/s et } Z = \rho.c = 413 \text{ kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$$

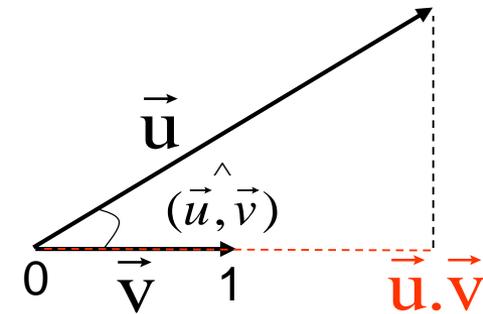


RAPPELS MATHÉMATIQUES

- **PRODUIT SCALAIRE**

$$(\vec{u}, \vec{v}) \rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \cos(\widehat{(\vec{u}, \vec{v})})$$

Propriété: si $\|\vec{v}\| = 1$, alors $\vec{u} \cdot \vec{v}$ est la longueur de la projection de \vec{u} sur la direction de \vec{v}

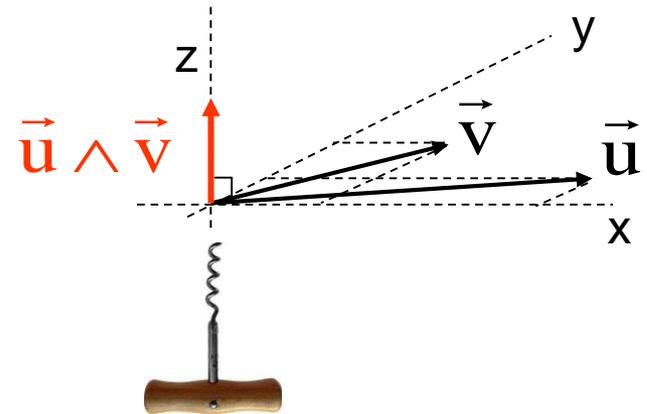


- **PRODUIT VECTORIEL**

$$(\vec{u}, \vec{v}) \rightarrow \vec{u} \wedge \vec{v} \perp \text{PLAN}(\vec{u}, \vec{v})$$

$$\|\vec{u} \wedge \vec{v}\| = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \sin(\widehat{(\vec{u}, \vec{v})})$$

$$(\vec{u}, \vec{v}, \vec{u} \wedge \vec{v}) \text{ direct}$$



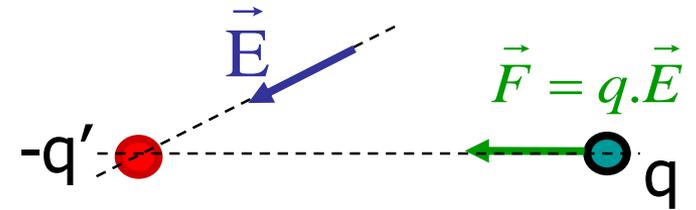
RAPPELS ELECTRO ET MAGNETOSTATIQUE

Champs statiques (créés par des distributions de charges ou de courants électriques constants dans le temps). Exemples :

- Charge ponctuelle permanente $\Rightarrow \vec{E}$

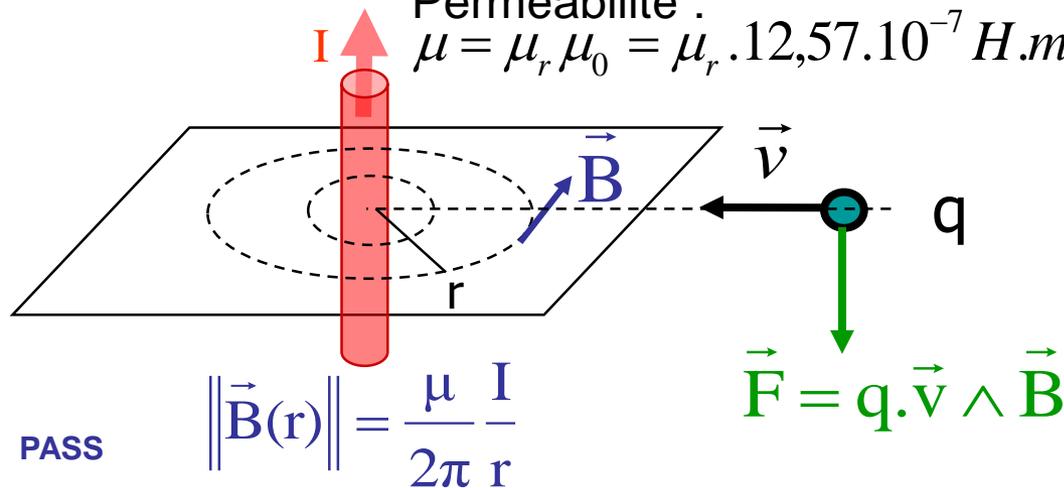
$$\|\vec{E}(r)\| = \frac{q'}{4\pi\epsilon r^2}$$

Permittivité: $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0 = \epsilon_r . 8,85 . 10^{-12} F.m^{-1}$

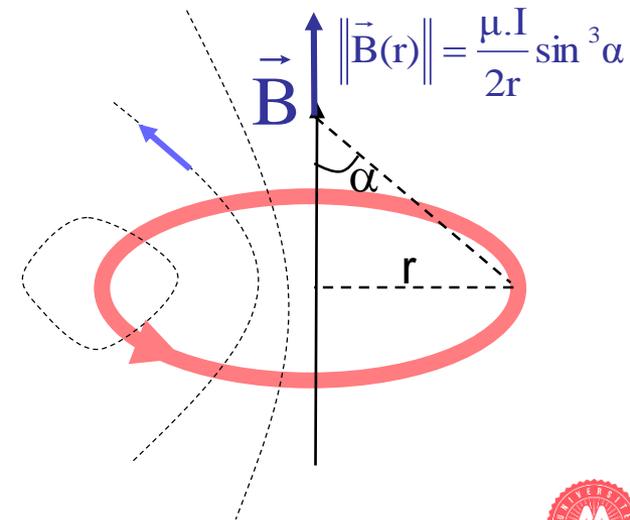


- Circuit de courant permanent $\Rightarrow \vec{B}$

Perméabilité : $\mu = \mu_r \mu_0 = \mu_r . 12,57 . 10^{-7} H.m^{-1}$

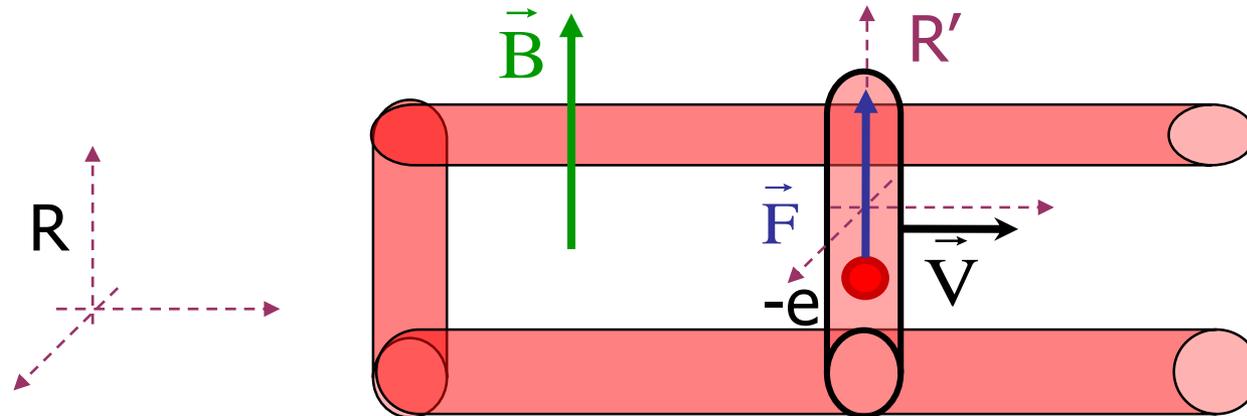


$$\|\vec{B}(r)\| = \frac{\mu I}{2\pi r}$$



LIEN ELECTRICITE / MAGNETISME

(Romagnosi 1802, Ørsted 1820)



$$\vec{F} = -e(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

$$\vec{F}' = -e(\vec{E}' + \vec{v}' \wedge \vec{B}')$$

Dans R fixe , champ (\vec{E}, \vec{B})
 déplacement de charges dans
 un champ magnétique $(\vec{v} = \vec{V})$
 sans champ électrique $(\vec{E} = \vec{0})$

$$\vec{F} = -e \cdot \vec{V} \wedge \vec{B}$$

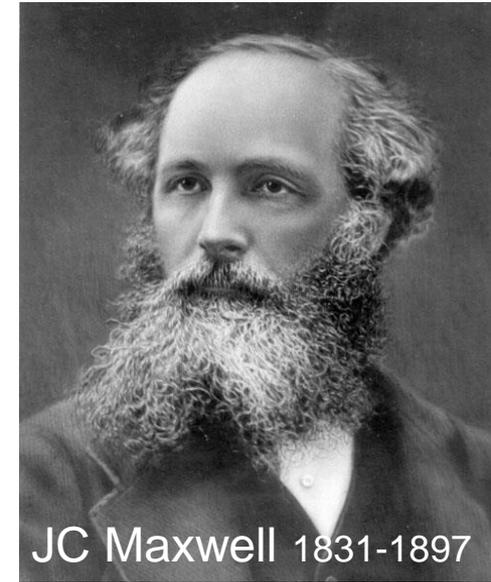
Dans R' mobile, champ (\vec{E}', \vec{B}')
 charges statiques $(\vec{v}' = \vec{0})$, donc
 pas de force magnétique :

$$\vec{F}' = -e \cdot \vec{E}'$$

donc $\vec{E}' = \vec{V} \wedge \vec{B}$

COUPLAGE ELECTROMAGNETIQUE

- Si les charges et les courants électriques ne dépendent pas du temps, ils créent des champs E et B permanents (statiques) et **indépendants l'un de l'autre**.
- Si les charges et les courants électriques varient au cours du temps, ils créent des champs électriques et magnétiques d'intensités variables dans le temps et **couplés**:
 - **Equations de Maxwell**: empiriques (fin XIX^e siècle), puis conséquence théorique de la relativité restreinte (théorie des champs, début XX^e siècle).



ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

CONSEQUENCE DES EQUATIONS DE MAXWELL 1 (Cf. Annexe 1)

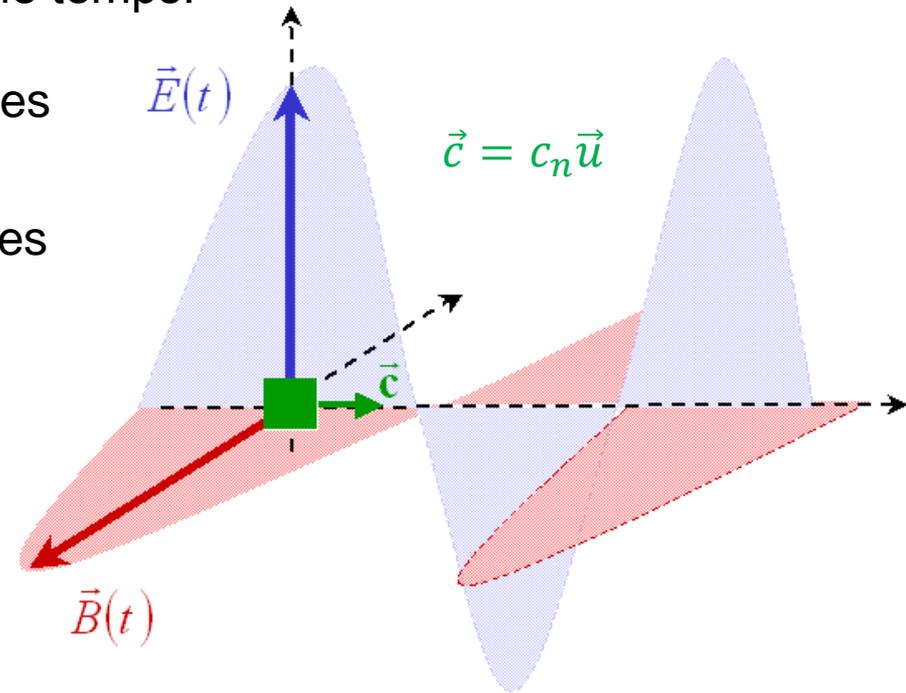
1- une onde électromagnétique (OEM) est une onde progressive **transversale** composée d'une paire **indissociable** de vecteurs champs électrique et magnétique (\vec{E}, \vec{B}) d'intensités variables dans le temps.

2- Une OEM peut être créée par des charges des Courants électriques variables, par un champ électrique et/ou un champ magnétique variables dans le temps.

3- Les champs \vec{E} et \vec{B} varient **en phase**, à la **même fréquence**, restent **orthogonaux** entre eux et à la direction de propagation \vec{u} de l'OEM : $\vec{E} \perp \vec{B} \perp \vec{u}$

4- Les champs (\vec{E}, \vec{B}) se déplacent à la célérité c_n et sont liés par la relation:

$$\vec{B} = \frac{1}{c_n} \vec{u} \wedge \vec{E}$$



OP vectorielle transversale

ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

CONSEQUENCE DES EQUATIONS DE MAXWELL 2 (Cf. Annexe 1)

1- Les OEM se propagent dans un milieu (vide ou matériel) caractérisé par une **permittivité** ϵ et une **perméabilité** μ .

2- La célérité des OEM dans le vide est la constante physique c :

$$c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0} = 2,998.10^8 \text{ ms}^{-1}$$

3- La célérité des OEM dans un milieu matériel est c_n :

$$c_n = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r\mu_r}\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r\mu_r}} = \frac{c}{n}$$

4- Le rapport c/c_n est appelé **indice de réfraction** d'un milieu matériel :

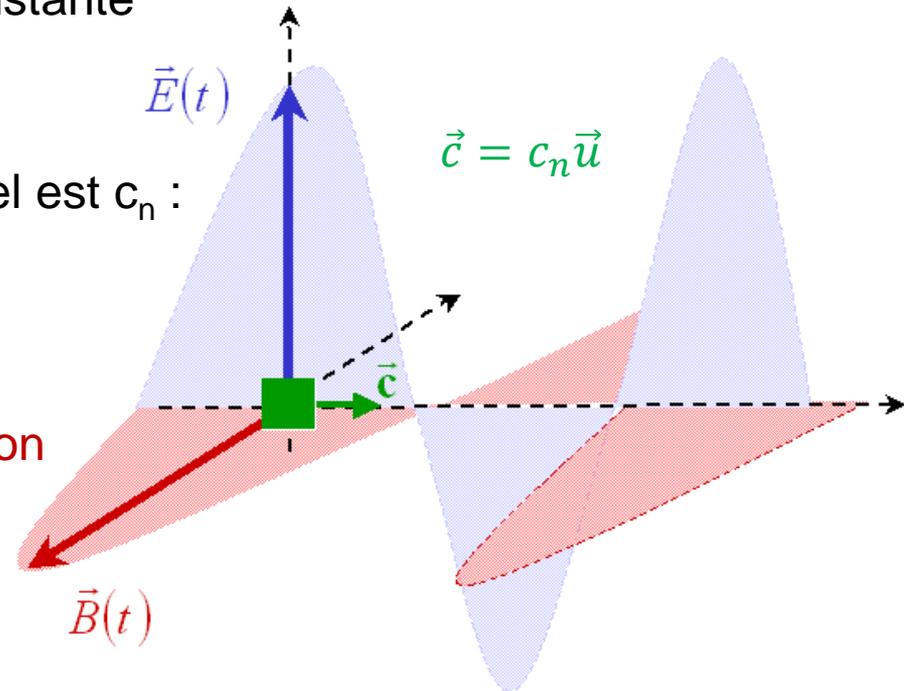
$$n = \frac{c}{c_n} = \sqrt{\epsilon_r\mu_r} > 1$$

Perméabilité $\mu = \mu_r\mu_0$

$$\mu_0 = 4\pi.10^{-7} \text{ H/m}$$

Permittivité $\epsilon = \epsilon_r\epsilon_0$

$$\epsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi.c^2} \text{ F/m}$$



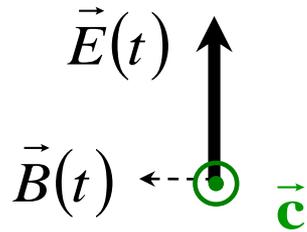
OP vectorielle transversale

Indices 0 pour le vide, r = relatif

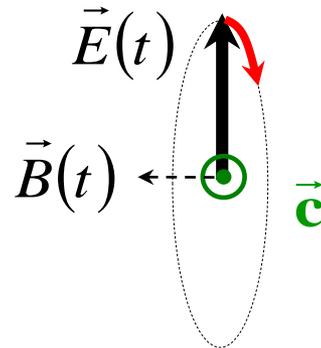
POLARISATION

Si la direction de \vec{E} (donc de \vec{B}) est :

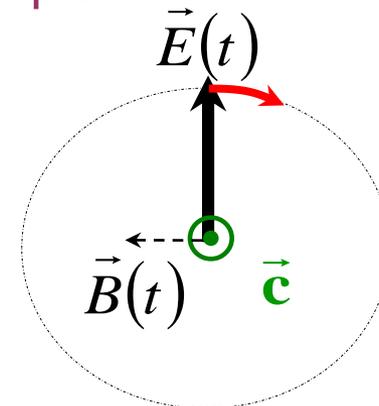
- fixe : **polarisation rectiligne**
- tourne à vitesse angulaire constante
 - en décrivant un cercle : **polarisation circulaire**
 - en décrivant une ellipse: **polarisation elliptique**



rectiligne

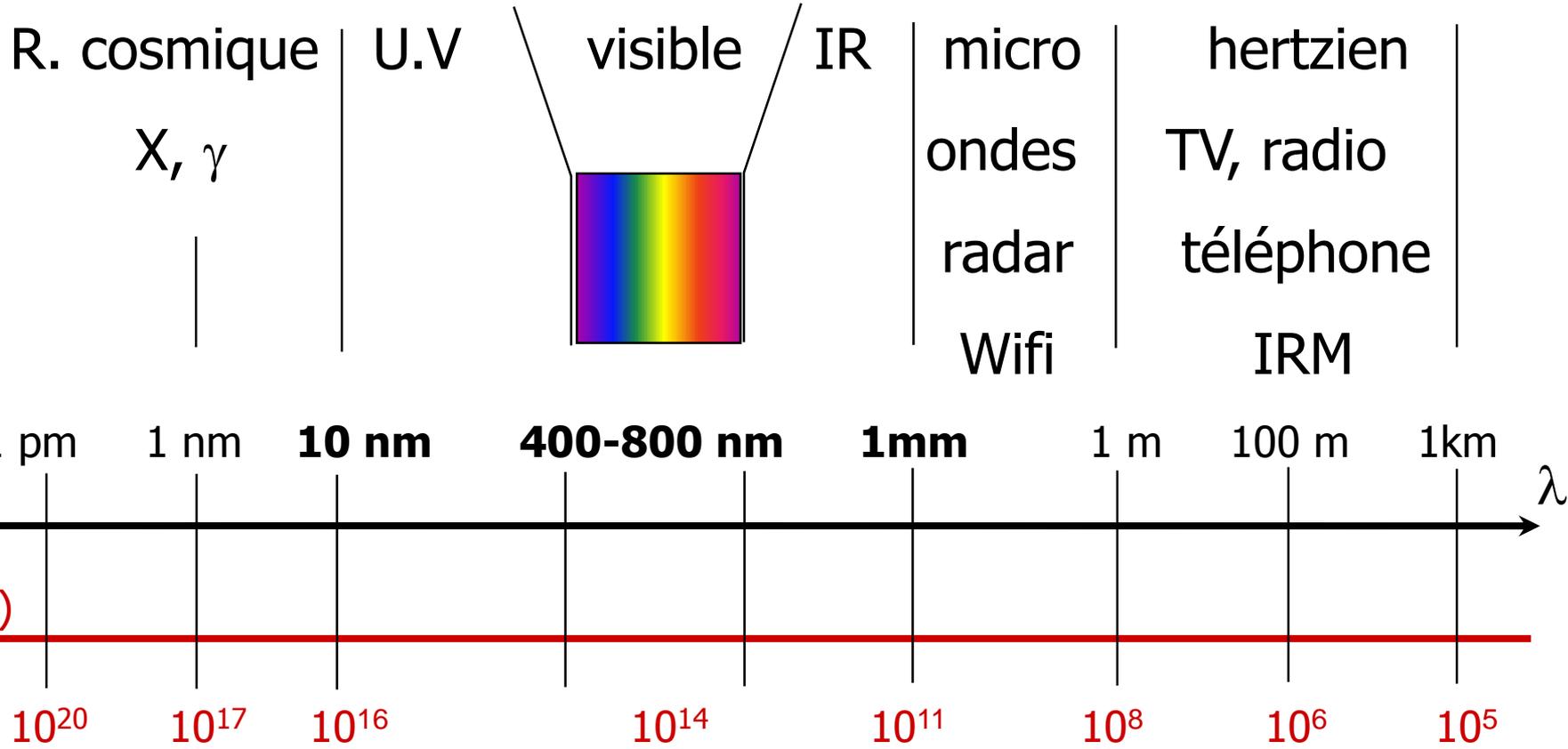


elliptique



circulaire

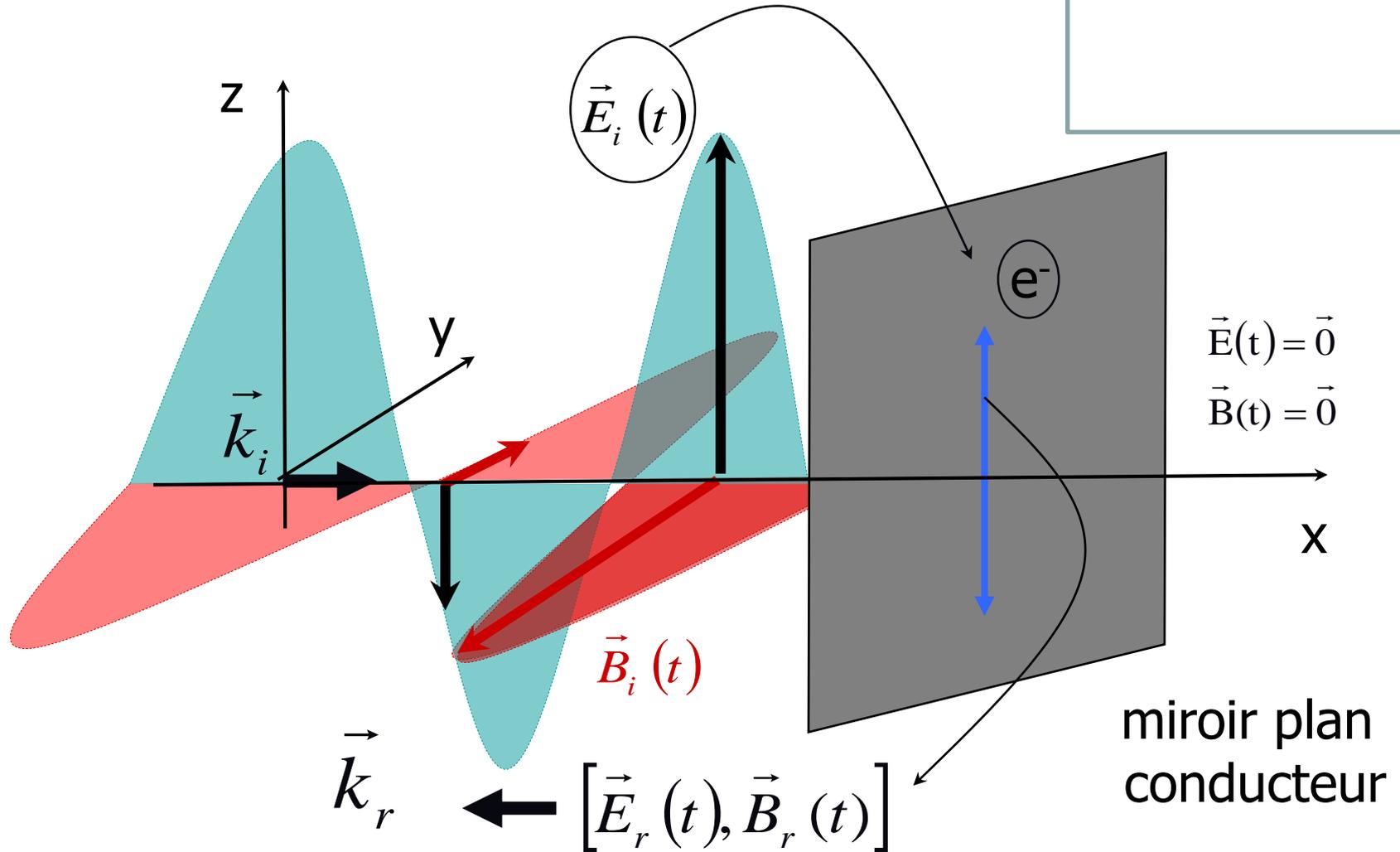
CLASSIFICATION SIMPLIFIEE



OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 2

- **Savoir définir** : une onde sonore comme onde de vibration ou de pression.
- **Savoir manipuler les caractéristiques d'une onde sonore** : c , Z , χ ...
- **Savoir définir, modéliser une onde électromagnétique et manipuler** $\vec{B} = \frac{1}{c_n} \vec{u} \wedge \vec{E}$
- **Savoir manipuler** n , ε , μ , ε_R , μ_R
- **Connaitre les grands domaines du spectre électromagnétique**:
X- γ , < 10 nm, UV, V (400-800 nm), IR, H $>$ mm

LOIS DE PROPAGATION DE LA LUMIERE



REFLEXION ET REFRACTION

Ces phénomènes peuvent être abordés de deux façons équivalentes. La première correspond à une approche « optique physique », la seconde à une approche « optique géométrique ».

- Conséquence des équations de Maxwell
- Conséquence du **principe de Fermat**
 - Principe de moindre action pour les ondes
 - **Entre deux points de l'espace, le vecteur d'onde suit la trajectoire la plus rapide¹,**
 - Si le milieu est homogène, il s'agit de la trajectoire la plus courte.



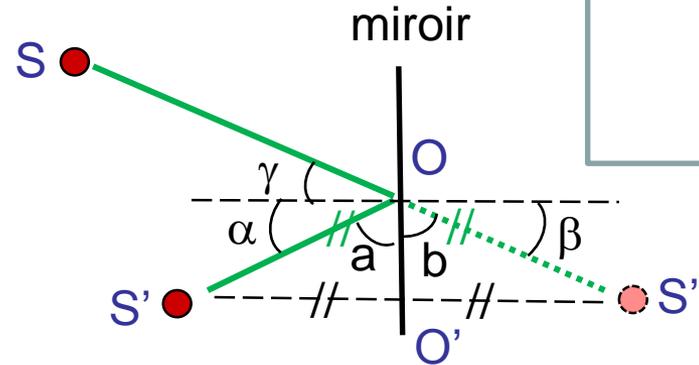
PMA \Rightarrow LOI DE LA REFLEXION DE DESCARTES

Soit (OO') la médiatrice de $[S',S'']$
 et S sur la droite (OS'') .

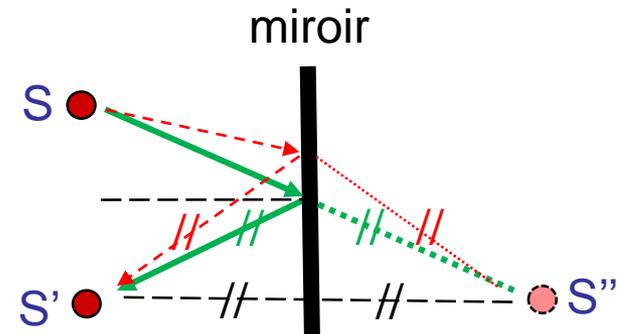
Le triangle $(S'OS'')$ est isocèle.

$$\hat{a} = \hat{b} \Rightarrow \hat{\alpha} = \hat{\beta} \Rightarrow \hat{\alpha} = \hat{\gamma}$$

Les angles à la normale à (OO') de
 (SO) et (OS') sont donc égaux.



PMA: Le rayon lumineux réel choisit la trajectoire
 parcourue en un temps minimum, donc la plus
 Courte dans un milieu homogène.



Lors d'une réflexion sur un miroir placé dans un milieu homogène,
 les angles d'incidence et de réflexion sont égaux.

CHEMIN OPTIQUE

- **Principe de Fermat** : La lumière suit la trajectoire qui minimise le temps de parcours t_n entre deux points A et B dans un milieu d'indice de réfraction n :

$$t_n = \frac{dist(A, B)}{c_n} \Rightarrow c.t_n = \frac{c}{c_n}.dist(A, B) = n.dist(A, B)$$

- **Chemin optique L** entre deux points d'un milieu d'indice n



$$L(A \rightarrow B) = n.dist(A, B) = n.\vec{u}. \overrightarrow{AB} \quad \text{où} \quad \vec{u} = \frac{\overrightarrow{AB}}{\|\overrightarrow{AB}\|}$$

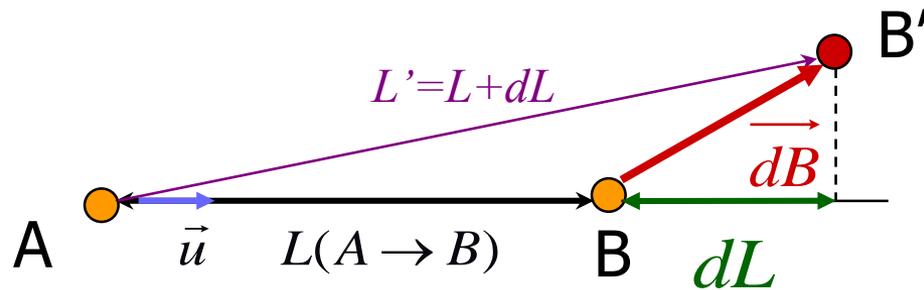
- $L(A \rightarrow B)$ est la distance que parcourrait la lumière dans le vide dans le temps nécessaire à relier A à B dans un milieu d'indice n :

$$t_n = \frac{dist(A, B)}{c_n} = \frac{dist(A, B)}{c/n} = \frac{n.dist(A, B)}{c} = \frac{L}{c}$$



VARIATION DE CHEMIN OPTIQUE

Supposons un petit déplacement de B en B' et calculons la petite variation de chemin optique (on néglige la modification de \vec{u})



$$L' = n \cdot \vec{u} \cdot \overrightarrow{AB'} = n \cdot \vec{u} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{dB})$$

$$L' = n \cdot \vec{u} \cdot \overrightarrow{AB} + n \cdot \vec{u} \cdot \overrightarrow{dB}$$

$$L' = L + n \cdot \vec{u} \cdot \overrightarrow{dB}$$

$$dL = n \cdot \vec{u} \cdot \overrightarrow{dB}$$

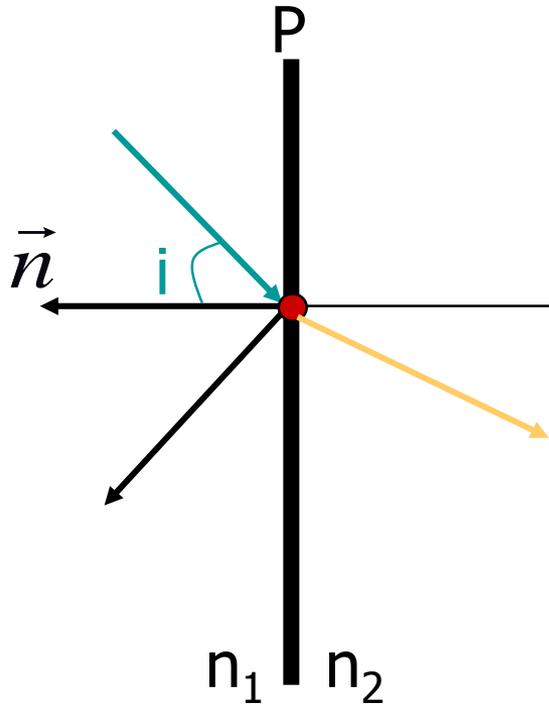
Si B subit un déplacement dB, L varie de :

$$dL = n \cdot \vec{u} \cdot \overrightarrow{dB}$$

projection

de \overrightarrow{dB} sur \vec{u}

LOIS DE SNELL -DESCARTES



Quelles sont les directions du rayon réfléchi et du rayon transmis par rapport au rayon incident ?



Willebrord Snell
(1580-1626)

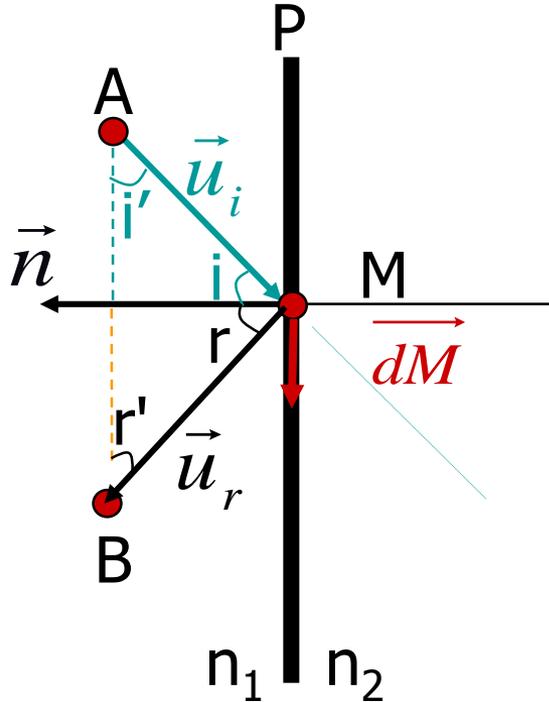


René Descartes
1596-1650

LOIS DE SNELL –DESCARTES (REFLEXION)

Fermat $\Rightarrow dL(A \rightarrow M \rightarrow B) = 0$

\vec{u}_i et \vec{u}_r coplanaires



$$dL(A \rightarrow M \rightarrow B) = 0$$

$$\Rightarrow n_1 \cdot \vec{u}_i \cdot d\vec{M} - n_1 \cdot \vec{u}_r \cdot d\vec{M} = 0$$

$$\Rightarrow \cos i' = \cos r'$$

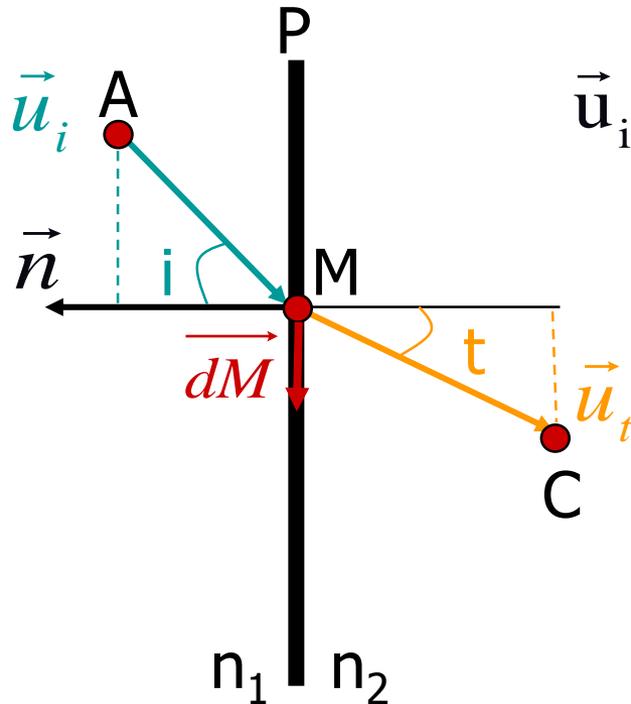
$$\Rightarrow \sin i = \sin r$$

$$\Rightarrow i = r$$

Rayons incidents et réfléchis dans le **même plan**

$$i = r$$

LOIS DE SNELL-DESCARTES (REFRACTION)



$$dL(A \rightarrow M \rightarrow C) = 0$$

\vec{u}_i et \vec{u}_t coplanaire s

$$dL(A \rightarrow M \rightarrow C) = 0$$

$$n_1 \cdot \vec{u}_i \cdot d\vec{M} - n_2 \cdot \vec{u}_t \cdot d\vec{M} = 0$$

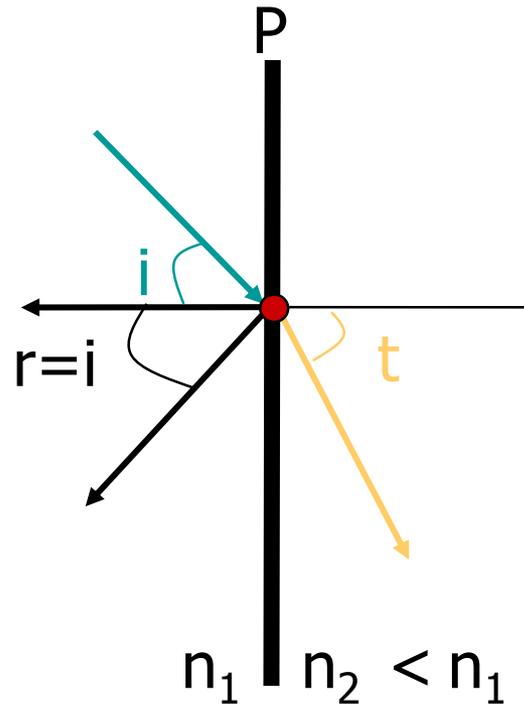
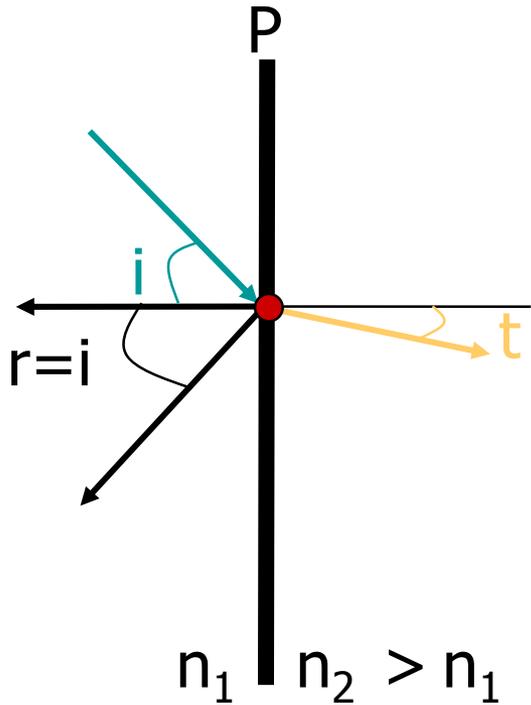
$$\Rightarrow n_1 \sin i = n_2 \sin t$$

Rayons incidents et transmis dans le même plan

$$n_1 \sin i = n_2 \sin t$$

LOIS DE SNELL -DESCARTES

La lumière suit la trajectoire qui minimise le temps de parcours :



Rayons incidents réfléchis et transmis dans le **même plan**

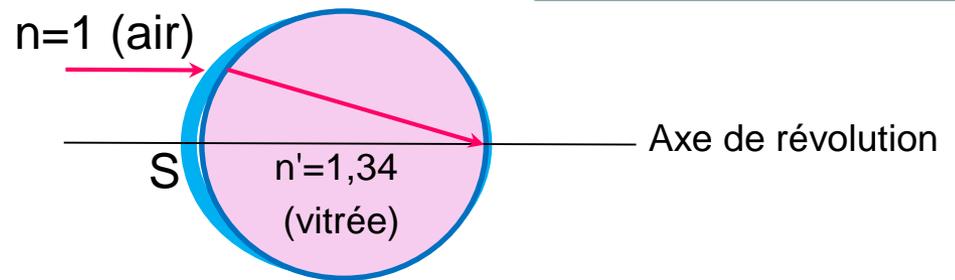
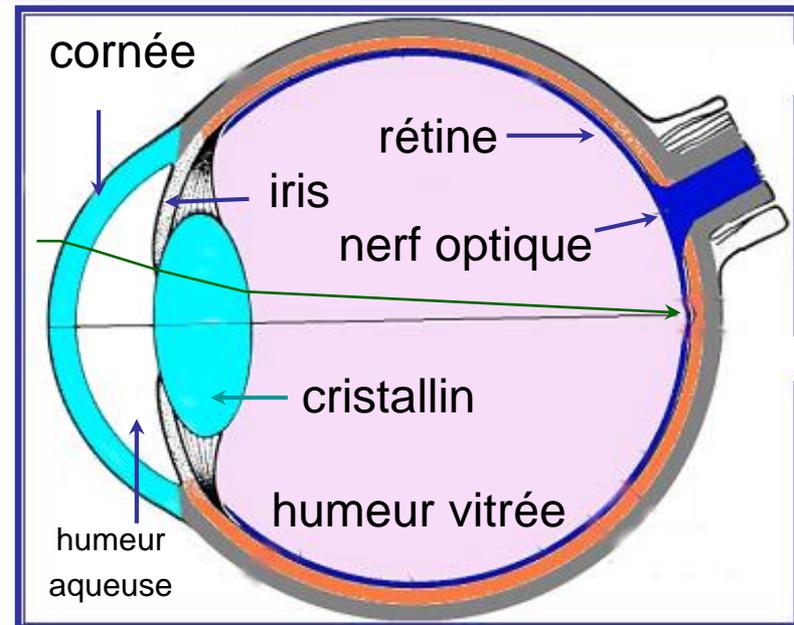
$$i = r$$

$$n_1 \sin i = n_2 \sin t$$

Conséquence : $(n_1/n_2) \sin i = \sin t \leq 1 \Rightarrow \sin i \leq n_2/n_1$

$n_2 < n_1 \Rightarrow$ réflexion totale si $i > \arcsin (n_2/n_1)$

MODELISATION D'UN ŒIL HUMAIN



Œil \approx système optique **dioptrique centré**

- **Dioptré** = frontière entre un espace transparent d'indice de réfraction n' et un autre d'indice $n \neq n'$
- **Système optique** = milieu transparent contenant des miroirs ou des dioptrés
 - Pas de miroirs = système **dioptrique**
 - Miroirs = système **catadioptrique**
- Système optique **centré** = admettant un axe de révolution

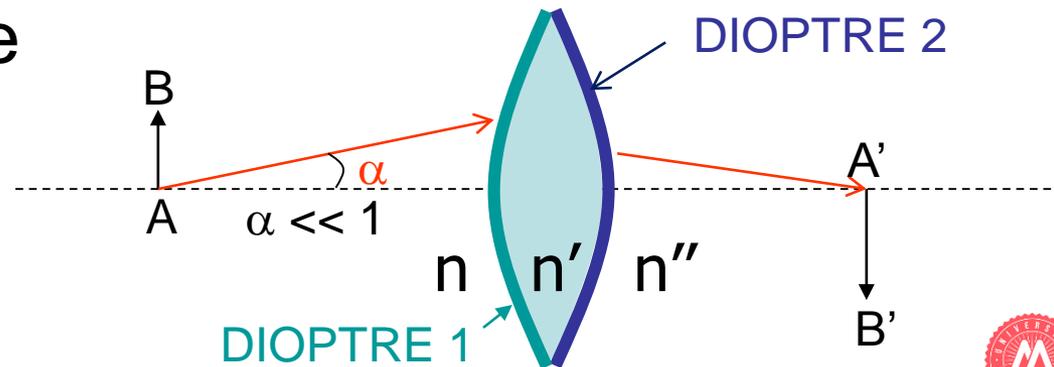
MODELISATION D'UN ŒIL (HYPOTHESES)

Approximation de Gauss :

- système optique centré,
- dont **les rayons lumineux s'écartent peu de l'axe**

Dans l'approximation de Gauss, le système optique est

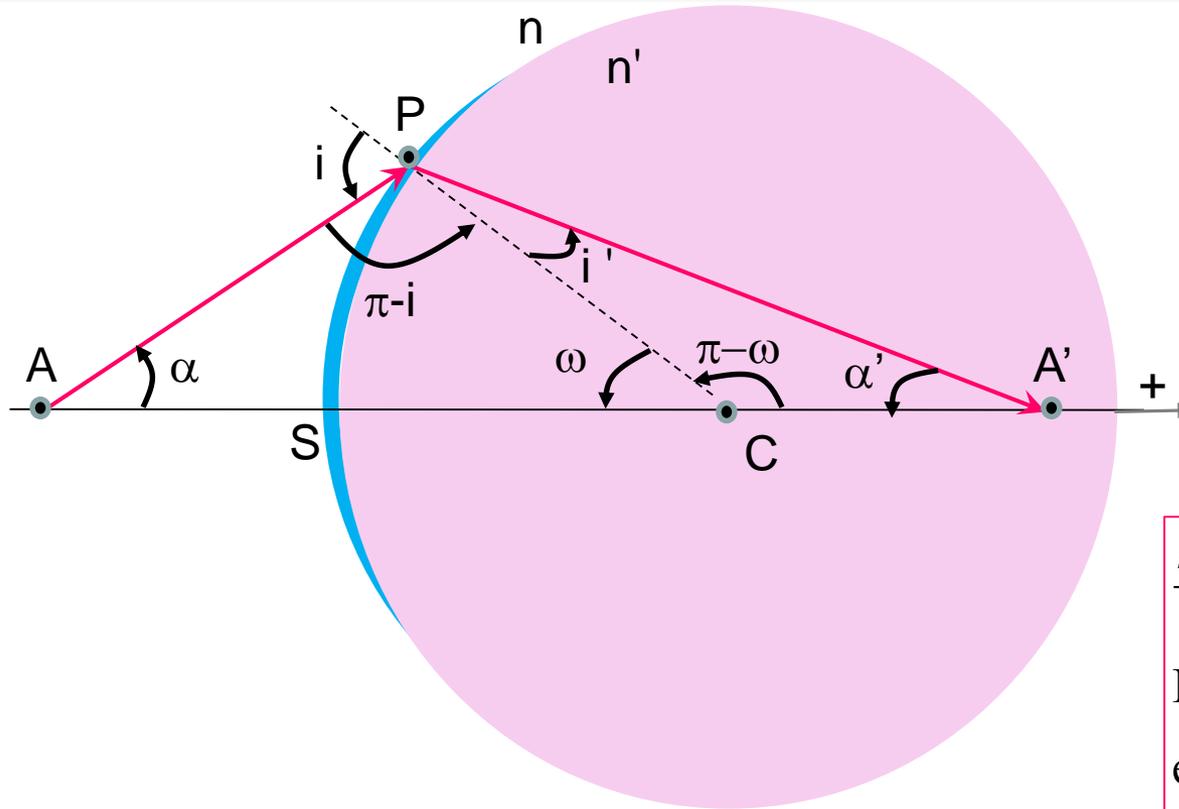
- **stigmaté** si l'image de tout point A est un point A'
- **aplanétique** si l'image de tout segment AB perpendiculaire à l'axe est un segment A'B' perpendiculaire à l'axe



ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

FORMULE DE CONJUGAISON DU

DIOPTRE SPHERIQUE



$$n \cdot \sin(i) = n' \cdot \sin(i') \stackrel{\text{GAUSS}}{\Rightarrow} n \cdot i = n' \cdot i'$$

$$\pi - i + \omega + \alpha = \pi \Rightarrow i = \omega + \alpha$$

$$\pi - \omega + i' + \alpha' = \pi \Rightarrow i' = \omega - \alpha'$$

$$\frac{n' - n}{SC} = \frac{n'}{SA'} - \frac{n}{SA} \stackrel{\text{DEF}}{=} \Pi$$

Π puissance ou vergence
 en dioptrie ($D_p = m^{-1}$)
 $\Pi > 0 \Rightarrow$ dioptre convergent
 $\Pi < 0 \Rightarrow$ dioptre divergent
 $\Pi = 0 \Rightarrow$ dioptre plan ou absent
 Π est additive

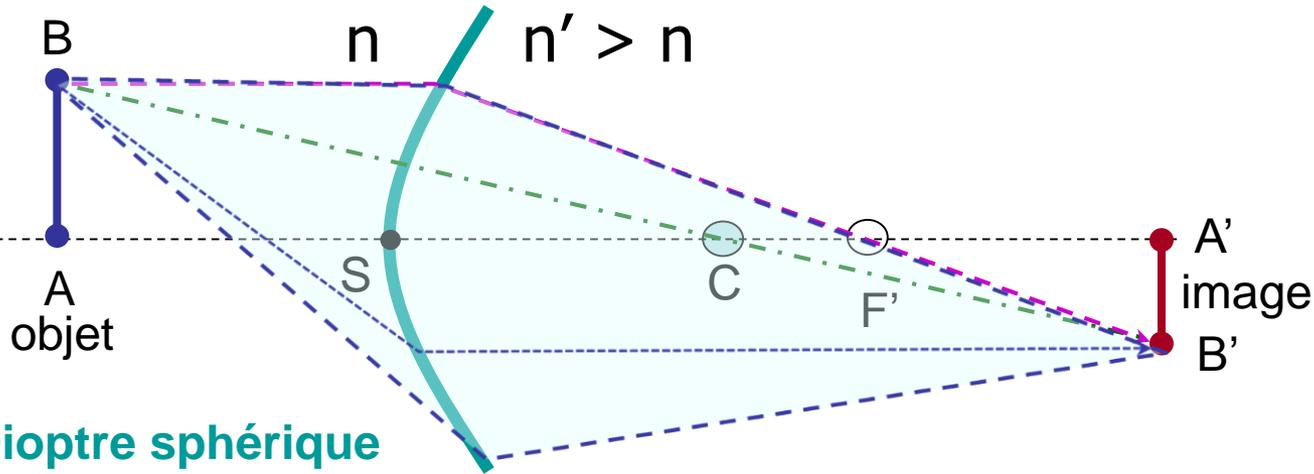
$$n \cdot (\omega + \alpha) = n' \cdot (\omega - \alpha') \Rightarrow (n' - n) \cdot \omega = n\alpha + n'\alpha'$$

$$\alpha = \frac{SP}{AS} = -\frac{SP}{SA} \quad \alpha' = \frac{PS}{A'S} = \frac{SP}{SA'} \quad \omega = \frac{PS}{CS} = \frac{SP}{SC}$$

$$\Rightarrow (n' - n) \cdot \frac{SP}{SC} = -n \frac{SP}{SA} + n' \frac{SP}{SA'}$$



CONSTRUCTION DES IMAGES



$$\Pi = \frac{n' - n}{SC} = \frac{n'}{SA'} - \frac{n}{SA}$$

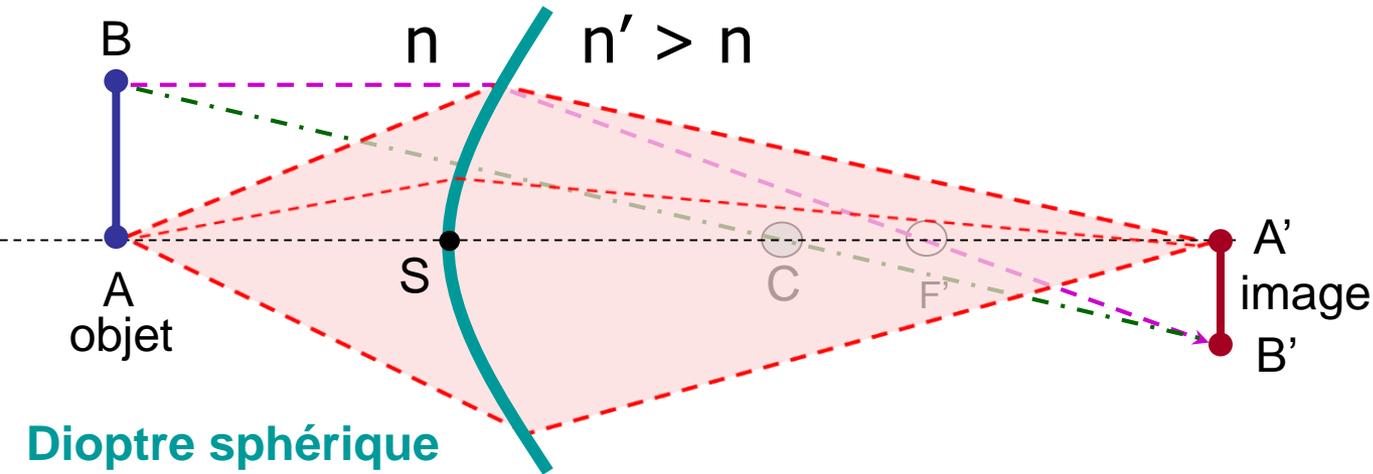
Dioptré sphérique convergent

Un rayon parallèle à l'axe optique émerge en coupant l'axe au foyer image F' avec $\Pi = n' / SF'$

Un rayon normal au dioptre passe par le centre sans être dévié (Descartes)



CONSTRUCTION DES IMAGES



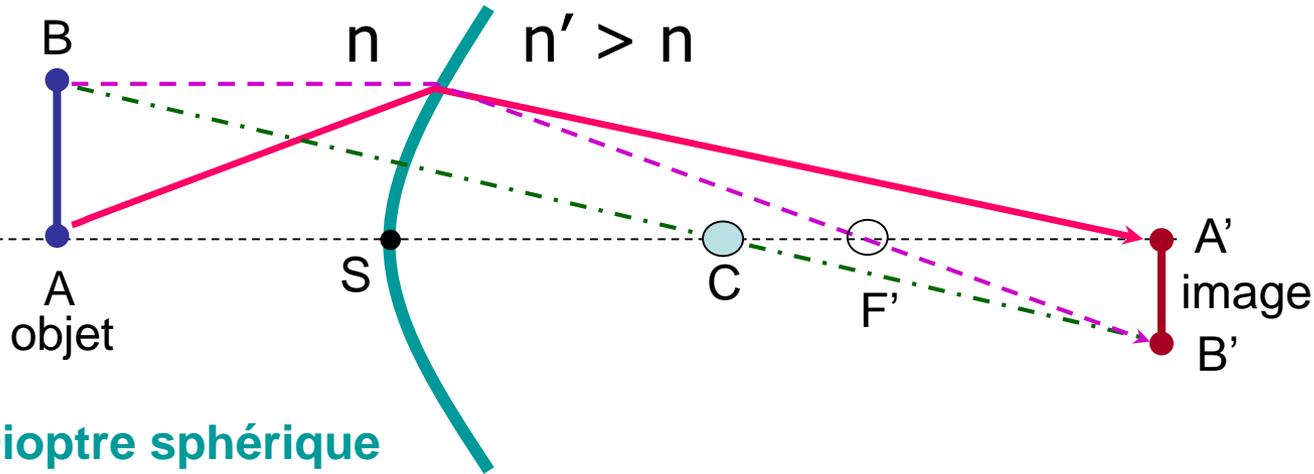
$$\Pi = \frac{n' - n}{SC} = \frac{n'}{SA'} - \frac{n}{SA}$$

Dioptré sphérique convergeant

Un rayon parallèle à l'axe optique émerge en coupant l'axe au foyer image F' avec $\Pi = n' / SF'$

Un rayon normal au dioptre passe par le centre sans être dévié (Descartes)

CONSTRUCTION DES IMAGES

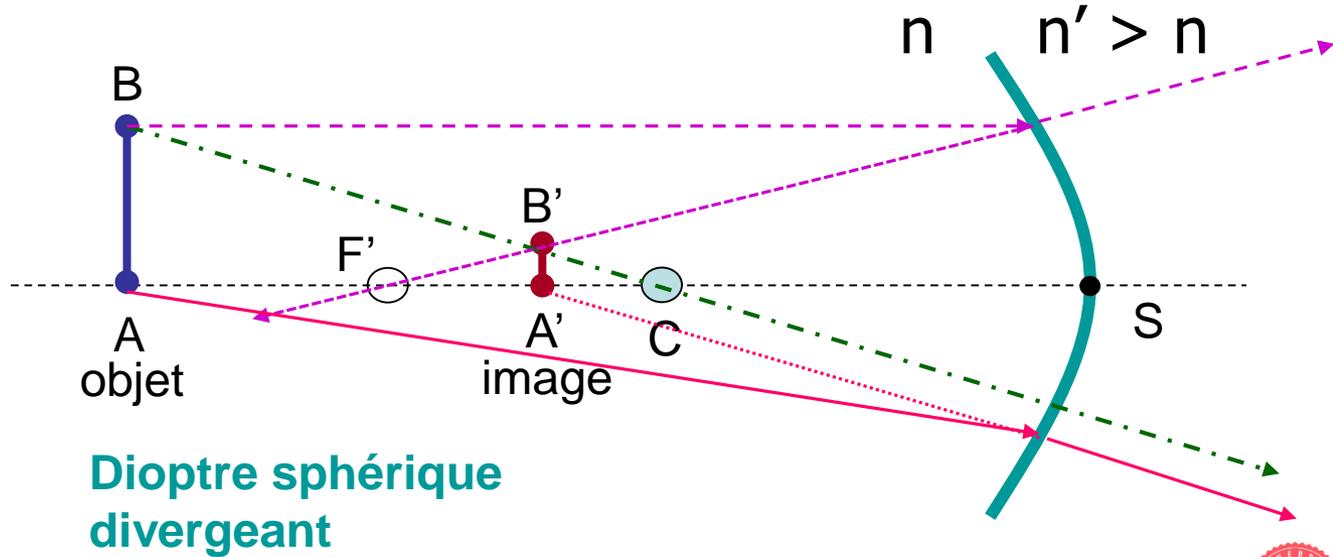


$$\Pi = \frac{n' - n}{SC} = \frac{n'}{SA'} - \frac{n}{SA}$$

Dioptré sphérique convergent

Un rayon parallèle à l'axe optique émerge en coupant l'axe au foyer image F' avec $\Pi = n' / SF'$

Un rayon normal au dioptre passe par le centre sans être dévié (Descartes)

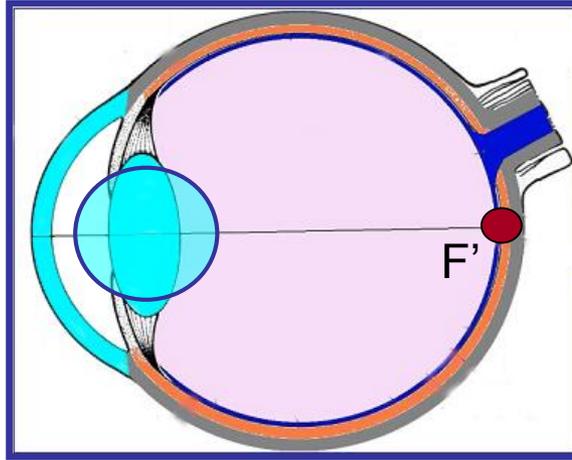


Dioptré sphérique divergent

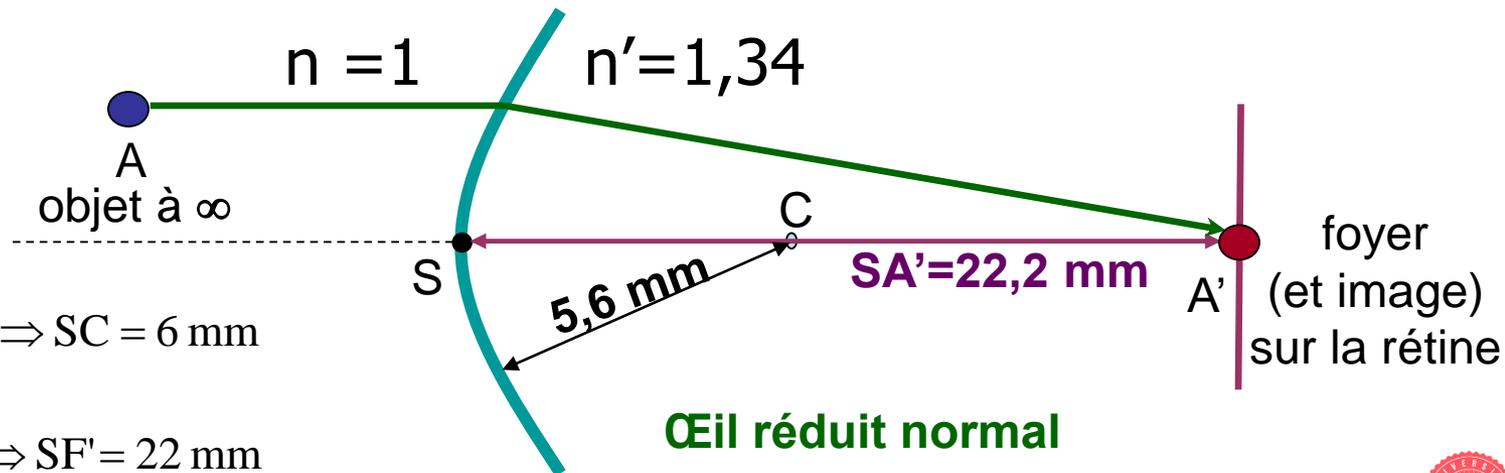


MODELE DE L'ŒIL REDUIT NORMAL

Cornée (42 Dp)
 +
 Cristallin
 (22 Dp + δ)
 = 4 dioptries



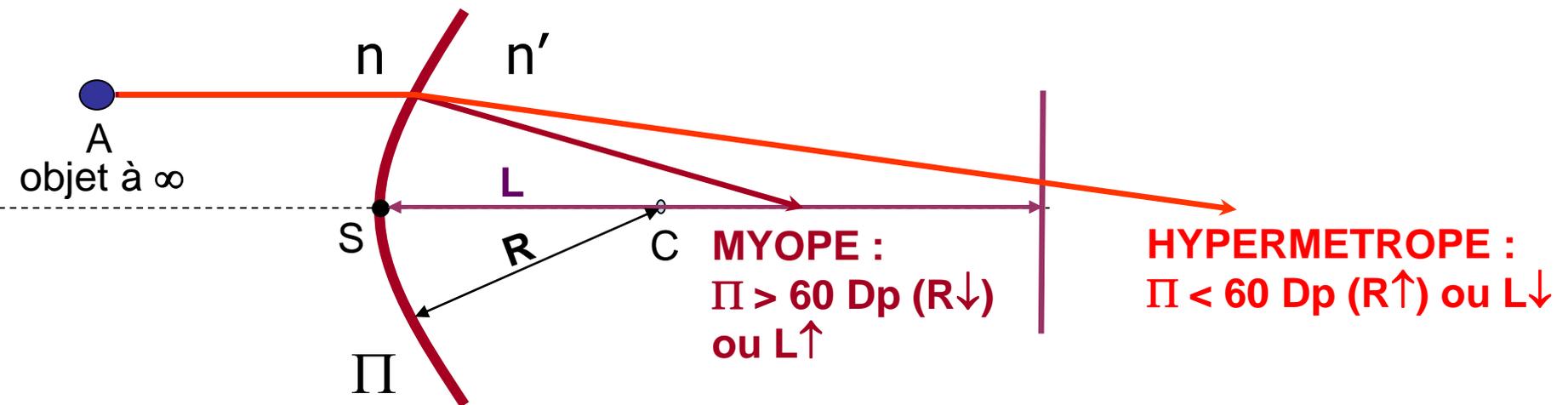
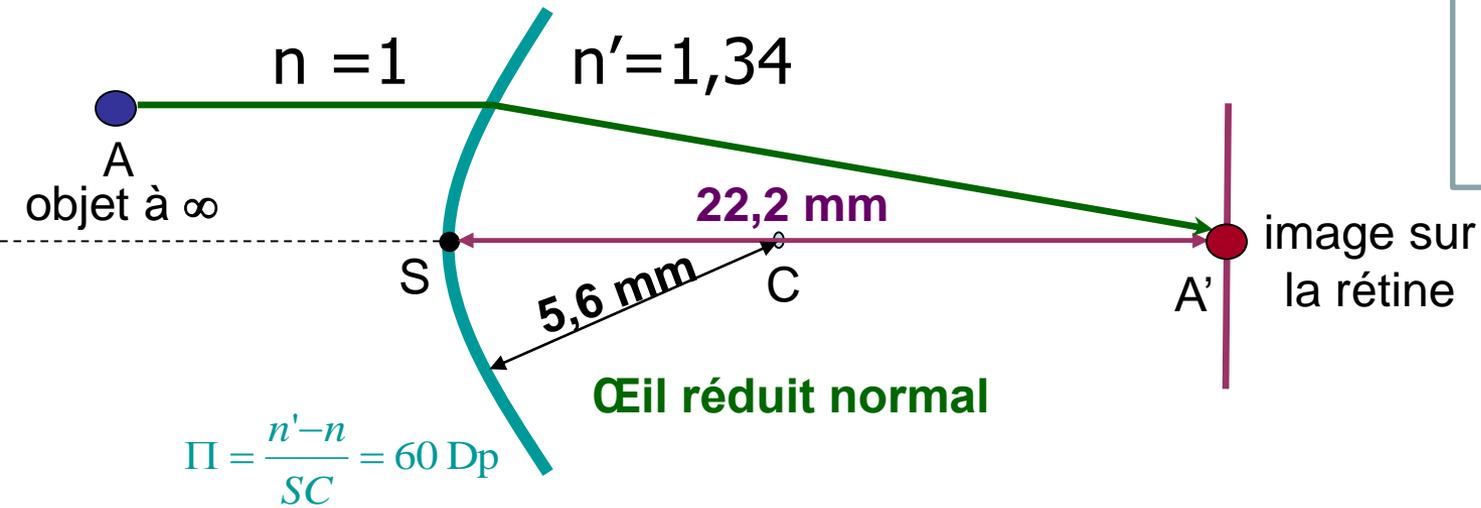
\cong 1 dioptre convergent (60 Dp)
 La rétine est dans le plan focal image



$$\Pi = \frac{n' - n}{SC} = 60 \text{ Dp} \Rightarrow SC = 6 \text{ mm}$$

$$\Pi = \frac{n'}{SF'} = 60 \text{ Dp} \Rightarrow SF' = 22 \text{ mm}$$

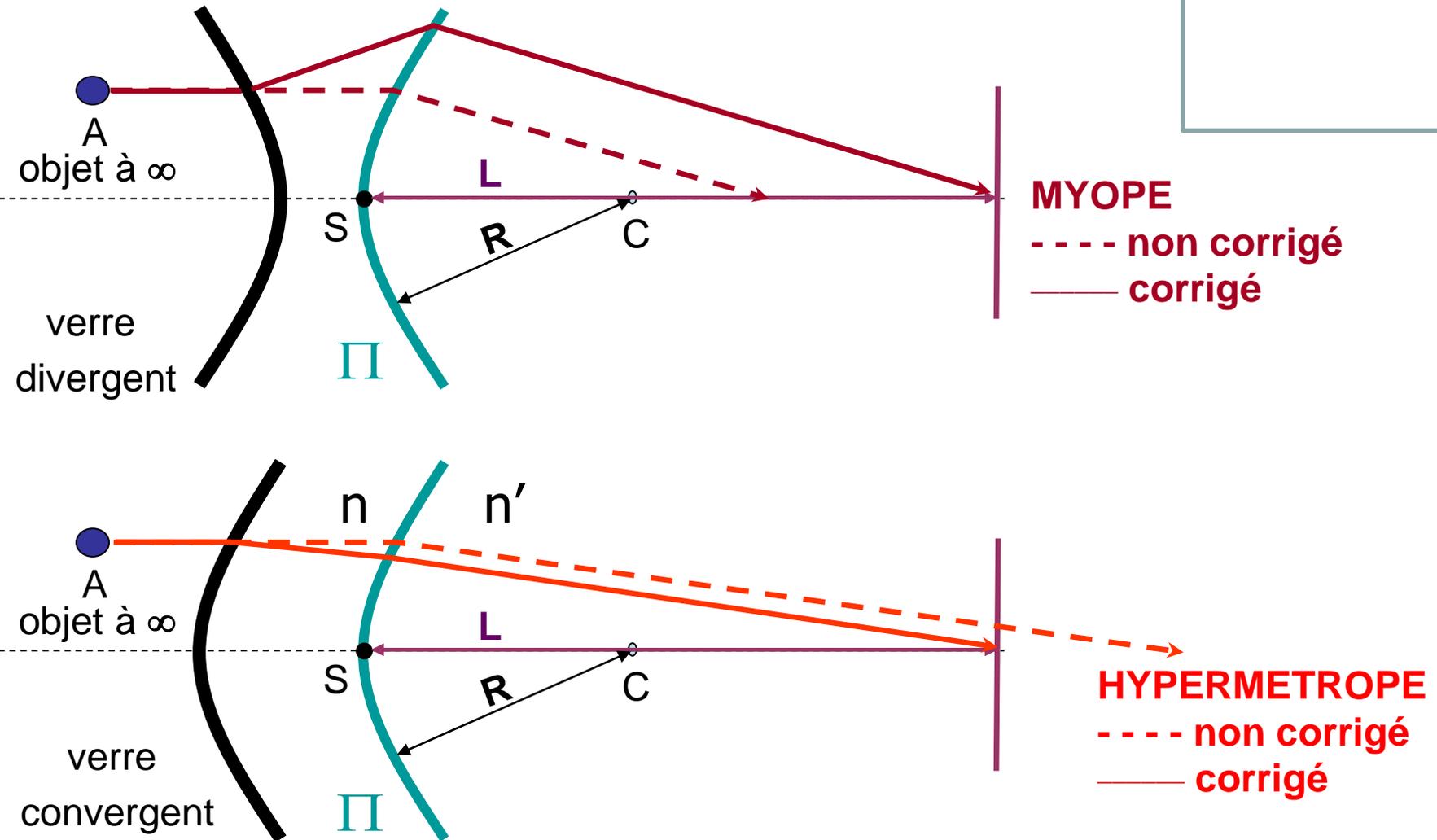
AMETROPIES SPHERIQUES



Pathologie de la convergence

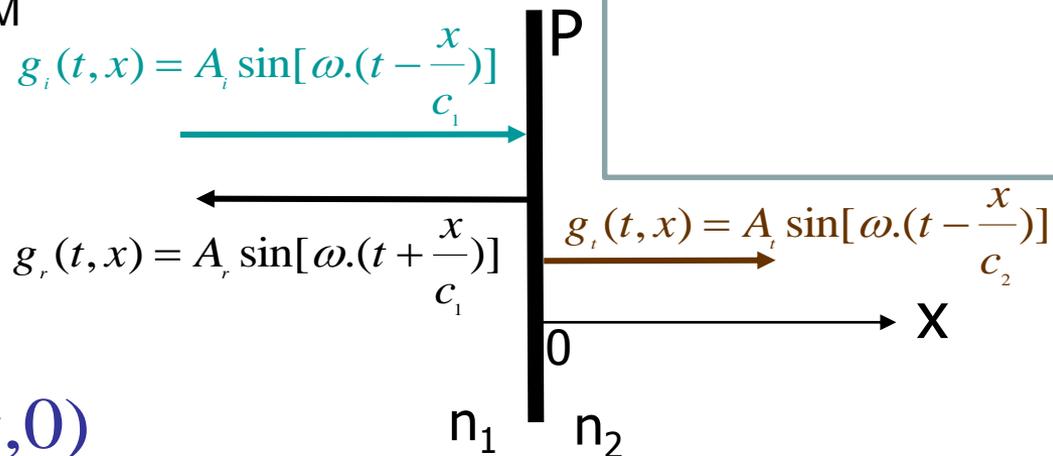
ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

CORRECTIONS DES AMETROPIES SPHERIQUES



REFLEXION NORMALE

g représente par exemple E ou B d'une OEM



$$\frac{\partial g_i}{\partial x}(t,0) + \frac{\partial g_r}{\partial x}(t,0) = \frac{\partial g_t}{\partial x}(t,0)$$

$$\Rightarrow -\frac{\omega}{c_1} A_i + \frac{\omega}{c_1} A_r = -\frac{\omega}{c_2} A_t \Rightarrow A_i - A_r = \frac{c_1}{c_2} A_t$$

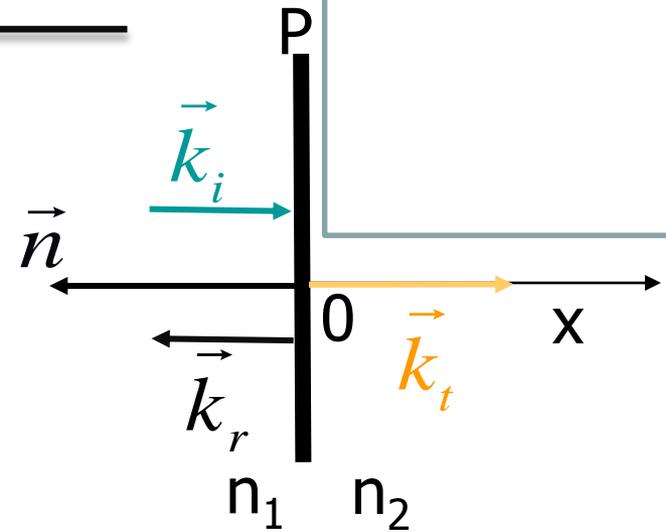
$$g_i(t,0) + g_r(t,0) = g_t(t,0) \Rightarrow A_i + A_r = A_t$$

$$\Rightarrow A_i - A_r = \frac{c_1}{c_2} A_t = \frac{c_1}{c_2} (A_i + A_r) \Rightarrow 1 - \frac{A_r}{A_i} = \frac{c_1}{c_2} \left(1 + \frac{A_r}{A_i} \right) \Rightarrow \boxed{\frac{A_r}{A_i} = \frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_1}}$$



REFLEXION NORMALE

$$\left. \begin{aligned} \frac{A_r}{A_i} &= \frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_1} \\ c_i &= \frac{c}{n_i} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{A_r}{A_i} = \frac{\frac{c}{n_2} - \frac{c}{n_1}}{\frac{c}{n_2} + \frac{c}{n_1}} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$



En milieu homogène, l'intensité lumineuse est proportionnelle à A^2 :

$$r = \frac{I_r}{I_i} = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2$$

$$t = \frac{I_t}{I_i} = 1 - r$$

Ex: lentille en verre ($n_2=1,5$) dans de l'air ($n_1=1$) : $r= 4\%$
 Conséquence: réflexion totale si $n_2 \rightarrow \infty$ (soit $n_2 \gg n_1$)

REFLEXION NORMALE TOTALE

$$\vec{E}_i(t, x) = \vec{E}_0 \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] \quad \vec{E}_r(t, x) = -\vec{E}_0 \sin\left[\omega\left(t + \frac{x}{c}\right)\right]$$

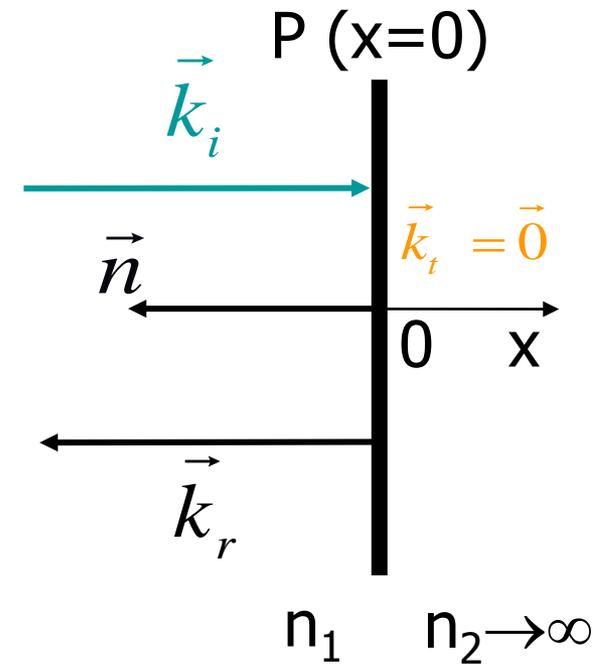
interférences : $\vec{E}(t, x) = \vec{E}_i(t, x) + \vec{E}_r(t, x)$

$$\vec{E}(t, x) = \vec{E}_0 \left\{ \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] - \sin\left[\omega\left(t + \frac{x}{c}\right)\right] \right\}$$

Rappel: $\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$

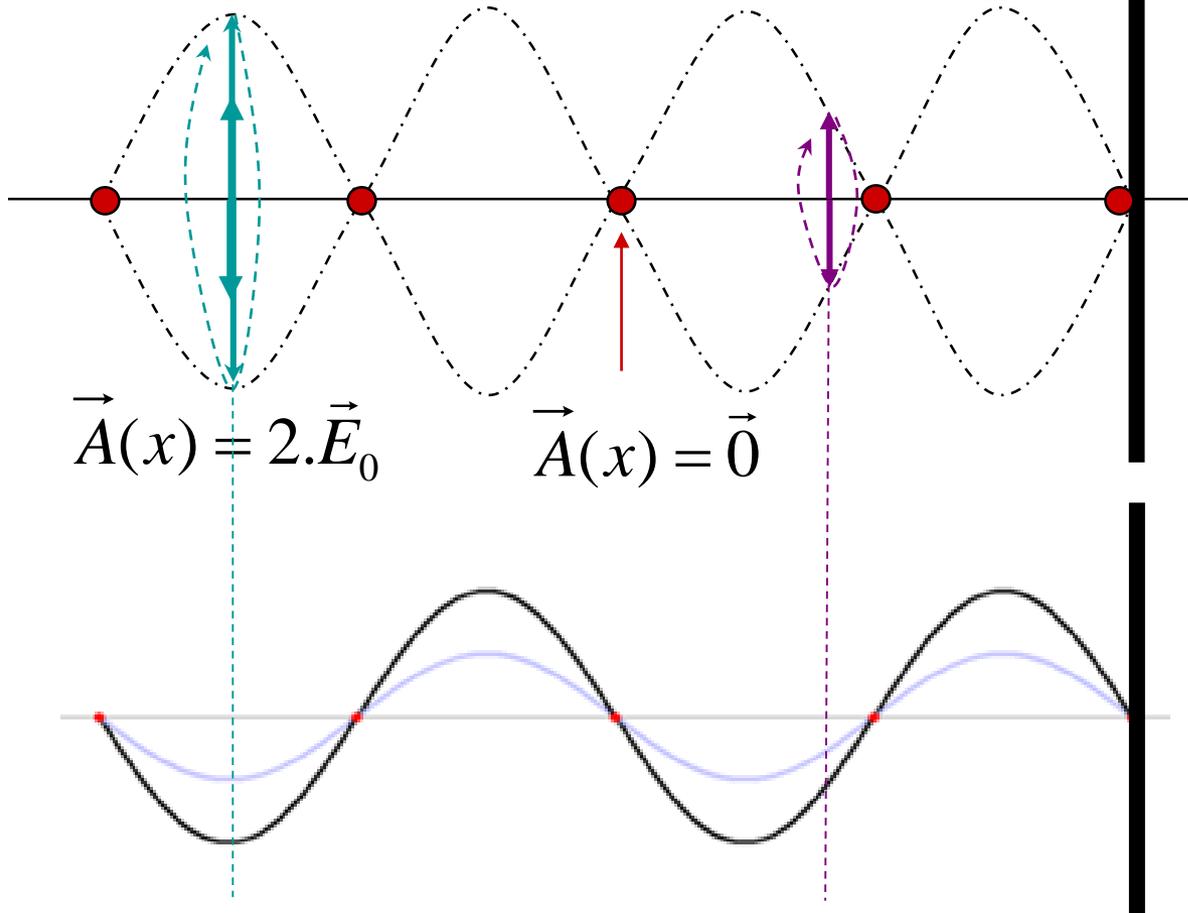
donc : $\vec{E}(t, x) = 2\vec{E}_0 \left\{ \sin\left[-\frac{\omega \cdot x}{c}\right] \cos[\omega \cdot t] \right\}$

$$\vec{E}(t, x) = \left[-2 \sin\left(\frac{\omega \cdot x}{c}\right) \vec{E}_0 \right] \cdot \cos(\omega \cdot t) = \vec{A}(x) \cdot \cos(\omega \cdot t)$$



ONDE STATIONNAIRE

$$\vec{E}(t, x) = \left[-2 \sin\left(\frac{\omega \cdot x}{c}\right) \vec{E}_0 \right] \cos(\omega \cdot t) = \vec{A}(x) \cos(\omega \cdot t)$$



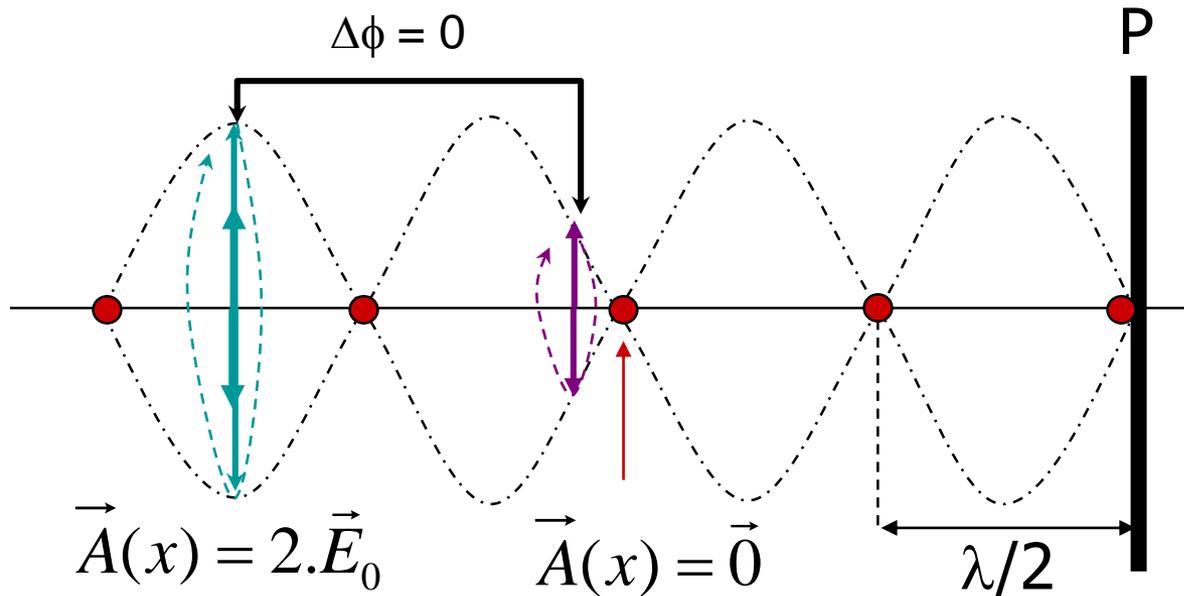
Pas de déphasage

Amplitude

$$\vec{A}(x) = -2 \sin\left(\frac{\omega \cdot x}{c}\right) \vec{E}_0$$

variable avec x

ONDE STATIONNAIRE



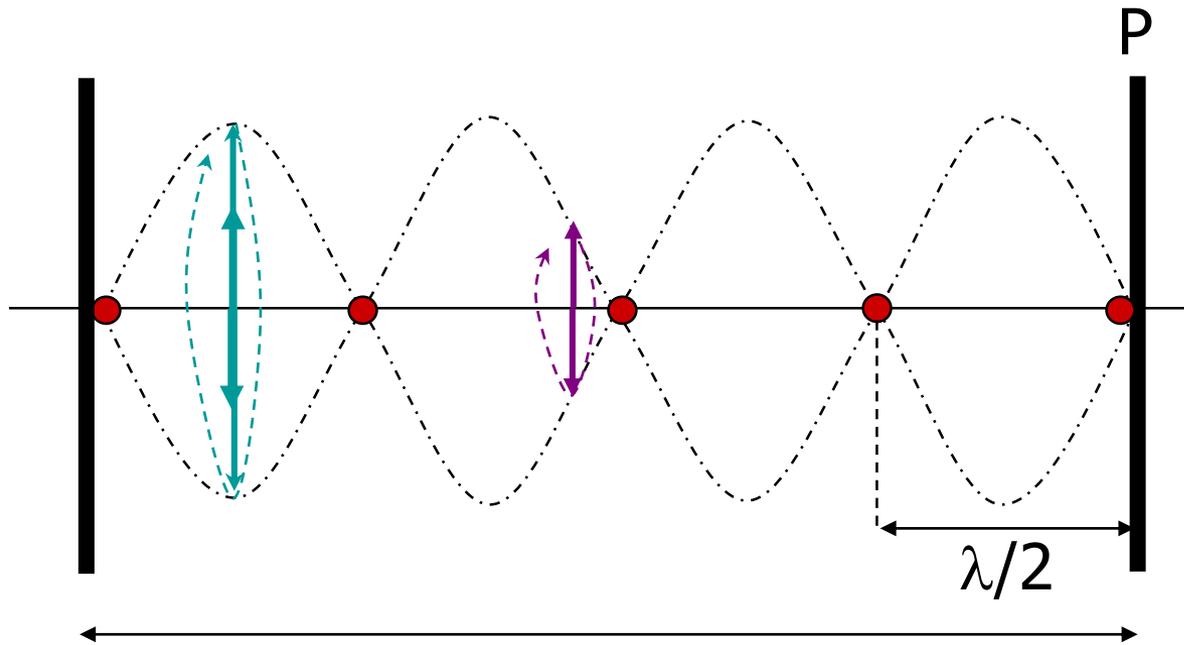
Pas de déphasage

Amplitude $A(x)$ variable avec x

$$\sin\left(\frac{\omega.x}{c}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{2\pi.x}{cT} = \frac{2\pi.x}{\lambda} = N.\pi \Leftrightarrow x \in \left\{0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, 3\frac{\lambda}{2}, \dots\right\}$$

$$\vec{E}(t, x) = \left[-2 \sin\left(\frac{\omega.x}{c}\right) \vec{E}_0 \right] \cos(\omega.t) = \vec{A}(x). \cos(\omega.t)$$

ONDE STATIONNAIRE & QUANTIFICATION



$$L = k\lambda/2$$

$$\lambda = 2L/k$$

k entier naturel

$$\vec{E}(t, x) = \left[-2 \sin\left(\frac{\omega \cdot x}{c}\right) \vec{E}_0 \right] \cos(\omega \cdot t)$$



Si le milieu est limité de dimension L , λ ne peut prendre que certaines valeurs discrètes $2L/k$:

$$\lambda = 2L, L, 2L/3, L/2, \dots$$

On dit que ces grandeurs sont **quantifiées**



OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 3

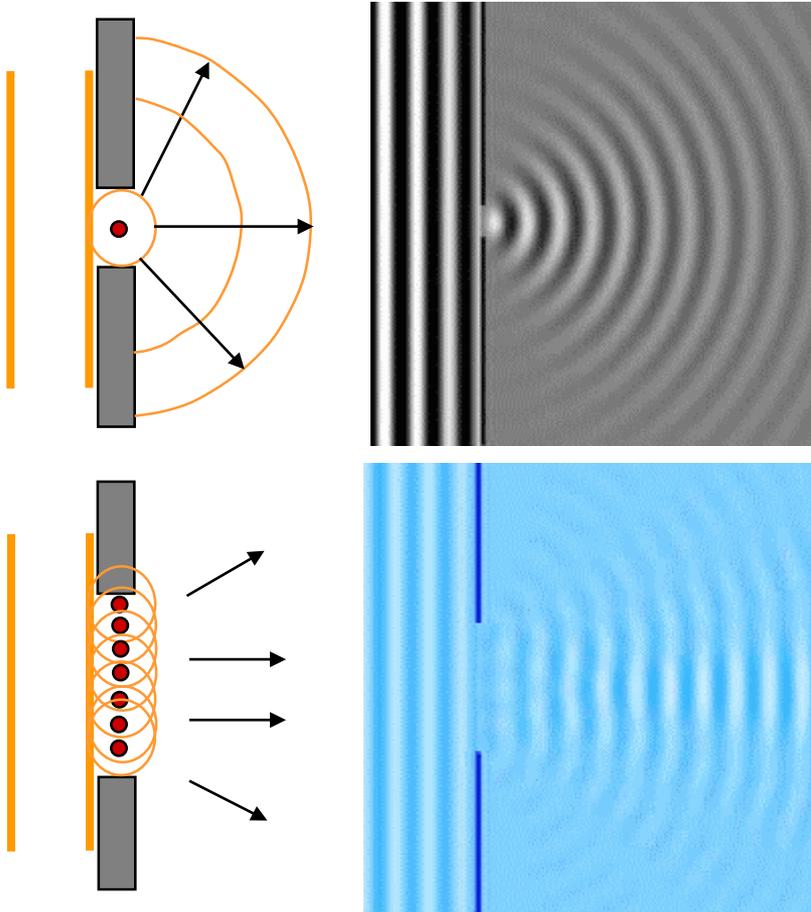
Savoir définir, caractériser et manipuler:

- Un chemin optique et le principe de Fermat
 - Calculs de chemins optiques dans diverses configurations
- Les lois de Descartes et la réflexion normale
 - Dans des contextes géométriques variés
- Les coefficients de réflexion et de transmission
- Onde stationnaire en lien avec la quantification
- L'approximation de Gauss, la relation de conjugaison du dioptre et ses applications dans la correction des amétropies sphériques

DIFFRACTION

Au passage à travers un orifice de diamètre $b \gg \lambda$, l'hypothèse qui justifiait le PMA n'est plus valide.

Rappel du principe de Huygens-Fresnel : chaque point d'une surface d'onde agit comme une source ponctuelle émettant en phase,



Diffraction = changement de direction d'une onde au passage d'un écran percé d'un trou de diamètre b de l'ordre ou inférieur à la longueur d'onde.

Après l'écran :

- ① une ou plusieurs ondes sphériques se propagent.
- ② un déphasage apparaît entre les rayons émis dans une direction
- ③ les ondes cohérentes ré-émises peuvent s'additionner algébriquement = interférences

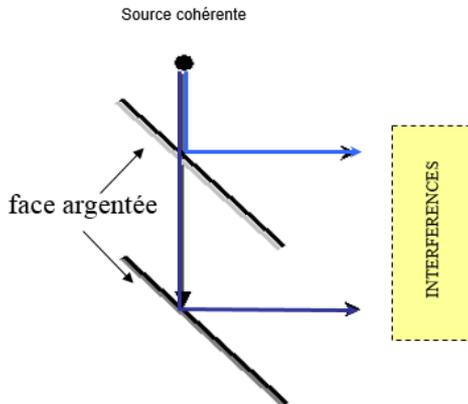
INTERFERENCES

• Définition : **Addition algébrique d'ondes progressives pures cohérentes**

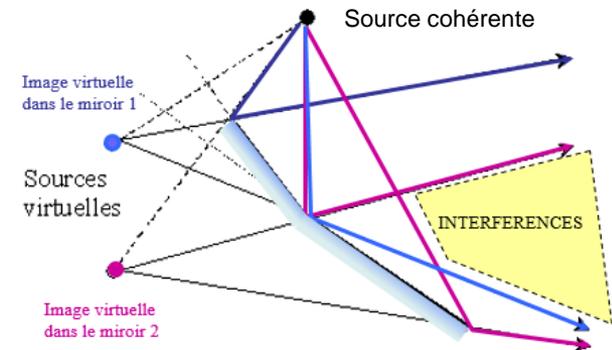
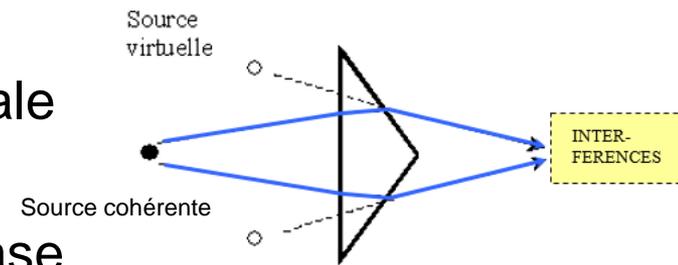
• Attention : il ne s'agit pas simplement de l'addition des intensités des ondes (qui a lieu même avec des ondes incohérentes)

• Exemples :

- Onde stationnaire après réflexion normale
- Ondes sphériques après diffraction
- Onde fractionnée avec décalage de phase



Miroirs réfléchissant et semi-réfléchissant

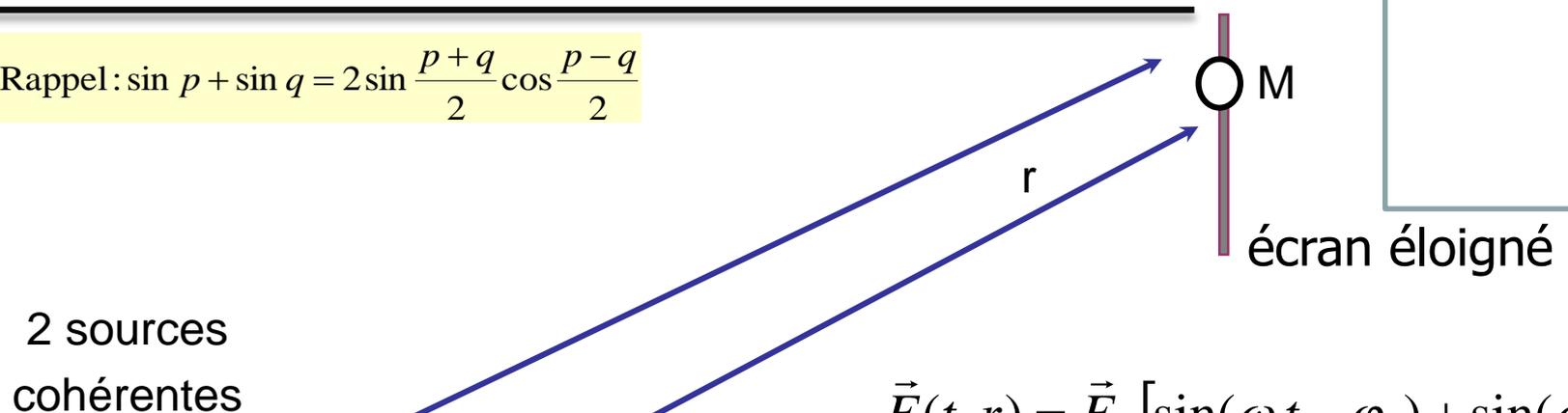


Bi-prisme et miroirs de Fresnel



INTERFERENCES DE 2 SOURCES COHERENTES

Rappel : $\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$



$$\vec{E}(t, r) = \vec{E}_0 \left[\sin(\omega.t - \varphi_r) + \sin(\omega.t - \varphi_r - \varphi) \right]$$

$$\vec{E}(t, r) = 2 \cdot \vec{E}_0 \sin\left(\frac{2\omega.t - 2\varphi_r - \varphi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$

$$\vec{E}(t, r) = \left[2 \cdot \vec{E}_0 \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right] \cdot \sin\left(\omega.t - \varphi_r - \frac{\varphi}{2}\right)$$

(où $\varphi_r = \frac{\omega r}{c}$)

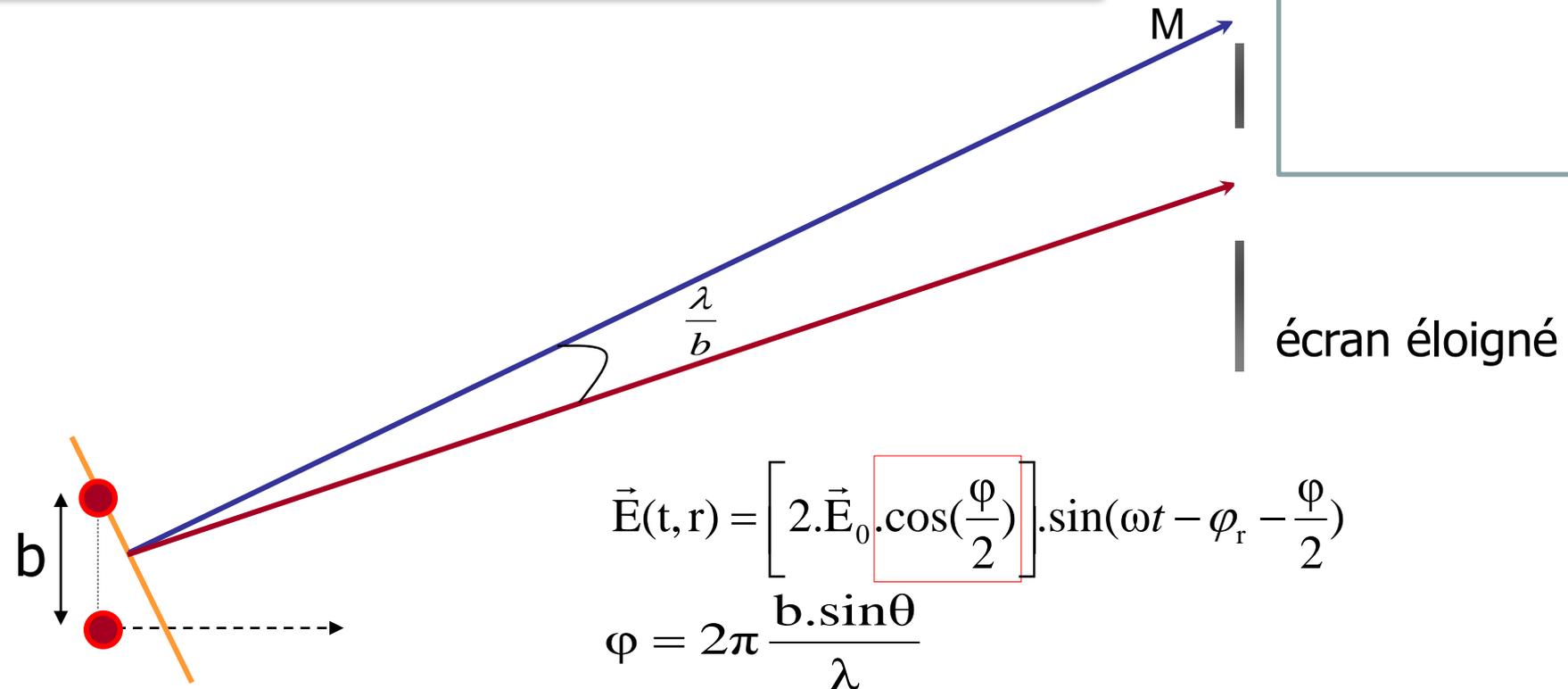
$$D = b \cdot \sin \theta$$

$$\varphi = \frac{\omega}{c} D = \frac{2\pi}{\lambda} D$$

$$\Rightarrow \varphi = 2\pi \frac{b \cdot \sin \theta}{\lambda} \text{ indépendant du temps } t$$



INTERFERENCES DE 2 SOURCES COHERENTES



Amplitude (donc intensité) maximum si $|\cos(\varphi/2)|$ maximum, soit si $\varphi/2$ multiple de π

$$\frac{\varphi}{2} = \pi \cdot \frac{b \cdot \sin\theta}{\lambda} = k \cdot \pi \Leftrightarrow \sin\theta = k \cdot \frac{\lambda}{b} \approx \theta$$

Succession de bandes claires et sombres → mesures de petits déplacements, astronomie



INTERFERENCES APRES DIFFRACTION

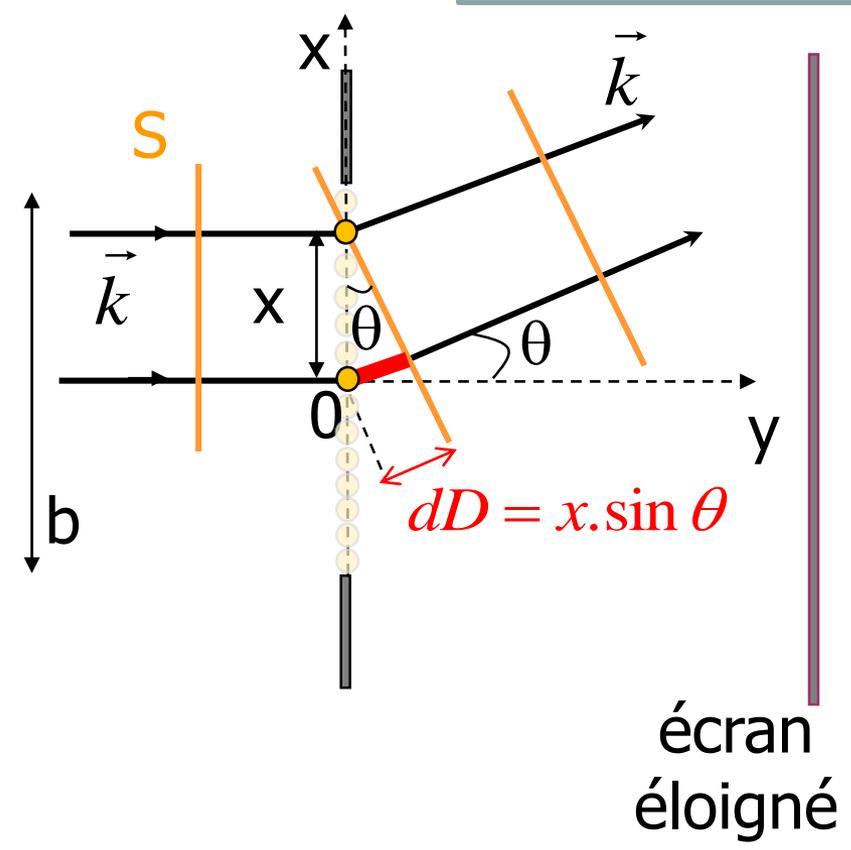
Calcul du déphasage entre deux rayons distants de x , diffractés sous un angle θ :

$$d\varphi = \frac{\omega}{c} dD = \frac{2\pi}{\lambda} dD$$

$$\Rightarrow d\varphi = \frac{2\pi \cdot \sin \theta}{\lambda} x = \Theta \cdot x$$

Dans la direction θ , l'onde observée après diffraction est la somme de toutes les ondes déphasées ayant passé l'obstacle entre $-b/2$ et $+b/2$ et ayant été diffractées dans la direction θ :

$$\vec{E} = \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\vec{A}_0}{b} \sin(\omega \cdot t - \Theta x) \cdot dx$$

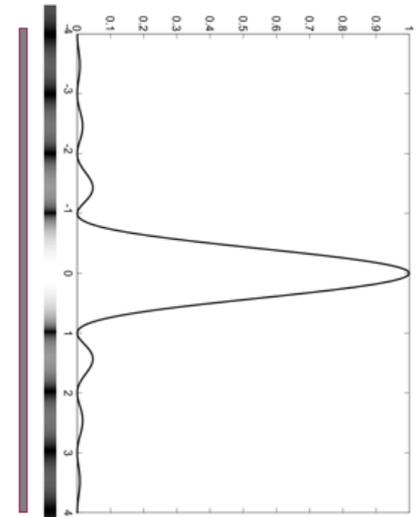
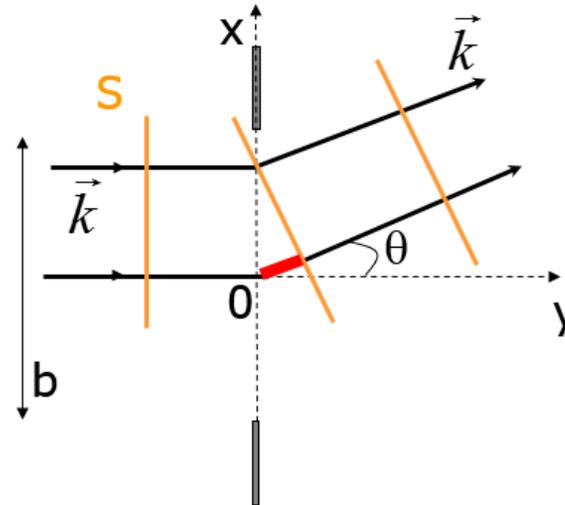


ONDE DIFFRACTEE (Cf. Annexe 2)

$$\vec{E} = \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\vec{A}_0}{b} \sin(\omega t - \Theta x) dx \quad \text{avec} \quad \Theta = \frac{2\pi \cdot \sin \theta}{\lambda}$$

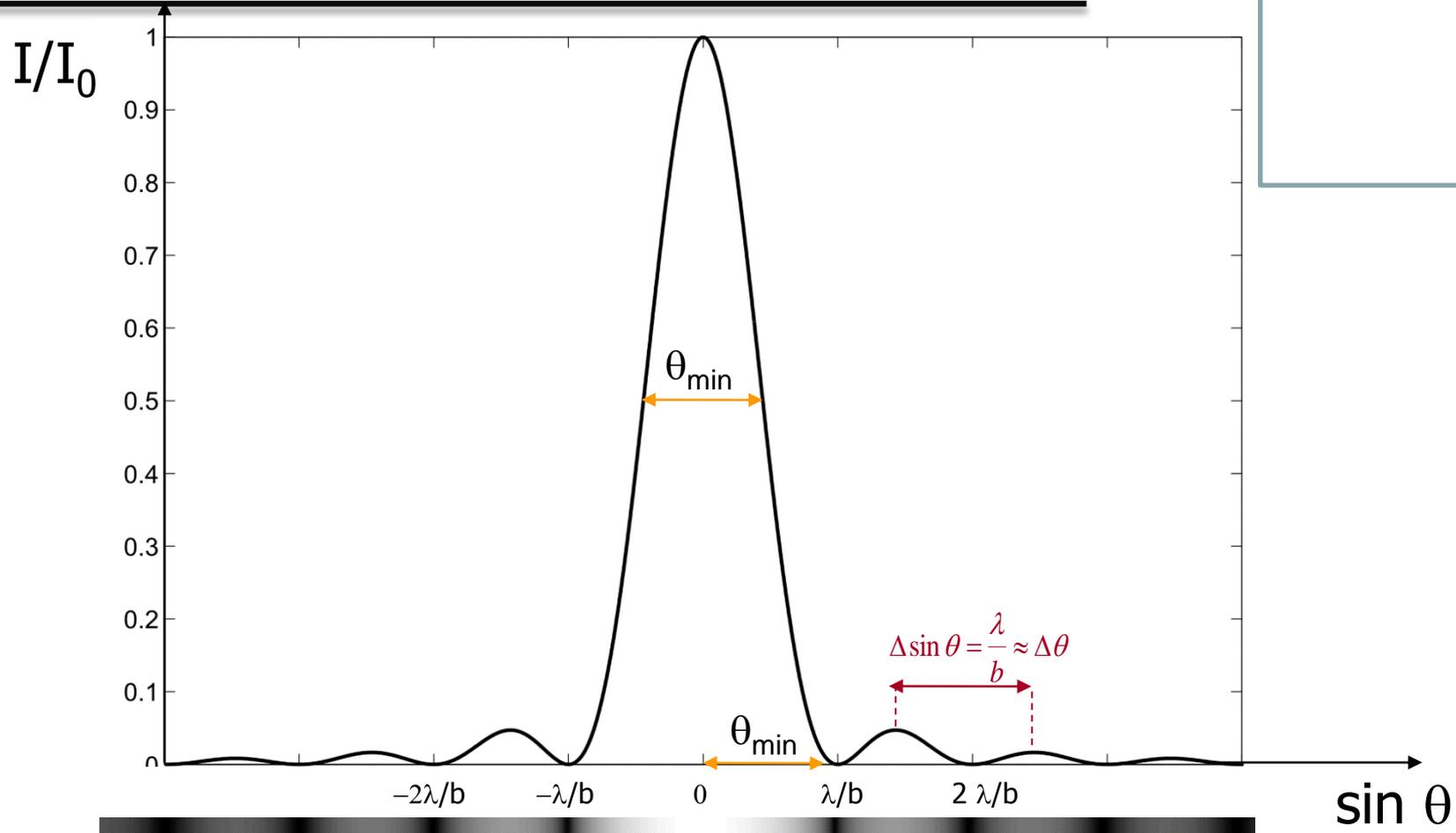
$$\Rightarrow \vec{E} = \vec{A}_0 \cdot \text{sinc}\left(\frac{\pi \cdot b \cdot \sin \theta}{\lambda}\right) \sin(\omega t)$$

Amplitude \vec{A}
maximale pour
 $\pi \cdot b \cdot \sin \theta / \lambda = N \cdot \pi/2$



$$\vec{A} = \vec{A}_0 \cdot \text{sinc}\left(\frac{\pi b \sin \theta}{\lambda}\right) = \vec{0} \Leftrightarrow \sin \theta_{\min} = N \frac{\lambda}{b}, \quad N \text{ entier}$$

INTERFERENCES APRES DIFFRACTION



$$\sin \theta_{\min} = \frac{\lambda}{b} \approx \theta_{\min}$$

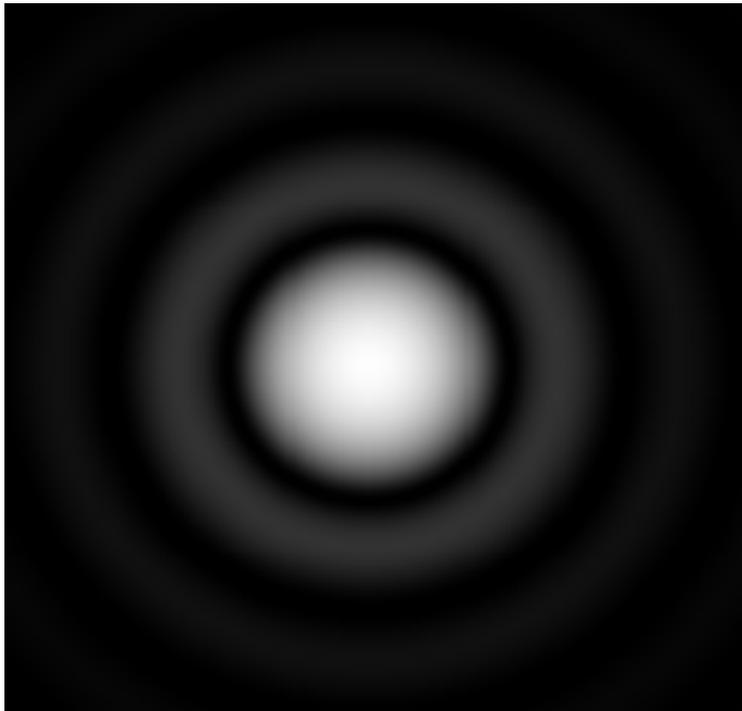
est aussi la largeur à mi-hauteur du maximum principal

DIFFRACTION PAR DES ECRANS

ORIFICE CARRE DE COTE b

$$\sin \theta_{\min}^N = N \cdot \frac{\lambda}{b}$$

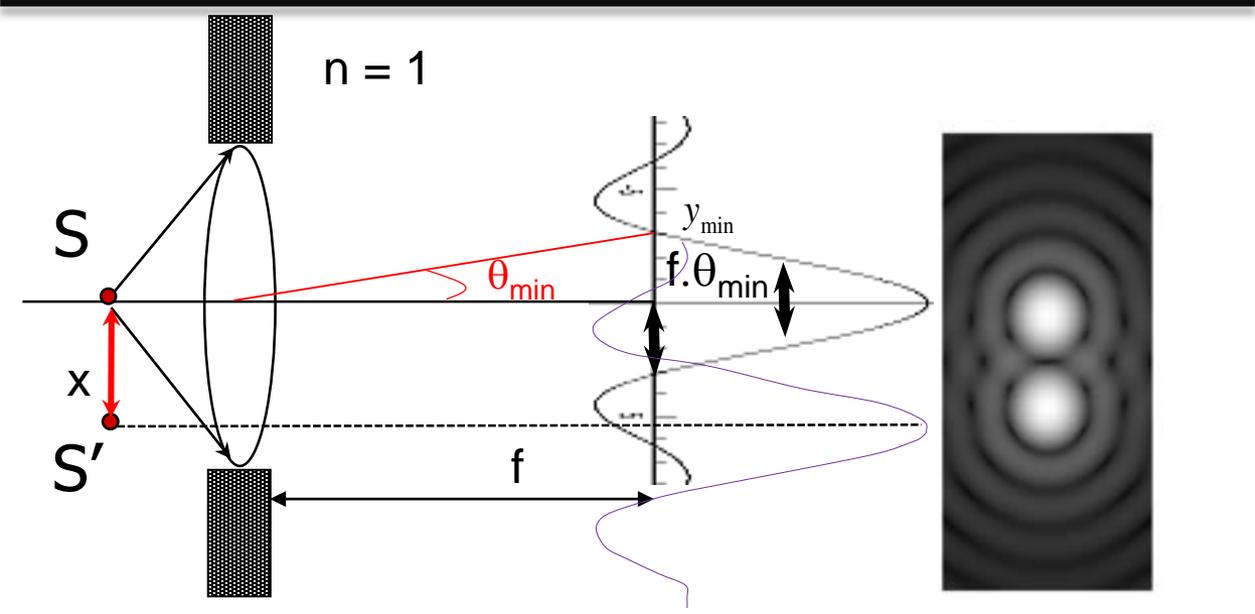
ORIFICE CIRCULAIRE DE DIAMETRE d



$$\sin \theta_{\min}^N = 1,22 \cdot N \cdot \frac{\lambda}{d}$$

N entier positif

LA DIFFRACTION LIMITE LA RESOLUTION

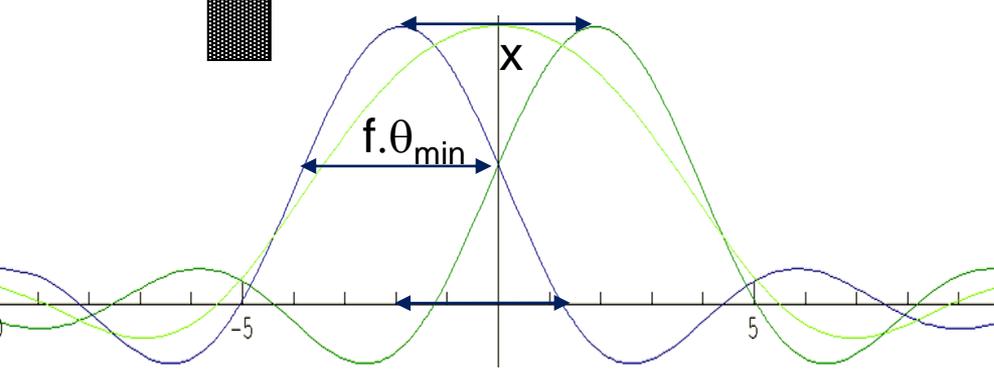
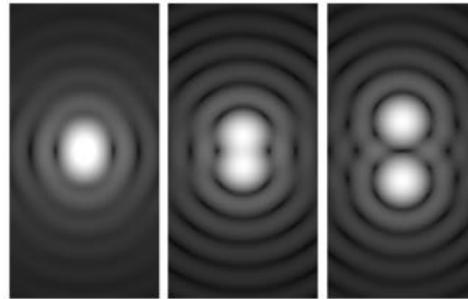
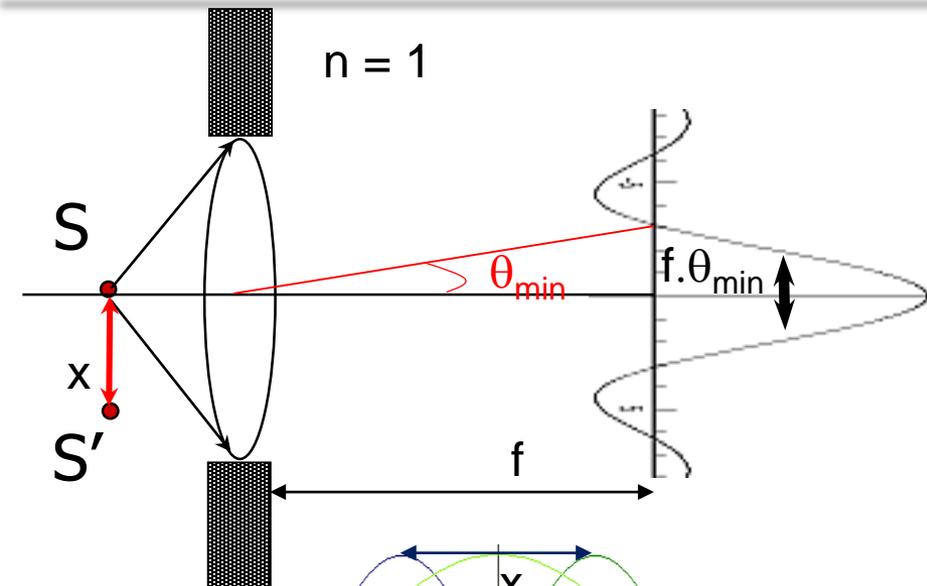


$$\theta_{min} \approx \sin \theta_{min} = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{d}$$

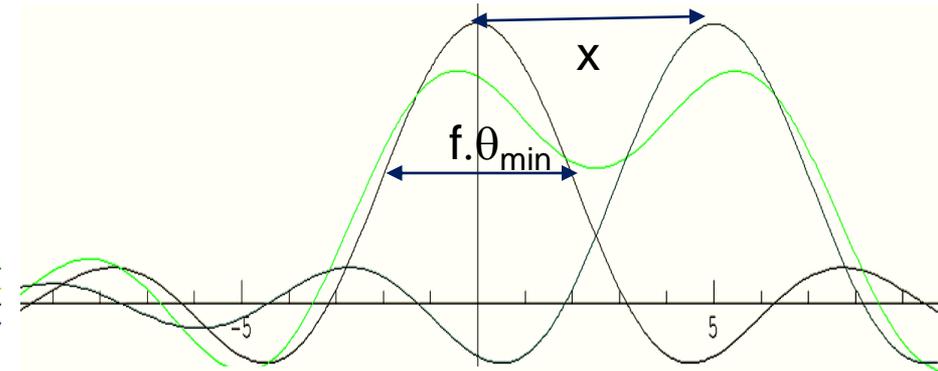
$$y_{min} \approx f \cdot \theta_{min} \approx f \cdot 1,22 \cdot \frac{\lambda}{d}$$



LA DIFFRACTION LIMITE LA RESOLUTION



$x \leq f \cdot \theta_{min}$: fusion des 2 objets



$x > f \cdot \theta_{min}$: 2 objets vus

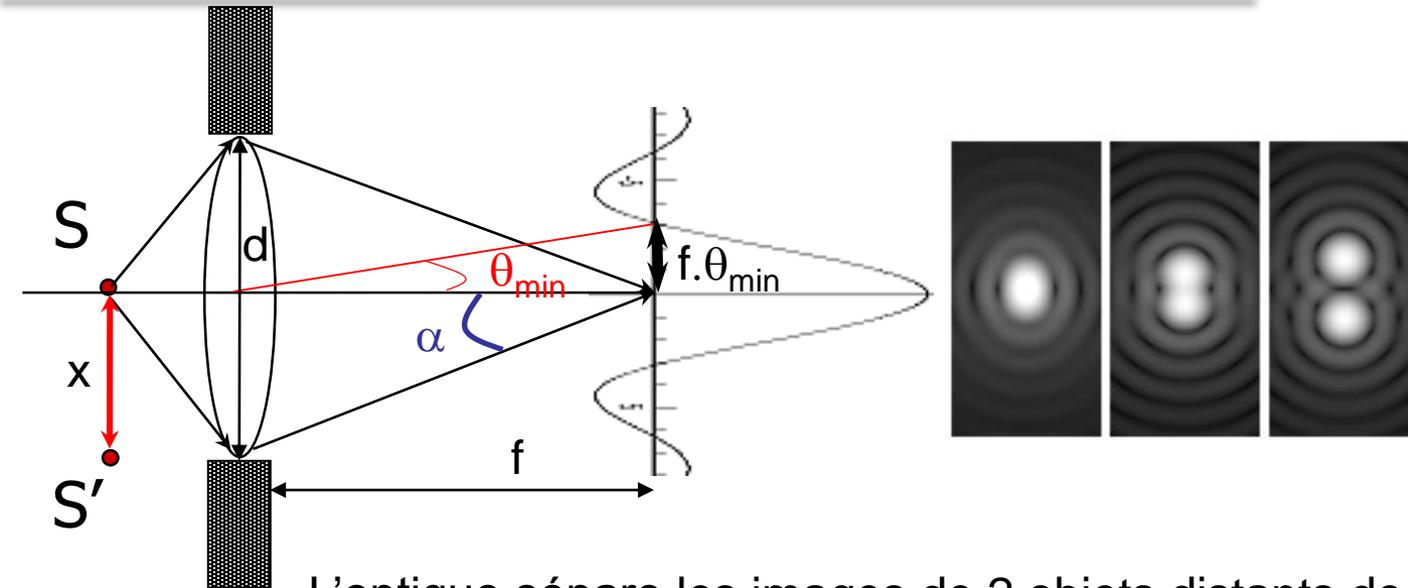
L'optique sépare les images de 2 objets distants de x si $x > LMH = f \cdot \theta_{min} = 1,22 \cdot \lambda \cdot f/d$

Rm : $N = f/d =$ nombre d'ouverture des objectifs photographiques ($f/2,8 > f/5,6 = d$)

La diffraction dégrade plus la résolution pour $N=5,6$ ($d \downarrow$) que pour $N=2,8$ ($d \uparrow$)



LA DIFFRACTION LIMITE LA RESOLUTION



L'optique sépare les images de 2 objets distants de $x > LMH = f \cdot \theta_{\min}$
 $LMH = R = \text{pouvoir séparateur} = \text{résolution}$

$$\sin \alpha \approx \text{tg} \alpha = \frac{d}{2f} = \frac{d}{2f} \Rightarrow \frac{f}{d} \approx \frac{1}{2 \sin \alpha}$$

Pouvoir séparateur d'un instrument d'optique:

$$R = 1,22 \cdot \lambda \cdot \frac{f}{d} = \frac{0,61 \cdot \lambda}{\sin \alpha}$$

ou $\frac{0,61 \cdot \lambda}{n \cdot \sin \alpha}$ si le milieu image est d'indice n

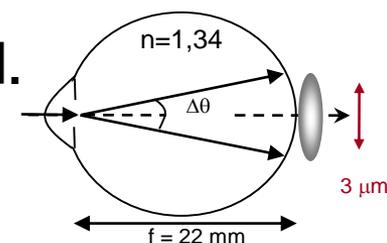
LA DIFFRACTION LIMITE LA RESOLUTION

Résolution angulaire = $1,22 \cdot \lambda/d = \theta_{\min}$

Résolution spatiale = $1,22 \cdot \lambda f/d = 0,61 \cdot \lambda/(n \cdot \sin \alpha)$

- **Pupille** $d = 5 \text{ mm}$, $\lambda = 500 \text{ nm} \Rightarrow \theta_{\min} = 0.1 \text{ mrad}$.

$$R = n \cdot f \cdot \theta_{\min} = 29 \cdot 10^{-3} \cdot \theta_{\min} = 3,6 \text{ } \mu\text{m}$$



- **Microscope** $d = 1 \text{ cm}$, $\lambda = 500 \text{ nm}$, $n \cdot \sin \alpha = 1,5$

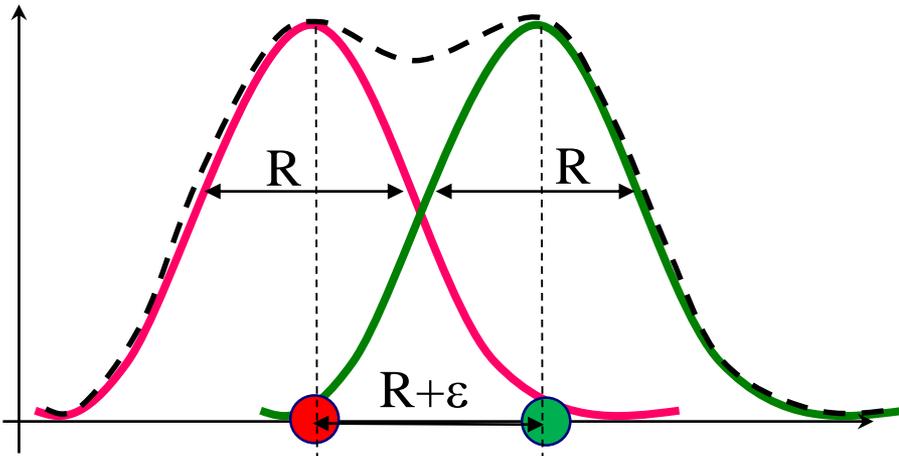
$$\theta_{\min} = 61 \text{ } \mu\text{rad} \text{ et } R = 0,2 \text{ } \mu\text{m}$$

- Intérêt des optiques de **grand diamètre** (télescopes)
- intérêt des **faibles λ** (rayons X ou γ , ...)
- Intérêt d'un milieu de **n élevé** entre la lame et le microscope

RESOLUTION ET NUMERISATION



$$R = f \cdot \theta_{\min}$$



Théorème d'échantillonnage de Shannon:

Numérisation sans perte d'information

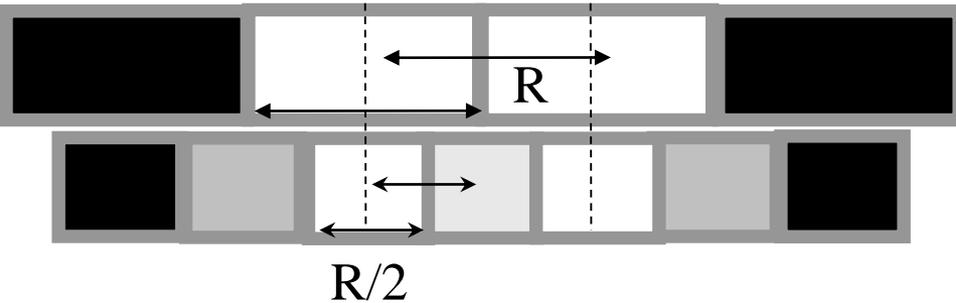


Dimension du pixel = $R/2$

Exemple: calcul du diamètre optimal des cônes de la rétine: $3/2 = 1,5 \mu\text{m}$

Données histologiques :

Bâtonnets : $2 \mu\text{m}$; Cônes : 1 à $3 \mu\text{m}$

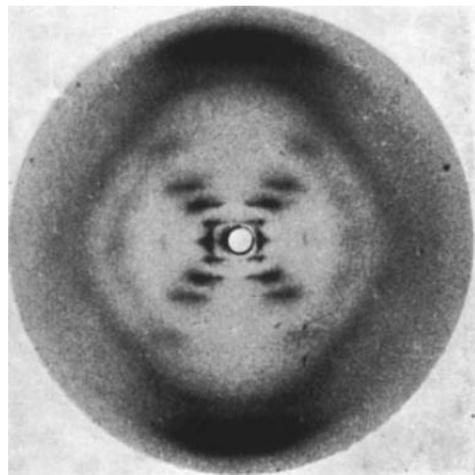


Nb: la diffraction n'est pas la seule à limiter la résolution, cf. DFGSx2



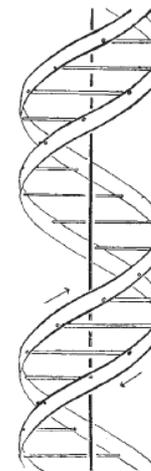
APPLICATIONS DE LA DIFFRACTION

- Holographie
- **Détermination des structures moléculaires**
 - $\sin \theta \approx \lambda/d$ donne l'ordre de grandeur de d
 - La symétrie de la figure de diffraction reflète celle de l'objet diffractant
 - **Rayons X : $\lambda \approx \text{Å}$, adaptés à sonder les structures moléculaires**
 - L'analyse de Fourier des figures de diffraction générées par des molécules biologiques cristallisées permet d'en déduire la structure



R Franklin 1920-58

« photographie 51 »
RE Franklin & R Gosling.
Nature. 171,740-741. 1953



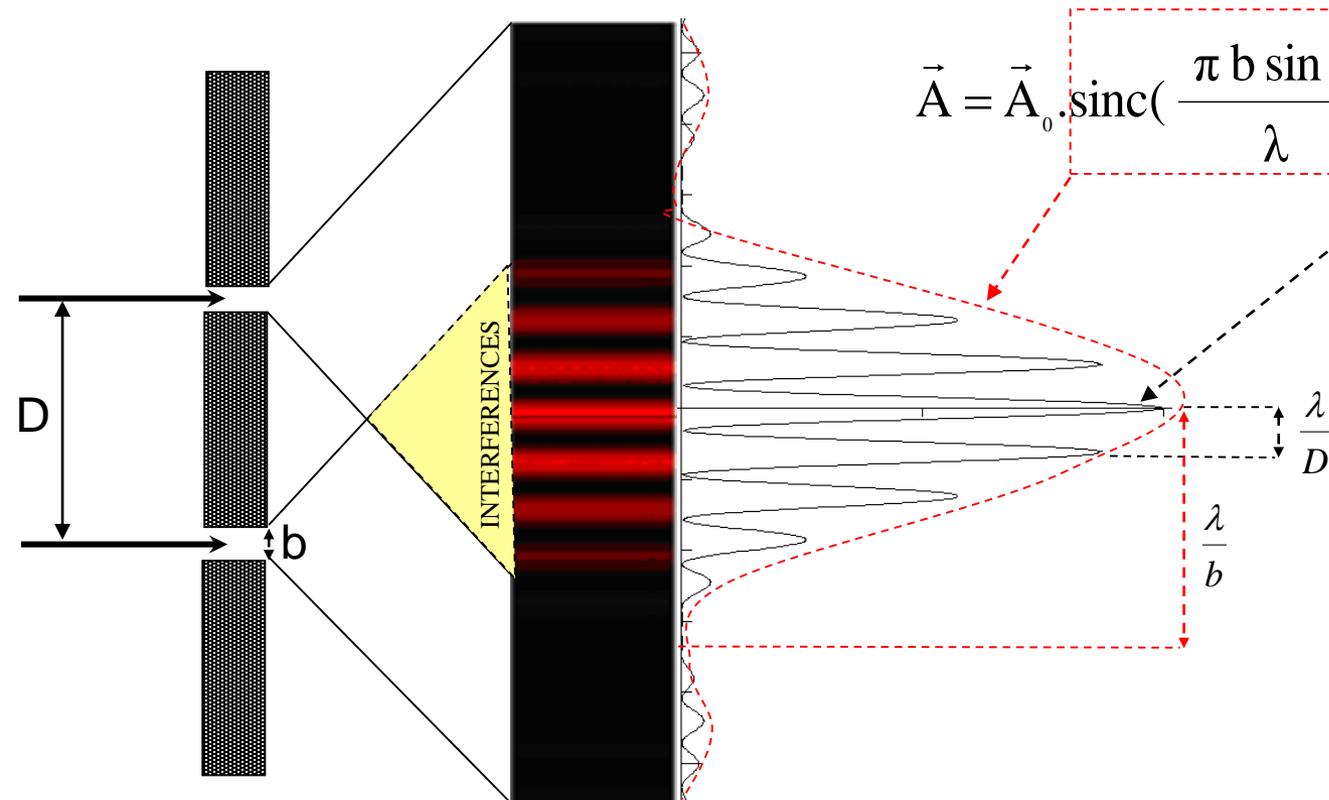
A structure of DNA
JD Watson & FHC Crick.
Nature. 171, 737-738. 1953
(parmi 5 articles)

EXEMPLE DES FENTES D'YOUNG

On associe diffraction, sommation des rayons diffractés et interférences de ceux issus de chacun des deux trous

Le calcul pour cet exemple donne :

$$\vec{A} = \vec{A}_0 \cdot \text{sinc}\left(\frac{\pi b \sin \theta}{\lambda}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi D \sin \theta}{\lambda}\right)$$



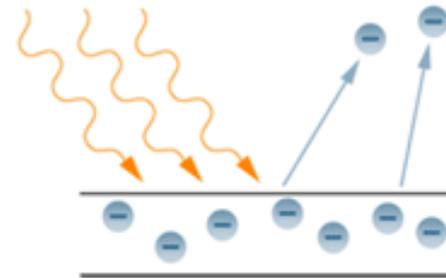
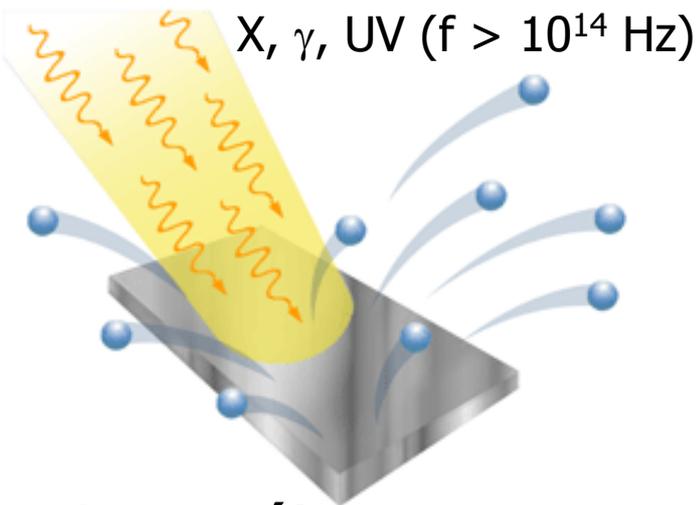
OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 4

- **Savoir :**
 - Définir des ondes cohérentes, interférence, diffraction.
 - Évaluer si des interférences sont possibles
 - Calculer un déphasage et une interférence dans des cas simples.
 - Manipuler la relation $\sin \theta_{\min} = \lambda/b$
 - en déduire les caractéristiques de résolution angulaire des instruments optiques et les conditions de numérisation.

APPROCHE EXPERIMENTALE



↳ Pression de radiation: lumière \Rightarrow chocs de particules ?

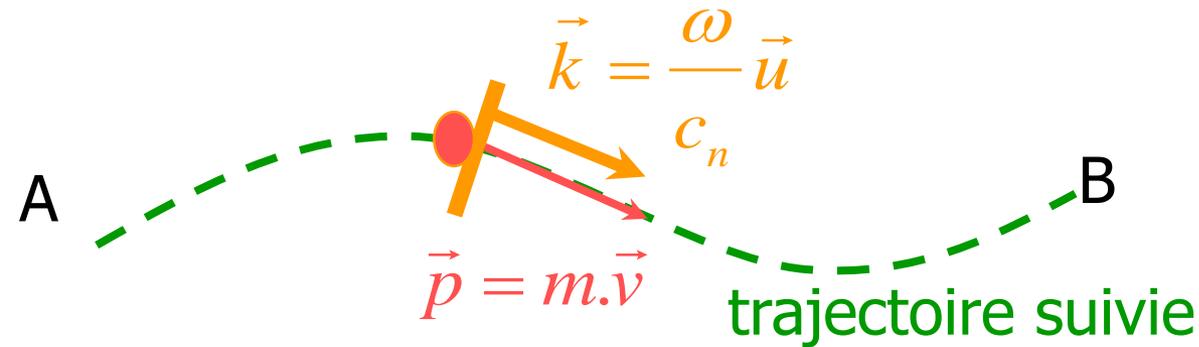


1905: effet photo-électrique seulement avec UV, X ou γ

↳ Lumière = Particules dont l'énergie dépend de f ?



DUALITE ONDE-CORPUSCULE



Problème : modéliser ensemble les deux caractéristiques de la lumière :

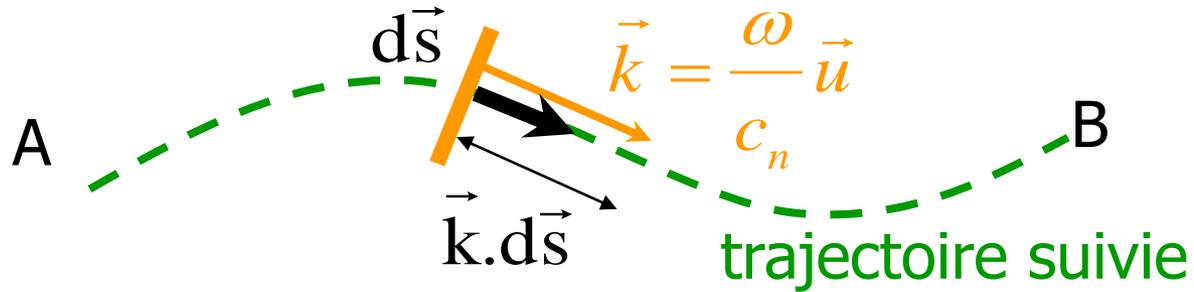
- ondulatoires : réflexion, réfraction, diffraction, interférences...
- corpusculaires : chocs, effet photo-électrique, effet Compton...

Idée : Modéliser via le principe de moindre action et l'analogie entre :

- | | | | |
|--------------------------|----------------|---|---------------------------------|
| • <u>ondulatoire</u> : | surface d'onde | / | vecteur d'onde \vec{k} |
| • <u>corpusculaire</u> : | masse | / | quantité de mouvement \vec{p} |

PRINCIPES DE MOINDRE ACTION

Aspect ondulatoire: principe de Fermat (1657)



1601-1665

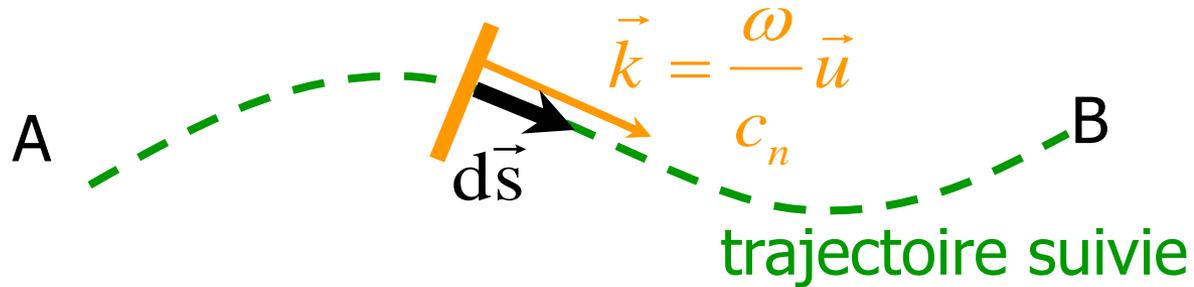
$$C = \int_A^B n \cdot ds \quad \text{chemin optique minimal}$$

$$C = \int_A^B n \cdot ds = \int_A^B \frac{c}{c_n} \cdot ds = \int_A^B \frac{c}{c_n} \frac{\omega}{\omega} \cdot ds = \frac{c}{\omega} \int_A^B \frac{\omega}{c_n} \cdot ds = \frac{c}{\omega} \int_A^B \vec{k} \cdot d\vec{s}$$

car $n = \frac{c}{c_n}$

PRINCIPES DE MOINDRE ACTION

Aspect ondulatoire: principe de Fermat (1657)



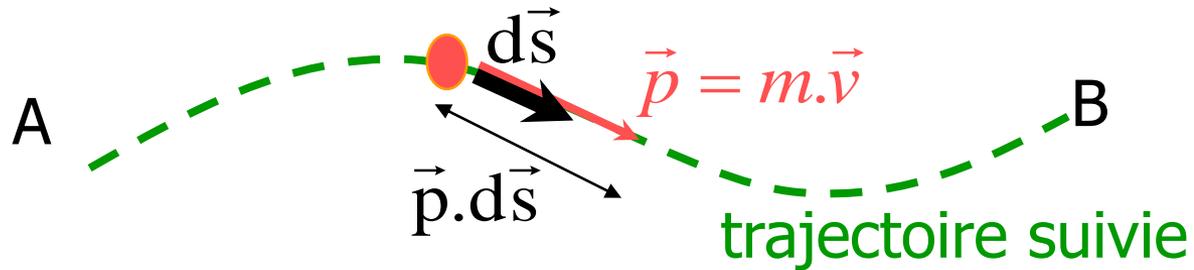
$$A = \int_A^B \vec{k} \cdot d\vec{s} \quad \text{minimale}$$



1601-1665

PRINCIPES DE MOINDRE ACTION

Aspect corpusculaire: principe de Maupertuis (1744)



$$A = \int_A^B \vec{p} \cdot d\vec{s} \quad \text{minimale}$$

Remarque :

$$E_c \text{ constant} \Rightarrow \int_A^B p \cdot ds = \int_A^B m \cdot v \cdot ds = \int_A^B m \cdot v \cdot \frac{ds}{dt} \cdot dt = \int_A^B m \cdot v^2 \cdot dt = 2 \cdot E_c \int_A^B dt = 2 \cdot E_c (t_B - t_A)$$

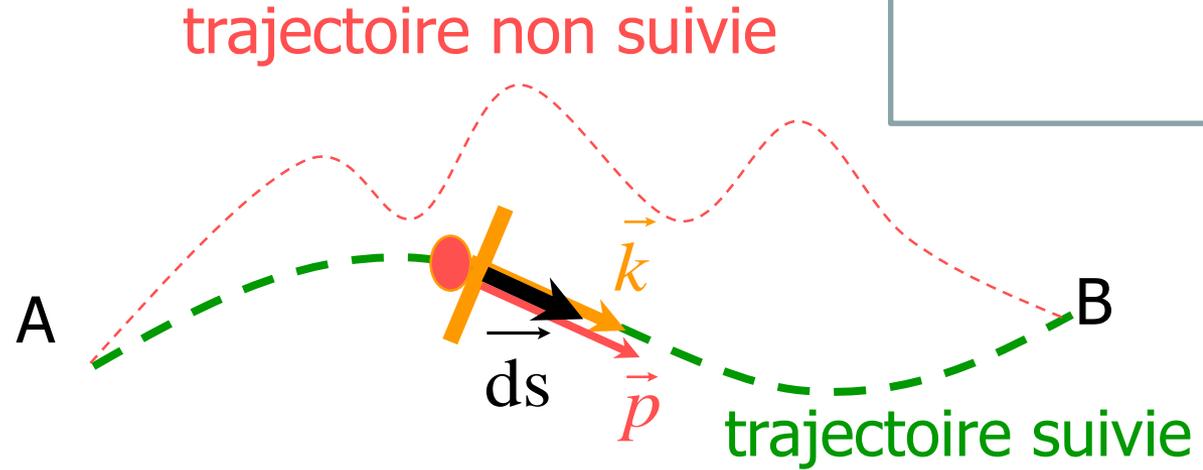


1698-1769

PRINCIPES DE MOINDRE ACTION

$$A = \int_A^B \vec{k} \cdot d\vec{s}$$

$$A' = \int_A^B \vec{p} \cdot d\vec{s}$$



Description ondulatoire et corpusculaire de la lumière
 $\Rightarrow A$ et A' minimaux ensembles

Il suffit d'avoir \vec{p} et \vec{k} proportionnels :

$$\vec{p} = \hbar \cdot \vec{k}$$

RELATION DE LOUIS DE BROGLIE



$$p = \hbar.k \Rightarrow p = \hbar.\frac{\omega}{c_n} = \hbar.\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{h}{\lambda}$$

Constante de Planck

$$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$$

$$\hbar = h/2\pi$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Longueur
d'onde (m)

ONDE



quantité de mouvement
de la particule (kg.m.s⁻¹)

PARTICULE



1892-1987

APPLICATION NUMERIQUE

- Sujet de 70 kg se déplaçant à 10 km/h

$$\lambda = \frac{6.62.10^{-34}}{70.10000/3600} = 3,4.10^{-36} \text{ m} \ll 10^{-18} \text{ m (électron)}$$

- Électron accéléré sous 100 V

$$\frac{1}{2} m.v^2 = e.V \Rightarrow m^2.v^2 = 2m.e.V \Rightarrow p = m.v = \sqrt{2.m.e.V} = 5,4.10^{-24} \text{ kg.m.s}^{-1}$$

$$\lambda = \frac{6.62.10^{-34}}{5,4.10^{-24}} = 1,2.10^{-10} \text{ m} \approx \text{dimensions atomiques}$$

Donc : comportement ondulatoire (diffraction) des électrons

Les électrons $\Rightarrow \uparrow$ résolution des microscopes ($\propto \lambda \downarrow / d$)

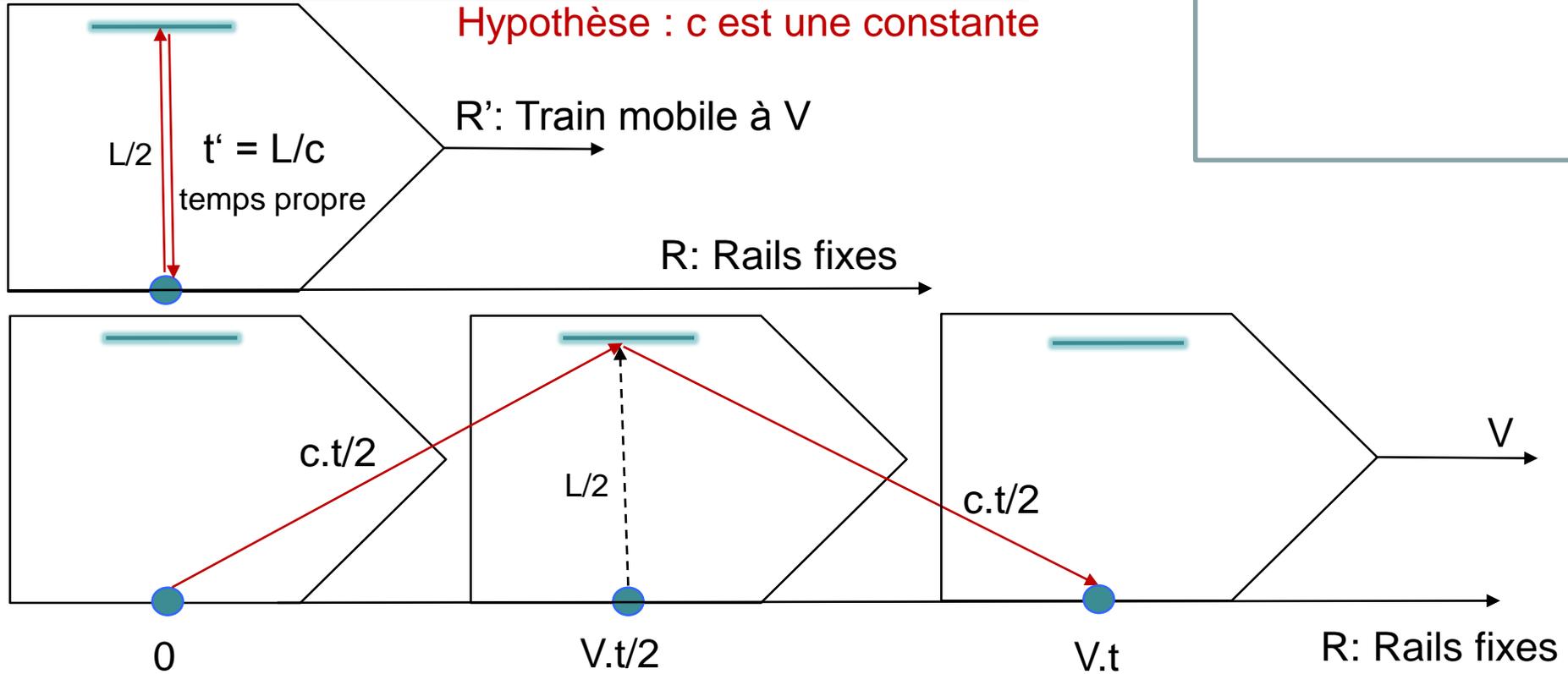
mais ce comportement ne peut pas se manifester pour un humain ...

3 CONSEQUENCES DE LA DUALITE O.C

- Relation du quantum d'Einstein
 - Que signifie $\lambda=h/p$ dans le cas d'un photon ($m=0$ mais $p\neq 0$) ?
- Relations d'incertitudes d'Heisenberg
 - Où comment le hasard entre en jeu du fait de la dualité onde-corpuscule
- Quantification des grandeurs physiques
 - Où l'on renonce à la continuité des grandeurs physiques

RELATIVITE RESTREINTE

Hypothèse : c est une constante



$$\left(\frac{c.t}{2}\right)^2 = \left(\frac{V.t}{2}\right)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2 \Rightarrow t^2 \cdot (c^2 - V^2) = L^2 = c^2 \cdot t'^2 \Rightarrow t^2 = \frac{c^2 \cdot t'^2}{c^2 - V^2} = \frac{t'^2}{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

$$t = \frac{t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \gamma \cdot t' \quad \text{où } \gamma \geq 1$$

Exemple: $V = 0,87.c \Rightarrow \gamma = 2$

Si vue de l'intérieur du train, l'horloge bat toutes les ns ($t'=L/c=10^{-9}s$), alors elle bat 2 fois plus lentement ($t=2$ ns), vue du sol.



IMPULSION & ENERGIE EN RELATIVITE

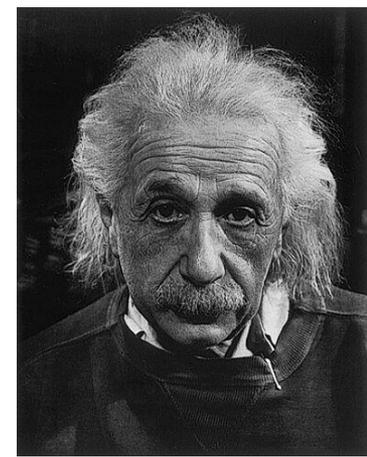
$$p = m \frac{dr}{dt'} = m \frac{dr}{dt} \frac{dt}{dt'} = m \frac{dr}{dt} \gamma \Rightarrow p = \gamma.m.v \quad \text{où} \quad \frac{dt}{dt'} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \gamma$$

En particulier, $V = c \Rightarrow m = 0$

de plus, comme $(1 - \varepsilon)^n \stackrel{\varepsilon \rightarrow 0}{\approx} (1 - n.\varepsilon)$

$$\gamma.m.c^2 = \frac{m.c^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = m.c^2 \cdot \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \stackrel{V \ll c}{\approx} m.c^2 \cdot \left(1 + \frac{V^2}{2c^2}\right) = m.c^2 + \frac{1}{2}mV^2 = E$$

Donc, en généralisant : $E = \gamma.m.c^2$



A Einstein
1879-1955

$$E^2 = \gamma^2 m^2 c^4 = m^2 c^4 (1 + \gamma^2 - 1) = m^2 c^4 \left(1 + \frac{1}{1 - \frac{V^2}{c^2}} - 1\right) = m^2 c^4 \left(1 + \frac{\frac{V^2}{c^2}}{1 - \frac{V^2}{c^2}}\right) = m^2 c^4 \left(1 + \gamma^2 \frac{V^2}{c^2}\right)$$

$$\Rightarrow E^2 = m^2 c^4 + m^2 c^2 \gamma^2 V^2 \Rightarrow E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2$$

En particulier, $m = 0 \Rightarrow E = p.c$



RELATION DU QUANTUM

Comment appliquer la relation de L de Broglie à une particule (**PHOTON**) associée à une onde électro-Magnétique se déplaçant à la célérité de la lumière c ?

La relativité restreinte nous apprend que :

$$\left\{ \begin{array}{l} M = \frac{m_{repos}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad \text{donc } V = c \Rightarrow m_{repos} = 0 \\ E = p.c \quad \text{si } m_0 = 0 \end{array} \right.$$

$$p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow$$

$$E = \frac{hc}{\lambda} = hf = \hbar.\omega$$

$$\hbar \stackrel{DEF}{=} \frac{h}{2\pi}$$

E : énergie du photon

ω , f et λ : pulsation, fréquence et longueur de l'OEM associée

c : célérité des OEM dans le vide; h : constante de Planck

RELATION DU QUANTUM

$$E = \frac{hc}{\lambda} = hf = \hbar \cdot \omega \quad \text{où} \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

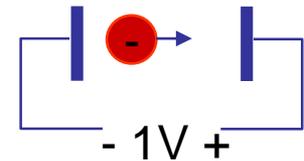
Électron-volt = énergie acquise
par un électron accéléré sous 1 V :

$$E = q \cdot V \quad \text{où} \quad q=e \quad \text{et} \quad V=1$$

$$1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E(\text{eV}) = \frac{h \cdot c}{e \cdot \lambda(\text{nm}) \cdot 10^{-9}} \Rightarrow E(\text{eV}) = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 2,998 \cdot 10^8}{1,602 \cdot 10^{-19} \cdot \lambda(\text{nm}) \cdot 10^{-9}}$$

$$E(\text{eV}) = \frac{1240}{\lambda(\text{nm})}$$



Attention : cette relation ne s'applique pas aux particules de masses au repos non nulles

CLASSIFICATION SIMPLIFIEE

R. cosmique

X, γ

U.V

visible

IR

micro

ondes

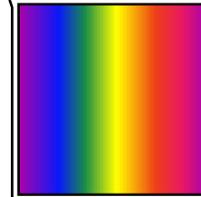
radar

Wifi

Hertzien :

téléphone

TV, IRM



1 pm

1 nm

10 nm

400-800 nm

1mm

1 m

100 m

1km

λ

F (Hz)

10^{20}

10^{17}

10^{16}

10^{14}

10^{11}

10^8

10^6

10^5

E (eV)

10^6

10^3

10^2

3,1

1,5

10^{-3}

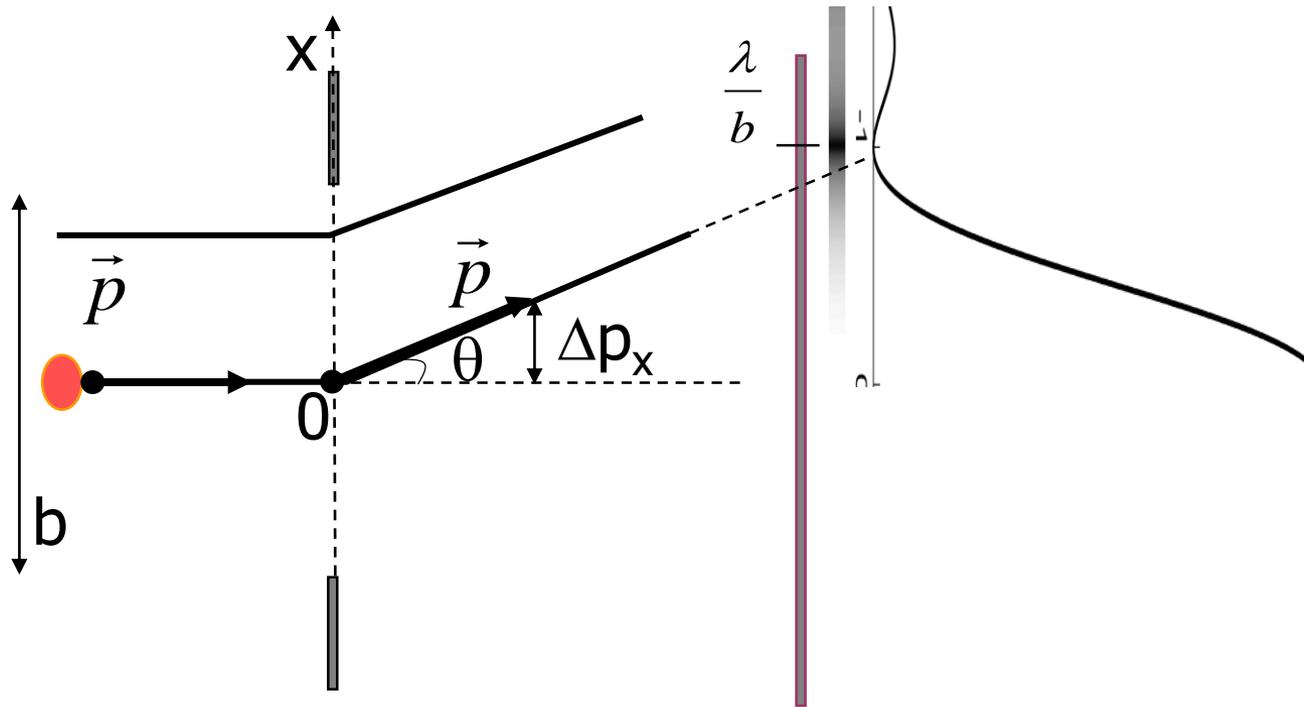
10^{-6}

10^{-8}

10^{-9}



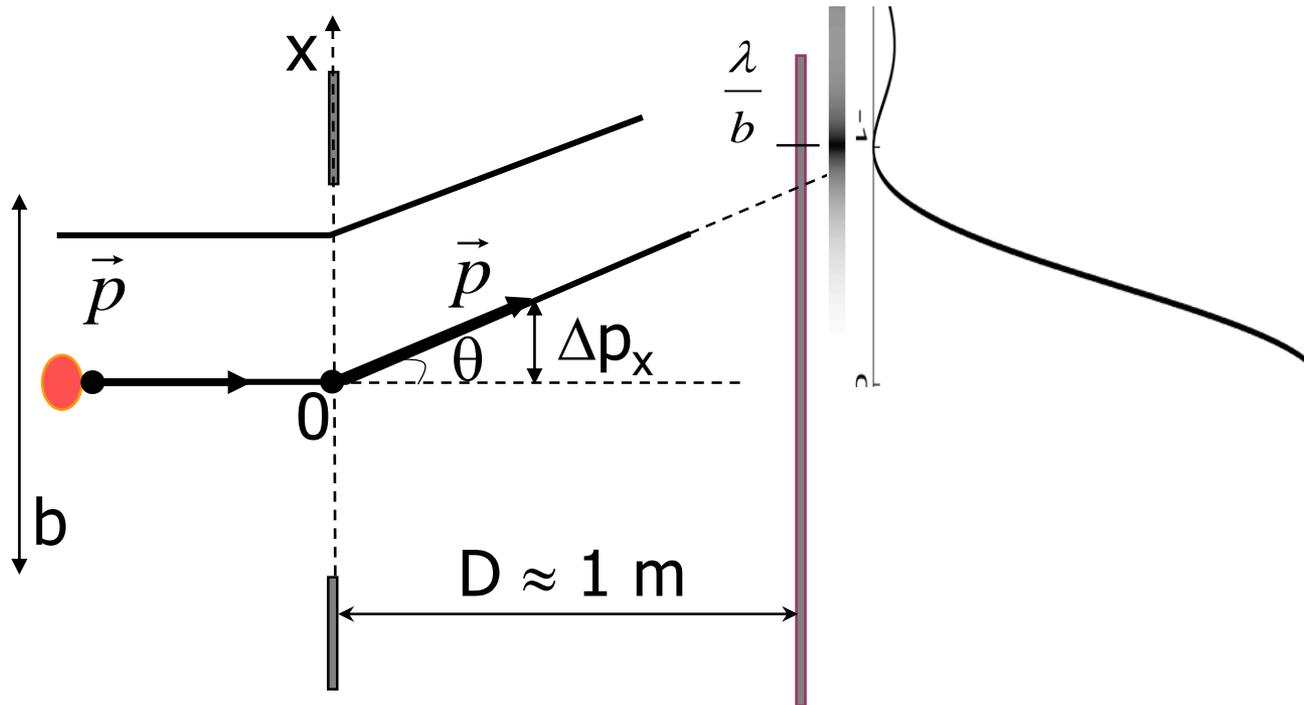
RETOUR SUR LA DIFFRACTION



La **même figure d'interférences** est enregistrée sur une plaque photographique lorsque les photons sont **émis un par un**

Interprétation ?

RETOUR SUR LA DIFFRACTION



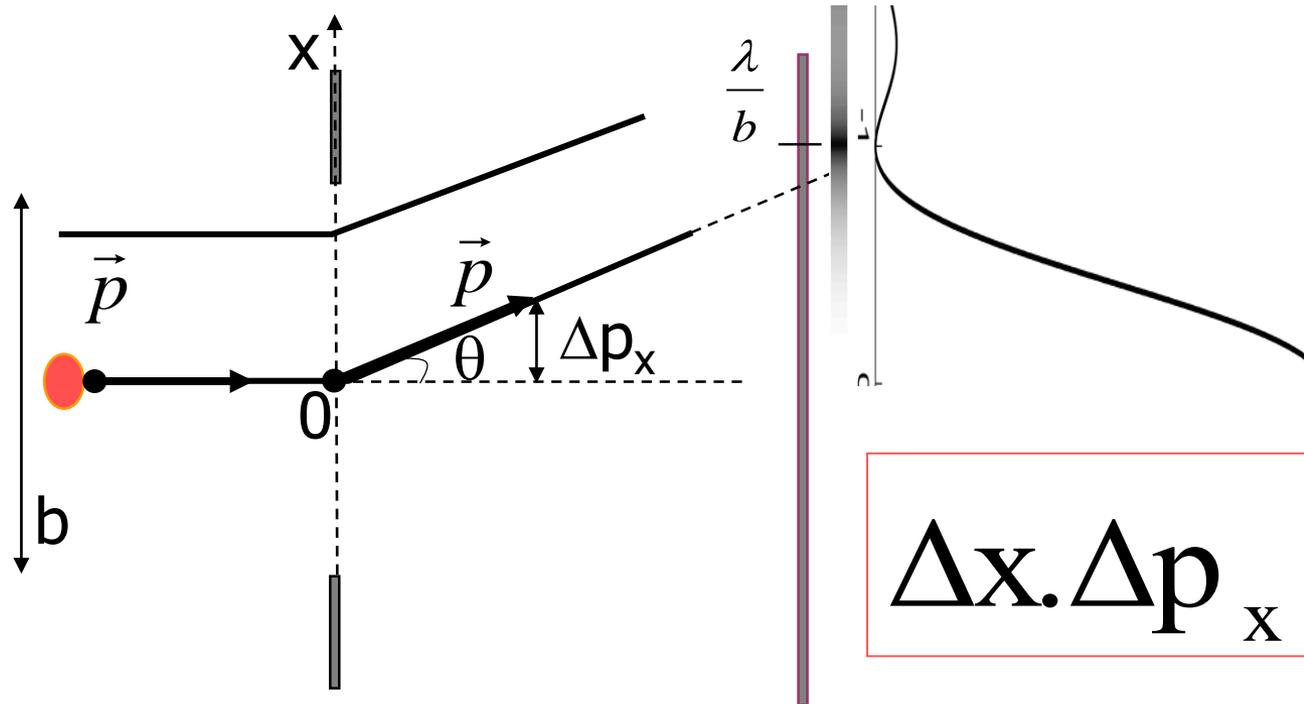
Incertitude sur la position du photon : $\Delta x = b$

Incertitude sur l'impulsion du photon : $\Delta p_x = p \cdot \sin \theta$

si θ petit et $D \approx 1\text{m}$, alors $p \cdot \sin \theta \approx p \cdot \theta \approx p \cdot \lambda/b$

Alors $\Delta x \cdot \Delta p_x \approx b \cdot p \cdot \lambda/b = p \cdot \lambda = h (\approx h/2\pi)$

RETOUR SUR LA DIFFRACTION



$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar \neq 0$$

L'incertitude sur la direction de diffraction de l'OEM se retrouve dans l'impossibilité de connaître avec une absolue précision à la fois la position et l'impulsion du photon

RELATIONS D'INCERTITUDE D'HEISENBERG

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$$

ΔE : énergie échangée lors
d'une interaction de durée Δt

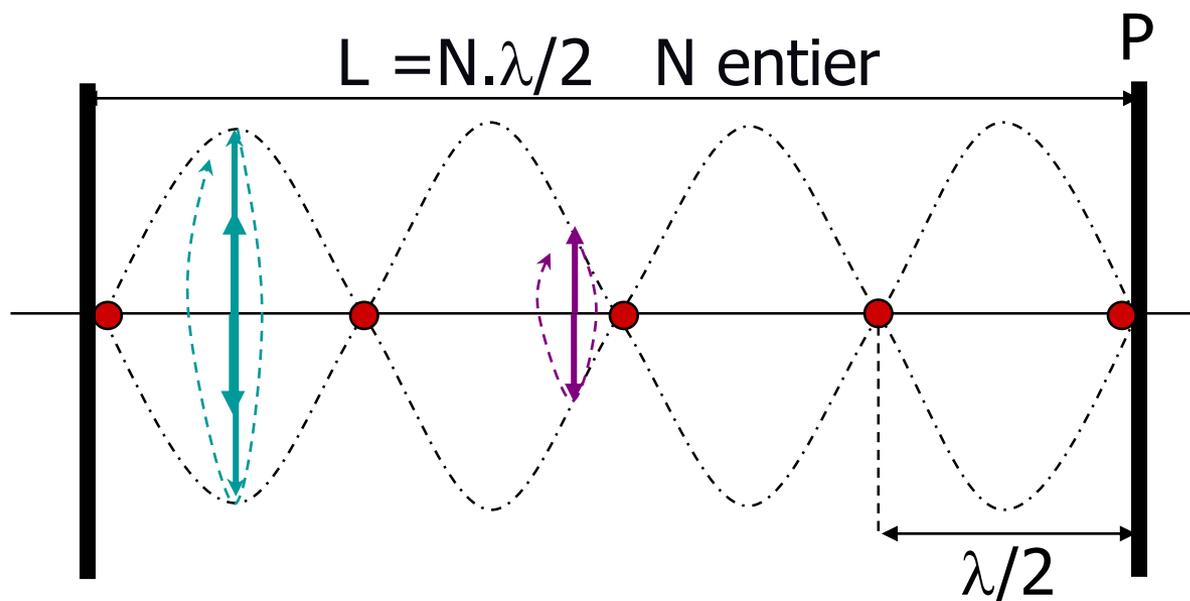


1901-1976

Pour calculer une trajectoire à partir de la relation fondamentale de la dynamique ($\Sigma f = ma$), il faut connaître exactement les positions et impulsions initiales, ce qui n'est pas le cas.

Donc, il n'y a pas de trajectoire définie à l'échelle des particules élémentaires, mais seulement des probabilités de présence p

QUANTIFICATION



Dualité Onde-particule \Rightarrow L. d'onde $\lambda = 2 \cdot L / N$ quantifiée
 \Rightarrow fréquence $f = c / \lambda = N \cdot c / (2L)$ quantifiée
 \Rightarrow Énergie = $hf = N \cdot h \cdot c / (2L)$ quantifiée

Les grandeurs physiques ne varient pas continûment, mais par multiples d'une grandeur élémentaire: elles sont quantifiées.

OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 5

- **Savoir expliquer** pourquoi une modélisation duale ondulatoire et corpusculaire entraîne :
 - $\lambda = h/p$ et $E = hc/\lambda$ pour les particules de masses nulles
 - $\Delta x \cdot \Delta p_x$ borné inférieurement et la perte du concept de trajectoire
 - La quantification des grandeurs physiques
- **Savoir manipuler** :
 - Les relations $\lambda = h/p$ et $E = hc/\lambda$
 - Et les conséquences de $E = hc/\lambda$ sur la classification des REM
- **Connaître**: les ordres de grandeur limites en énergie des photons :
 - (X, γ) : $E > 10-100$ eV ; (visible) : $E = 1-3$ eV; (Hertzien) : $E < 1$ meV

LE MODELE STANDARD



BOSONS DE JAUGE (INTERACTIONS)

INTERACTION	BOSON	CIBLE	PORTEE fm	l/l_f
FORTE	8 GLUONS	HADRON	1	1
ELECTRO-MAGNETIQUE	PHOTON	CHARGEE	∞	10^{-3}
FAIBLE	Z^0 W^+, W^-	TOUTE	10^{-3}	10^{-5}
GRAVITATION	(GRAVITON) ?	MASSIQUE	∞	10^{-38}

FERMIONS (MATIERE)

6 quarks ← → 6 leptons

u	c	t	$2e/3$
d	s	b	$-e/3$

e	μ	τ	$-e$
ν_e	ν_μ	ν_τ	0

+ 6 anti-quarks
+ 6 anti-leptons

paires/triplets :
HADRONS

ELECTRON

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Cb}$$

proton = (uud) $q = \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) \cdot e = e$

neutron = (udd) $q = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3}\right) \cdot e = 0$



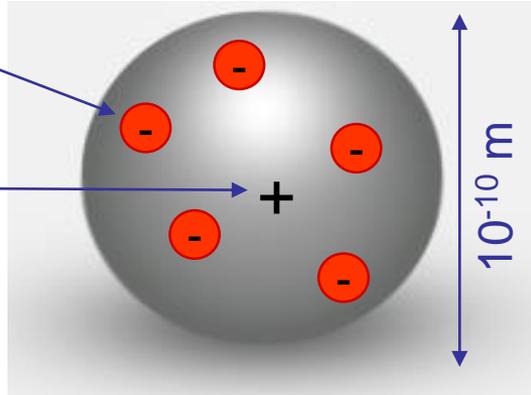
MODELES ATOMIQUES

- Modèle atomique de Thomson

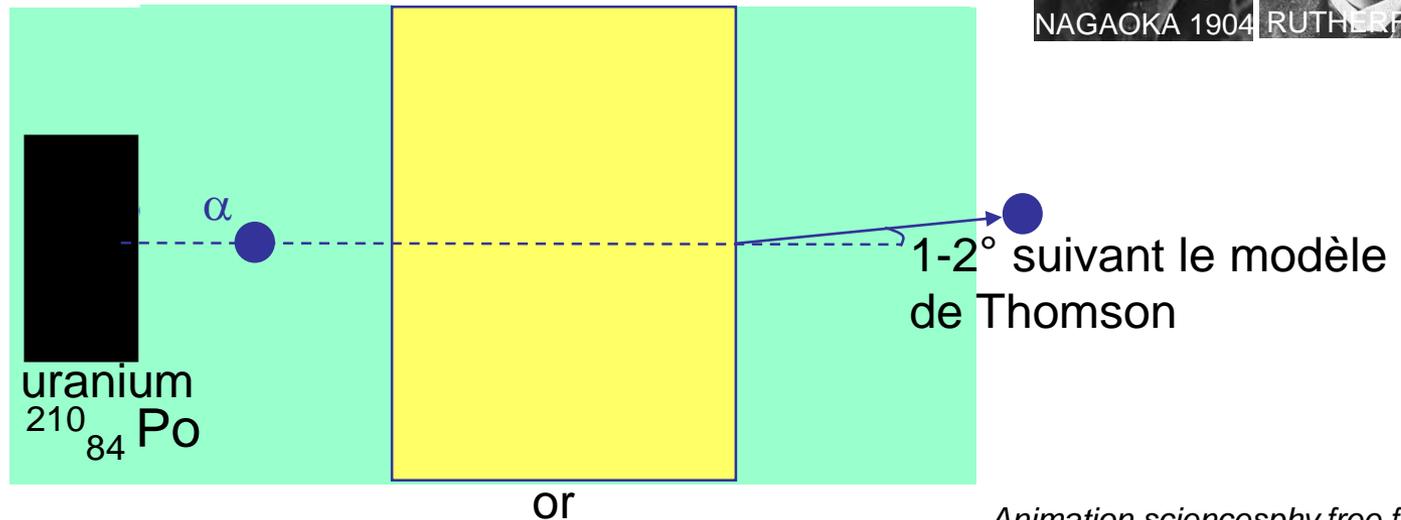
Z électrons
de charge $-e$

charge $+Ze$
uniforme

Atome neutre

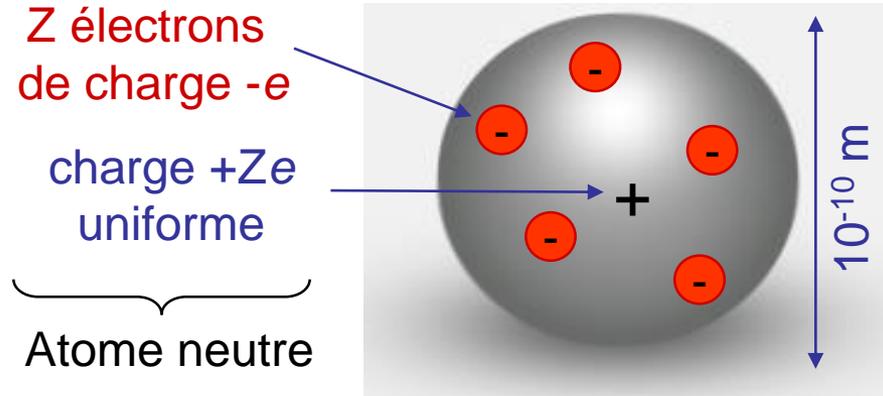


- Expérience d'E. Rutherford (1911)

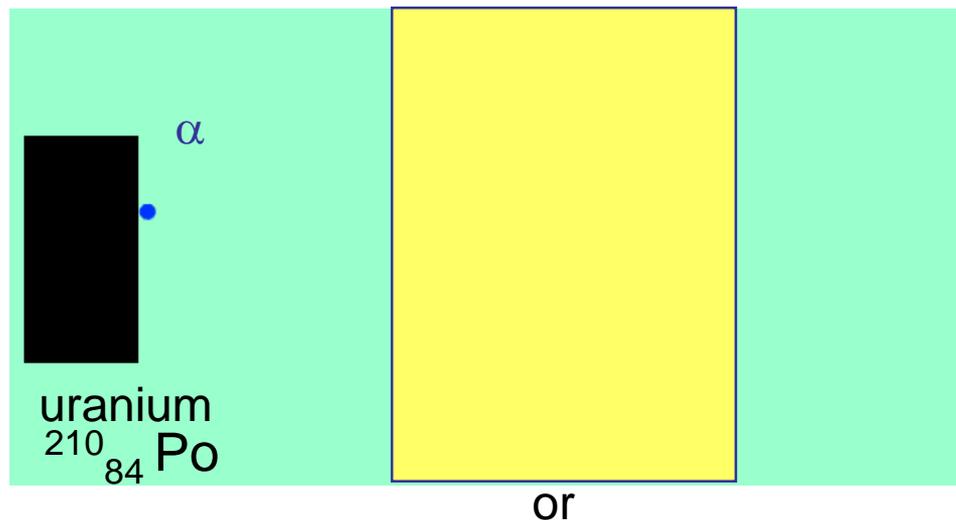


MODELES ATOMIQUES

- Modèle atomique de Thomson

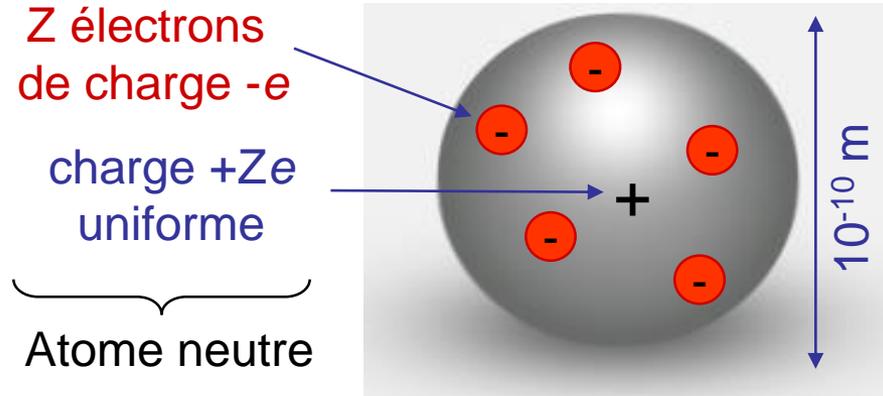


- Modèle atomique d'E. Rutherford (1911)

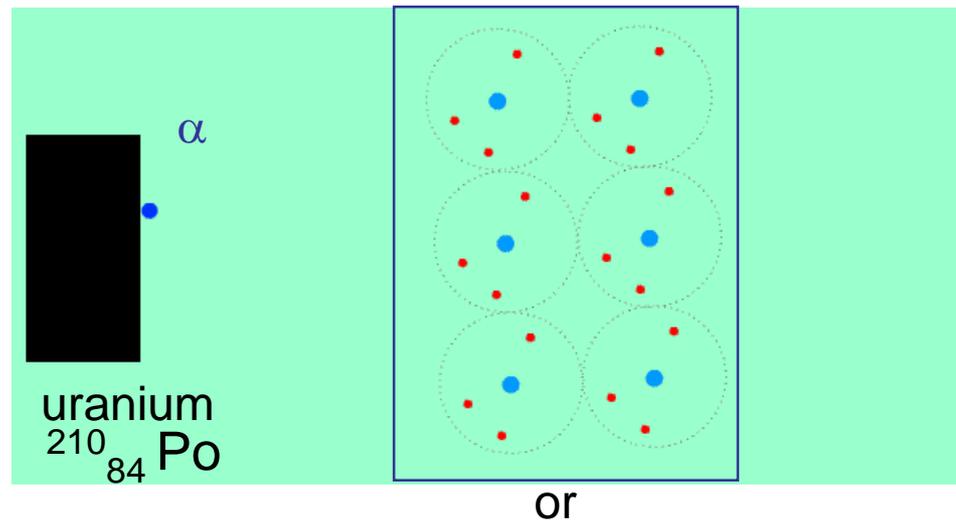


MODELES ATOMIQUES

- Modèle atomique de Thomson



- Modèle atomique d'E. Rutherford (1911)

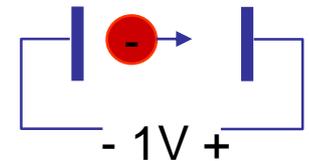


UNITES EN PHYSIQUE ATOMIQUE

- Energie : **électron-volt (eV)**

- 1 eV = énergie cinétique acquise par un électron qui passe, dans le vide, d'un point à un autre ayant un potentiel supérieur de 1 volt

- $1 \text{ eV} = e \cdot V = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$



- Masse :

- **Unité de masse atomique = u**

- $1 \text{ u} = \frac{1}{12}$ masse d'un atome de carbone 12: $1 \text{ u} = \frac{1}{12} \cdot \frac{12 \cdot 10^{-3}}{6,022 \cdot 10^{23}} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

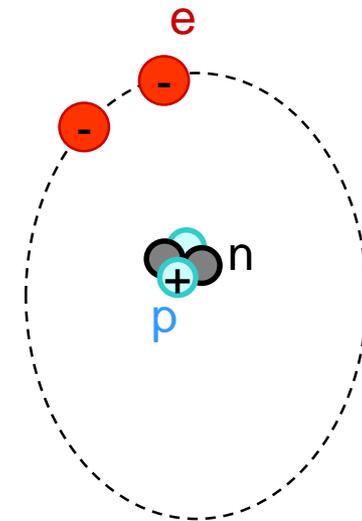
- Au repos: $E = m \cdot c^2 \Rightarrow m = E/c^2$ en **MeV** ou **MeV/c²**

$$1 \text{ u} = \frac{1,66 \cdot 10^{-27} \cdot (299\,792\,458)^2}{1,602 \cdot 10^{-19}} = 931 \text{ MeV}$$

MODELE ATOMIQUE DE RUTHERFORD

- **Atome** : ${}^A_Z X$
 - Z = numéro atomique = Nb d'électrons et de protons
 - A = nombre de masse = Nb de nucléons ($A=Z+N$)
 - $m_e=9,109 \cdot 10^{-31}$ kg $\ll m_p=1,673 \cdot 10^{-27}$ kg $< m_n=1,675 \cdot 10^{-27}$ kg

- **ISOTOPE** : même Z *exemple* : ${}^1_1\text{H}$ et ${}^2_1\text{H}$
- **ISOBARE** : même A *exemple* : ${}^{40}_{19}\text{K}$ et ${}^{40}_{20}\text{Ca}$
- **ISOTONE** : même N *exemple* : ${}^{26}_{12}\text{Mg}$ et ${}^{27}_{13}\text{Al}$



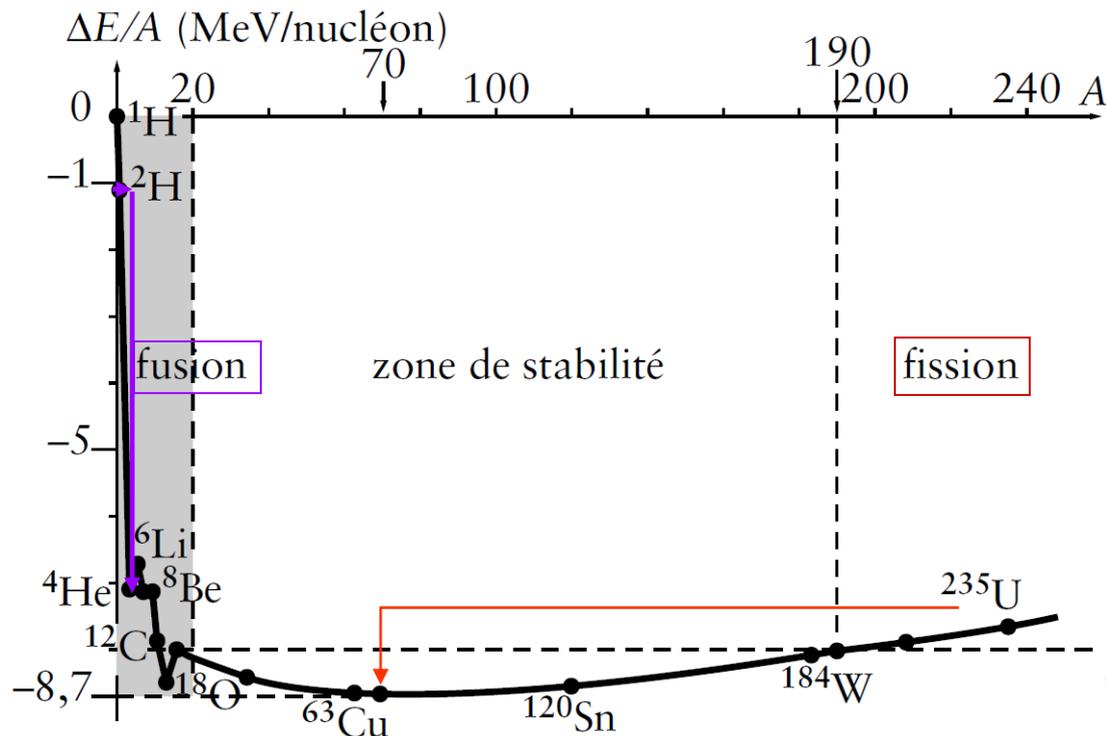
- Dimensions des nucléons $r \approx 1,4$ fm
- Dimension du noyau $R / \frac{4}{3} \pi R^3 \approx A \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow R \approx \sqrt[3]{A} \cdot r$
 - $R < 257^{1/3} \cdot 1,4 < 10$ fm \Rightarrow interaction forte dans le noyau

MODELE ATOMIQUE DE RUTHERFORD

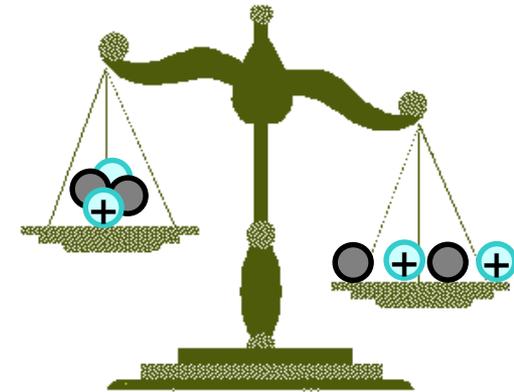
- Défaut de masse : $M({}_Z^A X) < Z.m_p + (A - Z).m_n$

Le défaut de masse correspond à une énergie de liaison nucléaire par interaction forte

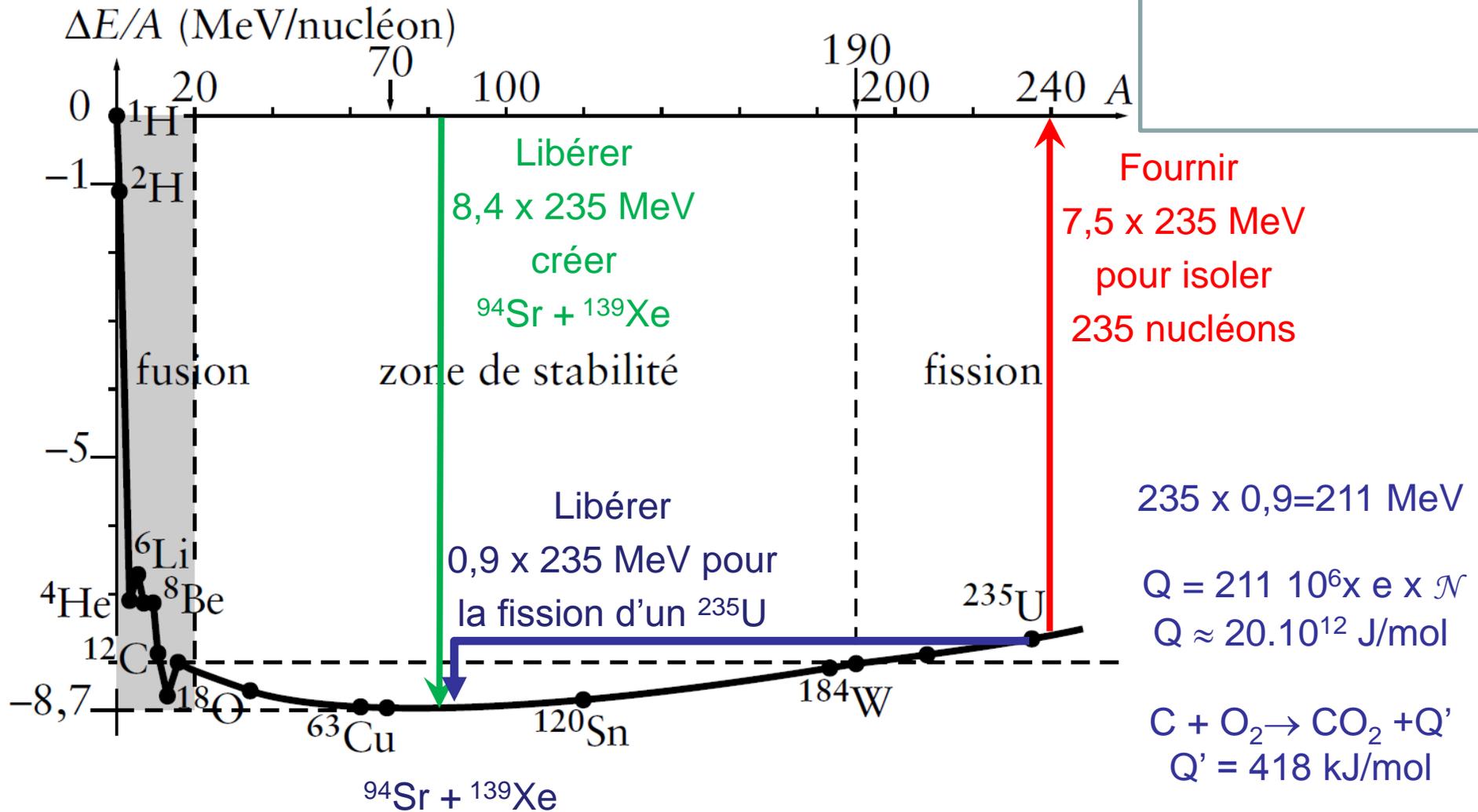
$$\Delta M = \frac{\Delta E}{c^2} = Z.m_p + (A - Z).m_n - M({}_Z^A X) > 0$$



Courbe d'Aston

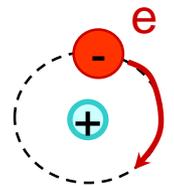


ENERGIES DE FISSION ET FUSION

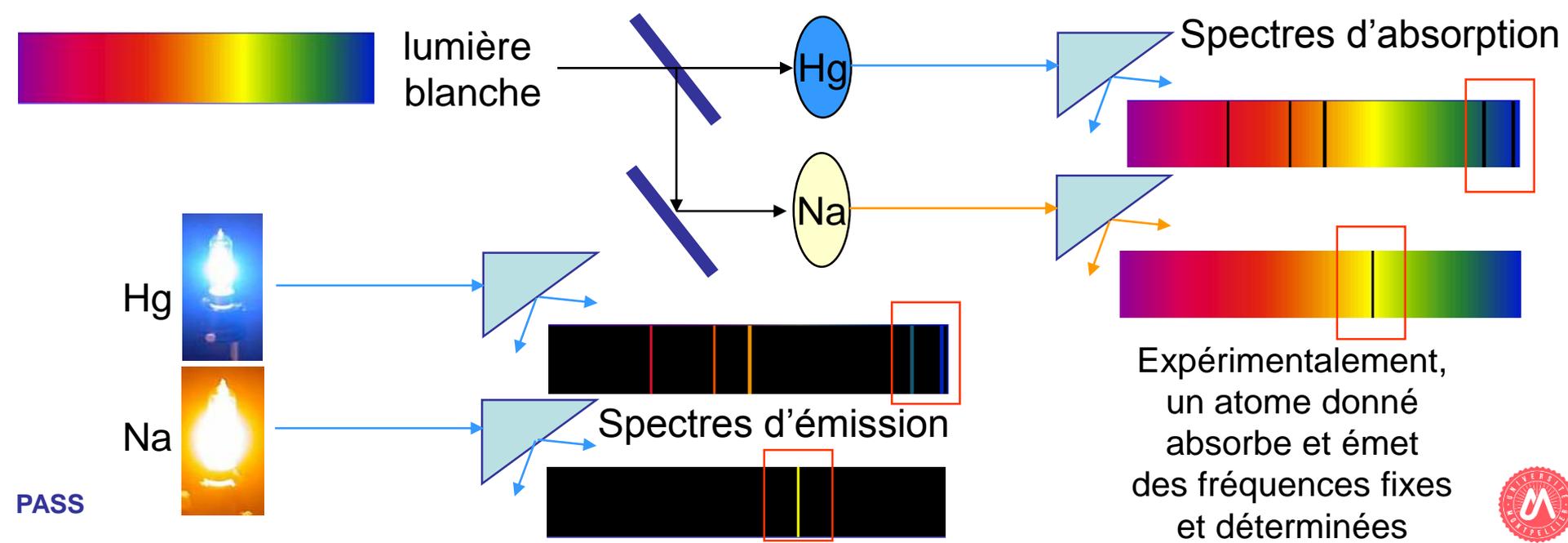


MODELE ATOMIQUE DE RUTHERFORD

- Un électron en orbite s'écraserait sur le noyau
 - mouvement accéléré (circulaire, de période T)
 - donc rayonne une onde électromagnétique $f=1/T$ (antenne)
 - donc **perd de l'énergie** et T diminue $\Rightarrow f \uparrow$



- et émettrait des fréquences continûment variables.



OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 6

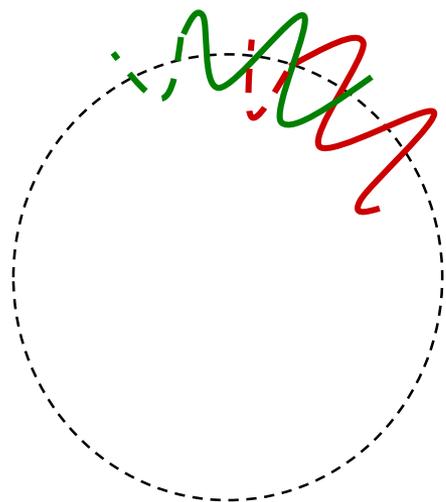
- **Savoir définir :**
 - 4 interactions + hadrons (p,n) + leptons (e, ν)
 - Le modèle de Rutherford et ses limites
 - Isotope, isotone, isobare
- **Savoir manipuler**
 - Les unités atomiques de masse et d'énergie
 - Le défaut de masse ΔM

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

- Dualité onde-électron \Rightarrow quantification

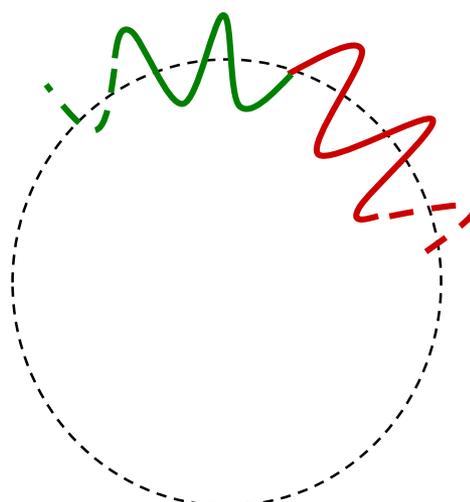
$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

- Quantification : $2\pi r = n\lambda$



$$2\pi r = k \frac{\lambda}{2}$$

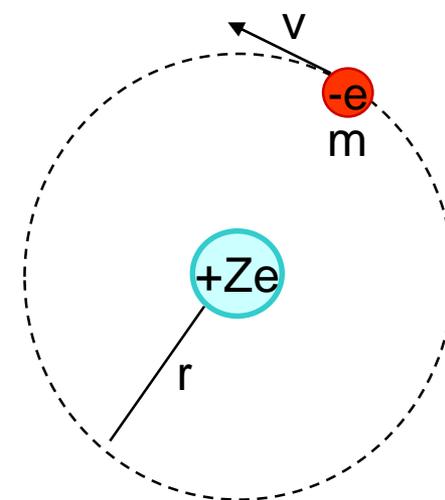
k entier impair



$$2\pi r = n\lambda$$

$k = 2.n$

hydrogénoïde : $1e^-$



MODELE ATOMIQUE DE BOHR

- Dualité onde-électron \Rightarrow quantification

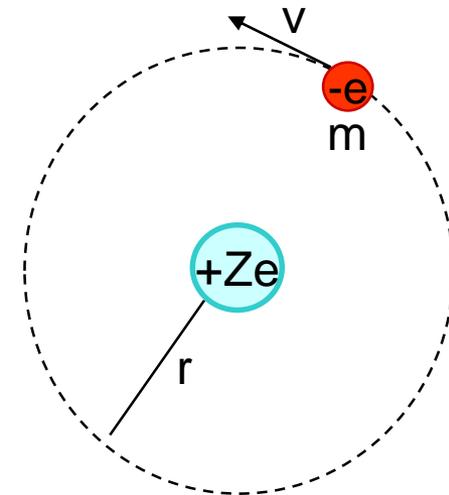
- Quantification :
$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{mv} \\ 2\pi r &= n\lambda \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2\pi r = \frac{nh}{mv}$$

$$\Rightarrow mvr = n\hbar \text{ où } \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

- D'où la **quantification du M^t cinétique** de l'e⁻ :

$$\|\vec{L}\| = \|\vec{p} \wedge \vec{r}\| = mvr = n\hbar \text{ avec } n = 1, 2, \dots$$

hydrogéoïde : 1e⁻



MODELE ATOMIQUE DE BOHR

- Dualité onde-électron \Rightarrow quantification

- Quantification :
$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{mv} \\ 2\pi r &= n\lambda \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2\pi r = \frac{nh}{mv}$$

$$\Rightarrow mvr = n\hbar \text{ où } \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

- D'où la **quantification du M^t cinétique** de l'e⁻ :

$$\|\vec{L}\| = \|\vec{p} \wedge \vec{r}\| = mvr = n\hbar \text{ avec } n = 1, 2, \dots$$

- RFD :
$$\frac{k}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow (mv)^2 = \frac{km}{r}$$

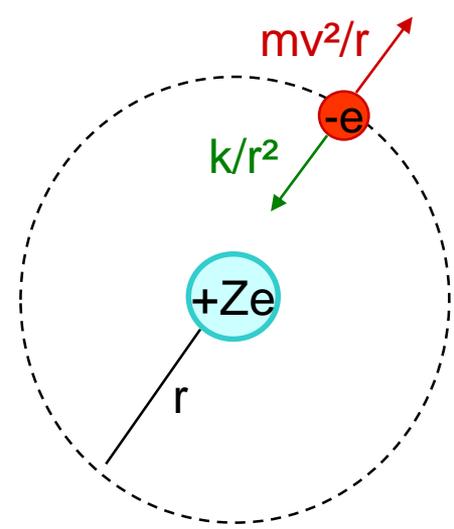
$$\text{mais } (mv)^2 = \left(\frac{n\hbar}{r}\right)^2$$

$$\Rightarrow r = n^2 \frac{\hbar^2}{km} = n^2 \cdot r_0$$

$$r_0 = \frac{0,53}{Z} 10^{-10} m$$



hydrogénoïde : 1e⁻



$$k = \frac{Z \cdot e^2}{4\pi\epsilon_0} = 2,3 \cdot 10^{-28} Z$$

quantification de rayon orbital



MODELE ATOMIQUE DE BOHR

- Energie cinétique de l'e⁻ :

$$\left. \begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2}mv^2 \\ RFD \Rightarrow (mv)^2 &= \frac{km}{r} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_c = \frac{k}{2r}$$

- Energie potentielle de l'e⁻ :

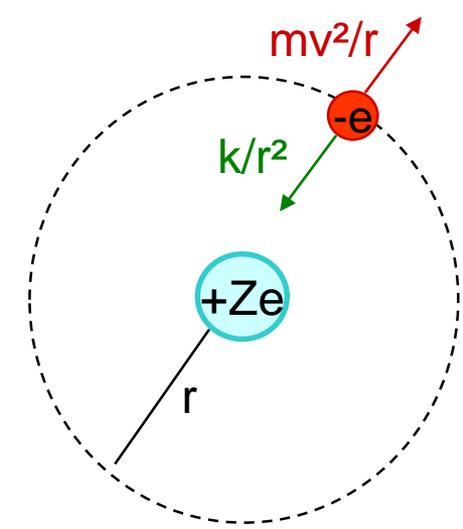
- En prenant $E_p(\infty)=0$

$$E_p = -eV = -\frac{k}{r}$$

$$V = \frac{Z.e}{4\pi\epsilon_0 r}$$



hydrogénoïde : 1e⁻



$$k = \frac{Z.e^2}{4\pi\epsilon_0} = 2,3 \cdot 10^{-28} Z$$



MODELE ATOMIQUE DE BOHR

- Energie cinétique de l'e⁻ :

$$\left. \begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2}mv^2 \\ RFD \Rightarrow (mv)^2 &= \frac{km}{r} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_c = \frac{k}{2r}$$

- Energie potentielle de l'e⁻ : $E_p = -eV = -\frac{k}{r}$

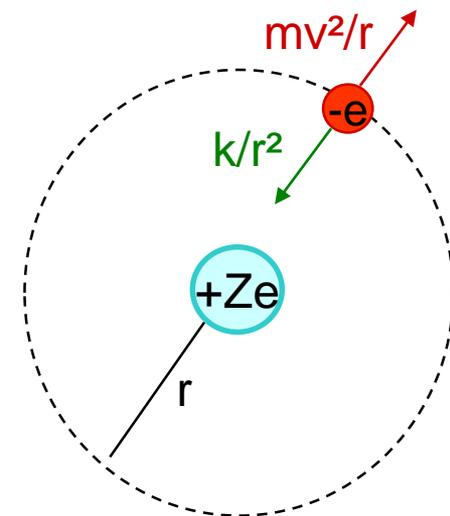
- En prenant $E_p(\infty)=0$

- Energie de l'électron : $E = E_c + E_p = -\frac{k}{2r}$

$$r = n^2 \frac{\hbar^2}{km} \Rightarrow E = -\frac{m}{2} \left(\frac{k}{\hbar} \right)^2 \frac{1}{n^2} \Rightarrow E = -\frac{me^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \frac{Z^2}{n^2}$$

$$E(eV) = -13,6 \cdot \frac{Z^2}{n^2}$$

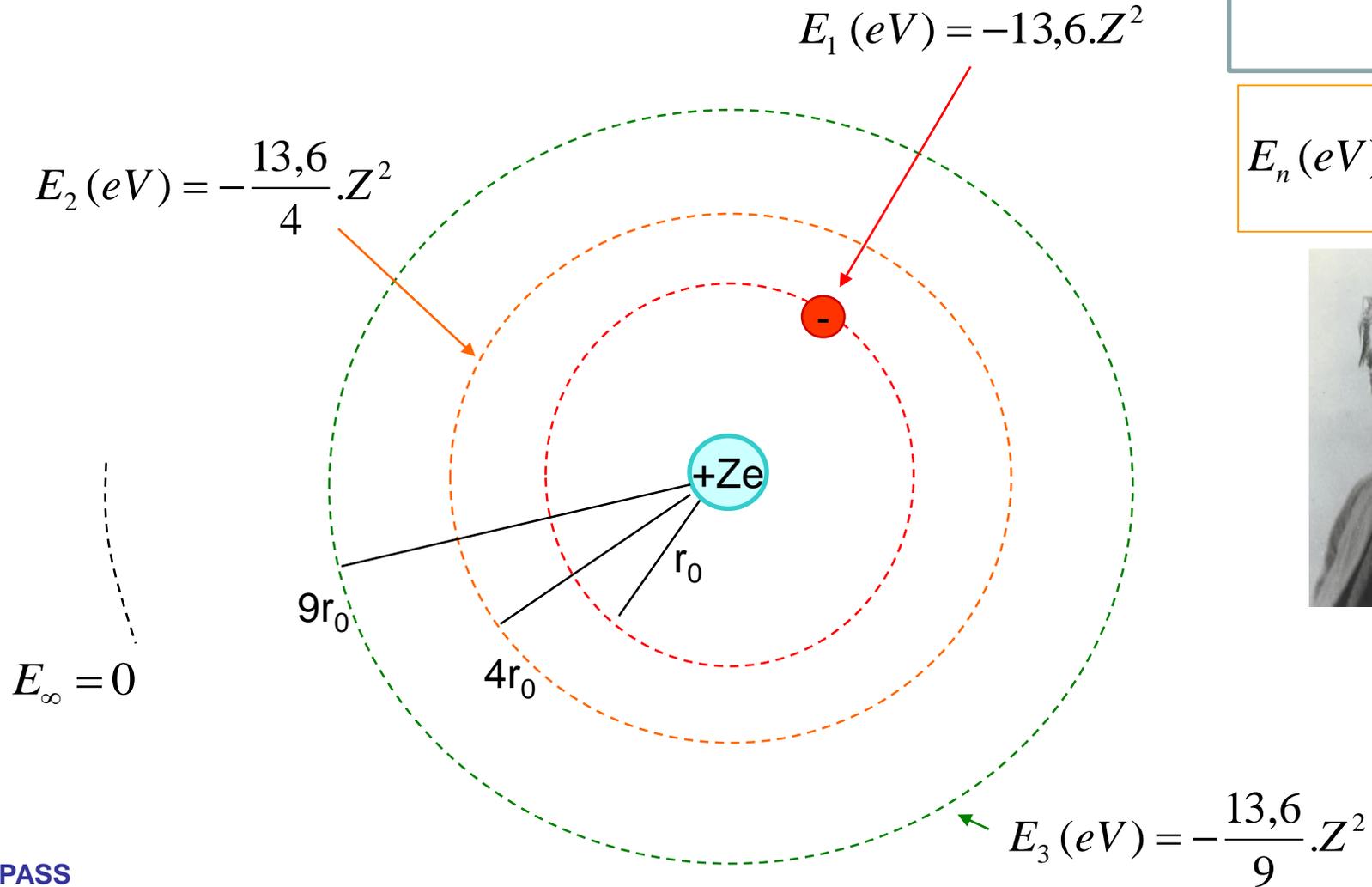
hydrogéoïde : 1e⁻



$$k = \frac{Z \cdot e^2}{4\pi\epsilon_0} = 2,3 \cdot 10^{-28} Z$$

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

Pour un atome hydrogénoïde (i.e à un électron)



$$E_n (eV) = -13,6 \cdot \frac{Z^2}{n^2}$$

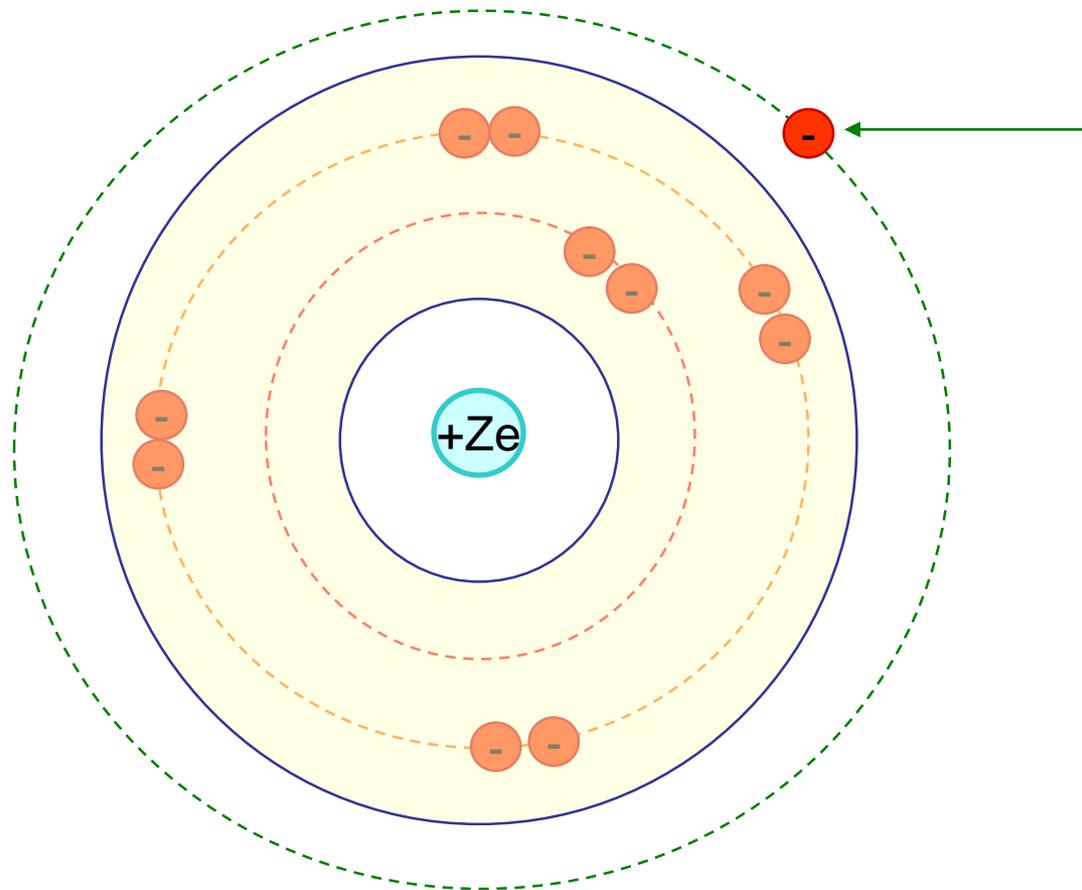


N. Bohr



MODELE ATOMIQUE DE BOHR

Pour un atome à plus d'un électron ($Z > 1$)



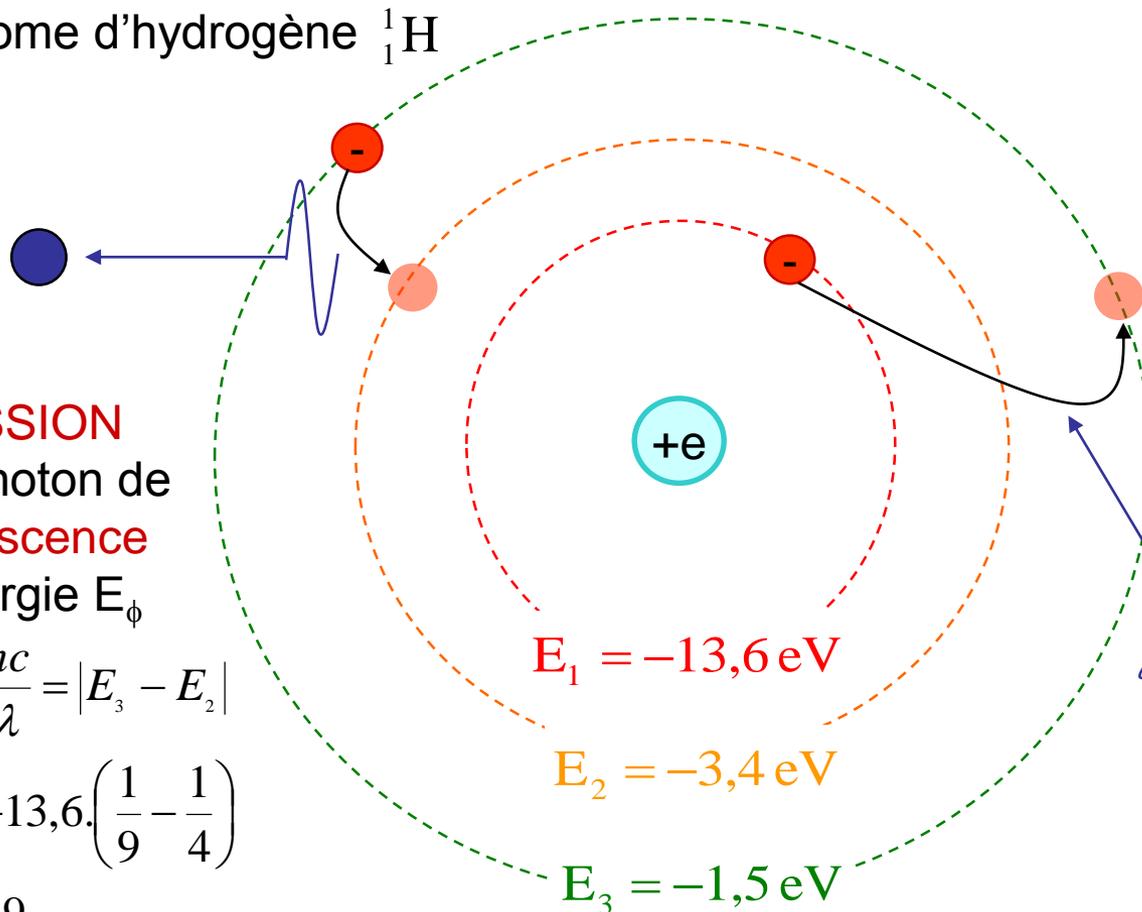
EFFET D'ÉCRAN :

la charge du noyau « vue »
par l'électron périphérique
semble diminuée de $\sigma \cdot e$

$$E_{n,\sigma} (eV) = -13,6 \cdot \frac{(Z - \sigma)^2}{n^2}$$

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

Pour l'atome d'hydrogène ${}^1_1\text{H}$



$$E_n (eV) = -13,6 \cdot \frac{1}{n^2}$$

EMISSION
d'un photon de
fluorescence
d'énergie E_ϕ

$$E_\phi = hf = \frac{hc}{\lambda} = |E_3 - E_2|$$

$$E_\phi (eV) = -13,6 \cdot \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{4} \right)$$

$$E_\phi (eV) = 1,9$$

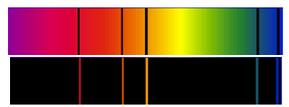
ABSORPTION
d'un photon
d'énergie E_ϕ

$$E_\phi = hf = \frac{hc}{\lambda} = |E_3 - E_1|$$

$$E_\phi (eV) = -13,6 \cdot \left(\frac{1}{9} - 1 \right)$$

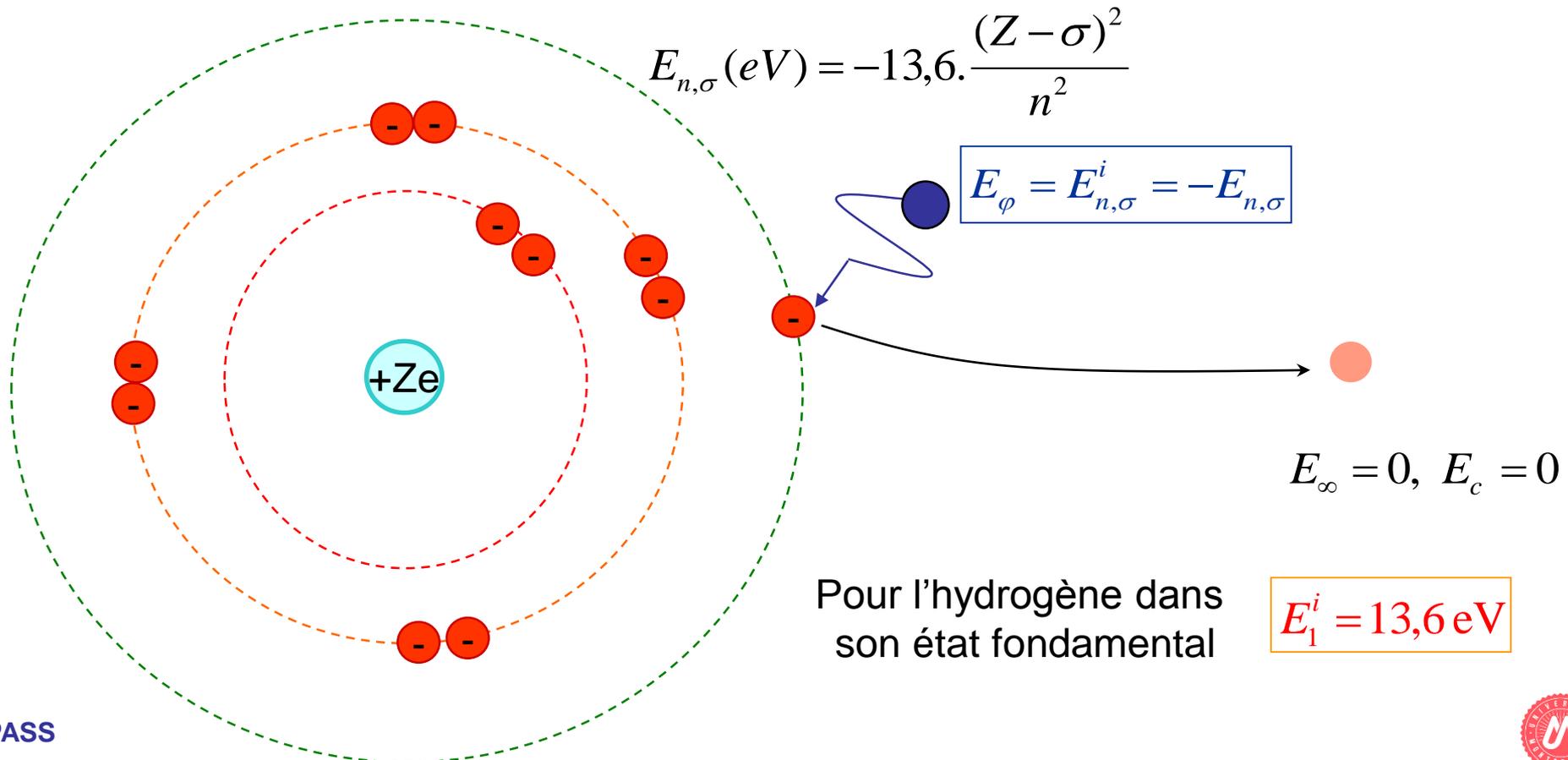
$$E_\phi (eV) = 12,1$$

Conforme à la formule de **Balmer** (1885): $\frac{1}{\lambda} = K \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right)$
et aux spectres d'absorption/émission



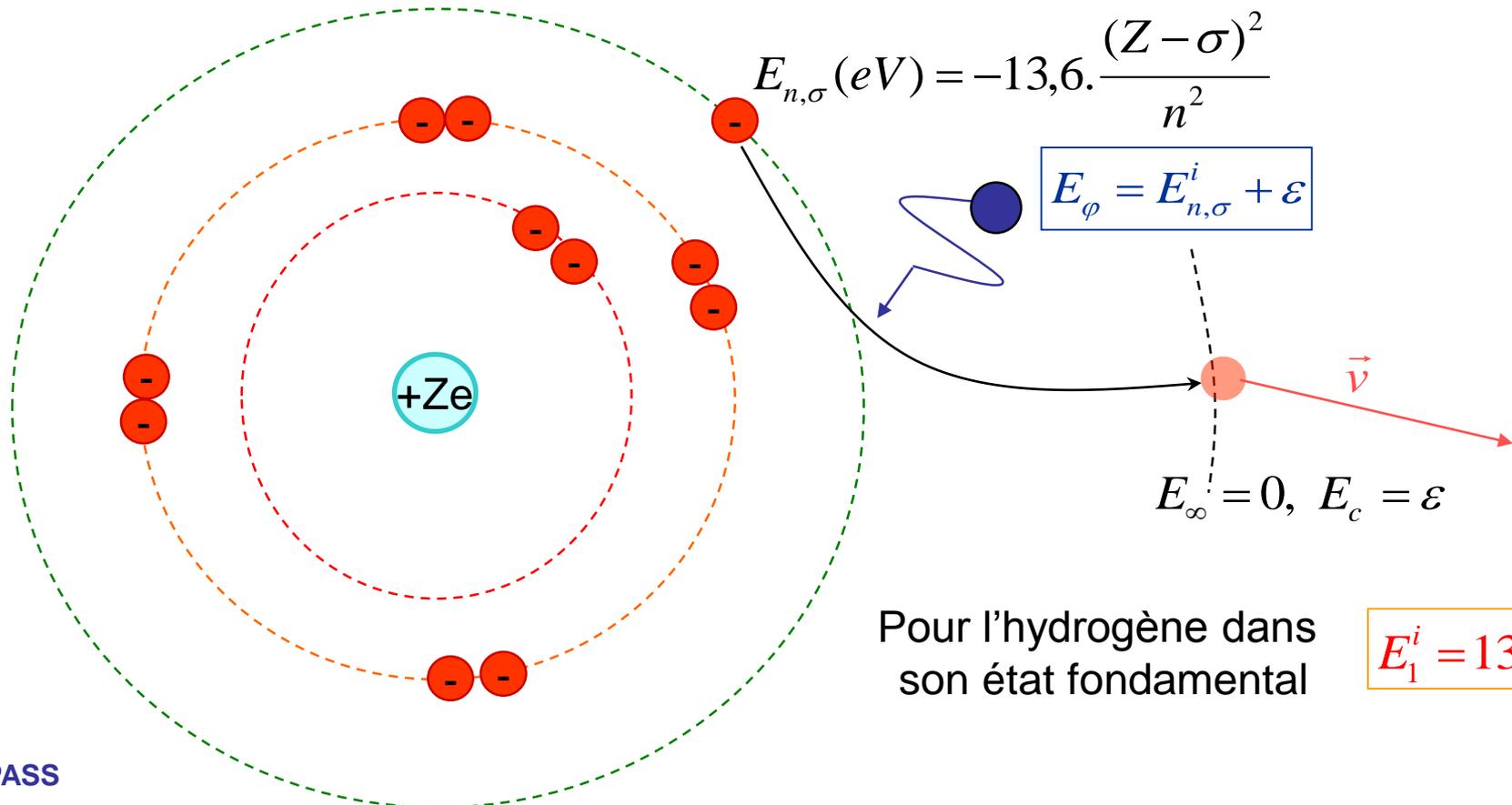
ENERGIE D'IONISATION $E_{n,\sigma}^i = -E_{n,\sigma}$

C'est l'énergie minimale nécessaire pour soustraire un électron atomique à l'influence électrostatique du noyau



ENERGIE D'IONISATION $E_{n,\sigma}^i = -E_{n,\sigma}$

C'est l'énergie minimale nécessaire pour soustraire un électron atomique à l'influence électrostatique du noyau



Pour l'hydrogène dans son état fondamental



LIMITES DU MODELE DE BOHR

- Le modèle de Bohr est semi-classique
 - est validé expérimentalement sur ${}^1_1\text{H}$ pour $E_n \text{ (eV)} = -13,6/n^2$, mais pas pour $\|\vec{L}\| = n\cdot\hbar$
 - notion de «trajectoire» de l'électron incohérente
- Du fait des inégalités d'Heisenberg :
 - pas de trajectoires
 - seulement des probabilités de présence de l'e⁻
- Comment déterminer cette probabilité p ? :
 - hypothèse: p liée à une fonction ψ associée à l'e⁻

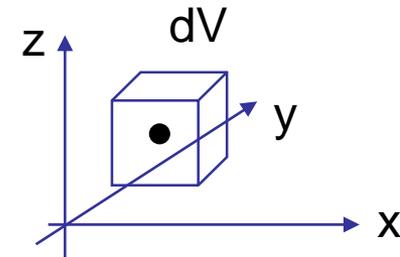
ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

FONCTION D'ONDE ET EQUATION DE SCHRODINGER

- **Interprétation de Copenhague** (M. Born, 1926) :

La **fonction d'onde** ψ d'une particule détermine sa probabilité de présence en

un lieu dV à l'instant t : $p = |\psi(x, y, z, t)|^2 dV$



- On montre que cette fonction ψ est solution de l'équation différentielle suivante :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(t, x)}{\partial x^2} + V \cdot \psi = E \cdot \psi$$

Equation de Schrödinger



E Schrödinger
1887-1961

UNE APPROCHE DE L'EQUATION DE SCHRODINGER

Si on recherche ψ sous la forme d'une OPS $\psi(t, x) = \sin[\omega t - k.x]$ dont les caractéristiques (ω, k) sont liées à celles d'une particule (E, p) par les relations de dualité: $E = \hbar.\omega$ et $p = \hbar.k$ *

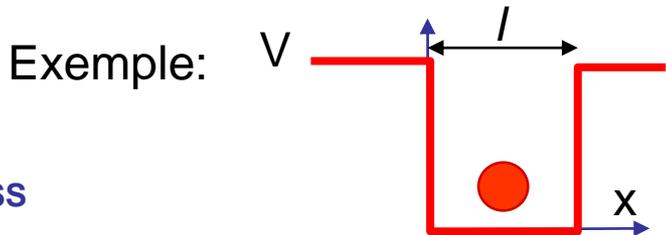
$$\psi(t, x) = \sin[\omega t - k.x] = \sin\left[\frac{1}{\hbar}(Et - p.x)\right]$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \psi(t, x)}{\partial x^2} = -\frac{p^2}{\hbar^2} \psi(t, x) \Rightarrow -\frac{\hbar^2}{p^2} \frac{\partial^2 \psi(t, x)}{\partial x^2} = \psi$$

$$p^2 = (mv)^2 = 2m \cdot \left(\frac{1}{2}mv^2\right) = 2m \cdot (E - V) \Rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m(E - V)} \frac{\partial^2 \psi(t, x)}{\partial x^2} = \psi$$

$$\Rightarrow \boxed{-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(t, x)}{\partial x^2} + V.\psi = E.\psi} \quad \Rightarrow \quad \psi \Rightarrow p = |\psi(x, y, z, t)|^2 dV$$

* Attention: bien différencier ψ (densité de probabilité) de l'OEM (E, B) associée au photon



$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(n \cdot \frac{\pi x}{l}\right) \text{ et } E_n = \frac{\hbar^2}{8ml^2} n^2$$



EQUATION DE SCHRODINGER

- En 3D, ψ et E dépendent de trois nombres entiers **(n,l,m): nb. quantiques**
- Pour un électron dans un atome, $V \propto \frac{1}{r}$ et $\psi(n,l,m)$

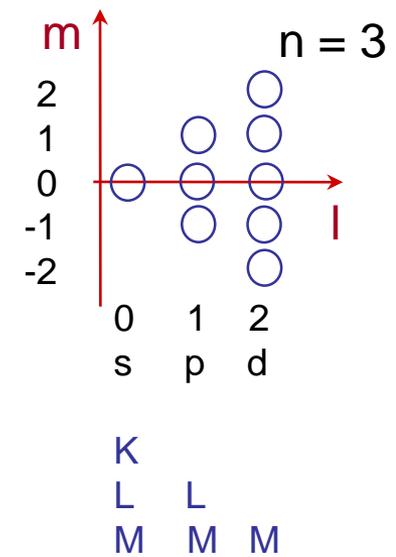
	nombre quantique...	valeurs	grandeur quantifiée
n	principal	1,2,... (K,L,M,...)	couche, énergie
l	secondaire	0,1,...,n-1 (s,p,d,f)	$\ \vec{L}\ = \ \vec{p} \wedge \vec{r}\ = \sqrt{l(l+1)}\hbar$ sous-couche, énergie (via σ)
m	magnétique	-l,...,0,...,l	$L_z = m.\hbar$
s	spin	$-\frac{1}{2}$ ou $+\frac{1}{2}$	$\sigma_z = s.\hbar$



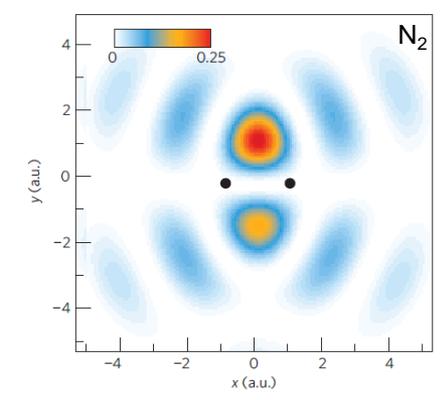
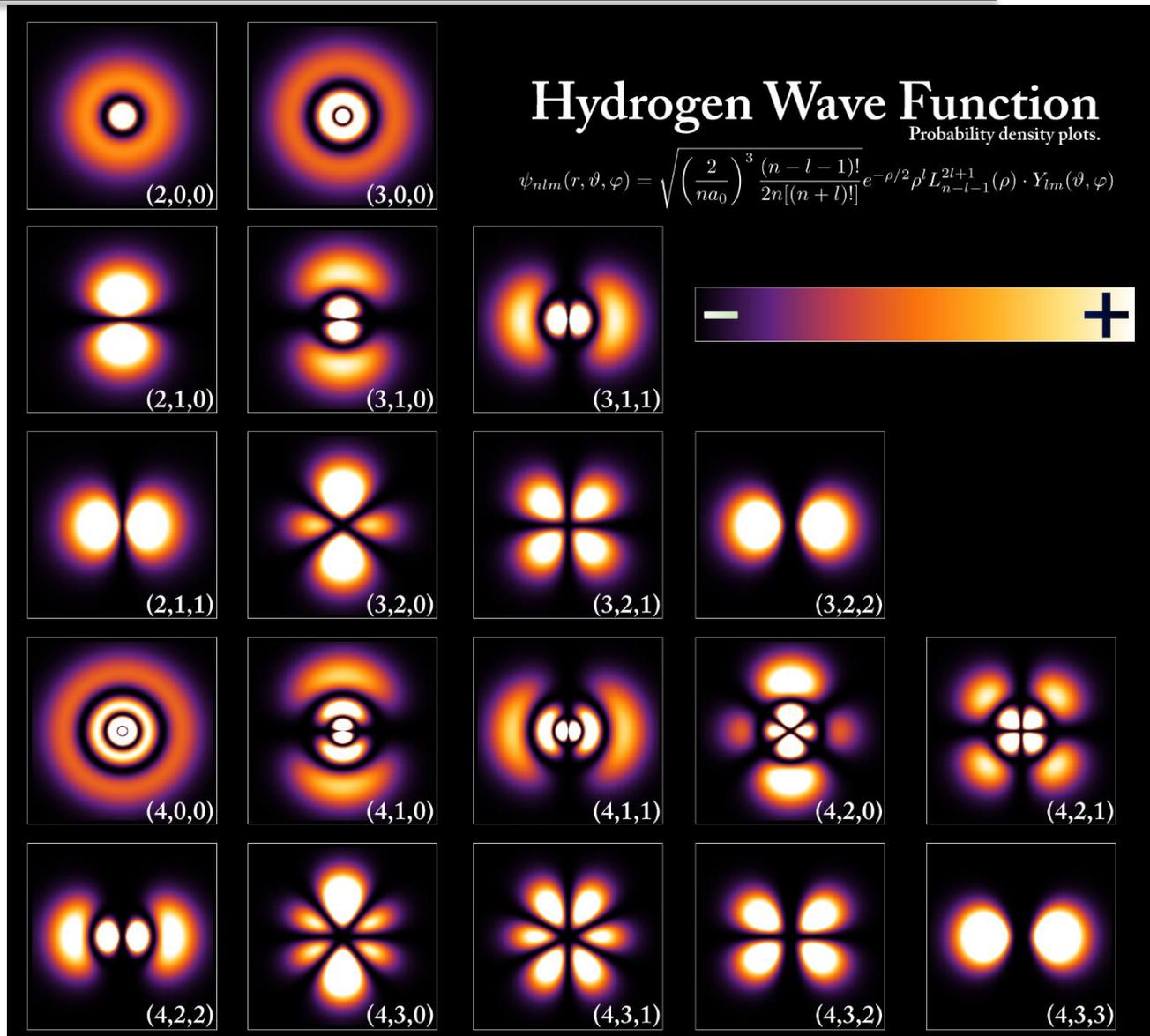
EQUATION DE SCHRODINGER

- Principe d'exclusion de Pauli (1925) :
un seul électron par quadruplet (n,l,m,s)
- Pour la couche n :
 - $0 \leq l \leq n-1 \Rightarrow n$ sous-couches
 - $-l \leq m \leq l \Rightarrow 2l+1$ cases
 - $S = \pm 1/2 \Rightarrow 2$ électrons par case
 - au plus $2.n^2$ électrons sur la couche n

} n^2 cases



EQUATION DE SCHRODINGER

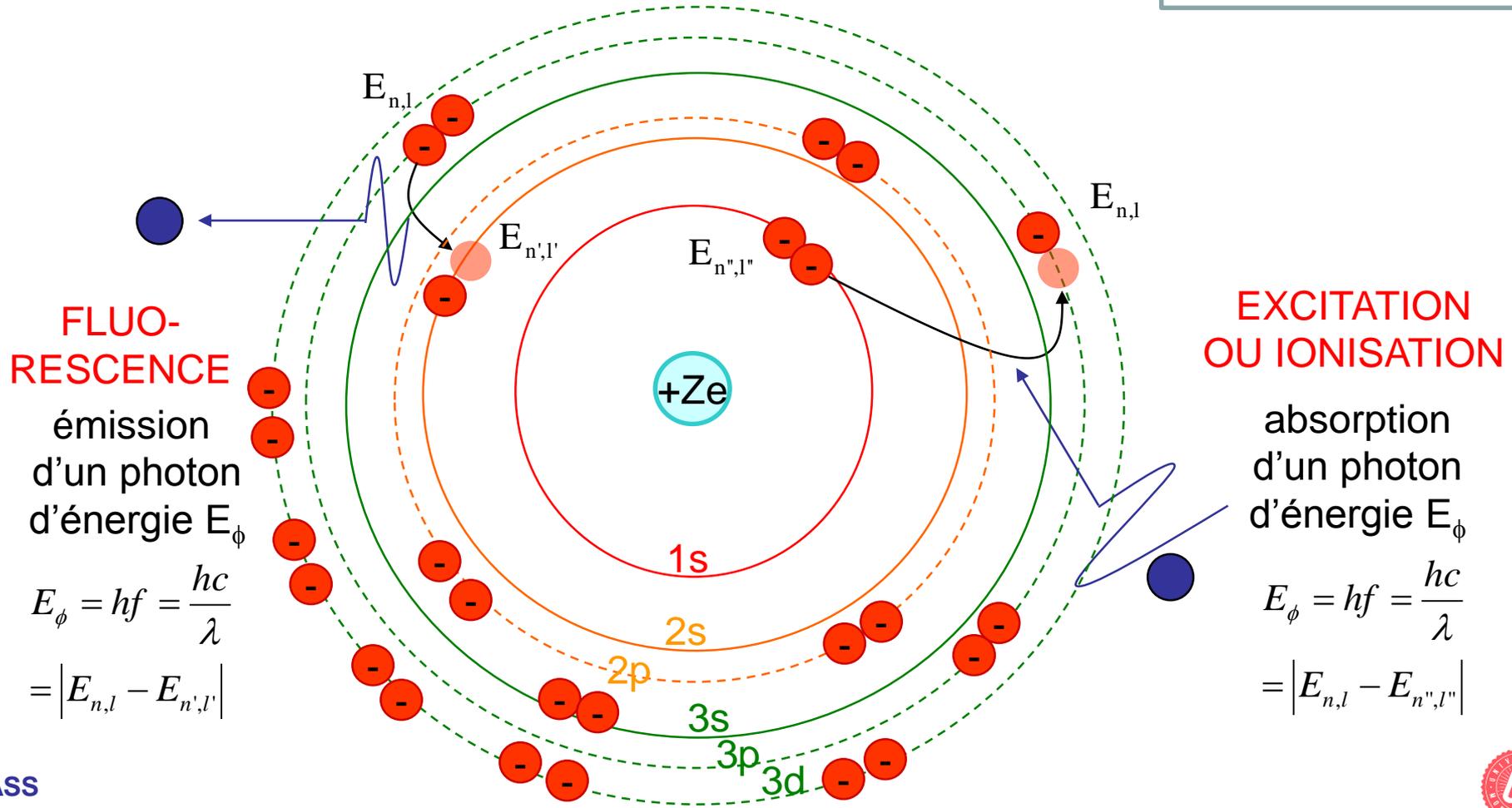


S. Haessler et al.
 Nature Physics 2010;
 6:200-206



MODELE ATOMIQUE

$$E_{n,l} = -\frac{me^4}{8h^2\epsilon_0^2} \frac{(Z - \sigma(n,l))^2}{n^2}$$



FLUORESCENCE

émission d'un photon d'énergie E_ϕ

$$E_\phi = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

$$= |E_{n,l} - E_{n',l'}|$$

EXCITATION OU IONISATION

absorption d'un photon d'énergie E_ϕ

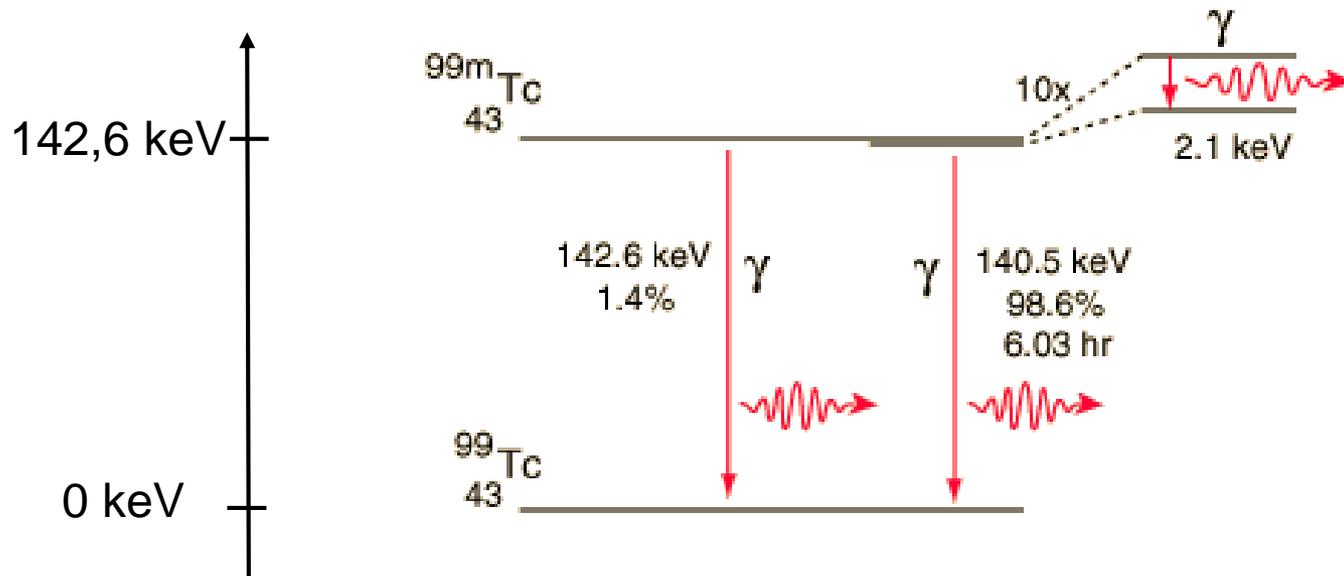
$$E_\phi = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

$$= |E_{n,l} - E_{n'',l''}|$$



MODELE NUCLEAIRE

- Nucléons: \pm même **modèle en couches**,
- **$E[n,l,j(m,s)]$** , j demi-entier pour quantifier les moments orbital et intrinsèque couplés des nucléons
- Un nucléon peut passer d'un niveau excité au niveau fondamental en émettant un **photon gamma (γ)**



OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 7

- **Connaître et savoir manipuler :**
 - Le modèle de Bohr-Sommerfeld
 - Remplissage des couches électroniques
 - Les énergies des électrons atomiques (hydrogéoïdes)

$$E_{n,l}(\text{eV}) = -13,6 \cdot \frac{(Z - \sigma(n, l))^2}{n^2}$$

- Les énergies d'ionisation, d'excitation, de fluorescence :

$$E_{n,l}^i = -E_{n,l}$$

$$E_{\uparrow n',l'}^{n,l} = |E_{n,l} - E_{n',l'}|$$

$$hf = E_{\downarrow n',l'}^{n,l} = |E_{n,l} - E_{n',l'}|$$

- Les niveaux d'énergie des nucléons

RAYONNEMENTS IONISANTS

Rayonnement ionisant, définition :

capable d'ioniser l'électron K de l'hydrogène.

Une particule est dite ionisante si son énergie dépasse **13,6 eV**

mais, **les énergies moyennes d'ionisation** sont plus élevées :

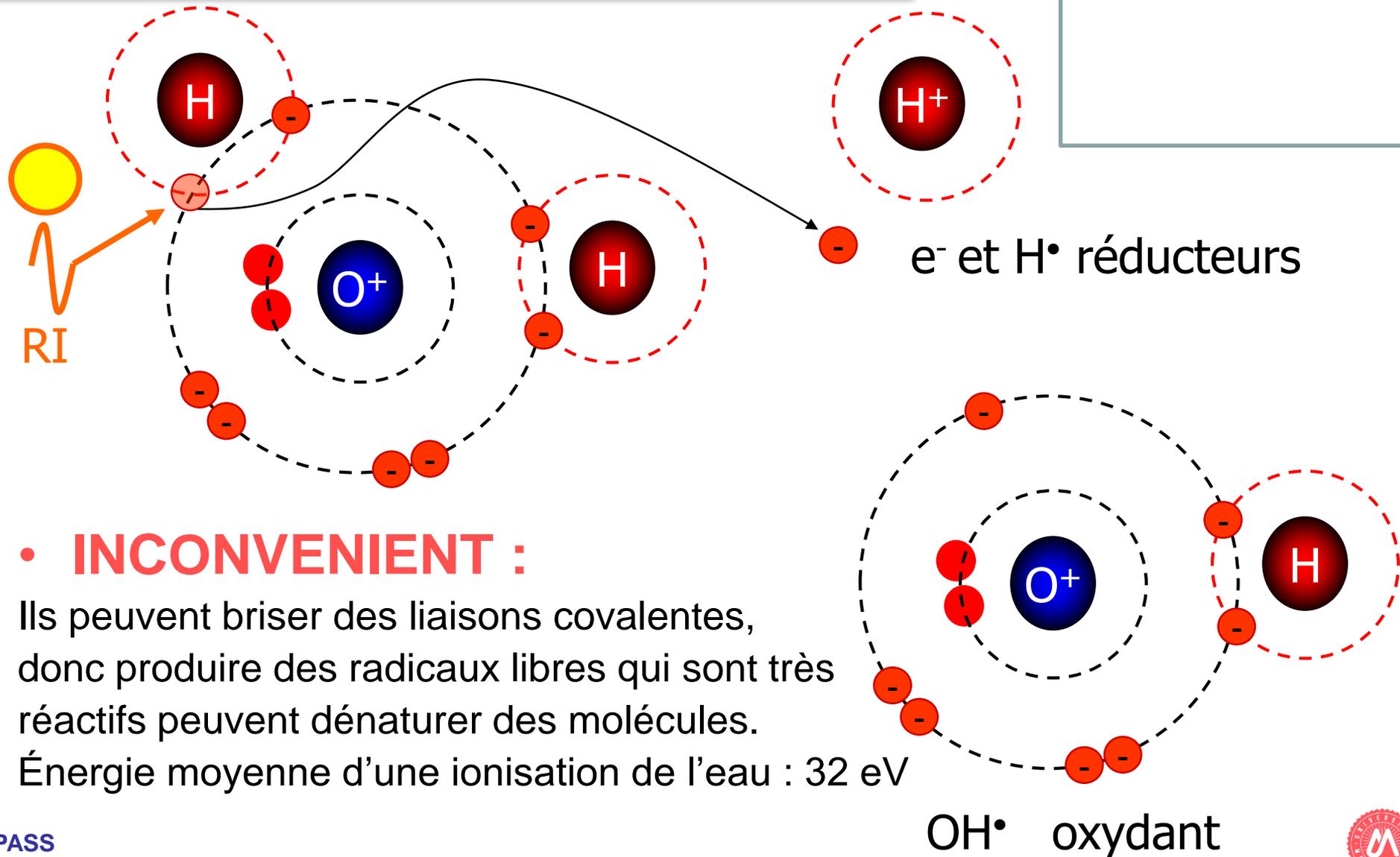
Dans l'eau : 32 eV

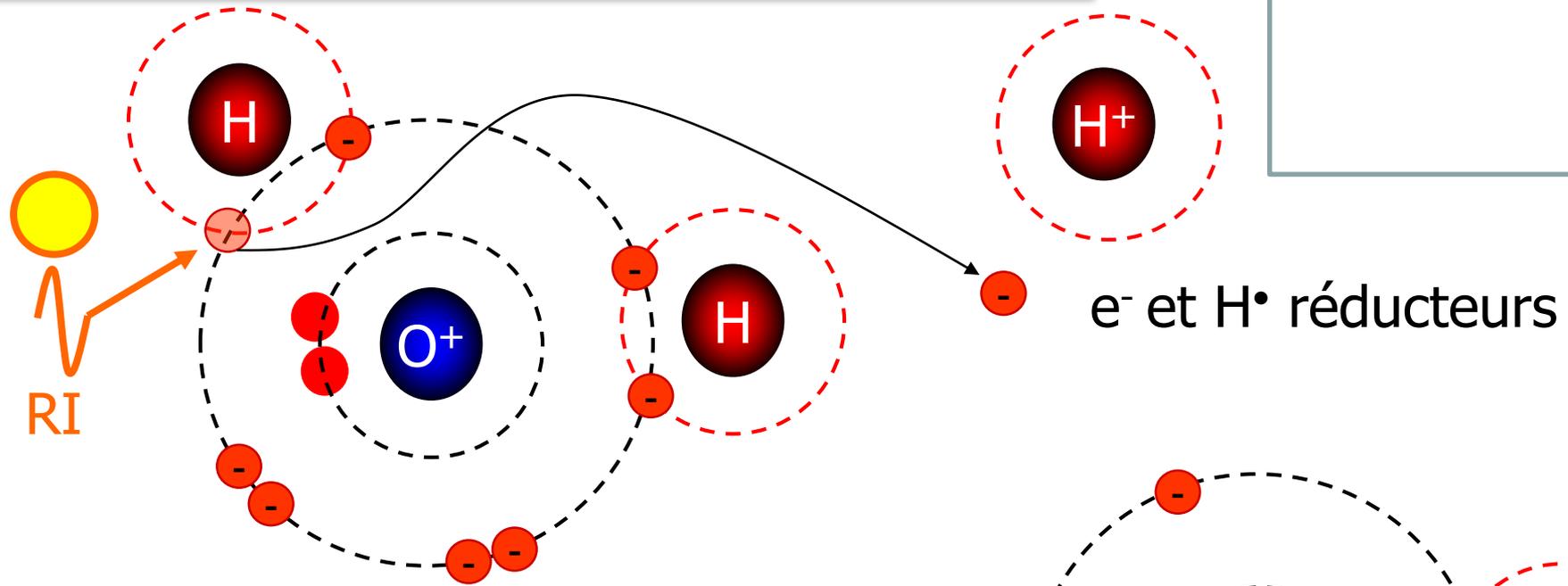
Dans l'air : 34 eV

Les particules ionisantes d'intérêt en santé sont :

Les neutrons, protons, électrons, alpha d'énergie $> 13,6$ eV
et leurs antiparticules

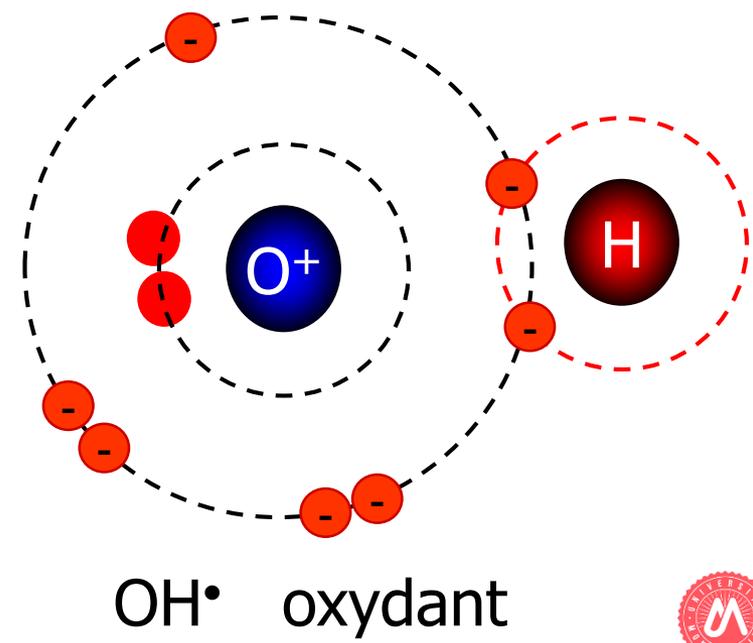
Les photons X et γ





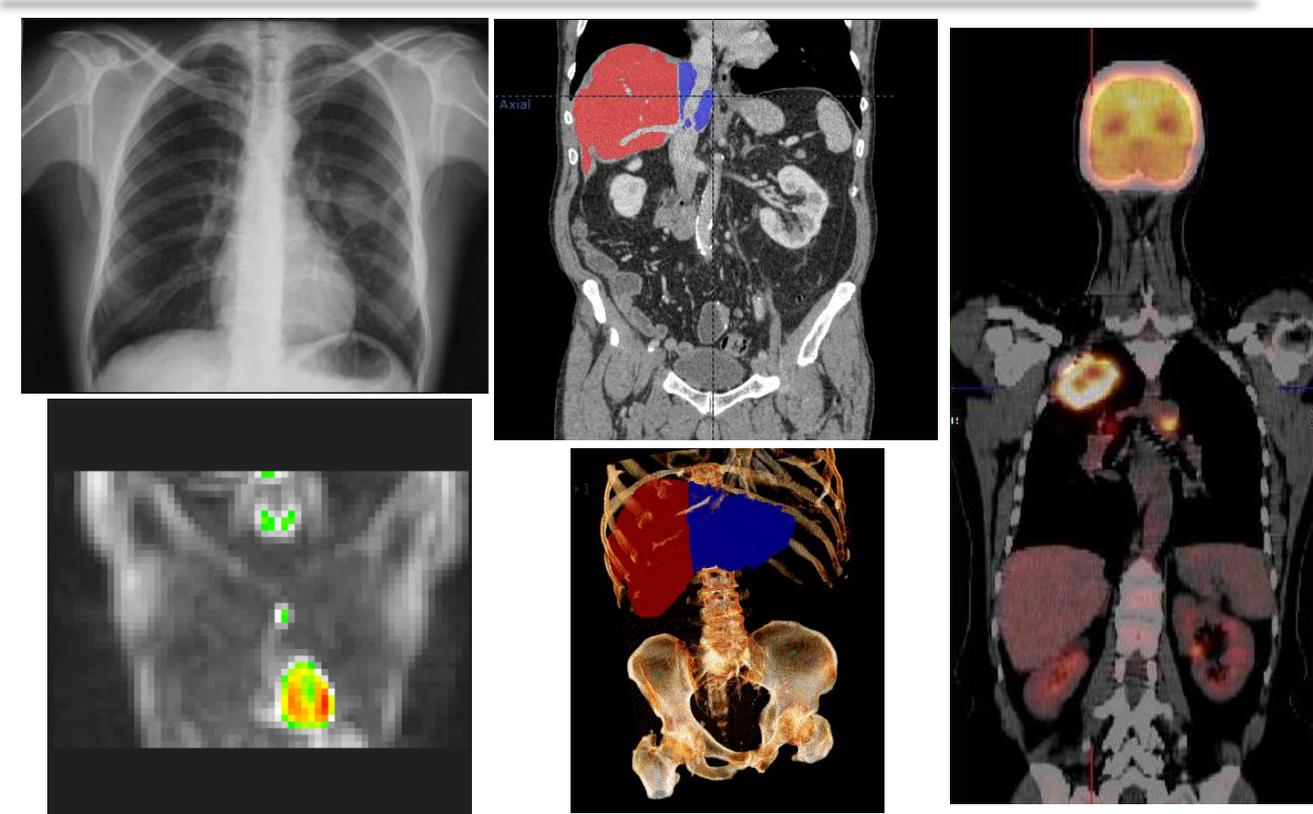
• **AVANTAGE :**

Ils peuvent être utilisés pour irradier des cellules pathologiques (cancers, Hyperthyroïdie...).



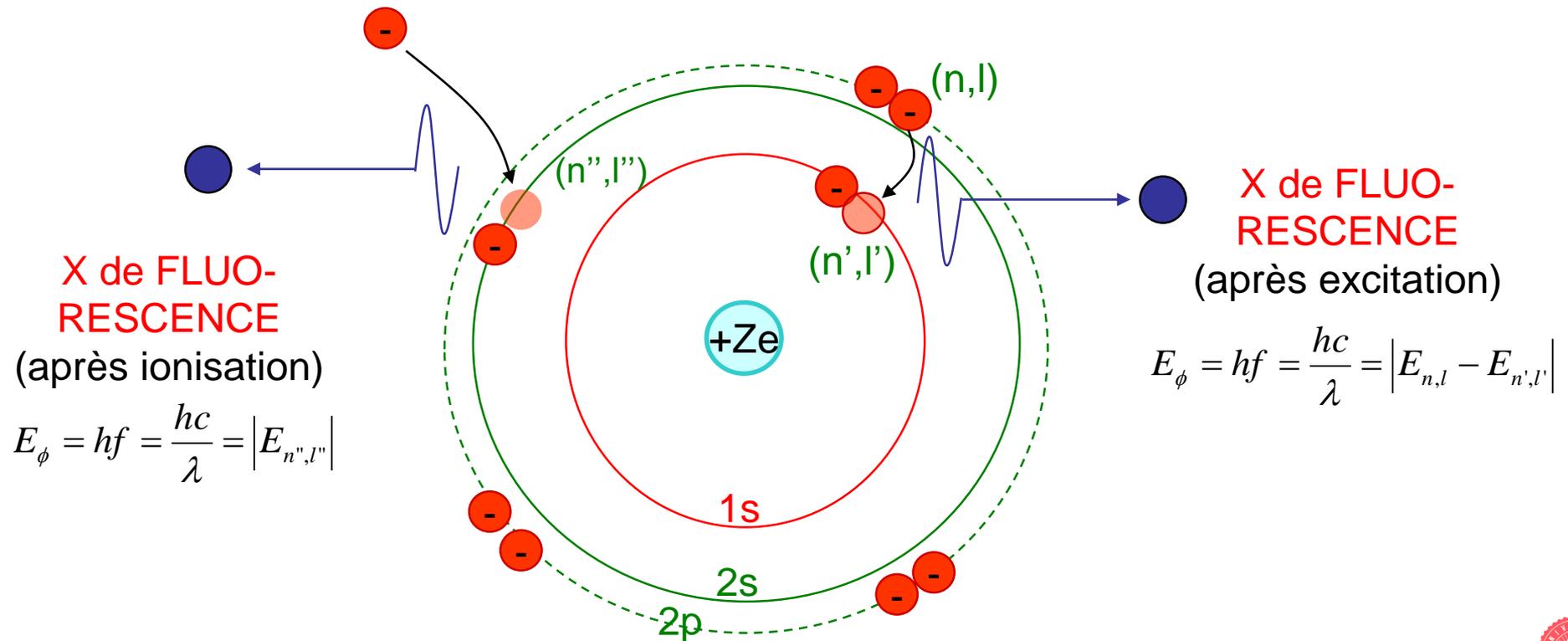
ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

PHOTONS IONISANTS

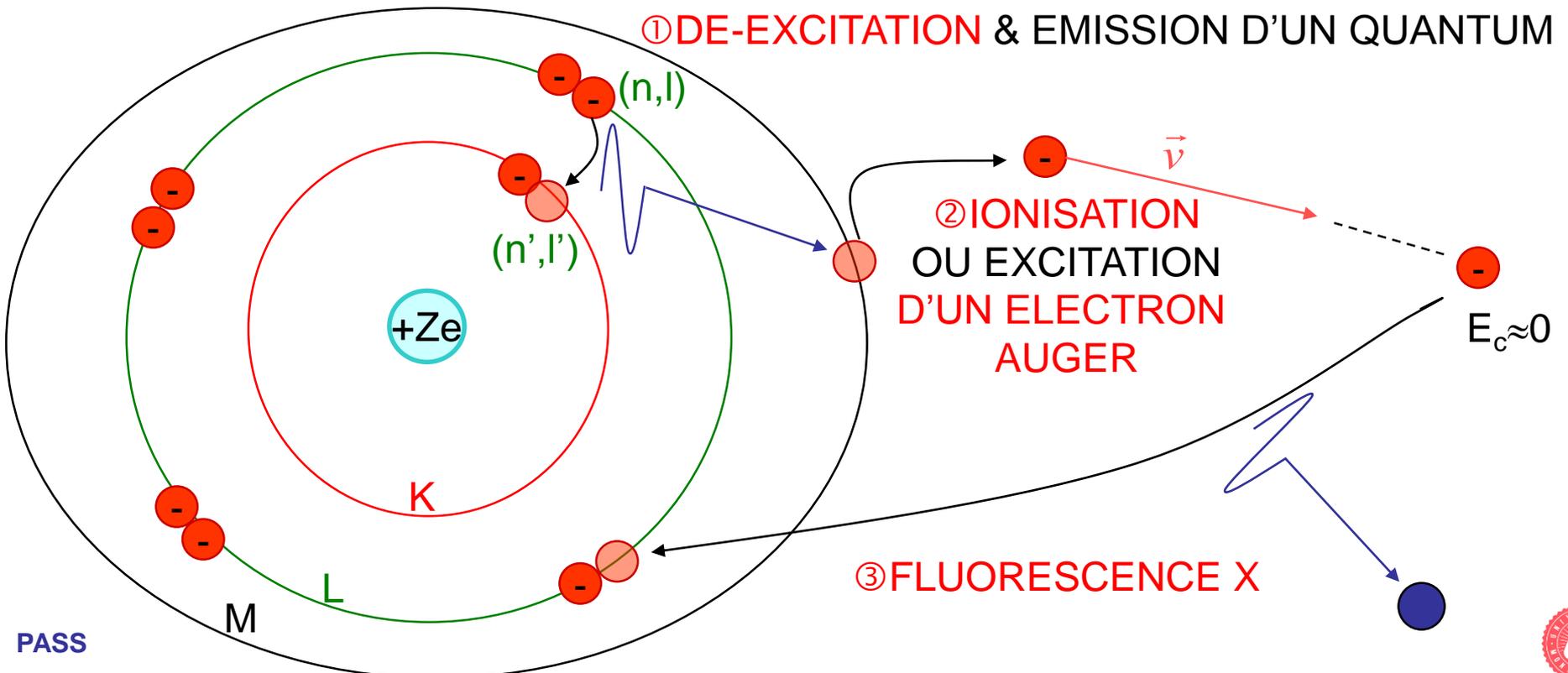


- **AVANTAGE :**
Les photons ionisants peuvent traverser la matière, donc permettre de sonder l'intérieur d'un organisme

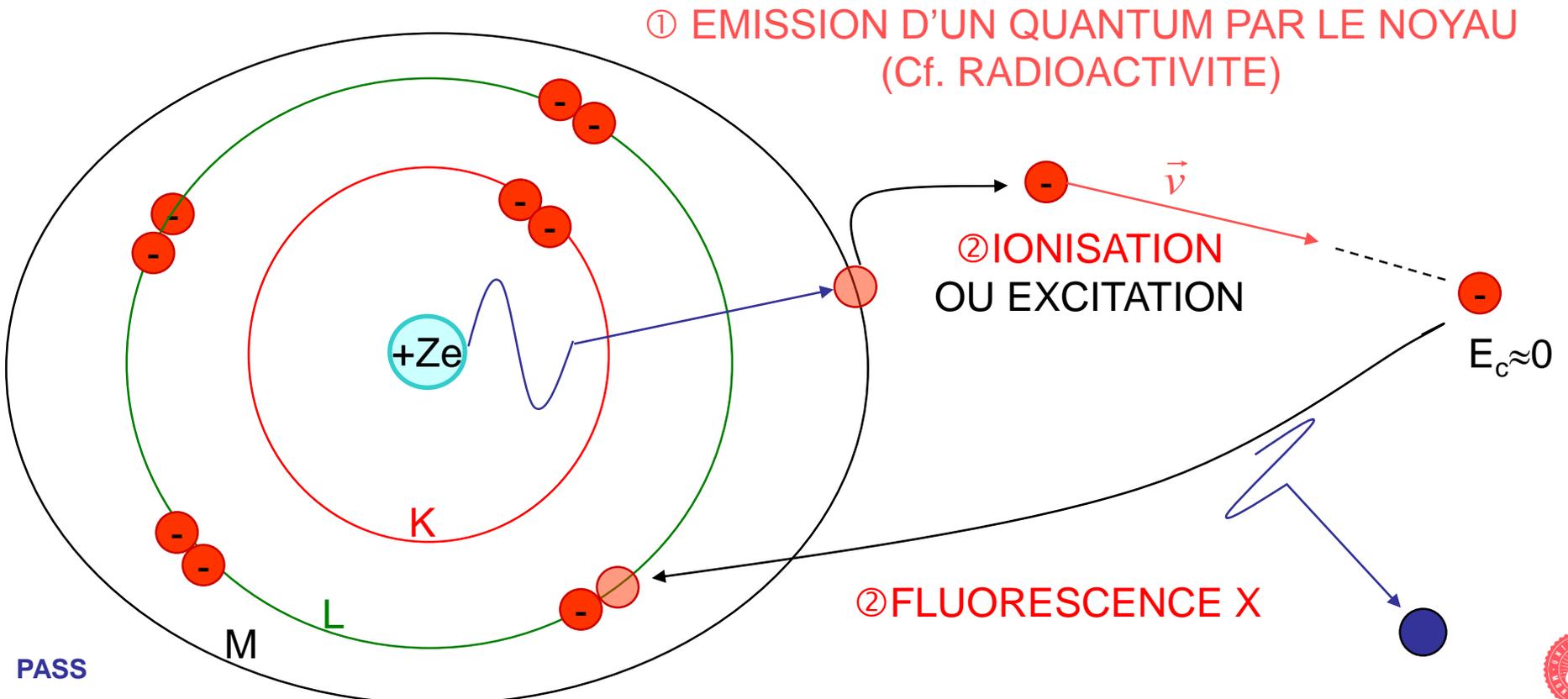
- Dé-excitation d'électrons atomiques
 - **Fluorescence**, effet Auger, conversion interne
- Freinage d'électrons (bremsstrahlung)



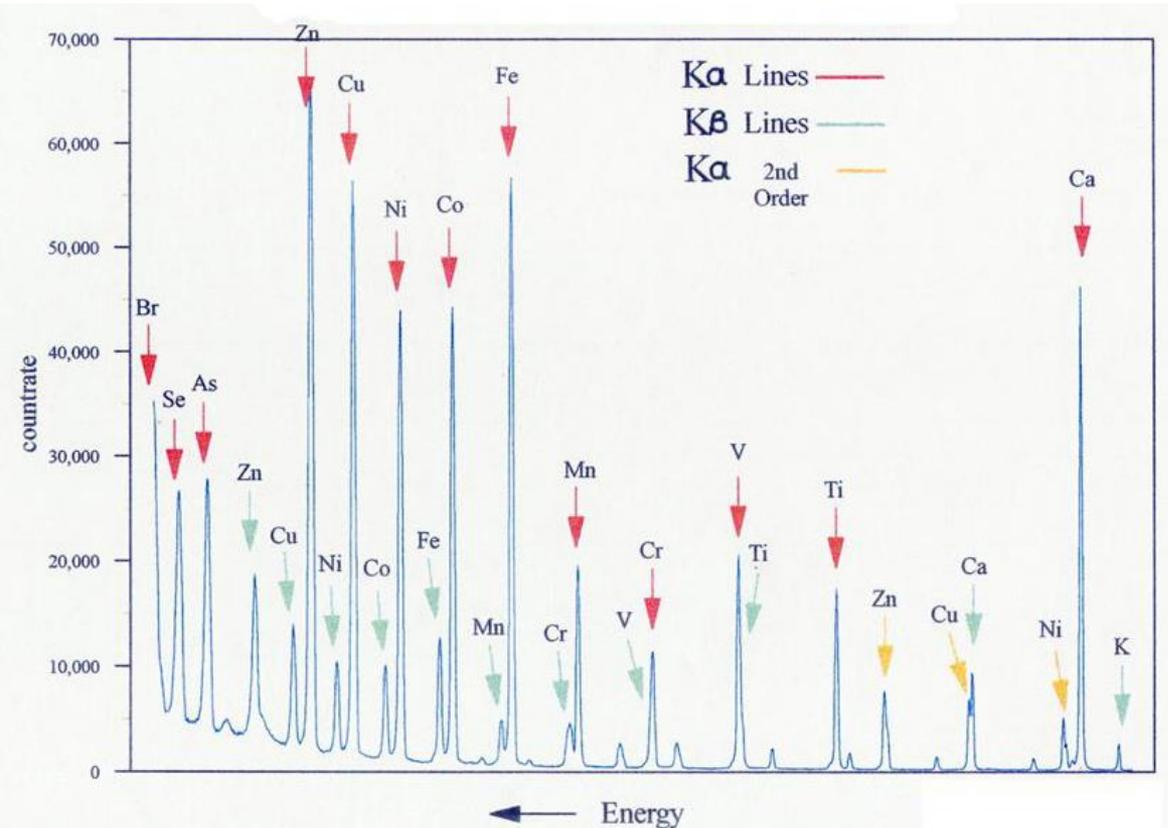
- Dé-excitation d'électrons atomiques
 - Fluorescence, **effet Auger**, conversion interne
- Freinage d'électrons (bremsstrahlung)



- Dé-excitation d'électrons atomiques
 - Fluorescence, effet Auger, **conversion interne**
- Freinage d'électrons (Bremsstrahlung)



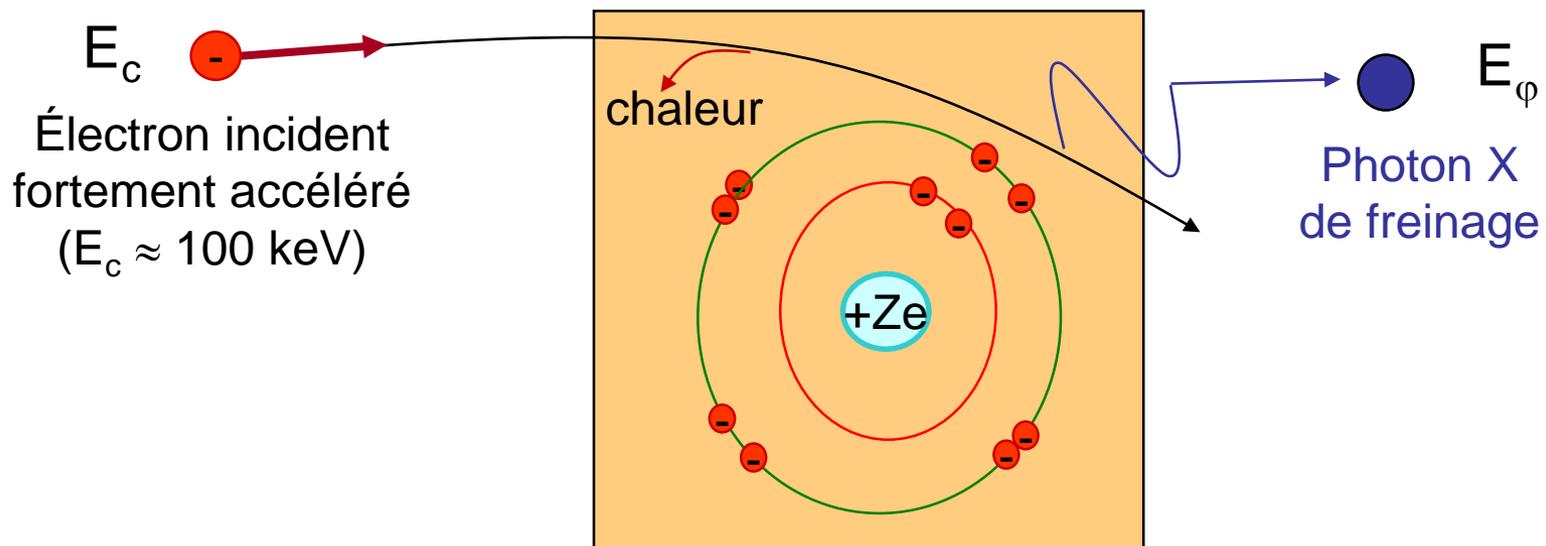
- Dé-excitation d'électrons atomiques
 - Fluorescence, effet Auger, **conversion interne**
- Freinage d'électrons (Bremsstrahlung)



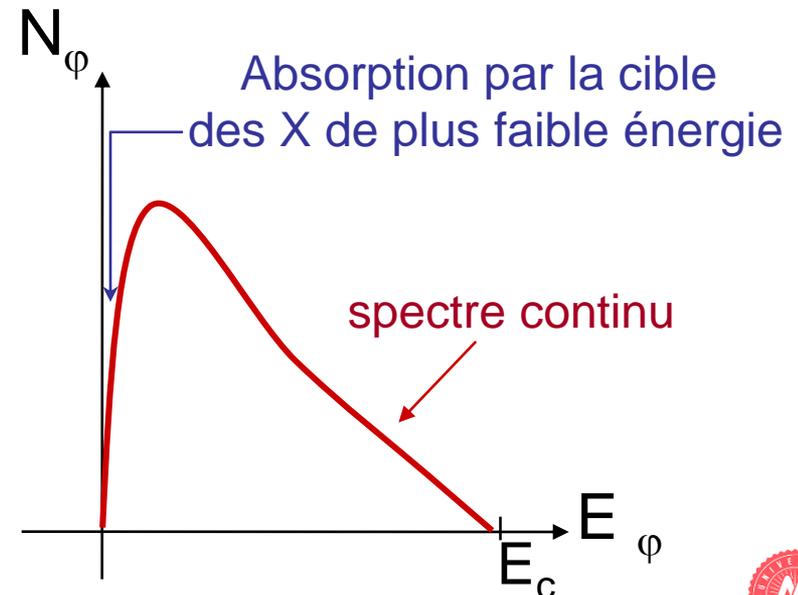
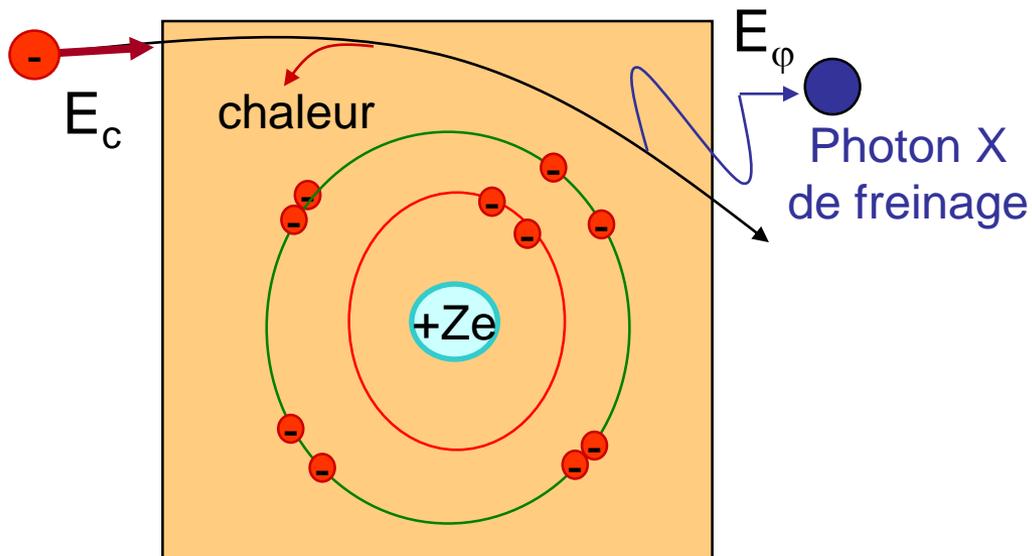
Dans tous les cas donc, on observera un **spectre discret** de fluorescence permettant d'analyser la composition atomique massique d'un échantillon



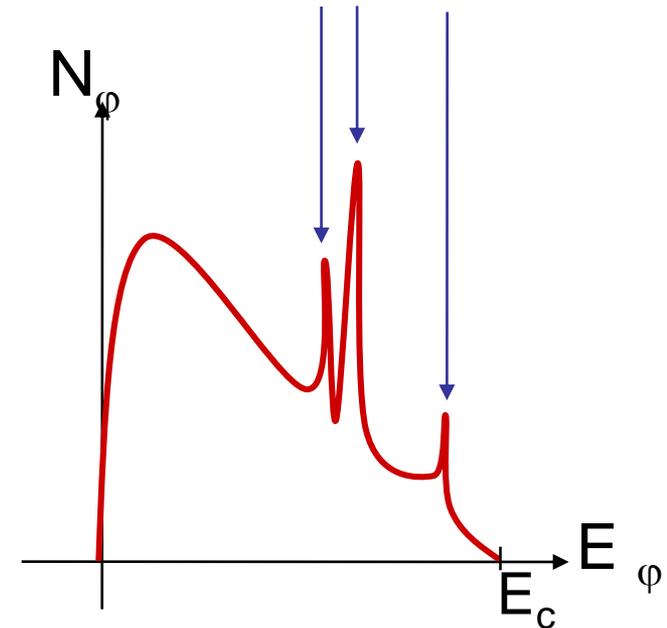
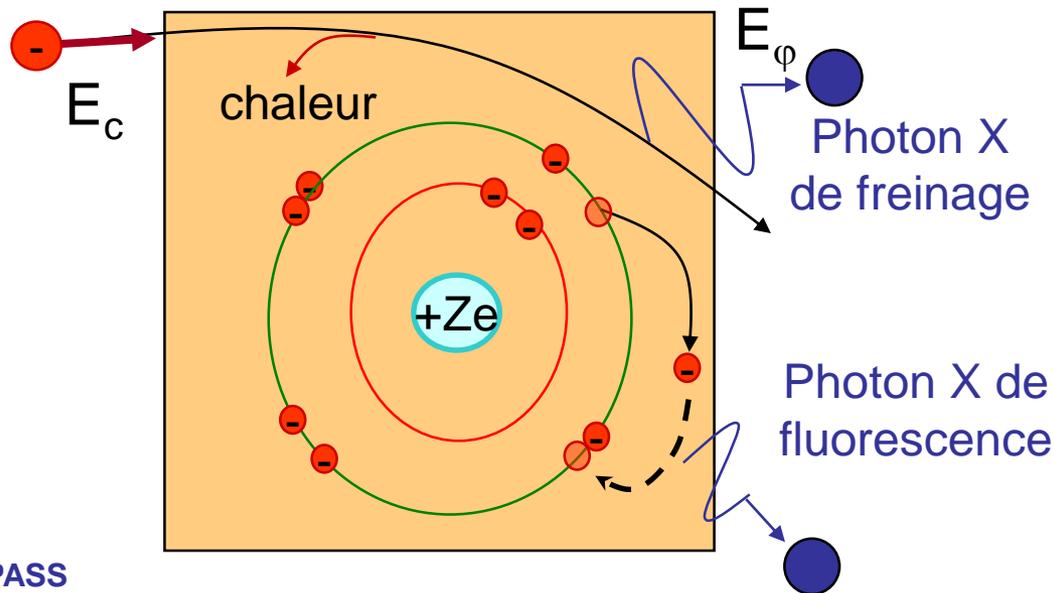
- Dé-excitation d'électrons atomiques
- Freinage d'électrons (bremsstrahlung)
 - Particule chargée décélérée par interaction électrostatique avec noyaux de la cible: émission d'un REM
 - Energie rayonnée $\propto a^2 \propto (Ze^2/mr^2)^2$ donc importante pour les e^-
 - La fraction de l' $E_c(e^-)$ rayonnée augmente avec $E_c(e^-)$ et Z^2 (le reste de l' $E_c(e^-)$ perdue l'est sous forme d'excitations et de chaleur)



- Dé-excitation d'électrons atomiques
- Freinage d'électrons (bremsstrahlung)
 - L' $E_c(e^-)$ peut être intégralement fournie à un unique photon ($E_\phi = E_c$), ou fournie à plusieurs photons et perdue en partie sous forme de chaleur, d'où un **spectre continu** de rayonnement ($0 < E_\phi < E_c$)



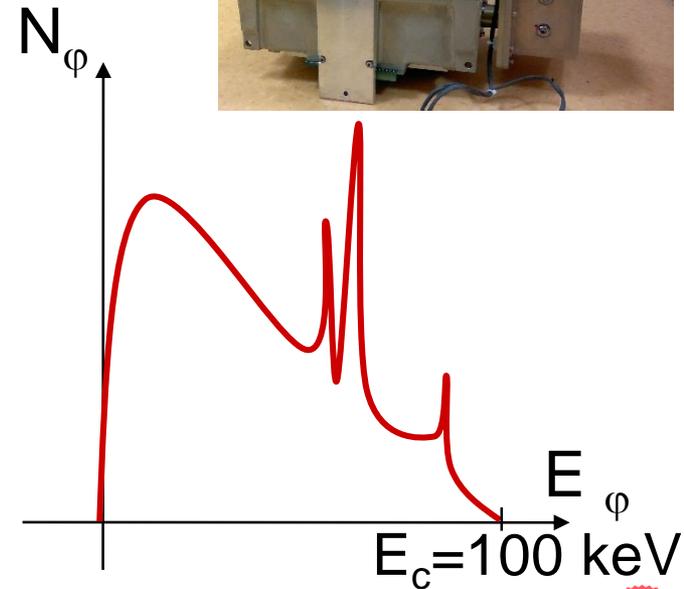
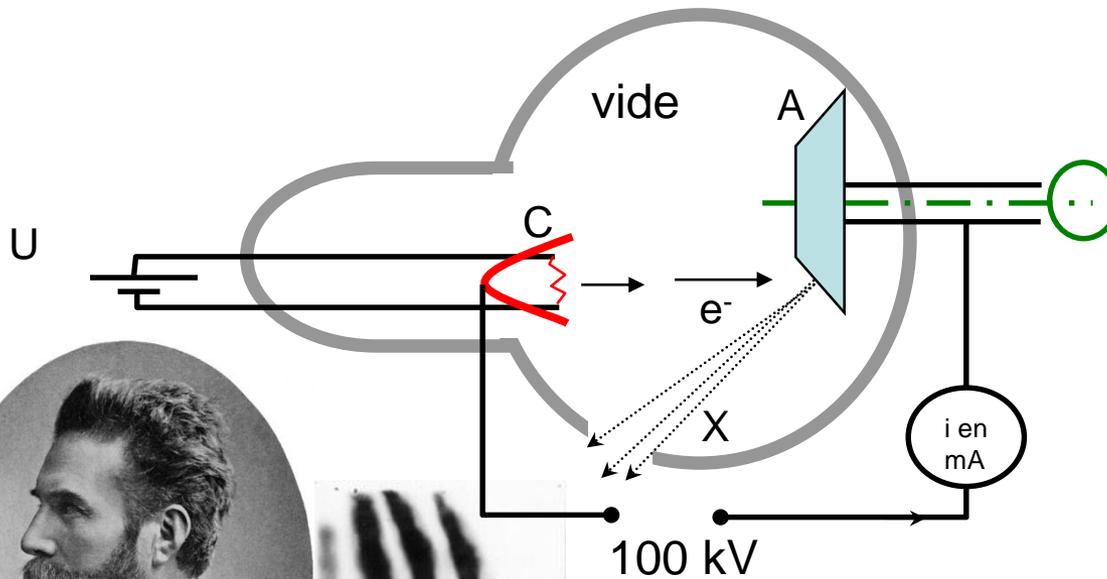
- Dé-excitation d'électrons atomiques
- Freinage d'électrons (bremsstrahlung)
 - L' $E_c(e^-)$ peut être intégralement fournie à un unique photon ($E_\phi = E_c$), ou fournie à plusieurs photons et perdue en partie sous forme de chaleur, d'où un spectre continu de rayonnement ($0 < E_\phi < E_c$)
 - Ionisations au sein de la cible \Rightarrow photons de fluorescence en sus



ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

PRODUCTION DE RAYONS X

- Dé-excitation d'électrons atomiques
- Freinage d'électrons (bremsstrahlung)
 - Applications : Le tube à rayons X des appareils de radiologie et les ostéodensitomètres bi-photoniques (DEXA).



W Röntgen
1845-1923



22/12/1895

OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 8

Savoir définir et caractériser :

- Un rayonnement ionisant ($E > 13,6 \text{ eV}$; $\lambda < 91 \text{ nm}$)
- L'énergie moyenne d'ionisation de l'eau (32 eV)
- La dangerosité des rayonnements ionisants
⇒ radicaux libres non spécifiques ⇒ altération de protéines
- L'intérêt des rayonnements ionisants
Thérapie, photons pénétrants (imagerie médicale)

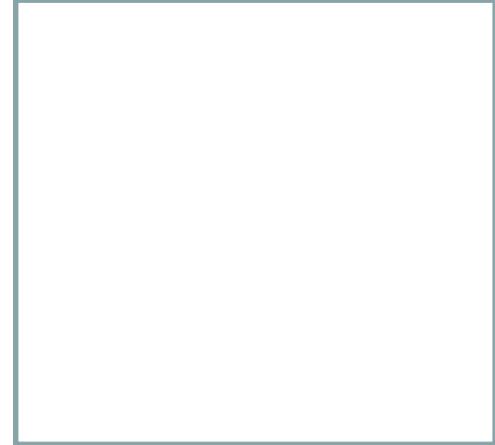
Connaître, savoir caractériser et manipuler :

- Les modes de production des rayons X
Transitions électroniques et freinage
- Les spectres associés à ces phénomènes
- Les utilisations associés (tube à rayons X)

- Transformation d'un noyau « père » X en un noyau « fils » Y : ${}^A_ZX \rightarrow {}^{A'}_ZY + \text{particules}$
- Si noyau instable : $Z \neq N=A-Z$ ou $Z \geq 84$
- À condition :
 - D'un bilan énergétique positif : $E_d \geq 0$
 - De la conservation de la charge, de l'impulsion...
- 50 isotopes radioactifs naturels (périodes longues)
- tous les isotopes artificiels sont radioactifs

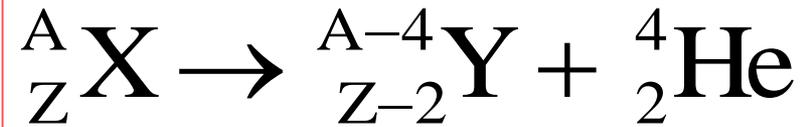
DESINTEGRATIONS RADIOACTIVES

- Classement par interaction impliquée
 - **Interaction forte** : radioactivité alpha (α)
 - **Interaction faible** :
 - » radioactivité bêta (β)
 - » capture électronique
 - **Interaction EM** :
 - » radioactivité gamma (γ)
 - » conversion interne
 - » création de paires
- Loi de décroissance radioactive



RADIOACTIVITE ALPHA

- Emission d'un noyau d'hélium :



- Energie disponible :

$$E_d = M(X).c^2 - [M(Y) + M(\alpha)].c^2$$

$$E_d = [M(X) - M(Y) - M(\alpha)].c^2$$

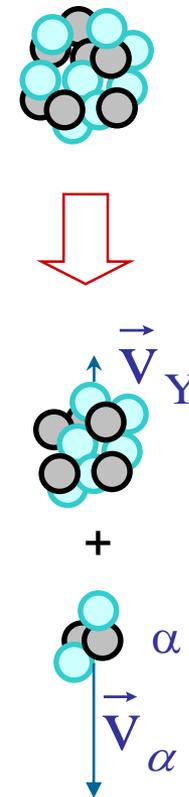
$$E_d = [M(X) - Z.m_e - M(Y) + (Z - 2).m_e - M(\alpha) + 2.m_e].c^2$$

$$E_d = M(X).c^2 - [M(Y) + M(\alpha)].c^2$$

avec $\mathcal{M}({}^A_Z X) = M({}^A_Z X) + Z.m_e$: masse atomique

et $M({}^A_Z X)$ masse nucléaire

- $E_d \geq 0 \Rightarrow A > 150$: concerne les isotopes lourds



Henri Becquerel

1852-1908

« Rayons uraniques »

en 1896

puis en 1898

E Rutherford (α, β)

RADIOACTIVITE ALPHA

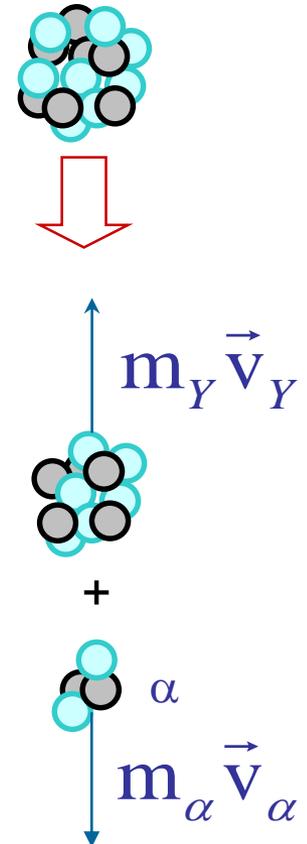
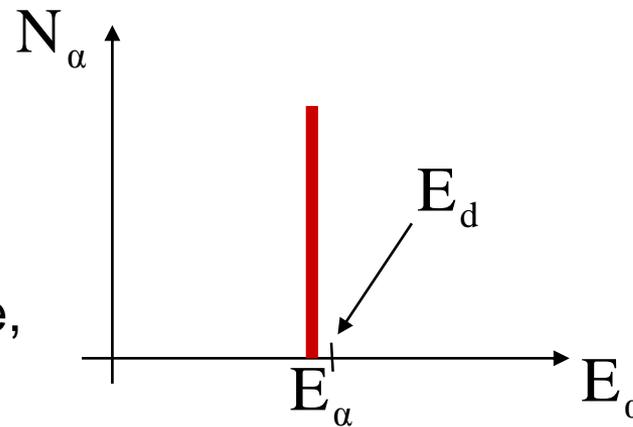
- **Spectre de raie unique** (approximation) :

$$m_{\alpha} v_{\alpha} = m_Y v_Y \Rightarrow (m_{\alpha} v_{\alpha})^2 = (m_Y v_Y)^2 \Rightarrow E_Y = \frac{m_{\alpha}}{m_Y} E_{\alpha}$$

$$E_d = E_Y + E_{\alpha} = E_{\alpha} \cdot \left(1 + \frac{m_{\alpha}}{m_Y} \right)$$

$$\text{donc : } E_{\alpha} = \frac{m_Y}{m_Y + m_{\alpha}} E_d$$

Énergie des α unique, précise,
et de peu inférieure à E_d



- Ordre de grandeur : $E_{\alpha} \approx 4-9$ MeV, ionisant
- Applications : **radiothérapie** superficielle & métabolique

Radium 223 (métas de prostate)

- Transformations **isobariques** : même A

$Z > N = A - Z \Rightarrow \text{proton} \rightarrow \text{neutron}$

$Z < N = A - Z \Rightarrow \text{neutron} \rightarrow \text{proton}$

- 3 types de radioactivité isobarique :
 - radioactivité **bêta moins**
 - radioactivité **bêta plus**
 - **capture électronique**

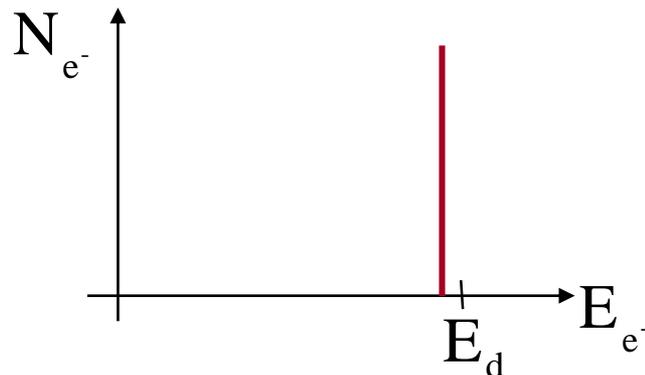
- Chadwick 1914 : émission d'électrons par des noyaux riches en neutrons



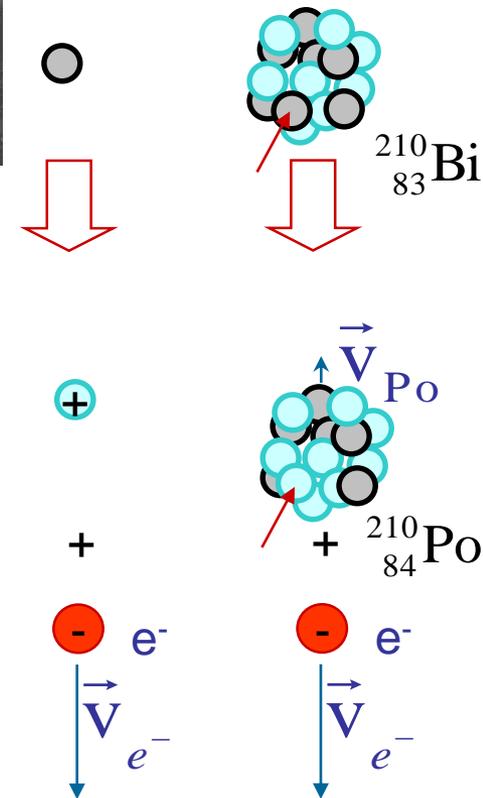
J Chadwick
1891-1974

- Energie disponible :

$$E_d = M(X).c^2 - [M(Y) + M(e^-)].c^2 = \mathcal{M}(X).c^2 - \mathcal{M}(Y).c^2$$



Spectre de raies ?

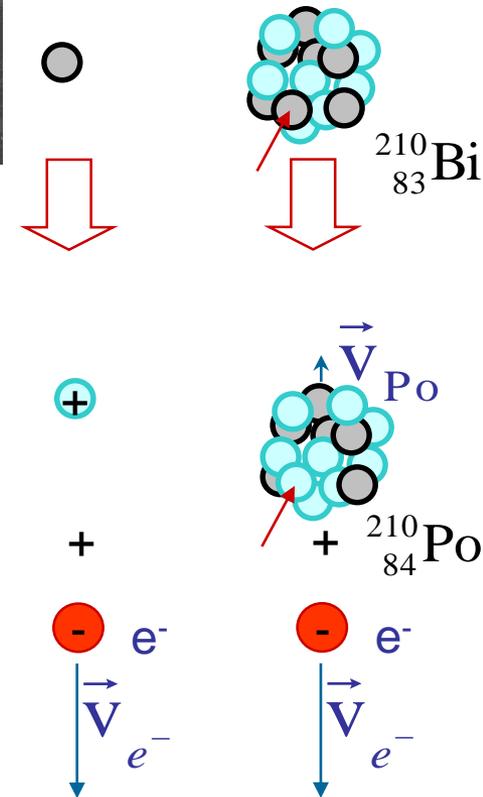
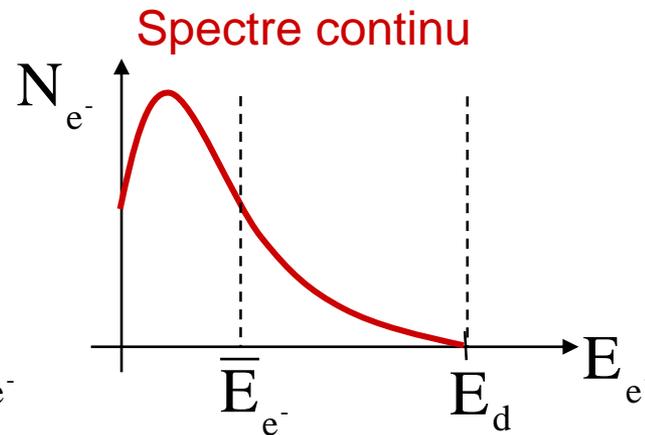
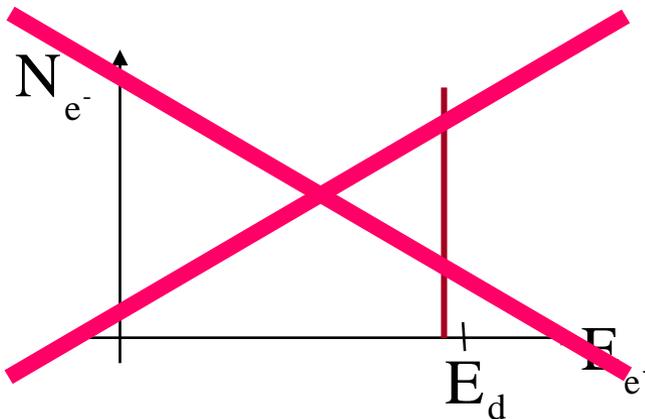


- Chadwick 1914 : émission d'électrons par des noyaux riches en neutrons



- Energie disponible :

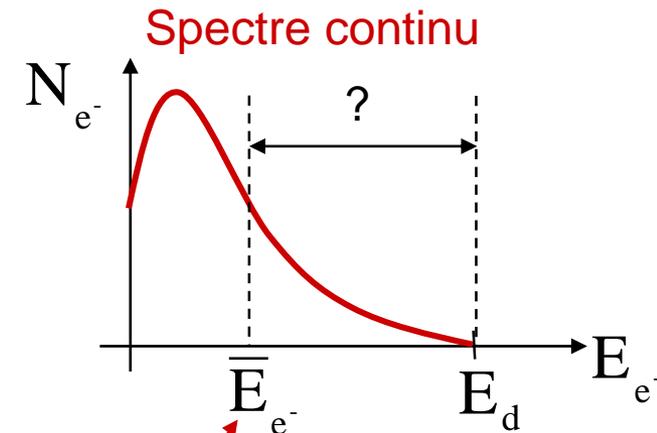
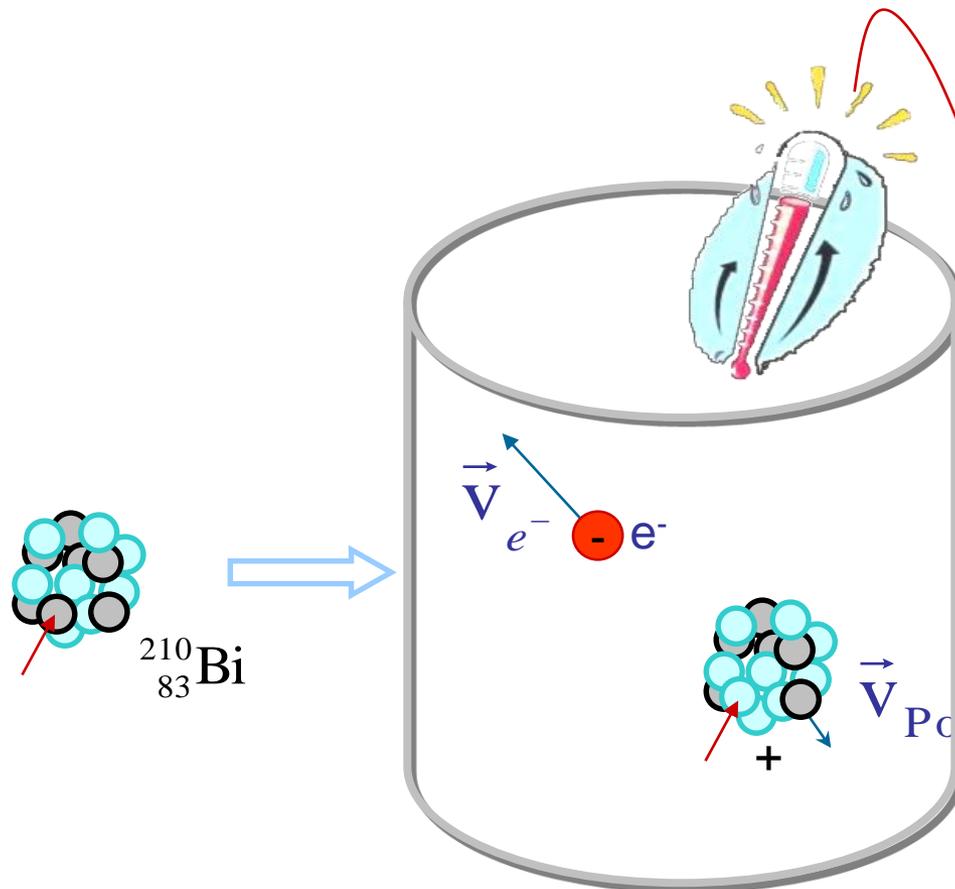
$$E_d = M(X).c^2 - [M(Y) + M(e^-)].c^2 = \mathcal{M}(X).c^2 - \mathcal{M}(Y).c^2$$



RADIOACTIVITE BETA MOINS

- Où est perdue l'énergie ?

Ralentissement variable des e^- (1922, Meitner) ?

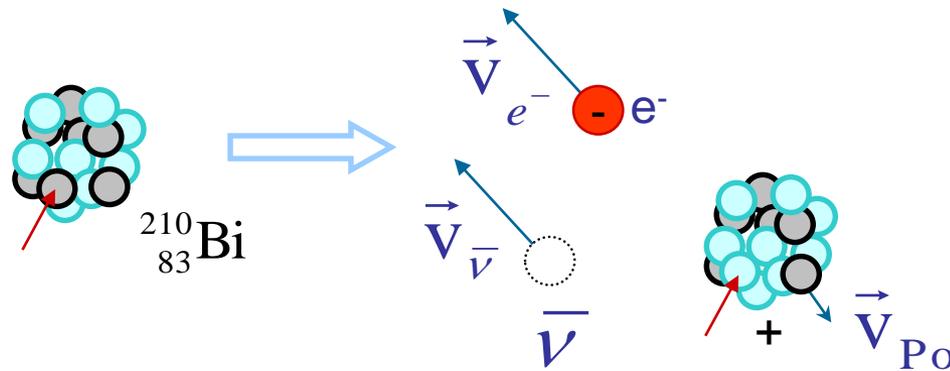


1925, Ellis et Wooster : calorimétrie

RADIOACTIVITE BETA MOINS

- Où est perdue l'énergie ?

1931, Pauli: émission d'une particule non détectée ?



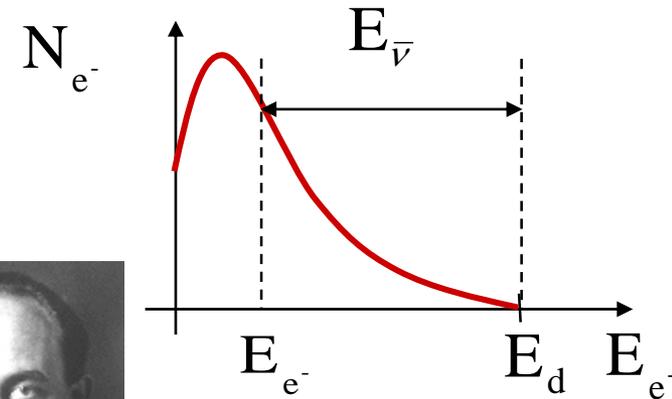
- Anti-neutrino** : $\bar{\nu}_e = \bar{\nu}$
 - Interaction/matière ≈ 0
 - charge nulle, $v \approx c$
 - $0,03 < m < 0,23 \text{ eV}$
 - observés en 1956



W. PAULI
1900-1958



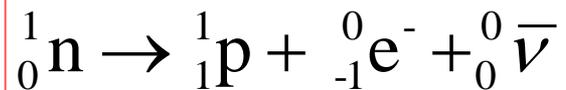
E. FERMI
1901-1954



Spectre continu
(pour l' e^- et le $\bar{\nu}$)

RADIOACTIVITE BETA MOINS

- Emission d'un **électron** et d'un $\bar{\nu}$:



- Energie disponible :

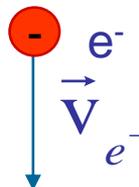
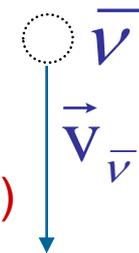
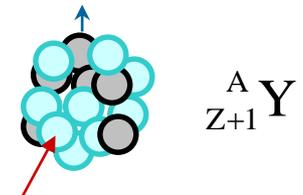
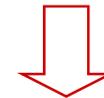
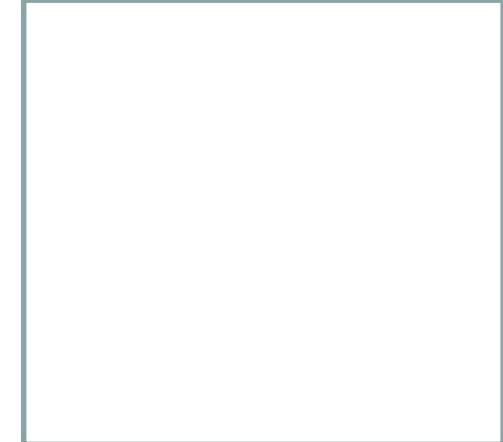
$$E_d = M(X).c^2 - [M(Y) + M(e^-)].c^2$$

$$E_d = \mathcal{M}(X).c^2 - \mathcal{M}(Y).c^2 = E_{e^-} + E_{\bar{\nu}}$$

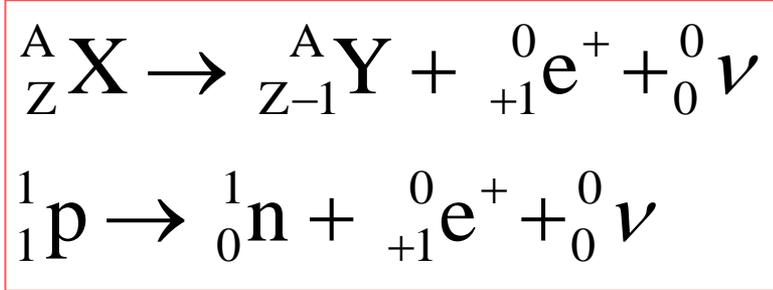
- Spectre **continu** pour l'électron, ionisant

- Applications : **Radiothérapie métabolique par l'e⁻**

- Traitement antalgique des métastases osseuses (${}^{153}_{62} \text{Sm}, {}^{89}_{38} \text{Sr}$)
- Hyperthyroïdies (${}^{131}_{53} \text{I}$)
- Cancers thyroïdiens, cancers du foie.



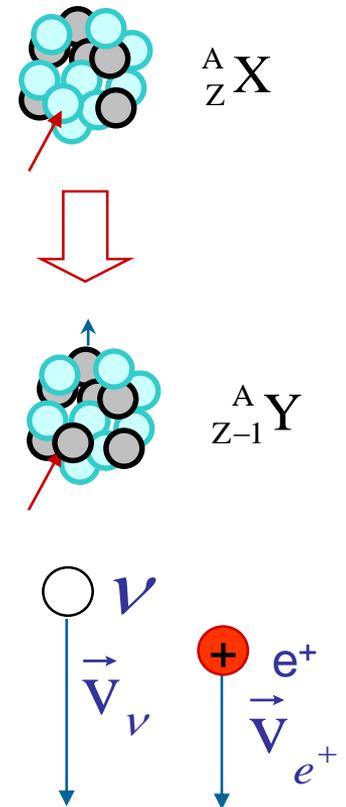
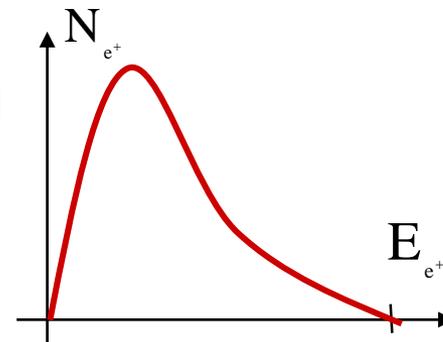
- Emission d'un **positon** et d'un **neutrino** par un noyau riche en protons :



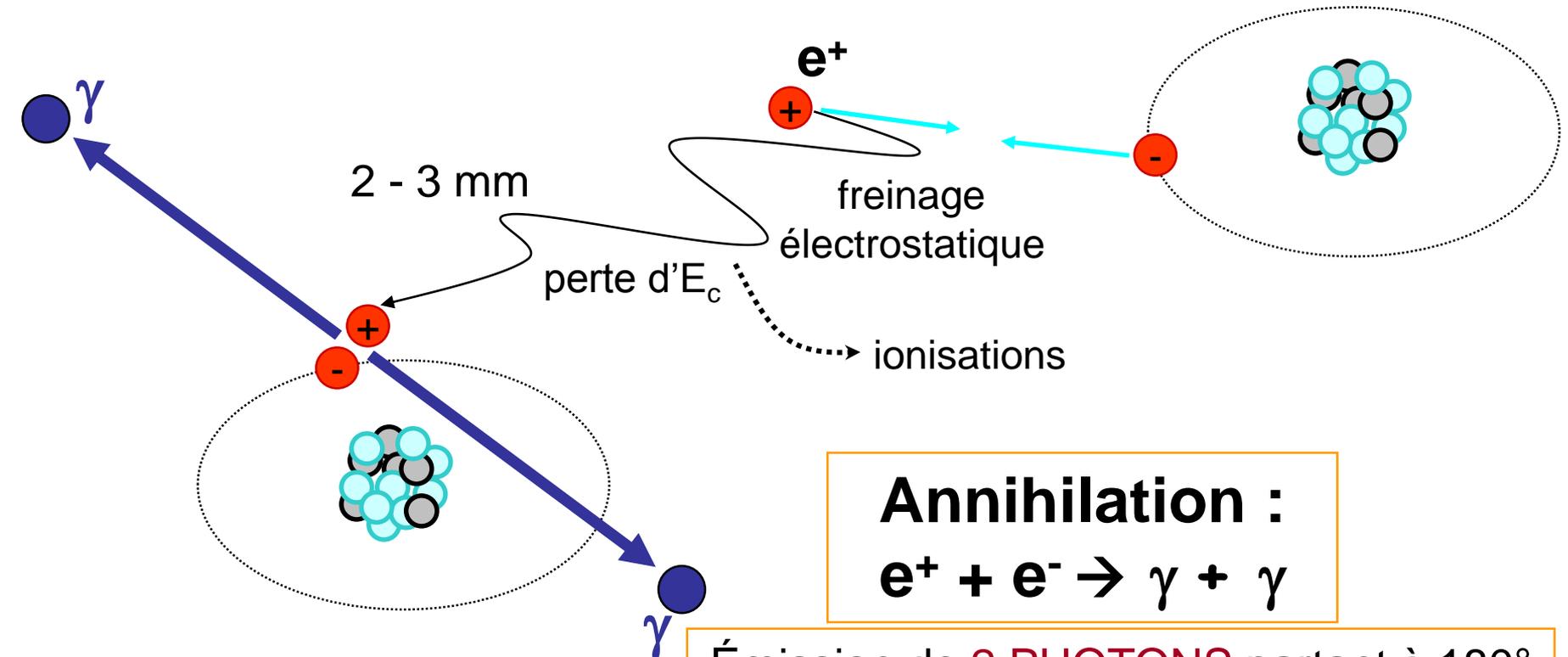
- Energie disponible :

$$E_d = [M(X) - M(Y) - m_e]c^2 = [\mathcal{M}(X) - \mathcal{M}(Y) - 2m_e]c^2$$

- Spectre **continu** du positon



- Devenir du positon : **annihilation** entre matière et anti-matière



Annihilation :
 $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$

Émission de **2 PHOTONS** partant à 180°
d'énergie $E = 511 \text{ keV} = m_e c^2$

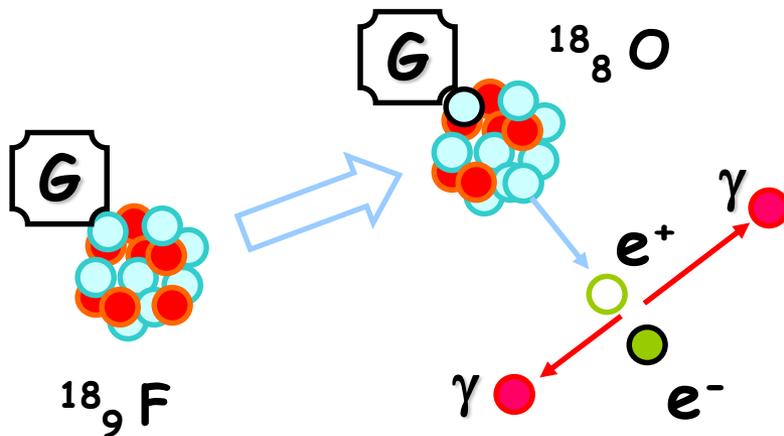
ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

RADIOACTIVITE BETA PLUS

- Application :

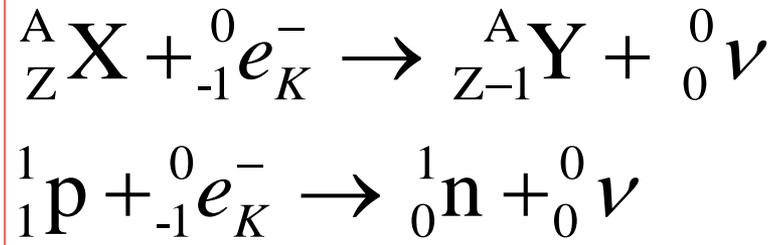


Tomographie
par
Émission de
Positons (TEP)
=
Scintigraphie
de coïncidence



CAPTURE ELECTRONIQUE

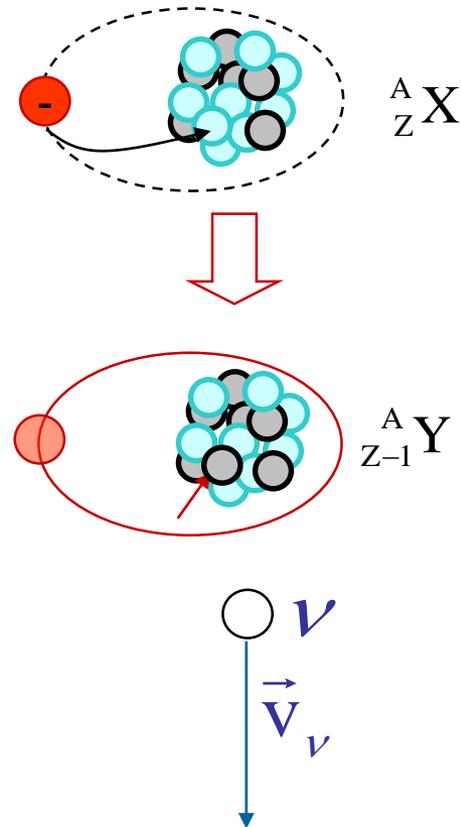
- Capture d'un électron atomique K par un noyau riche en protons :
 - En compétition avec β^+



- Energie disponible :

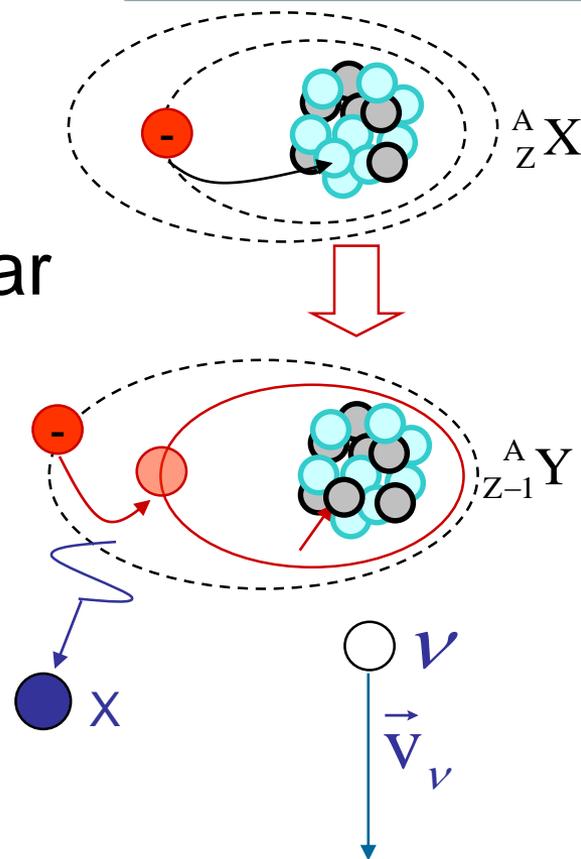
$$E_d = [M(X) + m_e - M(Y)]c^2 - E_K^i$$

$$E_d = [\mathcal{M}(X) - \mathcal{M}(Y)]c^2 - E_K^i$$



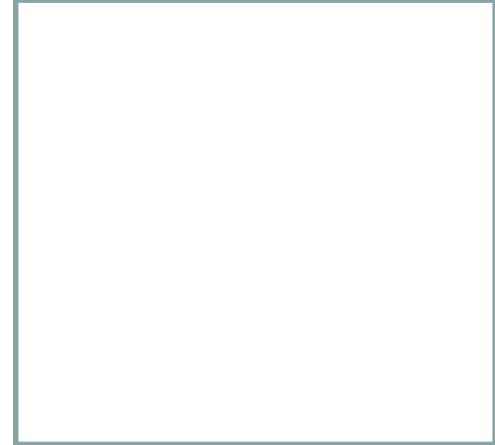
CAPTURE ELECTRONIQUE

- Il s'ensuit l'émission de photons X de fluorescence caractéristiques de l'atome fils Y
- Application : dosage de protéines par Radio-Immuno-Array (RIA) via un comptage X
 - Application : comptage à 35 keV pour de l' ^{125}I fixée sur la molécule à doser.



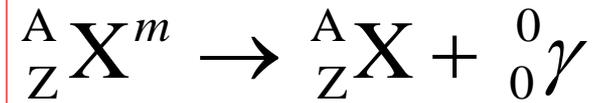
Il en existe 3 modes :

- Radioactivité gamma (γ)
- Conversion interne
- Création de paires





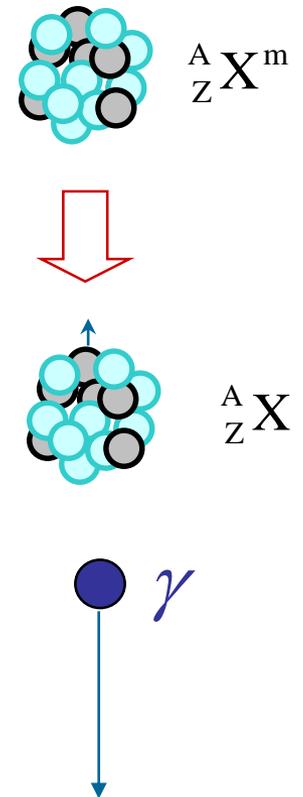
- Emission d'un **photon** :



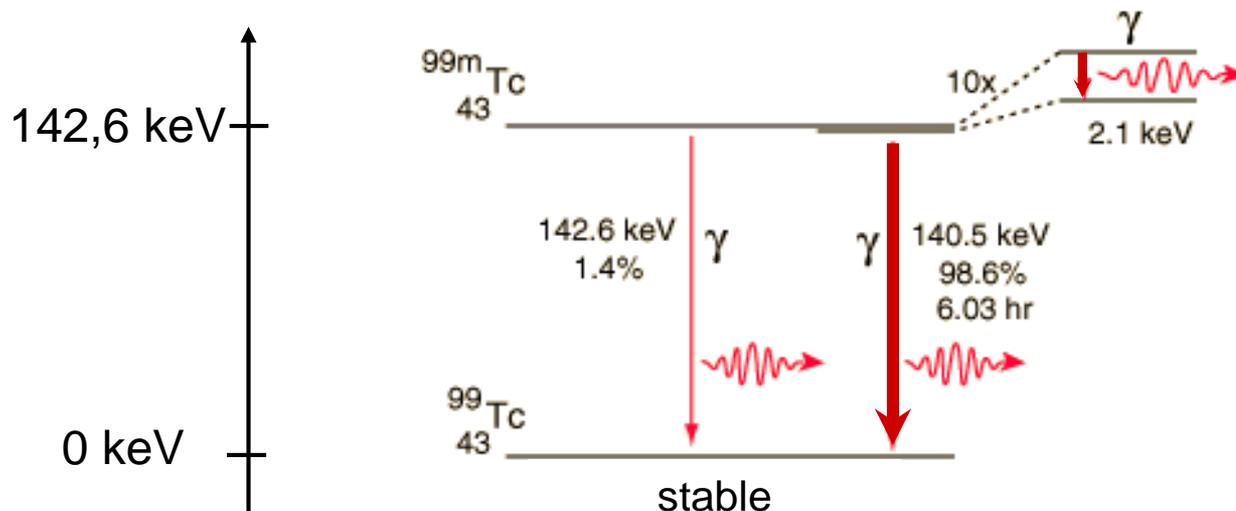
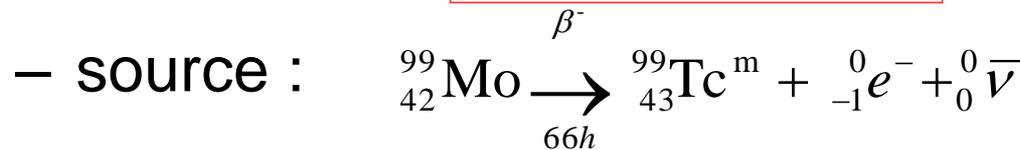
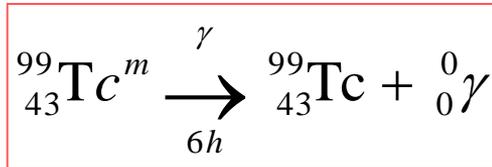
- Energie disponible :

$$E_d \approx E_\gamma = hf = \frac{hc}{\lambda} = [M({}^A_Z X^m) - M({}^A_Z X)]c^2$$

- Spectre **de raies**



- Applications : le technétium 99m

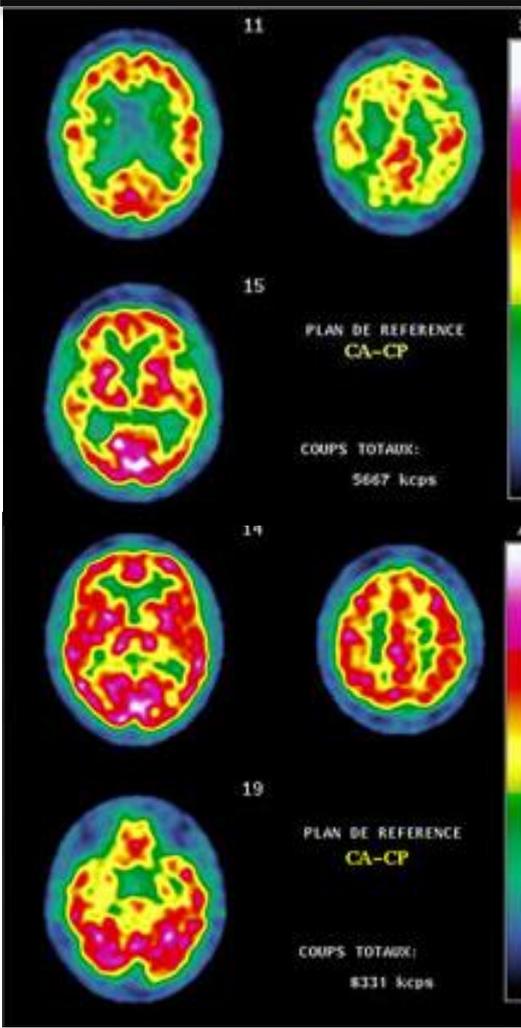


Scintigraphie
 d'émission
 mono-
 photonique :

Single
 Photon
 Emission
 Computed
 Tomography

- D'autres isotopes sont utilisés (${}_{53}^{123}\text{I}$, ${}_{36}^{81}\text{Kr}$, ${}_{49}^{111}\text{In}$, ${}_{81}^{201}\text{Tl}$...)

ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA RADIOACTIVITE GAMMA (SPECT)



Exit Process Undo Manual Center Print Slices Splash Surfaces Splash3D Results Help 0 100

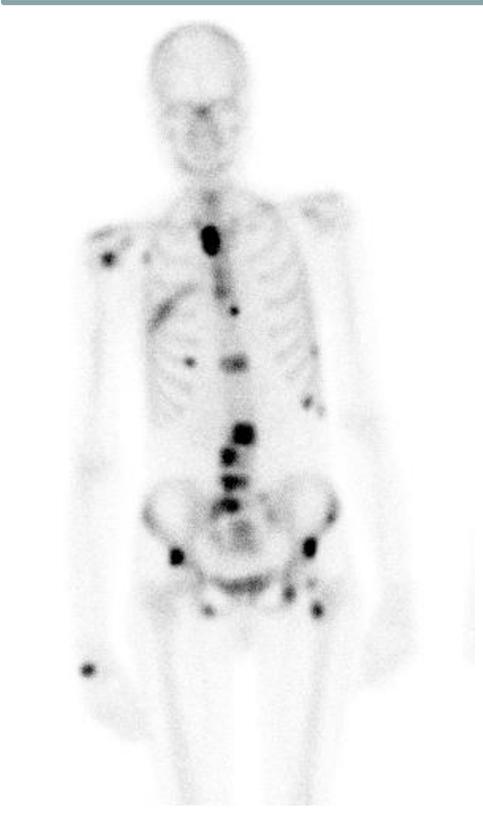
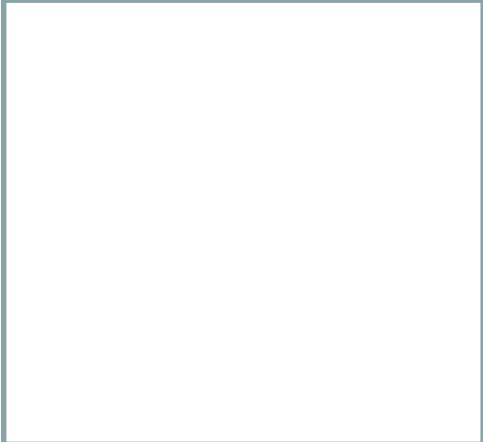
Dataset /home/vi PalRa (ECToolbox) stress [64x64]x17x8

Label Contours Blur ED Cine Spin Inner Outer Both Interval 1 Rate 20 Zoom 6

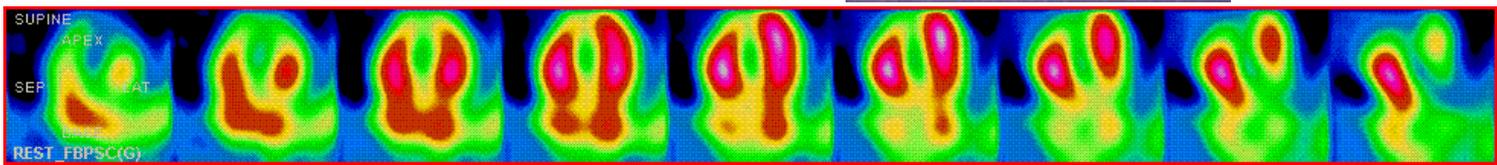
ED	ES	Perfusion (%)	Regional EF (%)																														
Motion (mm)	Thickening (%)	<table border="1"> <tr> <td>Name</td> <td>PalRa (ECToolbox Abr</td> </tr> <tr> <td>Pat ID</td> <td>376162</td> </tr> <tr> <td>Study</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Dataset</td> <td>stress</td> </tr> <tr> <td>Date</td> <td>02/20/1996 15:33:43</td> </tr> <tr> <td>Matrix</td> <td>64x64</td> </tr> <tr> <td>Slices</td> <td>17</td> </tr> <tr> <td>Intervals</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>Mm/Vox</td> <td>6.37</td> </tr> <tr> <td>Counts</td> <td>386</td> </tr> <tr> <td>Volume</td> <td>105ml [1]</td> </tr> <tr> <td>EDV</td> <td>108ml [8]</td> </tr> <tr> <td>ESV</td> <td>43ml [4]</td> </tr> <tr> <td>SV</td> <td>64ml</td> </tr> <tr> <td>EF</td> <td>60%</td> </tr> </table>		Name	PalRa (ECToolbox Abr	Pat ID	376162	Study		Dataset	stress	Date	02/20/1996 15:33:43	Matrix	64x64	Slices	17	Intervals	8	Mm/Vox	6.37	Counts	386	Volume	105ml [1]	EDV	108ml [8]	ESV	43ml [4]	SV	64ml	EF	60%
Name	PalRa (ECToolbox Abr																																
Pat ID	376162																																
Study																																	
Dataset	stress																																
Date	02/20/1996 15:33:43																																
Matrix	64x64																																
Slices	17																																
Intervals	8																																
Mm/Vox	6.37																																
Counts	386																																
Volume	105ml [1]																																
EDV	108ml [8]																																
ESV	43ml [4]																																
SV	64ml																																
EF	60%																																

Volume (ml) / Interval

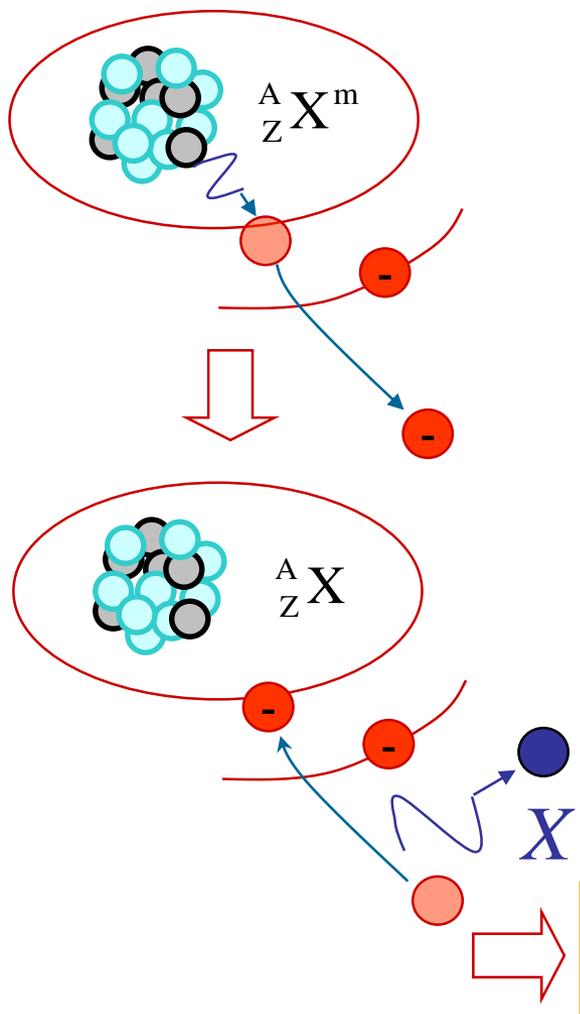
8 [ED] ANT BASE SEPT APE INF 1 ANT BASE SEPT APE INF



PASS

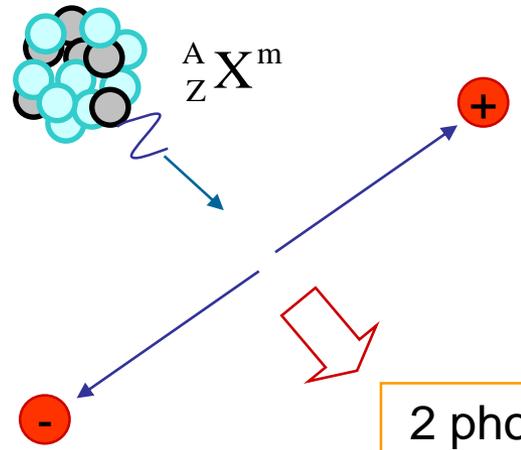


• Conversion interne



Création de paires

Si $E_d > 1,02 \text{ MeV}$



2 photons γ de 511 keV
(annihilation du e^+)
+
fluorescence X du fait
des ionisations de l' e^-
et du e^+

spectre de raies de
fluorescence X

OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 9

Pour chaque réaction radioactive :

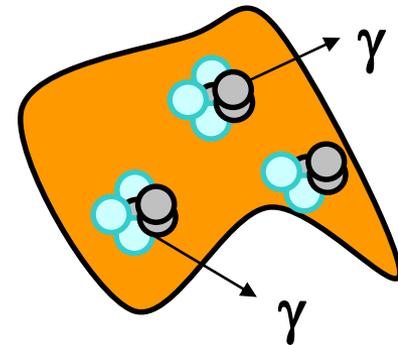
Savoir définir et caractériser

- La transformation nucléaire (équation de réaction)
- Le type (α, β, γ) et le mode ($\beta^+, \beta^-, CE, CI, CP$)
- Les conditions nécessaires à une désintégration
- Le spectre
- Les applications dans les domaines de la santé

Savoir calculer et exploiter :

- Le bilan énergétique d'une réaction (E_d)
- L'allure du spectre

- **N** = Nombre de noyaux radioactifs
 λ = proba. qu'un isotope se désintègre/sec
 $\lambda = (-dN/N)/dt$, soit en moyenne $\bar{C} = -\Delta N = \lambda.N.\Delta t$
- **$P(C_{\Delta t}=n)$** : probabilité de mesurer $n \neq \bar{C}$ photons issus de désintégrations dans un intervalle de temps Δt
- Le phénomène de désintégration est aléatoire
 - **sans mémoire** : désintégrations indépendantes
 - **stationnaire** : proba(désintégration entre t et $t+\Delta t$) ne dépend que de Δt , et pas de t .
 - **rare** $\lambda \ll 1$

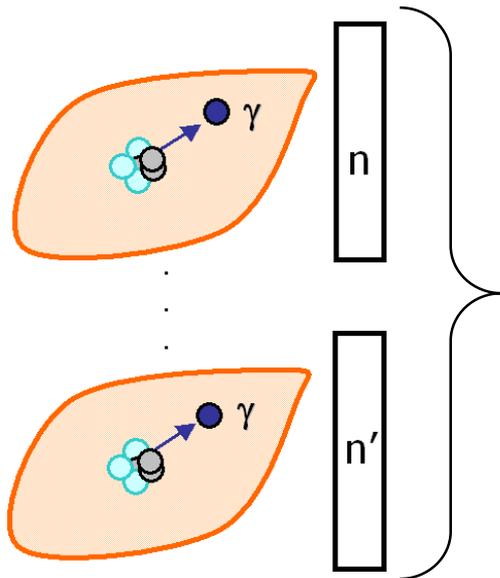


\bar{C} photons γ

- Processus **sans mémoire, stationnaire, rare**



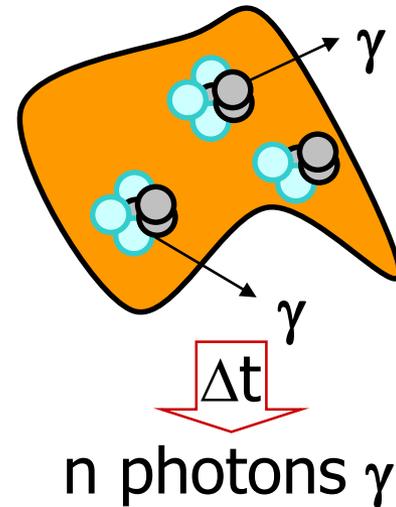
Processus **POISSONNIEN**



$\bar{C} = \lambda.N.\Delta t$
 comptage moyen sur un grand
 nombre d'expériences identiques

$$P(C_{\Delta t} = n) = e^{-\bar{c}} \frac{(\bar{c})^n}{n!}$$

$$P(C_{\Delta t} = n) = e^{-\lambda N \Delta t} \frac{(\lambda N \Delta t)^n}{n!}$$



S.D. POISSON
 1781-1840

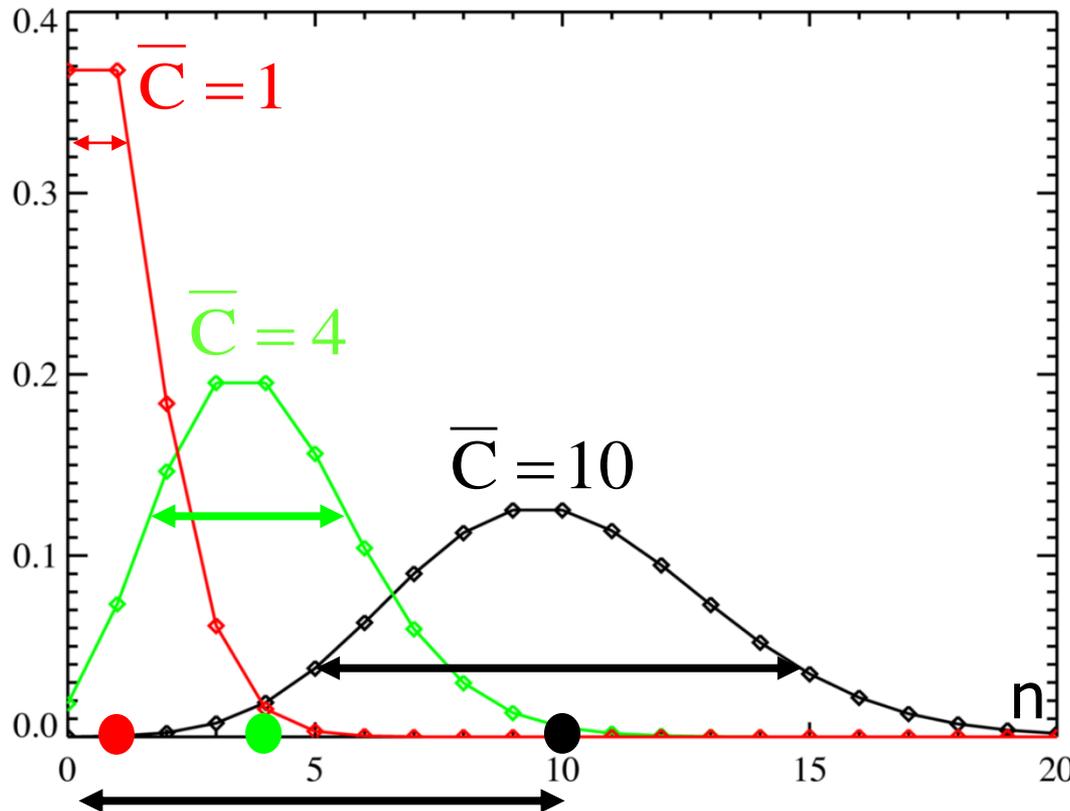


- Processus **sans mémoire, stationnaire, rare**



Processus **POISSONNIEN**

$P(C_{\Delta t}=n)$



Propriété essentielle
 d'une statistique de Poisson :

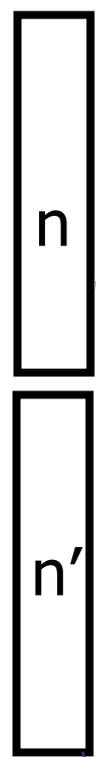
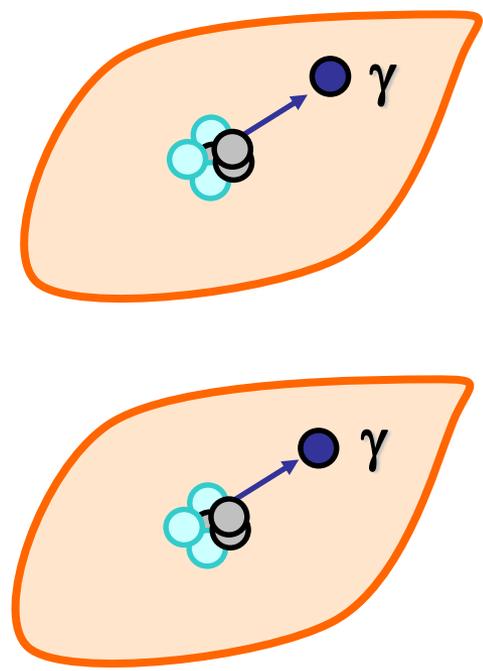
$$\bar{C} = \lambda N \Delta t = \sigma^2$$

$$\Rightarrow \frac{S}{B} = \frac{\bar{C}}{\sigma} = \frac{\bar{C}}{\sqrt{\bar{C}}}$$

$$\frac{S}{B} = \sqrt{\bar{C}}$$

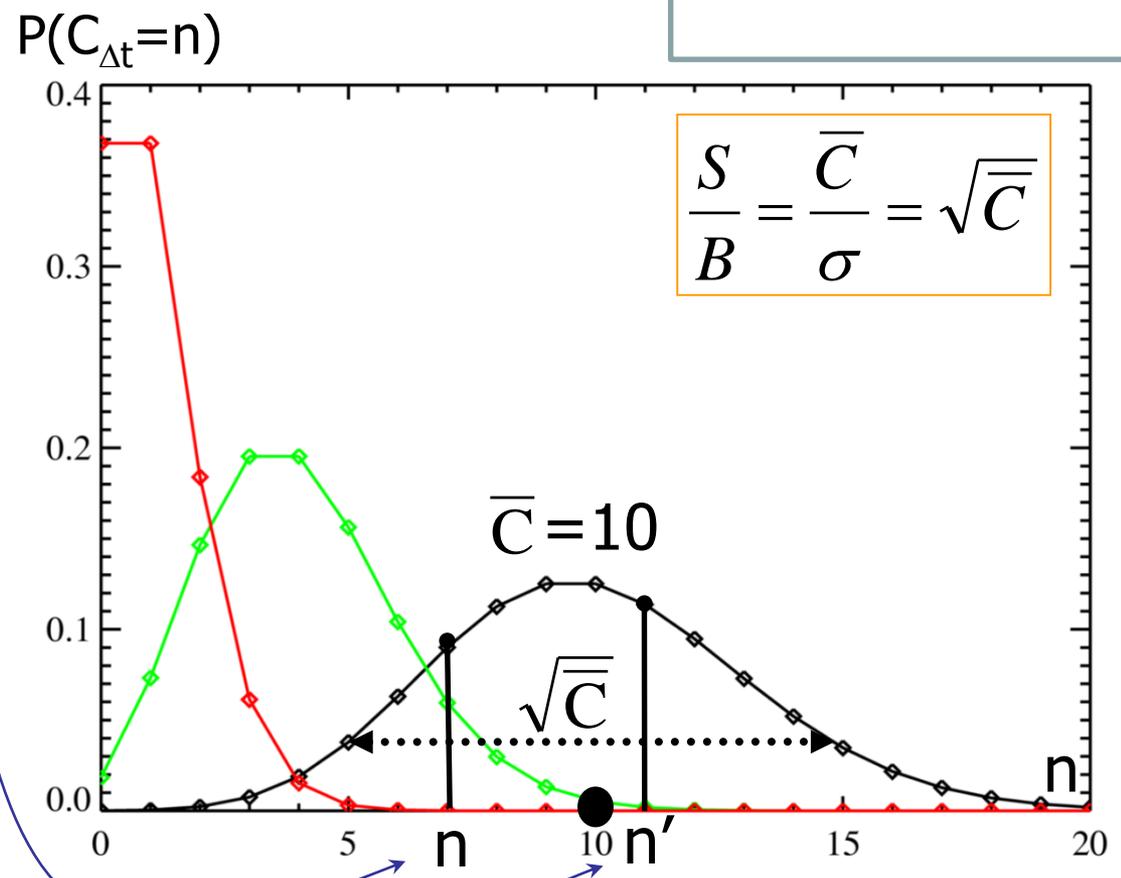
LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

Processus aléatoire suivant une loi de Poisson : $\sigma^2 = \bar{C}$



$$C \in [\bar{C} - \sqrt{\bar{C}}, \bar{C} + \sqrt{\bar{C}}]$$

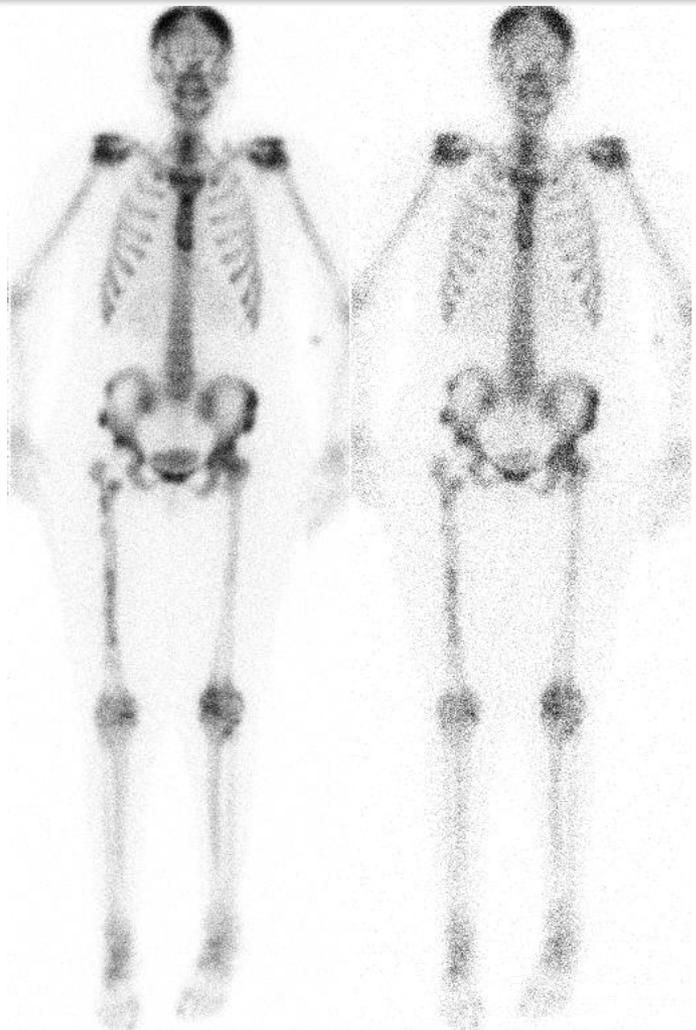
$$p = 68,3\%$$



« tirage au sort » suivant P



LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

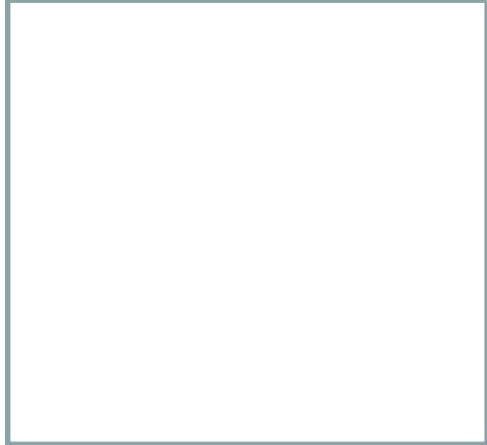


Le taux de comptage est 5 fois plus élevé sur l'image de gauche, donc le rapport S/B est plus de 2 fois meilleur ($\sqrt{5}=2,24$)

$$\frac{S}{B} = \sqrt{C} \text{ est multiplié par } 2,24$$

12 cm/min 60 cm/min

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE



- N_0 = nombre initial de noyaux radioactifs
- $N(t)$ = nombre de noyaux non encore désintégrés à t
- λ = probabilité qu'un isotope se désintègre/sec

$$\lambda = -\frac{dN/N}{dt}$$

$$dN = -\lambda N dt \Rightarrow \frac{dN}{N} = -\lambda dt$$

en intégrant : $\ln N = -\lambda.t + K$

soit $N(t) = e^{-\lambda t + K} = e^K e^{-\lambda t}$

or $N(0) = N_0$, donc :

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda.t}$$

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE



$$N(t) = N_0 e^{-\lambda \cdot t}$$

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0,69}{\lambda}$$

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} \cdot t}$$

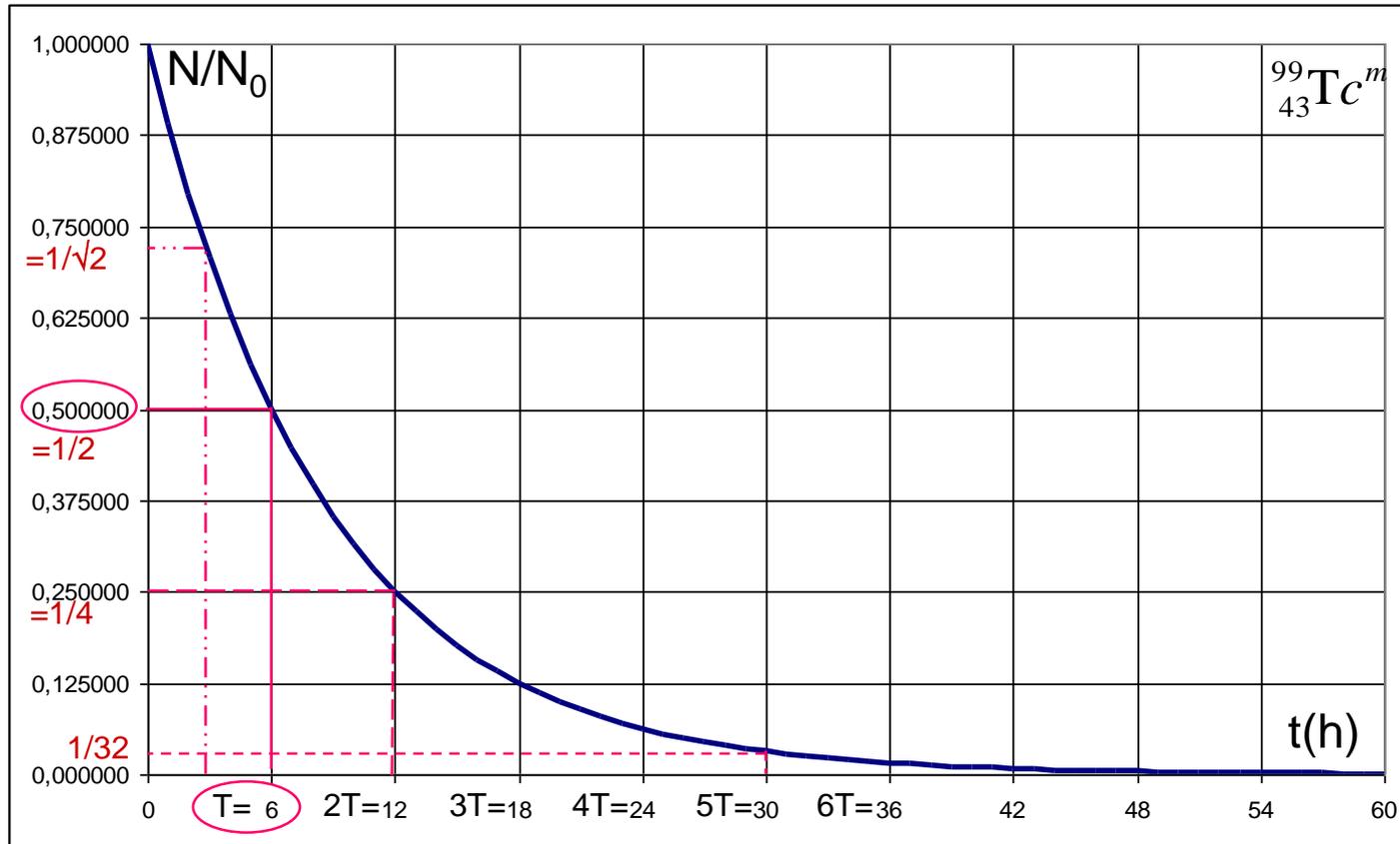
$$N(t) = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}}$$

Période : durée moyenne nécessaire à la désintégration de la moitié des noyaux d'un échantillon

$$N(T) = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda \cdot T} \Rightarrow \ln 2 = \lambda \cdot T \Rightarrow T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$



LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE



Dix périodes sont nécessaires pour diminuer le nombre de noyaux radioactifs d'un facteur supérieur à 1000 ($2^{10}=1024$)

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0,69}{\lambda}$$

$$N(t) = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}}$$

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

Vie moyenne τ d'un isotope avant désintégration:

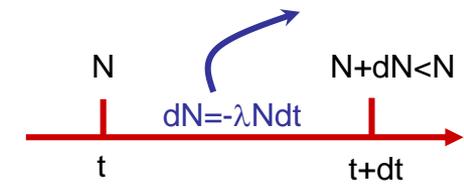
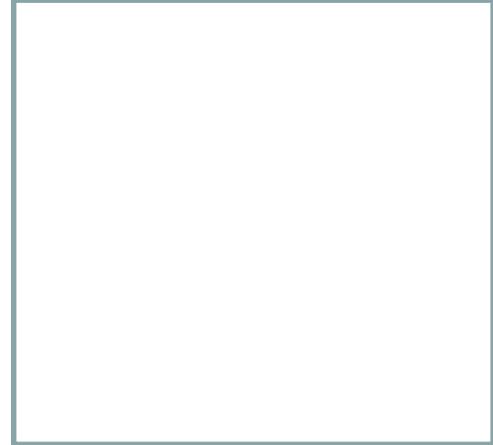
$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_{t=0}^{\infty} t \cdot dN = \frac{1}{N_0} \int_{t=0}^{\infty} t \cdot \lambda N dt = \frac{1}{N_0} \int_{t=0}^{\infty} t \cdot \lambda N_0 e^{-\lambda t} dt$$

$$\tau = \lambda \int_{t=0}^{\infty} t \cdot e^{-\lambda t} dt$$

Par parties* :
$$\int_{t=0}^{\infty} t \cdot e^{-\lambda t} dt = \left[-t \frac{e^{-\lambda t}}{\lambda} \right]_0^{\infty} - \int_0^{\infty} -\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \left[\frac{e^{-\lambda t}}{-\lambda} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda^2}$$

Donc :
$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T}{\ln 2} \approx 1,4 \cdot T$$

Pour le : ${}^{99}_{43}\text{Tc}^m$: $\tau \approx 8,7 \text{ h}$



* car $[uv] = \int d(u \cdot v) = \int v \cdot du + u \cdot dv \Rightarrow \int u \cdot dv = [uv] - \int v \cdot du$



ACTIVITE

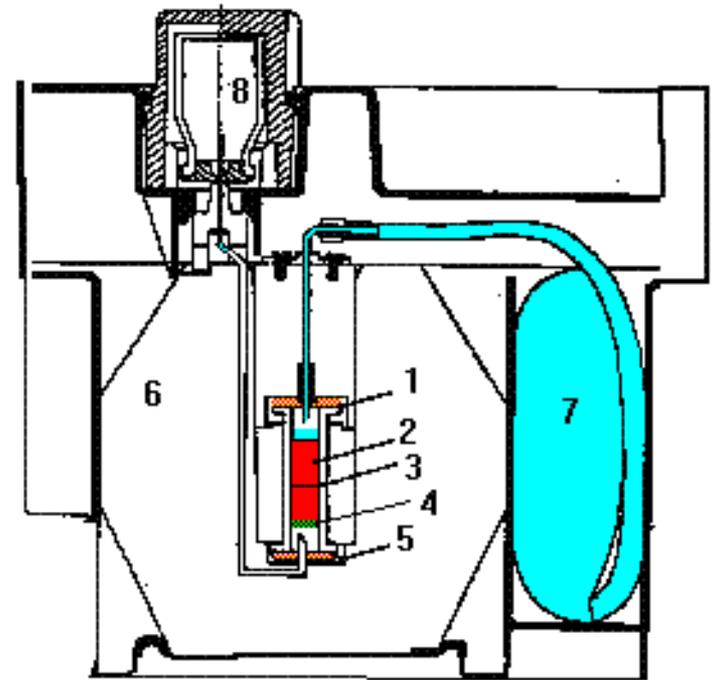
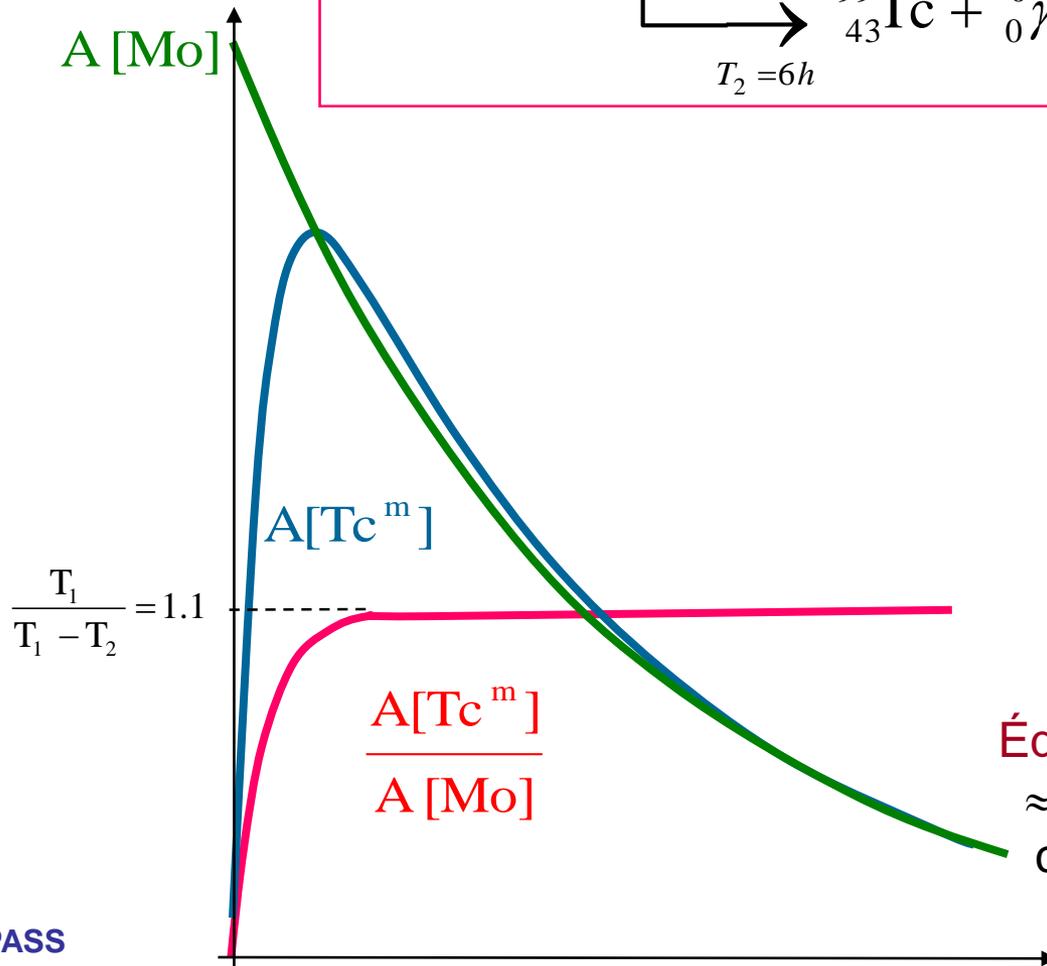
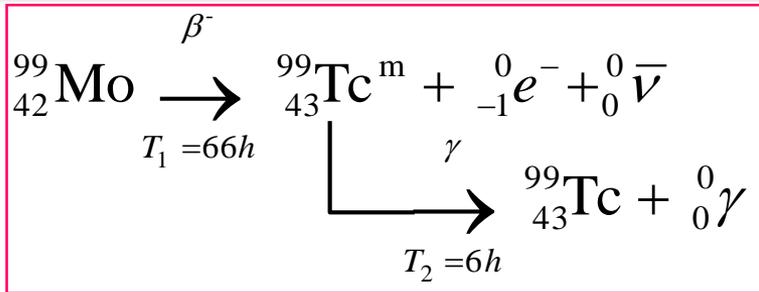
- Activité ^{DEF} = nombre de désintégrations par seconde au sein d'un échantillon
- Unité SI: Becquerel (Bq) : 1 Bq = désintégration/sec.
- Autre unité: curie (Ci) : 1 mCi = 37 MBq

$$A(t) = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \left| \frac{d}{dt} N_0 e^{-\lambda t} \right| = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

- donc l'activité est proportionnelle à $N(t)$, nombre de noyaux non encore désintégrés :

$$A(t) = \lambda \cdot N(t)$$

FILIATIONS RADIOACTIVES



Équilibre séculaire ou de régime :
 ≈ 1 désintégration de ${}^{99}\text{Mo}$ pour
 chaque désintégration de Tc^m .
Le Mo « impose » sa période

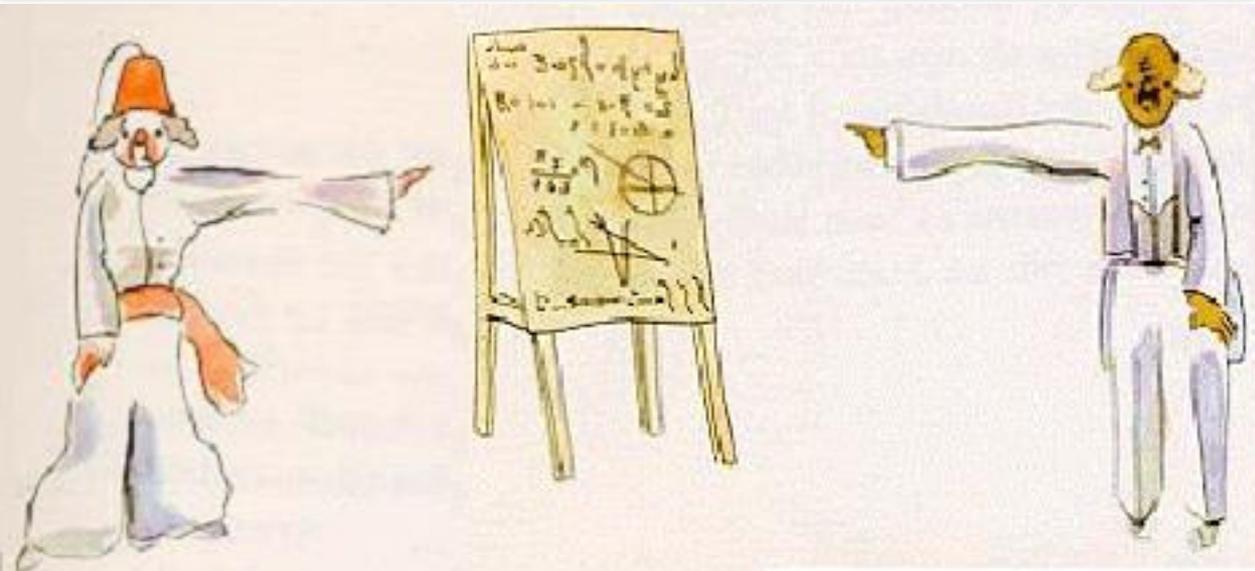
OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 10

Savoir :

- Définir une statistique de Poisson
Aléatoire, sans mémoire, stationnaire, rare
- L'associer aux désintégration radioactives
- Caractériser sa variance = moyenne
- Caractériser un équilibre séculaire

Savoir manipuler et utiliser :

- Les taux de comptages en scintigraphie ($S/B = \sqrt{N}$)
- La loi de décroissance : $N(t) = N_0 e^{-\lambda \cdot t} = N_0 \cdot 2^{-t/T}$
- Les définitions de λ , T , τ .
- L'activité en Bq : $A(t) = \lambda \cdot N(t)$



Si vous avez la curiosité d'approfondir un peu ce cours, je vous conseille un ouvrage remarquablement bien adapté à l'étude de la physique pour des professionnels de santé :

Physique pour les sciences de la vie (tome 1: la physique et ses méthodes; tome 2: la matière; tome 3: les ondes)

A. Bouyssy, M. Davier, B. Gatty.

DIA Université. Belin, 1988.

Je vous remercie pour votre attention
et vous souhaite tout le courage nécessaire pour la suite de l'année

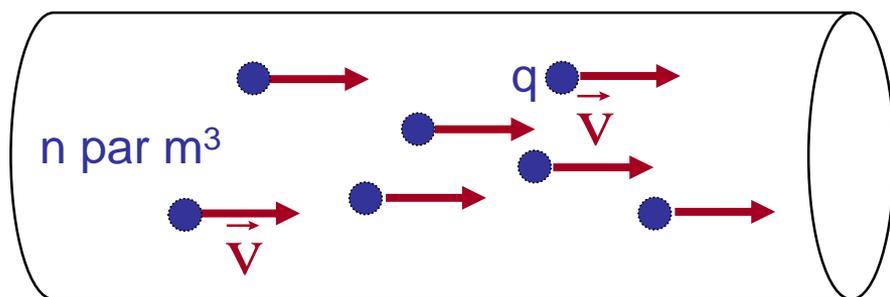
ANNEXES

Documents complémentaires destinés à satisfaire la curiosité des étudiants intéressés,
non exigibles à l'examen.

DENSITES DE CHARGES ET DE COURANTS

Soient n particules par unité de volume, de charge q et de vitesse \vec{v} . On définit :

- la densité de charge $\rho = n \cdot q$ en $\text{C} \cdot \text{m}^{-3}$
- la densité de courant $\vec{j} = n \cdot q \cdot \vec{v} = \rho \cdot \vec{v}$ en $\text{A} \cdot \text{m}^{-2}$



Le principe de conservation de la charge donne un lien entre ces deux densités :

$$\vec{j} = j \cdot \vec{e}_x \Rightarrow \frac{\partial j}{\partial x} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

LES EQUATIONS DE MAXWELL

Un champ électromagnétique est caractérisé par un couple de vecteurs $\vec{B}(B_x, B_y, B_z)$ et $\vec{E}(E_x, E_y, E_z)$ satisfaisants:

- Charges électriques \Rightarrow champ électrique
- Pas de « charge » magnétique
- Couplage électro-magnétique

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$$

Variation de \vec{B} dans le temps $\Rightarrow \vec{E}$

Variation de \vec{E} dans le temps $\Rightarrow \vec{B}$
ou courant permanent

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \end{pmatrix} = -\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix}, \text{ et}$$

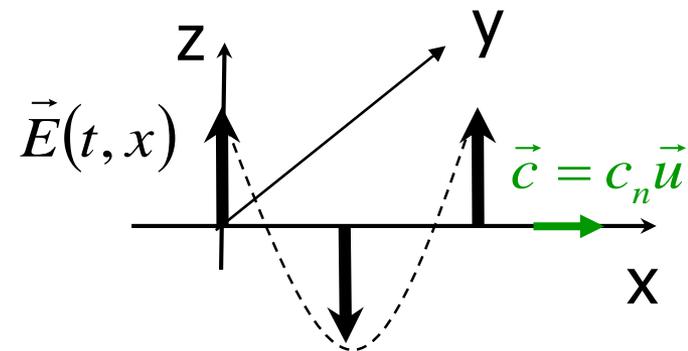
$$\begin{pmatrix} \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \\ \frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \end{pmatrix} = \varepsilon\mu \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix}$$

LES EQUATIONS DE MAXWELL DANS LE VIDE

APPLICATION :

- Soit une onde électrique

$$\vec{E}(t, x) = \left(0, 0, E_0 \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right] \right)$$



- 1° relation de couplage de Maxwell :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \end{pmatrix} = -\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{\partial E_z}{\partial x} \\ 0 \end{pmatrix} = -\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} \Rightarrow B_x = B_z = 0 \text{ et } \frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial B_y}{\partial t}$$

seul B_y est non nul

LES EQUATIONS DE MAXWELL DANS LE VIDE

$$\vec{E}(t, x) = \left(0, 0, E_0 \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right] \right)$$

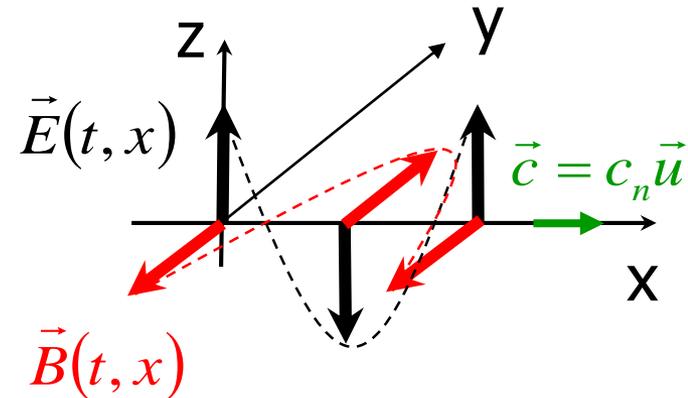
Maxwell $\Rightarrow B_x = B_z = 0$ et

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\frac{1}{c_n} \omega E_0 \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right]$$

$$\Rightarrow B_y = -\frac{1}{c_n} E_0 \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right]$$

$$\vec{B}(t, x) = \left(0, -B_0 \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right], 0 \right)$$

Généralisation : $\vec{B} = \frac{1}{c_n} \vec{u} \wedge \vec{E}$



avec $B_0 = \frac{1}{c_n} E_0$

CELERITE DE LA LUMIERE

Dans notre cas particulier

$$\begin{cases} \vec{E}(t, x) = (0, 0, E_0 \sin[\omega(t - \frac{x}{c_n})]) \\ \vec{B}(t, x) = (0, -\frac{E_0}{c_n} \sin[\omega(t - \frac{x}{c_n})], 0) \end{cases}$$

4° équation de Maxwell (en l'absence de courant):

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \\ \frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \end{pmatrix} = \varepsilon\mu \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} \end{pmatrix} = \varepsilon\mu \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_z \end{pmatrix} \Rightarrow \frac{\partial B_y}{\partial x} = \varepsilon\mu \frac{\partial E_z}{\partial t}$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial x} = \varepsilon\mu \frac{\partial E_z}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{E_0}{c_n} \sin[\omega(t - \frac{x}{c_n})] \right) = \varepsilon\mu \frac{\partial}{\partial t} \left(E_0 \sin[\omega(t - \frac{x}{c_n})] \right) \Rightarrow \left(-\frac{\omega}{c_n} \right) \cdot \left(-\frac{E_0}{c_n} \right) = \varepsilon\mu \cdot \omega \cdot E_0$$

$$c_n = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

CALCUL DE L'ONDE DIFFRACTEE

$$\vec{E} = \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\vec{A}_0}{b} \sin(\omega t - \Theta x) dx = \frac{\vec{A}_0}{b} \frac{1}{\Theta} [\cos(\omega t - \Theta x)]_{-b/2}^{b/2}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{A}_0}{b} \frac{1}{\Theta} \left[\cos\left(\omega t - \frac{\Theta b}{2}\right) - \cos\left(\omega t + \frac{\Theta b}{2}\right) \right] \quad \text{or} \quad \cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p-q}{2} \sin \frac{p+q}{2}$$

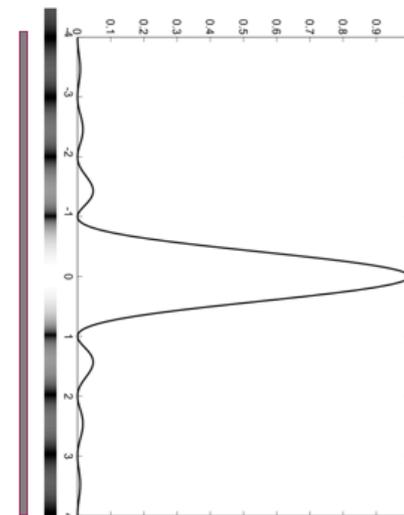
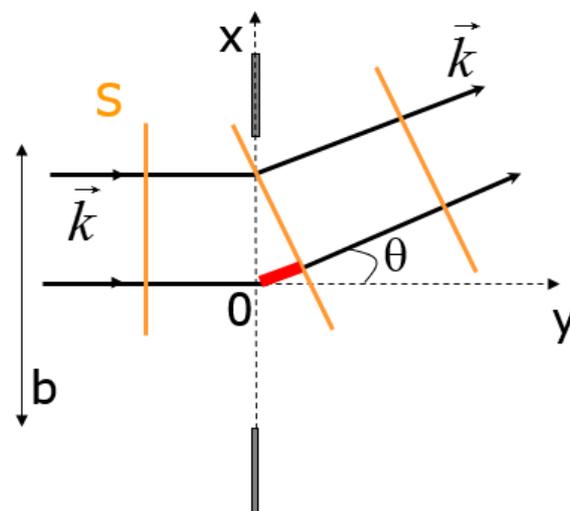
$$\Rightarrow \vec{E} = -\frac{\vec{A}_0}{b} \frac{2}{\Theta} \sin\left(-\frac{\Theta b}{2}\right) \sin(\omega t) = \vec{A}_0 \sin(\omega t) \frac{\sin(\Theta b/2)}{\Theta b/2} \quad \text{avec} \quad \Theta = \frac{2\pi \sin \theta}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \vec{A}_0 \cdot \text{sinc}\left(\frac{\pi b \sin \theta}{\lambda}\right) \sin(\omega t)$$

Amplitude \vec{A}

maximale pour

$$\pi \cdot b \cdot \sin \theta / \lambda = N \cdot \pi / 2$$

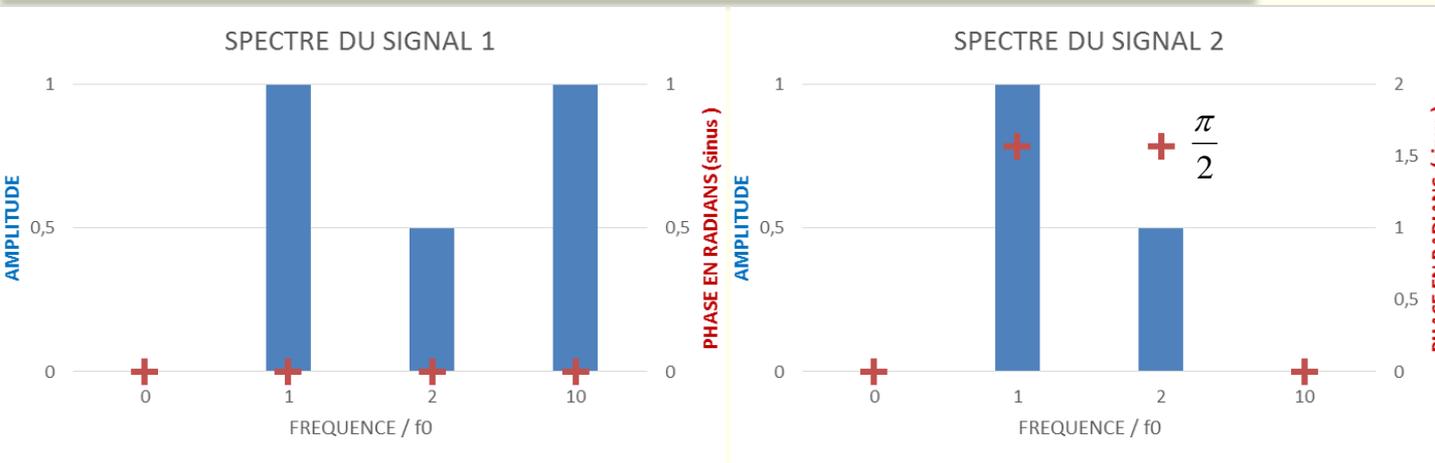


$$\vec{A} = \vec{A}_0 \cdot \text{sinc}\left(\frac{\pi b \sin \theta}{\lambda}\right) = \vec{0} \Leftrightarrow \sin \theta_{\min} = N \frac{\lambda}{b}, \quad N \text{ entier}$$

EXERCICES TYPES

PASS

EXERCICE D'APPLICATION



Connaissance
Réflexion
Les deux

- A. Le point (0,0) est centre de symétrie du graphe du signal 1 (signal impair) .

$$s1(t) = \sin(t) + \frac{1}{2} \sin(2.t) + \sin(10.t)$$

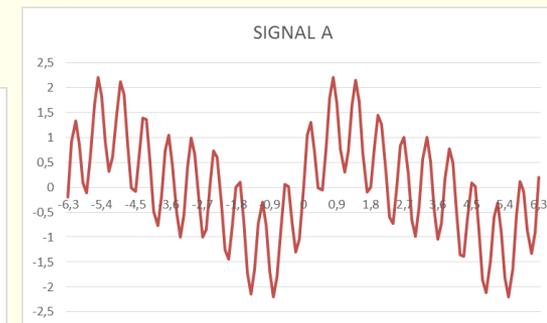
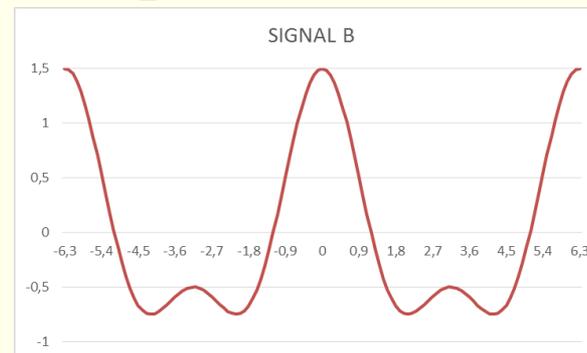
- B. L'axe des ordonnées est axe de symétrie du graphe du signal 2 (signal pair).

$$s2(t) = \sin\left(t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2} \sin\left(2.t + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(t) + \frac{1}{2} \cos(2.t)$$

- C. Le signal A peut correspondre au spectre 1.

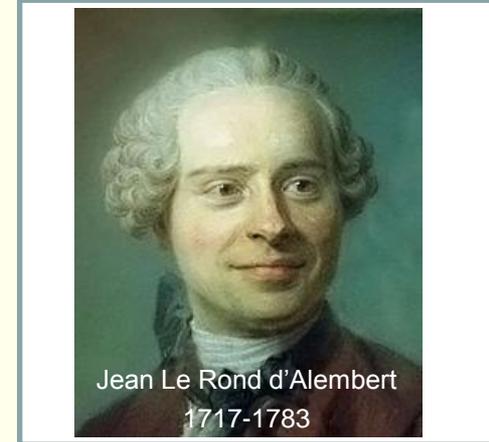
- D. Le signal 2 est le signal 1

PASS avancé de 1,57 secondes.



EQUATION DE D'ALEMBERT

Montrez que la connaissance de la fonction $g(t,x)$ caractéristique d'une onde progressive périodique quelconque permet d'en déduire la célérité de cette onde.



Connaissance
Réflexion
Les deux

Il suffit de le démontrer sur l'une des composantes harmoniques de l'OP qui s'écrit en toute généralité : $g(t, x) = A \sin \left[\omega \left(t \pm \frac{x}{c} \right) \right]$

On calcule la **dérivée partielle** $\frac{\partial g(t, x)}{\partial x}$ d'une fonction $g(t,x)$ suivant la variable x est la dérivée de g par rapport à x calculée en supposant constante l'autre variable t .

La **dérivée partielle seconde** est notée : $\frac{\partial^2 g(t, x)}{\partial x^2}$

$$g(t, x) = A \sin \left[\omega \left(t \pm \frac{x}{c} \right) \right] \Rightarrow \frac{\partial g}{\partial x} = \pm \left(\frac{\omega}{c} \right) \cdot A \cos \left[\omega \left(t \pm \frac{x}{c} \right) \right] \text{ et } \frac{\partial g}{\partial t} = \omega \cdot A \cos \left[\omega \left(t \pm \frac{x}{c} \right) \right]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial^2 g(t, x)}{\partial x^2} = - \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \cdot g(t, x) \\ \frac{\partial^2 g(t, x)}{\partial t^2} = - \omega^2 \cdot g(t, x) \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 g(t, x)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 g(t, x)}{\partial t^2}}$$

Equation de d'Alembert caractéristique d'une onde progressive, permet de calculer c à partir d'une modélisation de l'onde



CONCOURS PACES 2011

Dans un milieu de propagation homogène, on considère une onde électromagnétique plane caractérisée par le champ électrique $(E_x, E_y, E_z) = (0, 0, 100.\sin[628.(t-0,5.10^{-8}.y)])$ dans le repère orthonormé direct (O, x, y, z) .

Connaissance

Réflexion

Les deux

A. Le champ électromagnétique se déplace le long de la direction y.

$$E_z(t, y) = E_0 \sin\left[\omega.\left(t - \frac{y}{c_n}\right)\right]$$

B. Le champ électromagnétique est une radiation de fréquence 100 Hz.

$$\omega = 628 = 2\pi f \Rightarrow f = 100 \text{ Hz}$$

C. Le champ électrique est polarisé rectilignement suivant la direction y.

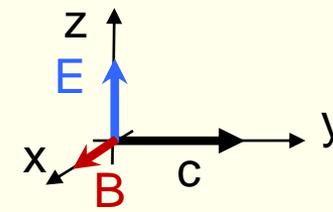
Non, suivant z

D. Les composantes en y et z du champ magnétique sont nulles à tout instant.

$$\vec{B} = (1/c_n).\vec{u} \wedge \vec{E} \Rightarrow B_x(t, y) = B_0 \sin\left[\omega.\left(t - \frac{y}{c_n}\right)\right]$$

E. L'indice de réfraction du milieu de propagation est 1,5.

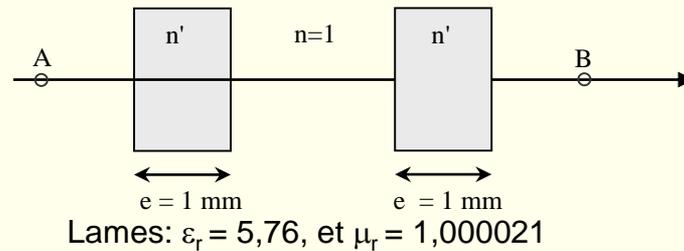
$$\frac{\omega}{c_n} = \frac{2\pi f}{c_n} = 628.0,5.10^{-8} = \frac{628}{2.10^8} = \frac{2\pi.100}{2.10^8} \Rightarrow n = \frac{c}{c_n} = \frac{3.10^8}{2.10^8} = 1,5$$



CONCOURS PACES 2013

Comprendre que L est un « équivalent de distance dans le vide », au sens où :

$$L = n \cdot (AB) = \frac{c}{c_n} \cdot (AB) \Rightarrow t = \frac{(AB)}{c_n} = \frac{L}{c}$$



A. L'indice de réfraction des lames est $n' = 2,4$

B. La célérité du rayonnement laser dans les lames est de $2 \cdot 10^8$ m/s

C. La variation de chemin optique induite par l'introduction des deux lames est de 4,8 mm

D. Après introduction des deux lames, la lumière arrive en B avec $9 \cdot 10^{-12}$ s de retard

E. La variation de phase induite par l'introduction des deux lames est inversement proportionnelle à λ .

$$n' = \frac{c}{c_n} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} = \sqrt{5,76 \cdot 1,000021} = 2,40$$

$$c_n = \frac{c}{n'} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,4} = 1,25 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$\Delta L = 2 \cdot (n' - 1) \cdot e = 2,8 \text{ mm}$$

$$\frac{2,8 \cdot 10^{-3}}{c} = 9,3 \cdot 10^{-12} \text{ s}$$

$$\Delta \varphi = \frac{\omega}{c} \Delta L = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L$$

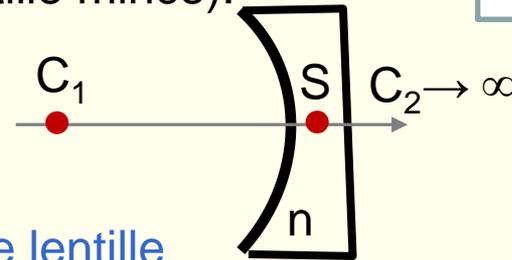
Connaissance

Réflexion

Les deux

CONCOURS PACES 2016-2017

Une lentille de verre ($n=1,8$) est constituée d'un dioptre divergent de $R_1=80$ cm et d'un dioptre plan. On considère que les sommets des 2 dioptres sont confondus (lentille mince).



Connaissance
Réflexion
Les deux

1- Donnez la formule de conjugaison de cette lentille

$$\left. \begin{aligned} \frac{n-1}{SC_1} &= \frac{n}{SA''} - \frac{1}{SA} \\ \frac{1-n}{SC_2} &= 0 = \frac{1}{SA'} - \frac{n}{SA''} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{n-1}{SC_1} = \frac{1}{SA'} - \frac{1}{SA}$$

2- Calculez la puissance de cette lentille

$$\Pi = \frac{n-1}{SC_1} = -\frac{0.8}{80 \cdot 10^{-2}} = -1 \text{ Dp} \quad (SC_1 = -R_1)$$

3- Calculez la focale image de cette lentille

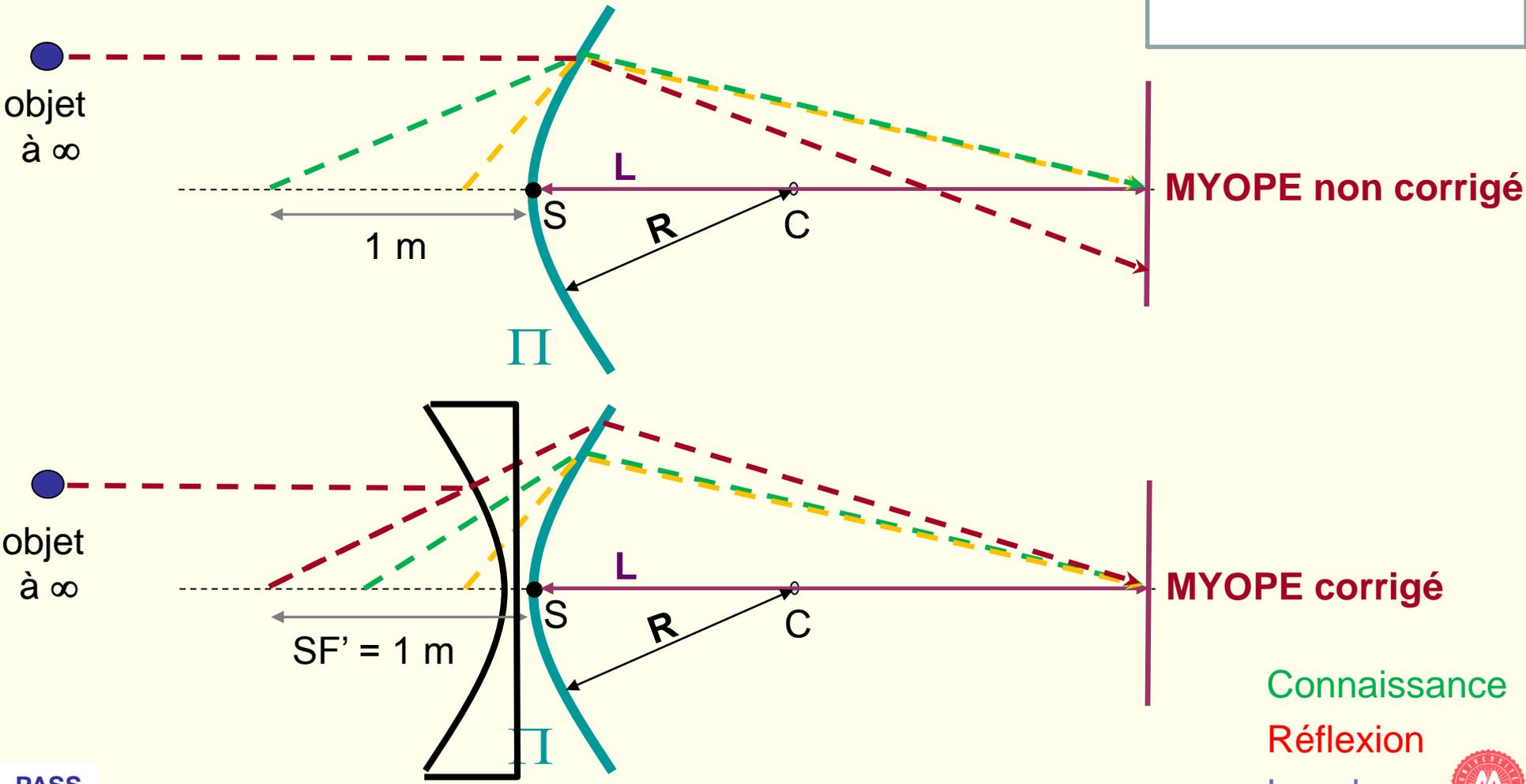
$$\Pi = -1 = \frac{1}{SF'} \Rightarrow SF' = -1 \text{ m}$$

4- Calculez le grandissement d'un objet placé à 1 m en amont de cette lentille

$$G = \left| \frac{SA}{SA'} \right| = |\Pi \cdot SA + 1| = |(-1) \cdot (-1) + 1| = 2$$

AMETROPIES SPHERIQUES

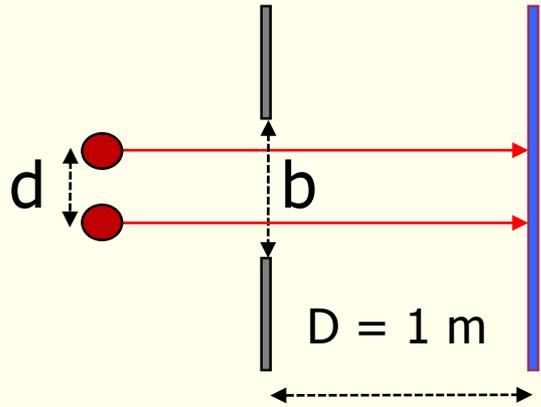
Quelle correction proposer à un patient myope qui voit flou tout objet situé au-delà d'un mètre de son œil ?



Connaissance
Réflexion
Les deux



EXERCICE D'APPLICATION



Ecran éloigné où se forment les images de 2 sources identiques de $\lambda = 500 \text{ nm}$ après traversée d'une fente carrée de largeur $b = 0,5 \text{ mm}$.



Connaissance
Réflexion
Les deux

A. La distance entre le premier minimum et le maximum principal est de l'ordre de 1 mm.

$$\sin \theta_{\min} = \frac{\lambda}{b} \approx \text{tg } \theta_{\min} = \frac{x_{\min}}{D} = x_{\min} = \frac{500 \cdot 10^{-9}}{0,5 \cdot 10^{-3}} = 1 \text{ mm}$$

B. La largeur à mi-hauteur de la tache de diffraction (maximum principal) est de l'ordre de 1 mm.

$$LMH \approx x_{\min} = 1 \text{ mm}$$

C. Si $D = 3 \text{ m}$, la distance entre le 2 maxima est de l'ordre de 3 mm.

$$x = D \cdot \frac{\lambda}{b} = 3 \cdot 1 \text{ mm} = 3 \text{ mm}$$

D. Si $D = 1 \text{ m}$, Les 2 images seront indiscernables si $d < 1 \text{ mm}$.

Fusion des 2 pics d'intensité (intersection à plus de 50% de l'intensité maximale)...

E. Si $D = 3 \text{ m}$, Les 2 images seront indiscernables si $d < 1 \text{ mm}$.



EXERCICE D'APPLICATION

Les énergies d'ionisation de la raie K, d'une raie L et d'une raie M d'un atome à plusieurs électrons sont :

$$E_i^K = 3 \text{ keV}, \quad E_i^L = 0,3 \text{ keV} \quad \text{et} \quad E_i^M = 0,03 \text{ keV}.$$

Connaissance

Réflexion

Les deux

- A. La transition L→K émet un photon X de $\lambda = 0,46 \text{ nm}$.

$$|3 - 0,3| \cdot 10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 4,32 \cdot 10^{-16} = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4,32 \cdot 10^{-16}} = 0,46 \text{ nm}$$

- B. La transition L→M nécessite l'absorption d'un photon d'énergie 0,27 keV.

$$|0,3 - 0,03| = 0,27 \text{ keV}$$

- C. La transition M→K émet un photon de fréquence $718 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$

$$|3 - 0,03| \cdot 10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 4,752 \cdot 10^{-16} = hf \Rightarrow f = \frac{4,752 \cdot 10^{-16}}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 717,8 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

- D. La transition M→L peut provoquer une ionisation sur la couche K.

- E. La transition L→K peut provoquer une ionisation sur la couche M.

Concours PACES 2011

Un tube à rayons X dont l'anode est en tungstène est utilisé avec une tension d'accélération des électrons de 150 kV.

Les énergies d'ionisation des couches K ($n=1, l=0$), L ($n=2, l=0$) et M ($n=3, l=0$) de l'atome de tungstène sont respectivement 69,5 keV, 12,1 keV et 2,8 keV.

- A. L'énergie véhiculée par le rayonnement X produit est principalement le fait d'un rayonnement de freinage.
- B. Le spectre du rayonnement X produit est un spectre continu au sein duquel peuvent être observées des raies surajoutées d'énergie 66,7 keV et 57,4 keV.
- C. L'énergie véhiculée par le rayonnement X produit est principalement le fait de photons de 9,3 keV.
- D. Une raie unique est observée à 9,3 keV dans le spectre du rayonnement X produit.
- E. S'il est focalisé sur un tissu humain vivant, le rayonnement X produit par ce tube est capable de créer des radicaux libres.
- F. L'énergie des photons émis varie entre 0 et 175 keV
- G. Des photons X non ionisants prédominent dans le rayon X observé

Connaissance

Réflexion

Les deux

$$69,5 - 2,8 = 66,7$$

$$69,5 - 12,1 = 57,4$$

$$12,1 - 2,8 = 9,3$$

pas unique

entre 0 & 150 keV

autoabsorbés



EXERCICE

Pour réaliser une scintigraphie osseuse, on administre par voie intraveineuse 3,8 ng de $^{99}_{43}\text{Tc}^m$ ($T = 6 \text{ h}$) à un patient.

1- Déterminer le nombre de moles de molybdène nécessaire à sa production

$$1 \text{ mole} \equiv 99 \text{ g} \Rightarrow 3,8 \text{ ng} \equiv \frac{3,8 \cdot 10^{-9}}{99} = 38,4 \cdot 10^{-12} \text{ moles de } ^{99}_{43}\text{Tc}^m \text{ ou de } ^{99}_{42}\text{Mo}$$

2- Déterminer l'activité injectée

$$38,4 \cdot 10^{-12} \text{ moles} = 23 \cdot 10^{12} \text{ atomes. } A = \lambda N = \frac{\ln 2}{T} N = \frac{\ln 2}{6 \cdot 60 \cdot 60} 23 \cdot 10^{12} = 741 \text{ MBq} = 20 \text{ mCi}$$

3- Déterminer la vie moyenne de ce radio-isotope

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T}{\ln 2} = 8,6 \text{ h} = 8 \text{ h } 39 \text{ min}$$

4- Quelle conséquence aurait l'administration d'une activité 4 fois plus faible

4 fois moins de photons détectés et S/B divisé par 2 (ou temps de pose x 2)

En supposant l'absence de toute élimination de cet isotope:

5- Combien de photons gamma seront émis dans l'organisme du patient ? $23 \cdot 10^{12}$

6- Quelle % d'activité persistera 24h après l'injection ?

$$t = 24 \text{ h} = 4 \cdot T \Rightarrow A = \frac{A_0}{2^{\frac{t}{T}}} = \frac{A_0}{2^4} = \frac{A_0}{16} = 6,25\% \cdot A_0$$

CAPTURE ELECTRONIQUE (PACES 2013)

On observe l'apparition de manganèse ${}^{55}_{25}\text{Mn}$ (masse atomique de 54,938 047 u) au sein de fer ${}^{55}_{26}\text{Fe}$ (masse atomique 54,938 296 u), sans émission de particule chargée positivement ($1 \text{ u} = 931,5 \text{ Mev}/c^2$).

On donne: $E_i^{1s}({}^{55}_{26}\text{Fe}) = 7,11 \text{ keV}$ et $E_i^{1s}({}^{55}_{25}\text{Mn}) = 6,54 \text{ keV}$

$E_i^{2s}({}^{55}_{26}\text{Fe}) = 0,85 \text{ keV}$ et $E_i^{2s}({}^{55}_{25}\text{Mn}) = 0,77 \text{ keV}$

$E_i^{2p}({}^{55}_{26}\text{Fe}) = 0,72 \text{ et } 0,71 \text{ keV}$ et $E_i^{2p}({}^{55}_{25}\text{Mn}) = 0,65 \text{ et } 0,64 \text{ keV}$

Connaissance

Réflexion

Les deux

1- Ecrire la réaction en cause ${}^{55}_{26}\text{Fe} + {}^0_{-1}e_K^- \rightarrow {}^{55}_{25}\text{Mn} + {}^0_0\nu$

2- Calculer l'énergie emportée par la particule émise

$$E_d = [\mathfrak{m}({}^{55}_{26}\text{Fe}) - \mathfrak{m}({}^{55}_{25}\text{Mn})] \cdot c^2 - E_K^i({}^{55}_{26}\text{Fe})$$

$$= [54,938296 - 54,938047] \cdot 931,5 - 7,11 \cdot 10^{-3} = 224,83 \text{ keV}$$

3- Calculer l'énergie des photons émis après la réaction

(hors Auger sur M)

$$L1 \rightarrow K : 6,54 - 0,77 = 5,77 \text{ keV}$$

$$L2 \rightarrow K : 6,54 - 0,65 \text{ ou } 0,64 = 5,89 \text{ keV ou } 5,90 \text{ keV}$$

$$L2 \rightarrow L1 : 0,77 - 0,65 \text{ ou } 0,64 = 0,12 \text{ keV ou } 0,13 \text{ keV}$$

Fluorescence X