

UE 7 – Physique et Biophysique

Zone réservée pour
la vidéo

MECANIQUE DES FLUIDES – Statique et dynamique

Pr Christelle Wisniewski

UFR des Sciences Pharmaceutiques et Biologiques

christelle.wisniewski@umontpellier

2020 - 2021

PASS



MECANIQUE DES FLUIDES

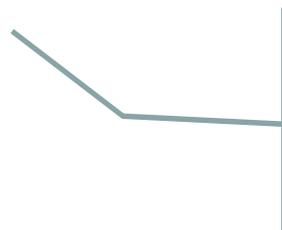
Zone réservée pour
la vidéo

1 STATIQUE DES FLUIDES



Domaine de la mécanique des fluides qui s'intéresse aux caractéristiques d'un fluide **au repos, sans écoulement**

2 DYNAMIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES



Domaine de la mécanique des fluides qui s'intéresse aux caractéristiques d'un fluide **en mouvement**

MECANIQUE DES FLUIDES

Zone réservée pour
la vidéo

1

STATIQUE DES FLUIDES



① STATIQUE DES FLUIDES

Zone réservée pour
la vidéo

Sommaire

Relations fondamentales

- Equation fondamentale de la statique des fluides
- Forces de pression sur un corps immergé - Poussée d'Archimède

Statique des fluides incompressibles

- Principe de Pascal
- Notions de surfaces isobares
- Pression en un point d'un liquide à surface libre
- Action des forces de pression sur une paroi
- Mesure de pression dans un fluide au repos

Zone réservée pour
la vidéo

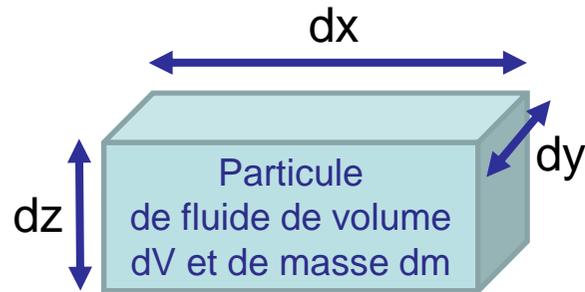
Relations fondamentales



Equation fondamentale de la statique des fluides

Zone réservée pour la vidéo

On considère une **particule de fluide** de volume **dV**



Ensemble de molécules, de taille macroscopique mais suffisamment petit pour que l'on puisse considérer que tout y est identique et uniforme.

$$dV = dx \times dy \times dz$$

Les forces qui agissent sur cette particule sont de deux types:

Forces intérieures

Les molécules intérieures exercent les unes sur les autres des *forces intérieures* (forces moléculaires) égales et opposées deux à deux (principe de l'égalité de l'action et de la réaction) et qui forment par conséquent un système équivalent à zéro.

Forces extérieures

Forces de surface : Les molécules extérieures interagissent avec les molécules intérieures (forces moléculaires). Ces forces s'exercent sur les particules de la surface puisqu'elles s'exercent qu'à très faible distance.

Forces de volume: Les molécules intérieures sont soumises à des champs de forces extérieurs (électrique, pesanteur, magnétique...).



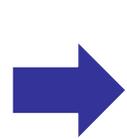
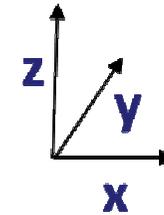
Equation fondamentale de la statique des fluides

Zone réservée pour la vidéo

Bilan des forces sur la particule de fluide



Masse volumique du fluide (ρ) constante
Seul champ extérieur : le champ de pesanteur

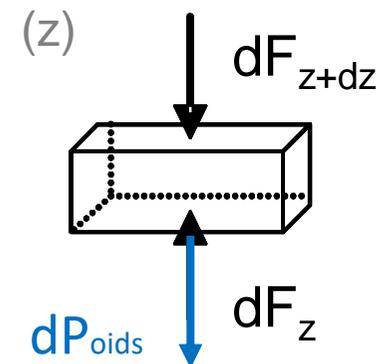
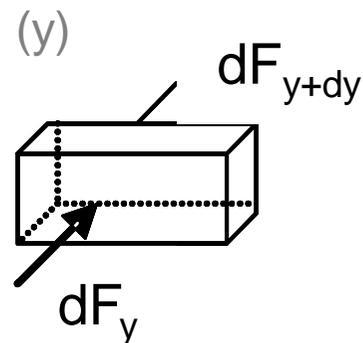
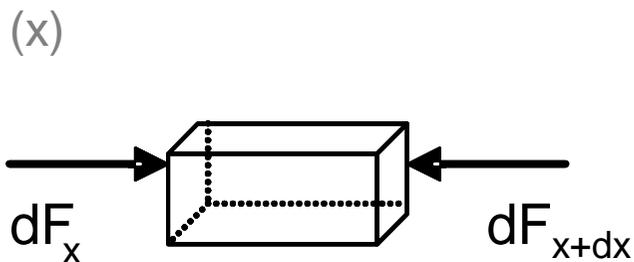


Force de volume \Rightarrow Poids, dP_{oids}

selon l'axe z décroissant

Forces de surface \Rightarrow Force de pression, dF

selon les axes x , y et z



Equation fondamentale de la statique des fluides

Zone réservée pour
la vidéo

Rappel de mécanique

Principe fondamental de la dynamique

Deuxième loi de Newton

Relation fondamentale de la dynamique

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \times \vec{a} \quad \text{Repère galiléen}$$

Avec a accélération en m.s^{-2}
 m masse en kg

Solide de masse m immobile

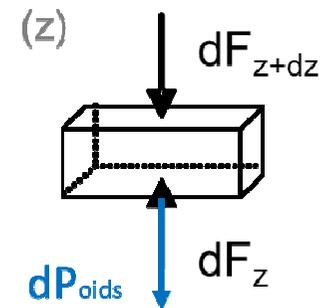
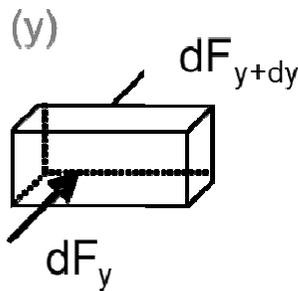
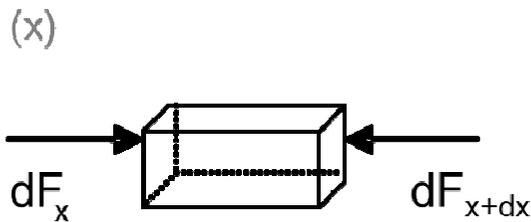
Au repos, en équilibre mécanique

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$$

Equation fondamentale de la statique des fluides

Zone réservée pour la vidéo

Particule de fluide immobile



Le système est en équilibre

$$\sum \vec{dF}_{\text{ext}} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{dP}_{\text{oids}} + \vec{dF} = \vec{0}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -dm \times g \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} dF_x - dF_{x+dx} \\ dF_y - dF_{y+dy} \\ dF_z - dF_{z+dz} \end{pmatrix} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} dF_x &= dF_{x+dx} \\ dF_y &= dF_{y+dy} \\ -dm \times g + (dF_z - dF_{z+dz}) &= 0 \end{aligned}$$

Equation fondamentale de la statique des fluides

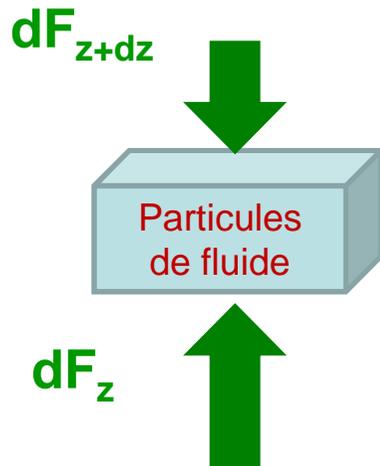
Zone réservée pour
la vidéo

$$\Rightarrow -dm \times g + (dF_z - dF_{z+dz}) = 0$$

/ unité de volume dV

$$\frac{dm}{dV} \times g - \frac{(dF_z - dF_{z+dz})}{dV} = 0$$

$$\rho \times g - \frac{(dF_z - dF_{z+dz})}{dV} = 0$$



Résultante des forces de pression sur z

$$dF = dF_{z+dz} - dF_z$$

selon l'axe z

Equation fondamentale de la statique des fluides

Zone réservée pour
la vidéo

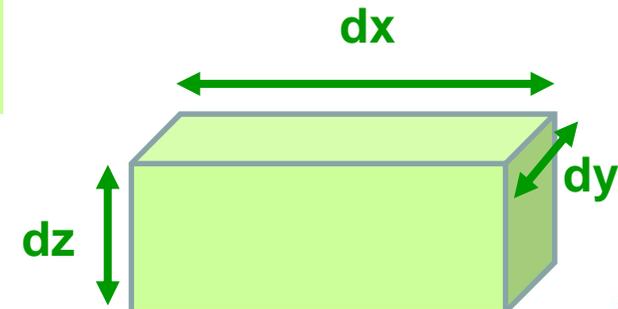
$$\rho \times g - \frac{(dF_z - dF_{z+dz})}{dV} = \rho \times g + \frac{(dF_{z+dz} - dF_z)}{dV} = 0$$

$$\Rightarrow \rho \times g + \frac{dF}{dV} = 0 \quad \Rightarrow \rho \times g + \frac{dP \times dx \times dy}{dx \times dy \times dz} = 0$$

$$\Rightarrow \rho \times g + \frac{dP}{dz} = 0$$

1 $dP = \frac{dF}{dS} \Rightarrow dF = dP \times dS = dP \times dx \times dy$

2 $dV = dx \times dy \times dz$



Equation fondamentale de la statique des fluides

$$\rho \times g + \frac{dP}{dz} = 0 \quad \Rightarrow \quad dP = -\rho \times g \times dz$$

Cas particulier d'un
fluide incompressible et
d'un champ de
pesanteur uniforme.

$$\int dP = -\rho \times g \times \int dz$$

$$P_2 - P_1 = -\rho \times g \times (z_2 - z_1)$$

$$P_2 + \rho \times g \times z_2 = P_1 + \rho \times g \times z_1$$

Forme intégrale de la relation fondamentale de la statique des fluides

$$P + \rho \times g \times z = \text{constante}$$

Principe fondamental de la statique

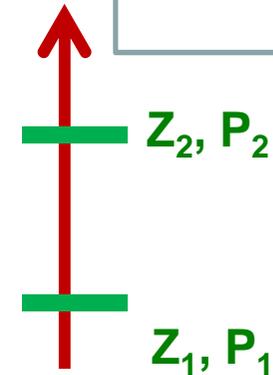
P : pression interne au fluide (Pa)

ρ : masse volumique du fluide (kg.m^{-3})

g : accélération de la pesanteur (m.s^{-2})

z : hauteur (altitude) selon direction verticale orientée positivement vers le haut (m)

Zone réservée pour
la vidéo



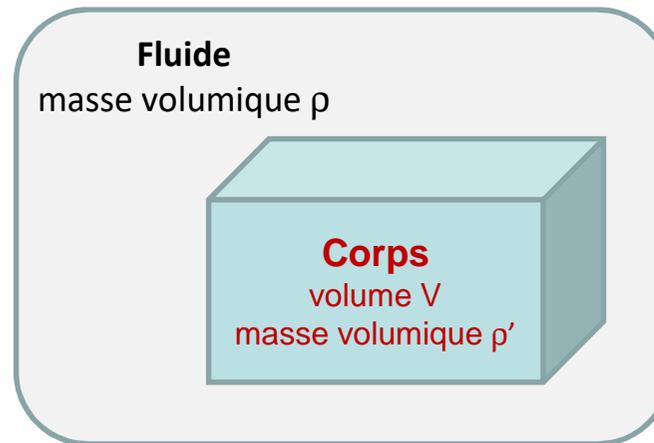
Forces de pression sur un corps immergé

Poussée d'Archimède

Zone réservée pour la vidéo

Soit un corps immergé dans un fluide au repos

Le corps est soumis à son **poids** et aux **forces de pression** du fluide

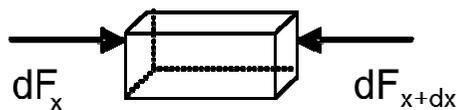


Par définition, on appelle **poussée d'Archimède** la résultante de toutes les forces de pression exercées par le fluide sur le corps immergé.

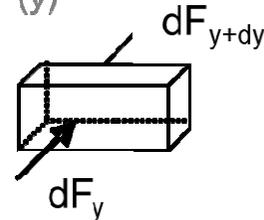


Analogie avec la particule de fluide (Slide 29)

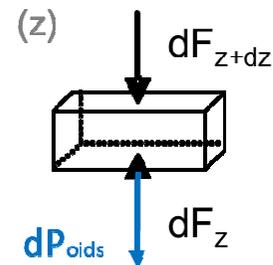
(x)



(y)



(z)



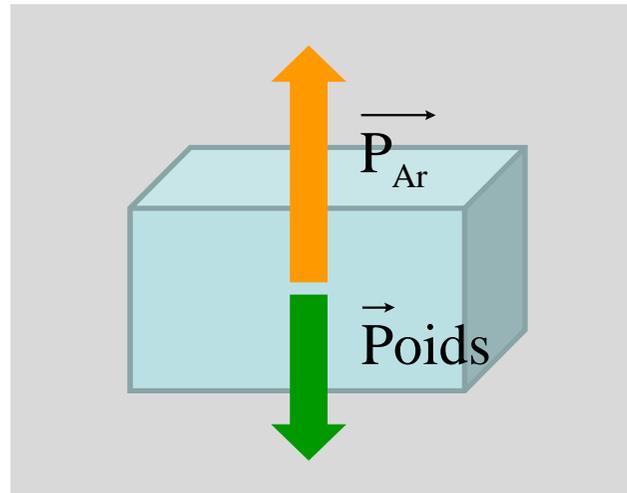
Forces de pression sur un corps immergé

Poussée d'Archimède

Zone réservée pour la vidéo

Théorème d'Archimède

Tout corps plongé dans un fluide au repos, entièrement mouillé par celui-ci ou traversant sa surface libre, subit une **force verticale, dirigée de bas en haut**, et dont l'intensité correspond au **poids du volume de fluide déplacé**.



Cette force est appelée **Poussée d'Archimède**.

$$P_{Ar} = V \times \rho \times g$$

P_{Ar} : poussée d'Archimède(N)

ρ : masse volumique du fluide (kg.m^{-3})

g : accélération de la pesanteur (m.s^{-2})

V : volume du corps immergé (m^3)

Forces de pression sur un corps immergé

Poussée d'Archimède

Zone réservée pour la vidéo

Poids apparent

Le **poids apparent** d'un corps immergé dans un fluide est la somme de son poids et de la poussée d'Archimède.

$$\vec{P}_{\text{apparent}} = \vec{P}_{\text{Poids}} + \vec{P}_{\text{Ar}}$$

\downarrow \downarrow

$V \times \rho \times g$ $V \times \rho' \times g$

$$|P_{\text{apparent}}| = V \times g \times |\rho - \rho'|$$

ρ' : masse volumique du corps immergé (kg.m^{-3})

- **si Poids < P_{Ar}**
Le corps s'élève dans le fluide, l'ascension aboutit à la flottation du solide.
- **si Poids = P_{Ar}**
Le corps reste immobile au sein du fluide.
- **si Poids > P_{Ar}**
Le corps se déplace vers le bas et décante (ou sédimente).

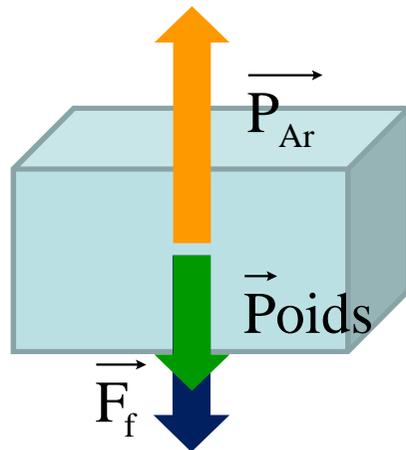
Forces de pression sur un corps immergé

Poussée d'Archimède

Zone réservée pour la vidéo

Déplacement et force de frottement

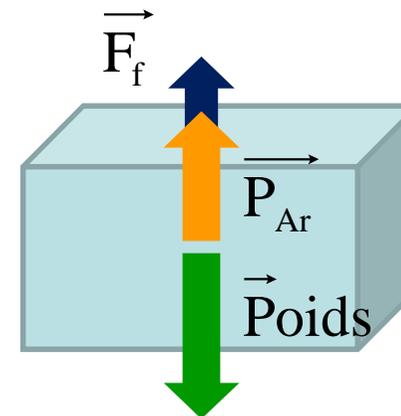
Un corps, se déplaçant dans fluide, subit une force qui s'oppose à son déplacement et dite **force de frottement**.



$$\text{Poids} < P_{ar}$$

Le corps s'élève dans le fluide, l'ascension aboutit à la flottation du solide

Force de frottement selon z décroissant



$$\text{Poids} > P_{ar}$$

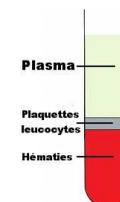
Le corps se déplace vers le bas et décante (ou sédimente)

Force de frottement selon z croissant

PASS



Application au calcul de la vitesse de sédimentation



Zone réservée pour
la vidéo

Statique des fluides incompressibles (Liquides)

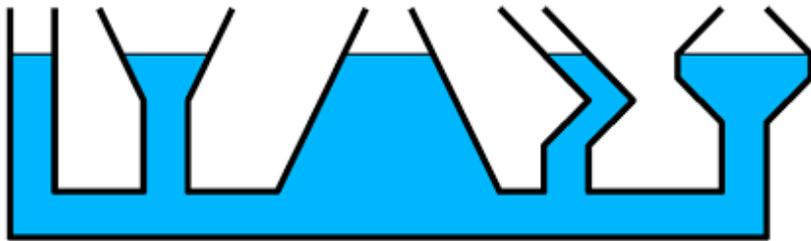


Notions de surfaces isobares

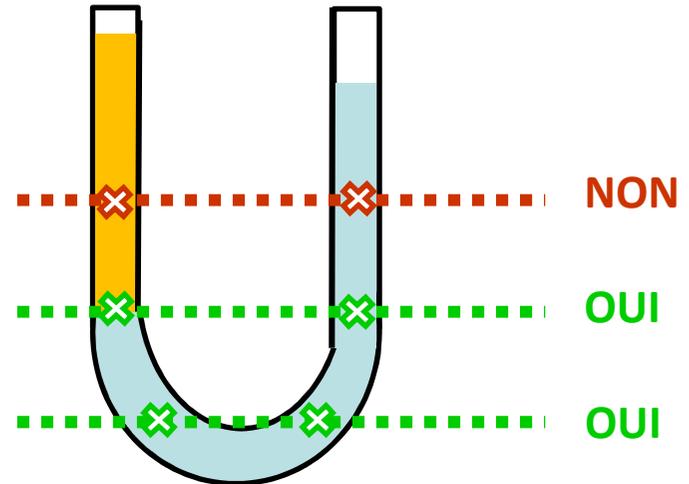
Zone réservée pour la vidéo

Surfaces isobares

La surface libre d'un liquide au repos est une **surface isobare** (surface de même pression) en contact avec l'atmosphère.



Si cette surface est plane, elle constitue un plan d'égalité de pression dont l'existence explique le **principe des vases communicants**.



Dans le cas de deux liquides non miscibles, les plans d'égalité de pression n'ont de sens qu'à l'intérieur d'un même liquide

Principe de Pascal

Zone réservée pour
la vidéo

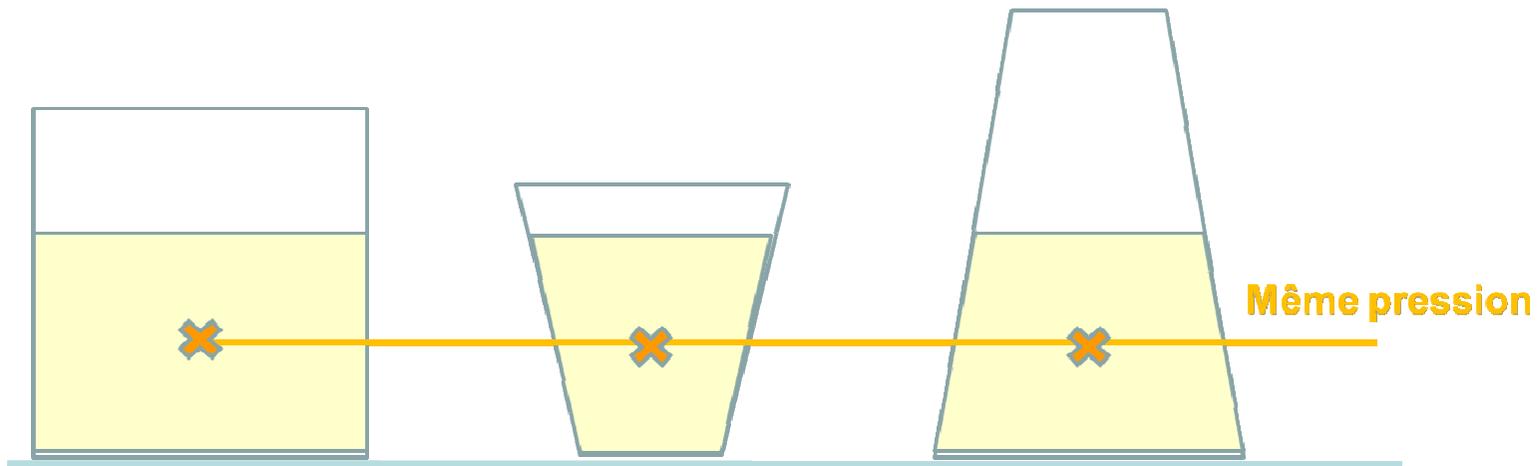
Principe de Pascal

Dans un liquide en équilibre de masse volumique uniforme, la pression est la même en tout point du liquide et cela aussi longtemps que ces points sont à la même profondeur.



Paradoxe hydrostatique

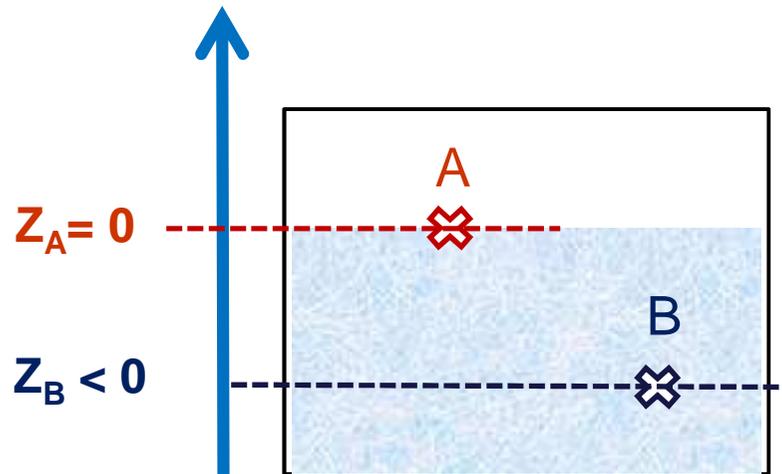
La pression hydrostatique au sein des divers récipients est indépendante de la forme de ces récipients.



Pression en un point d'un liquide à surface libre

Zone réservée pour la vidéo

Surface du liquide à l'air libre

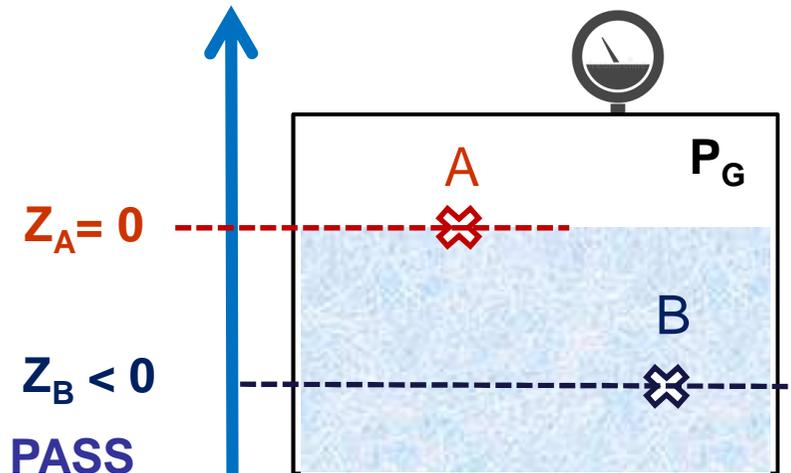


$$P_B + \rho \times g \times z_B = P_A + \rho \times g \times z_A = P_{\text{Atm}}$$

$$\Rightarrow P_B = P_{\text{Atm}} - \rho \times g \times z_B$$

$$\Rightarrow P_B > P_{\text{Atm}}$$

Liquide dans une enceinte pressurisée



$$P_B + \rho \times g \times z_B = P_A + \rho \times g \times z_A = P_G$$

$$\Rightarrow P_B = P_G - \rho \times g \times z_B$$

$$\Rightarrow P_B > P_G$$



Action des forces de pression sur une paroi

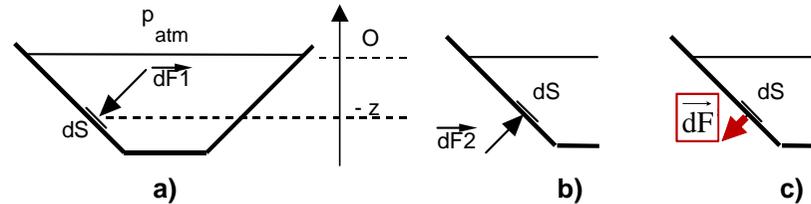
Zone réservée pour la vidéo

Forces de pression sur un élément de paroi

$$dF = dF_1 - dF_2$$

$$dF = P \times dS - P_{atm} \times dS$$

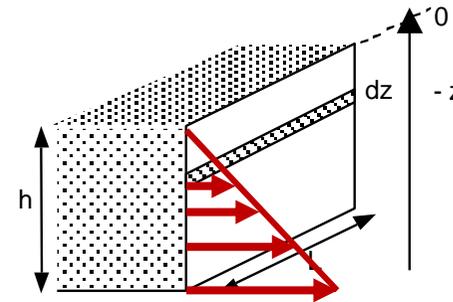
$$dF = (P - P_{atm}) \times dS$$



L'élément de paroi dS doit résister à la force dF dirigée vers l'extérieur

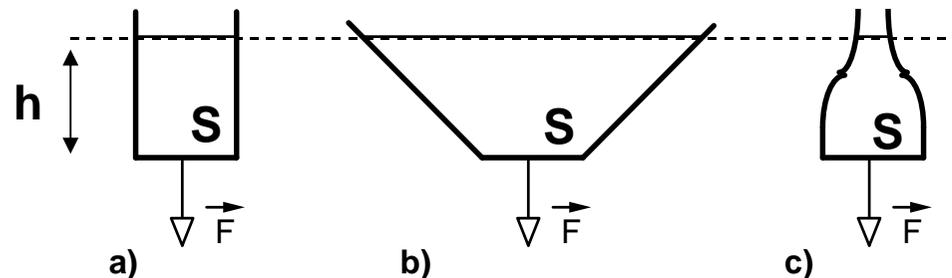
Forces de pression sur une paroi plane

$$F = \int_S dF \quad \rightarrow \quad F = \frac{1}{2} \times \rho \times g \times L \times h^2$$



Forces de pression sur le fond d'un récipient

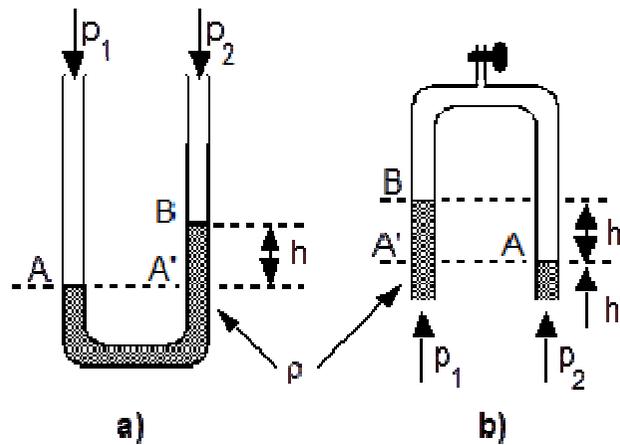
$$F = \rho \times g \times h \times S$$



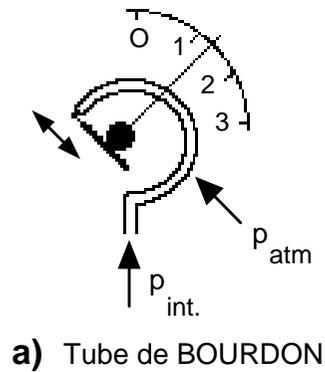
Mesure de pression dans un fluide au repos

Zone réservée pour la vidéo

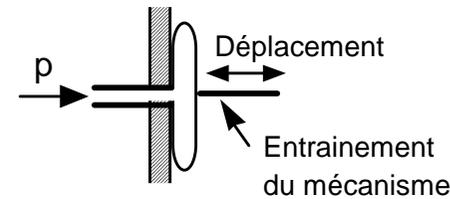
Manomètre à liquide



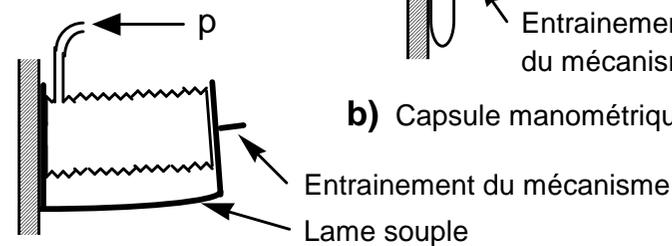
Manomètres à déformation



a) Tube de BOURDON



b) Capsule manométrique



c) Manomètre à lame d'acier



Zone réservée pour
la vidéo

2

DYNAMIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES



② DYNAMIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES

Zone réservée pour
la vidéo

Sommaire

Notions générales

- Ecoulement unidimensionnel
- Equation de continuité
- Energie d'un fluide en mouvement

Ecoulement d'un fluide parfait

- Généralités
- Théorème de Bernoulli
- Applications

Ecoulement en conduites cylindriques d'un fluide réel

- Généralités
- Régimes d'écoulement
- Pertes de charge
- Hydraulique
- Une application biomédicale



Zone réservée pour
la vidéo

Notions générales

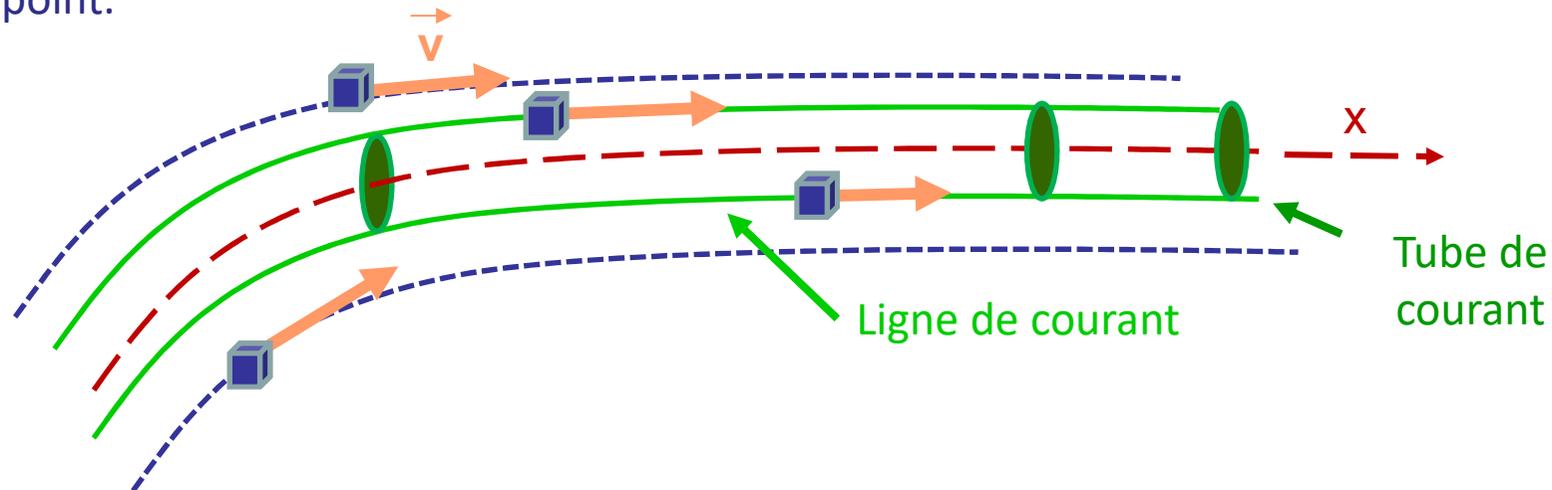


ÉCOULEMENT UNIDIMENSIONNEL

Zone réservée pour la vidéo

Dans tout écoulement, une particule fluide  se déplace sur une trajectoire appelée **ligne de courant**.

Une ligne de courant est une courbe tangente au **vecteur vitesse** en tout point.



L'ensemble des lignes de courant qui s'appuient sur un contour fermé constitue **un tube de courant**, que l'on désigne aussi par **filet de courant** lorsque la section droite du tube est très petite.

L'écoulement est supposé **unidimensionnel** et les grandeurs liées à la particule (v , P , ρ , T) ont, à un instant donné, **la même valeur en tout point de la section droite du tube de courant**.

PASS

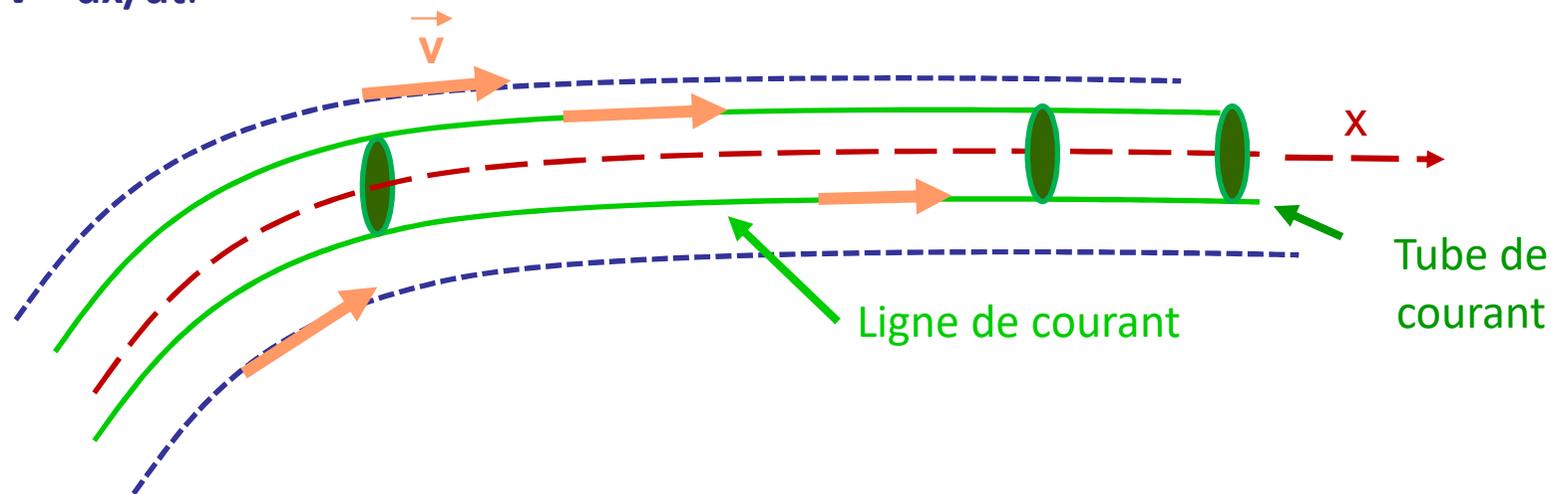


ÉCOULEMENT UNIDIMENSIONNEL

Zone réservée pour
la vidéo

On choisit une abscisse curviligne sur la ligne de courant médiane, Ox .

Dans toute section droite du tube de courant, chaque particule à la **même vitesse v** , de module $v = dx/dt$.

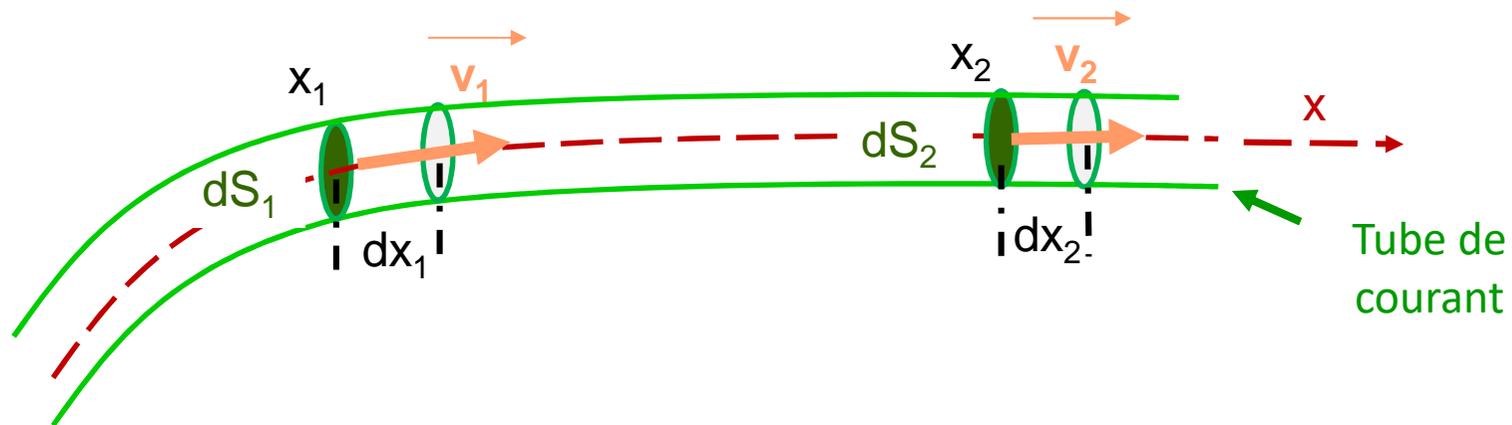


On dit que l'écoulement est **permanent** ou **encore stationnaire**, lorsque les grandeurs ρ , P et v , caractéristiques du fluide et de l'écoulement, sont **indépendantes du temps**.

EQUATION DE CONTINUITÉ

Zone réservée pour
la vidéo

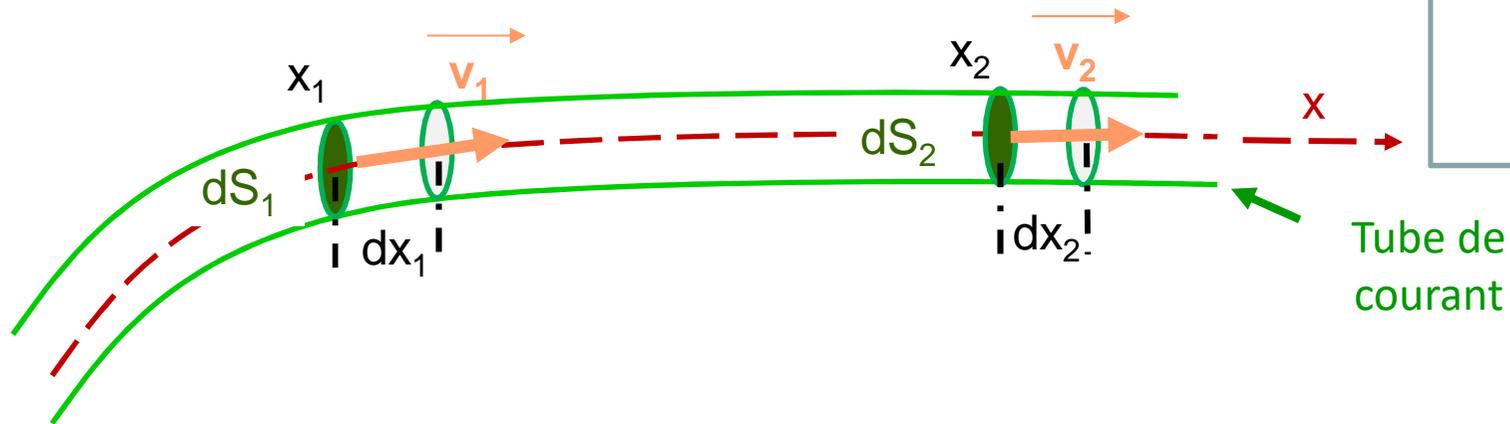
On entend par équation de continuité une relation qui traduit la conservation de la masse.



Si aucun puit ni source entre les sections dS_1 et dS_2 d'un même tube de courant, la masse de fluide qui passe par unité de temps dm/dt au travers des deux sections droites est la même.

EQUATION DE CONTINUTE

Zone réservée pour la vidéo



$$\frac{dm_1}{dt} = \frac{dm_2}{dt} = \text{cte} \text{ avec } \frac{dm_i}{dt} = \frac{d(\rho \times dS_i \times x_i)}{dt} = \rho \times dS_i \times \frac{dx_i}{dt} = \rho \times dS_i \times v_i$$

$$dm = \rho \times dV \text{ avec } dV = dS \times x$$

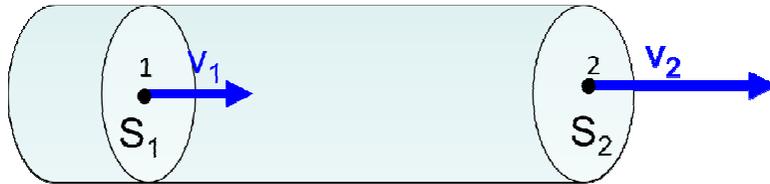
$$\Rightarrow \rho \times dS_1 \times v_1 = \rho \times dS_2 \times v_2 = \text{cte}$$

$$dS_1 \times v_1 = dS_2 \times v_2 = \text{cte}$$

EQUATION DE CONTINUITÉ

Zone réservée pour la vidéo

Considérons un écoulement en conduite (parois solides)



$$Q = S_1 \times v_1 = S_2 \times v_2 = S_i \times v_i$$

Pour un fluide incompressible, le **produit de la section par la vitesse** est constant tout au long de la conduite.

Avec un liquide parfait ($\mu = 0$)

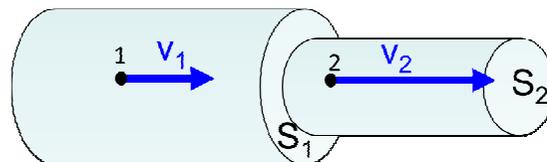
$v_1, v_2, v_i \dots$ vitesses constantes sur les sections droites de la conduite.

Avec un liquide réel ($\mu \neq 0$)

$v_1, v_2, v_i \dots$ représentent des vitesses moyennes sur les sections droites de la conduite.



Si changement de section alors changement de vitesse



$$S_1 > S_2 \rightarrow v_2 > v_1$$



Dans le cas d'une conduite cylindre, la section S correspond à la surface d'un disque : $S = \pi R^2$ avec R , rayon de la conduite

ENERGIE D'UN FLUIDE EN MOUVEMENT

Zone réservée pour
la vidéo

Un fluide qui s'écoule **véhicule de l'énergie.**



... sous quelle forme?

ENERGIE D'UN FLUIDE EN MOUVEMENT

Zone réservée pour la vidéo

Les énergies mises en jeu sont:

- le travail des forces de pression qui s'exercent sur chaque section droite du fluide

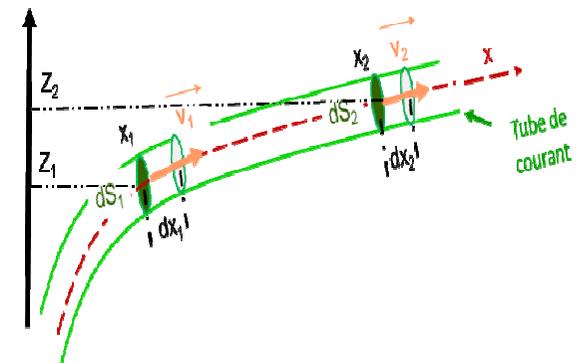
$$dW = F dx \quad \Rightarrow \quad dW = P dS dx$$

- l'énergie cinétique du fluide en mouvement

$$dEc = \frac{1}{2} dm v^2 \quad \Rightarrow \quad dEc = \frac{1}{2} \rho dV v^2 = \frac{1}{2} \rho dS dx v^2$$

- l'énergie potentielle.

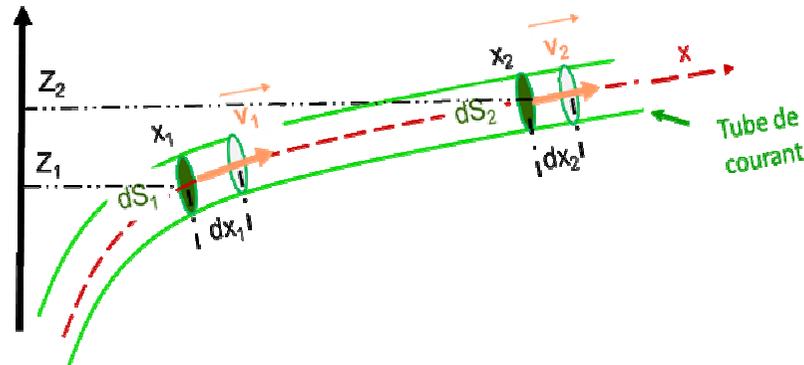
$$dEp = dm g z \quad \Rightarrow \quad dEp = \rho dV g z = \rho S dx g z$$



$$\text{Energie totale } E = P dS dx + \frac{1}{2} \rho dS dx v^2 + \rho dS dx g z$$

ENERGIE D'UN FLUIDE EN MOUVEMENT

Zone réservée pour la vidéo



Energie totale $E = P \, dS \, dx + \frac{1}{2} \rho \, dS \, dx \, v^2 + \rho \, dS \, dx \, g \, z$ en énergie (J)

Energie totale $E = P + \frac{1}{2} \rho \, v^2 + \rho \, g \, z$ en énergie / unité de volume ou pression (Pa)

Expression usuelle

Energie totale $E = P / (\rho \, g) + v^2 / (2g) + z$ en hauteur (m)

Expression utilisée par les hydrauliciens (notions de charge et de hauteur d'eau)



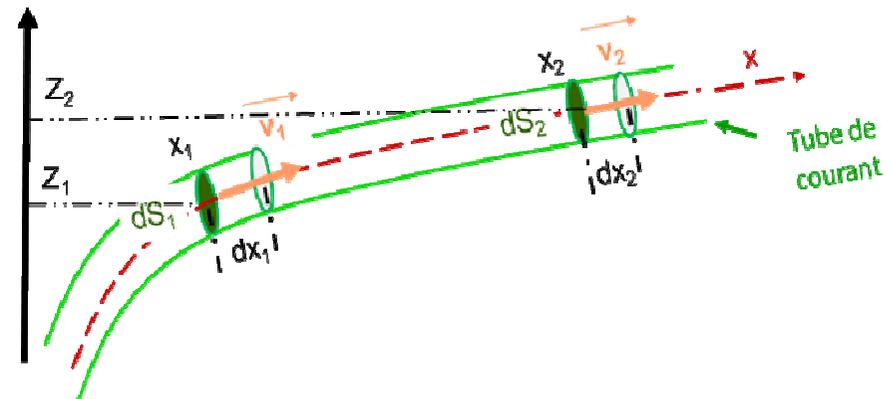
ENERGIE D'UN FLUIDE EN MOUVEMENT

Zone réservée pour la vidéo

$$\text{Energie totale } E = P + \rho g z + \frac{1}{2} \rho v^2$$

Pression statique
souvent noté P^*

Pression cinétique ou dynamique



P : pression interne au fluide (Pa)

ρ : masse volumique du fluide ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)

g : accélération de la pesanteur ($\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$)

z : hauteur (altitude) selon direction verticale orientée positivement vers le haut (m)

v : vitesse moyenne d'écoulement du fluide ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)

Zone réservée pour
la vidéo

Écoulement d'un fluide parfait

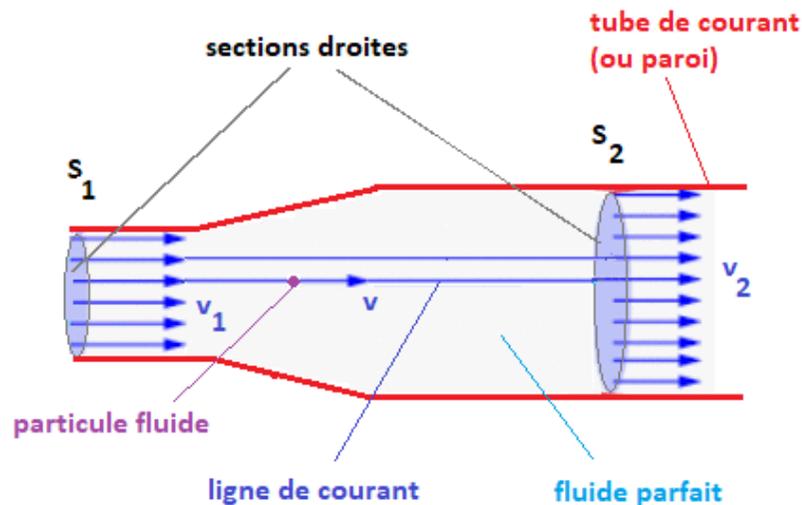


GÉNÉRALITÉS

Zone réservée pour la vidéo

Fluide parfait

Dans un fluide parfait, il n'existe pas de force (frottement) qui s'opposent au glissement des particules fluides les unes sur les autres.



⇒ Viscosité nulle

⇒ Ecoulement sans perte d'énergie

Vitesse constante sur toute une section droite

Lignes de courant parallèles les unes aux autres



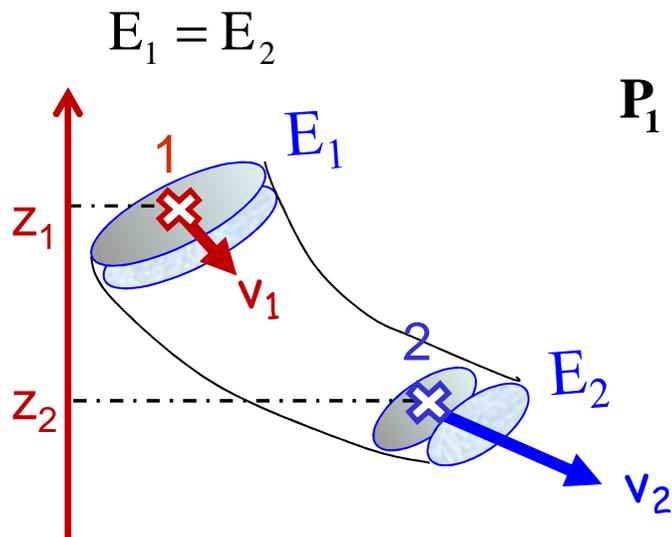
Les fluides parfaits n'existent pas.

THÉORÈME DE BERNOULLI

Zone réservée pour
la vidéo

Écoulement en conduite d'un fluide parfait

- Absence de forces de frottement interne au fluide
- Aucune résistance mécanique à son écoulement



$$P_1 + \rho \times g \times z_1 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_1^2 = P_2 + \rho \times g \times z_2 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_2^2$$

$$P + \rho \times g \times z + \frac{1}{2} \times \rho \times v^2 = \text{constante}$$

Equation de BERNOULLI

Théorème de Bernoulli (1738)

Lors de l'écoulement **permanent** d'un **fluide parfait incompressible**, dans un tube de courant, la charge de ce fluide reste constante.

En d'autres termes, il y a conservation de l'énergie en tout point de l'écoulement.

THÉORÈME DE BERNOULLI

Zone réservée pour
la vidéo

Théorème de Bernoulli



- Fluide **parfait** incompressible de masse volumique ρ , en écoulement dans le champ de pesanteur terrestre
- Ecoulement stationnaire

Très utile à l'explication/la description de nombreux phénomènes

Effet Venturi

Vidange d'un réservoir

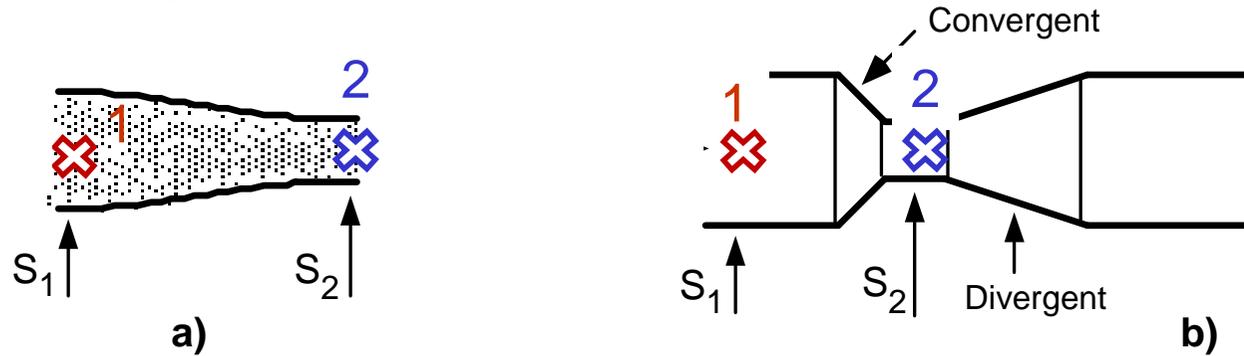
Tube de Pitot

Vitesse/hauteur d'un jet d'eau

APPLICATIONS

Zone réservée pour la vidéo

Effet Venturi

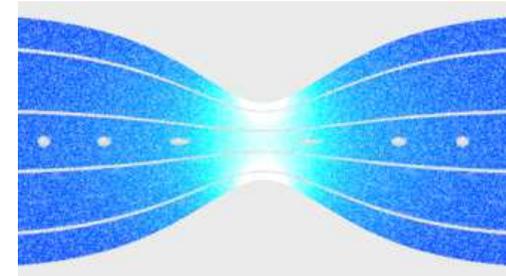


$$P_1 + \cancel{\rho \times g \times z_1} + \frac{1}{2} \times \rho \times v_1^2 = P_2 + \cancel{\rho \times g \times z_2} + \frac{1}{2} \times \rho \times v_2^2 \quad z_1 = z_2$$

$$P_1 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_2^2$$

$$P_2 = P_1 + \frac{1}{2} \times \rho \times (v_1^2 - v_2^2) \quad v_1 < v_2 \text{ car } S_1 > S_2$$

$$\Rightarrow P_2 < P_1 \quad \text{Effet Venturi}$$



Toute augmentation de la vitesse d'écoulement entraîne une diminution de pression en ce point.

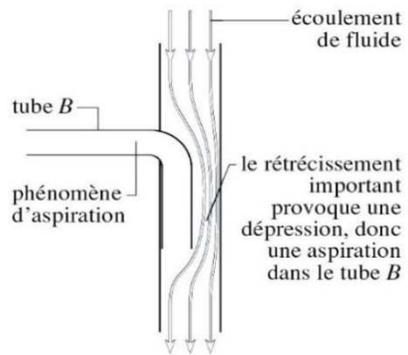


Formation d'une **dépression** dans une zone où les particules de fluide sont accélérées

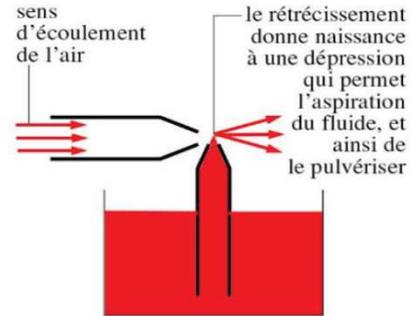
APPLICATIONS

Zone réservée pour la vidéo

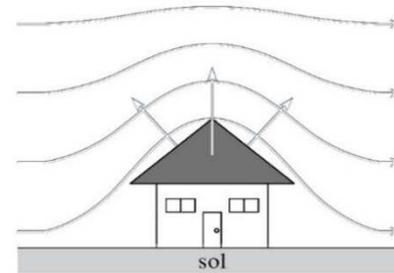
... de nombreuses applications



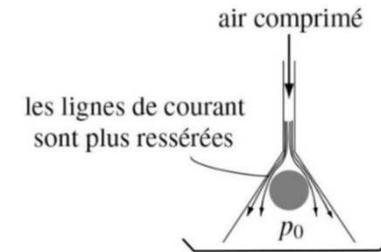
Principe de la trompe à eau.



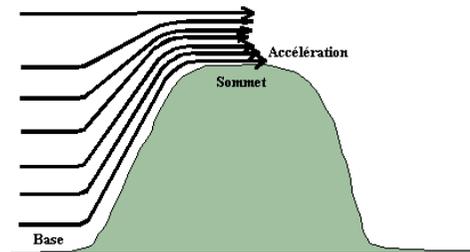
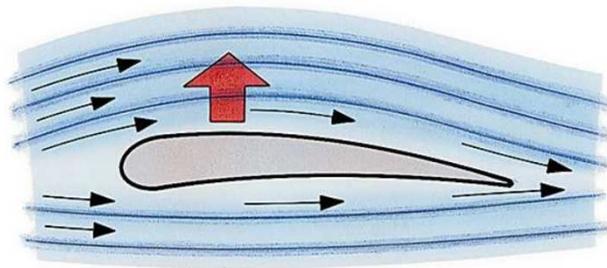
Principe de fonctionnement d'un vaporisateur ou d'un pistolet à peinture.



Les lignes de courant au voisinage d'un toit sont plus « serrées ». La pression sur le toit est plus faible que la pression à l'intérieur de la maison.



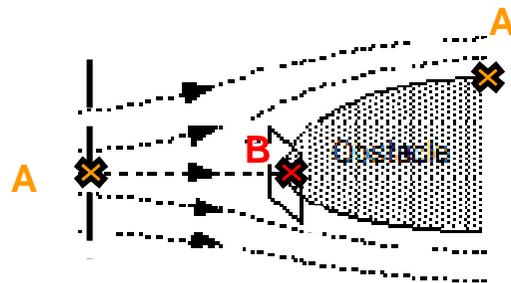
Source : Laurent Pietri, Cours de Mécanique de Fluides



APPLICATIONS

Zone réservée pour
la vidéo

Tube de Pitot



Lorsqu'un fluide en mouvement rencontre un obstacle fixe placé en son sein, la plupart des lignes de courant contournent l'obstacle.

Le **point B** est appelé **point d'arrêt** ou **point de stagnation**, car en ce point la vitesse du fluide est nulle ($v_B = 0$).

$$\text{En A} \quad E_A = P_A + \rho \times g \times z_A + \frac{1}{2} \times \rho \times v_A^2$$

$$\text{En B} \quad E_B = P_B + \rho \times g \times z_B + \frac{1}{2} \times \rho \times v_B^2$$

$$E_A = E_B \quad \Rightarrow \quad P_A + \rho \times g \times z_A + \frac{1}{2} \times \rho \times v_A^2 = P_B + \rho \times g \times z_B + \frac{1}{2} \times \rho \times v_B^2$$

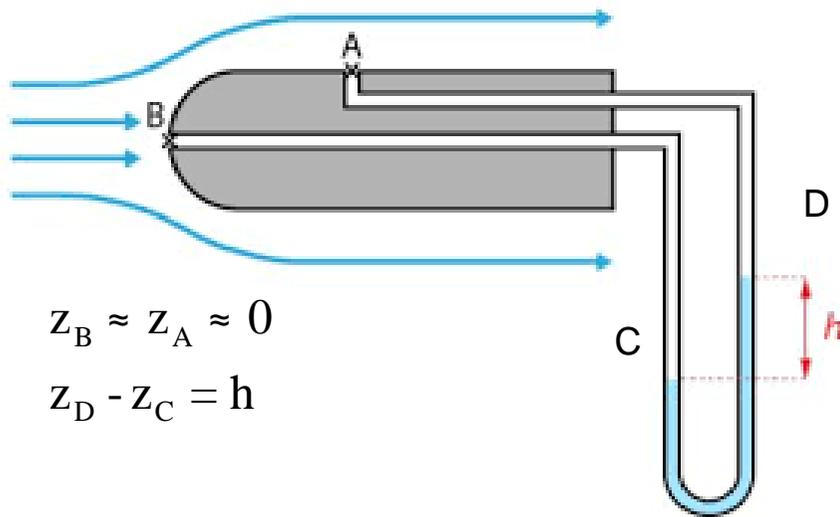
$$P_A + \frac{1}{2} \times \rho \times v_A^2 = P_B$$

$$v_B = 0$$
$$z_A = z_B$$

APPLICATIONS

Zone réservée pour la vidéo

... ainsi



$$z_B \approx z_A \approx 0$$

$$z_D - z_C = h$$

Statique dans tube en U

$$P_A + \rho \times g \times z_A = P_D + \rho \times g \times z_D$$

$$P_B + \rho \times g \times z_B = P_C + \rho \times g \times z_C$$

$$P_C + \rho^* \times g \times z_C = P_D + \rho^* \times g \times z_D$$

$$\Rightarrow P_C - P_D = \rho^* \times g \times (z_D - z_C)$$

$$\Rightarrow P_B - P_A = (P_C - P_D) + \rho \times g \times (z_D - z_C)$$

$$\Rightarrow P_B - P_A = \rho^* \times g \times (z_D - z_C) + \rho \times g \times (z_D - z_C)$$

$$P_B - P_A = g \times h \times (\rho^* - \rho) \quad (1)$$

Bernoulli autour du tube de Pitot

$$P_A + \frac{1}{2} \times \rho \times v_A^2 = P_B$$

$$P_B - P_A = \frac{1}{2} \times \rho \times v_A^2 \quad (2)$$

$$(1) + (2) \quad \frac{1}{2} \times \rho \times v_A^2 = g \times h \times (\rho^* - \rho) \quad \Rightarrow v_A = \sqrt{\frac{2 \times g \times h \times (\rho^* - \rho)}{\rho}}$$



On peut ainsi remonter à la valeur de la vitesse en mesurant la dénivellation h du fluide dans le tube en U.

Avec $\rho^* \gg \rho$ alors

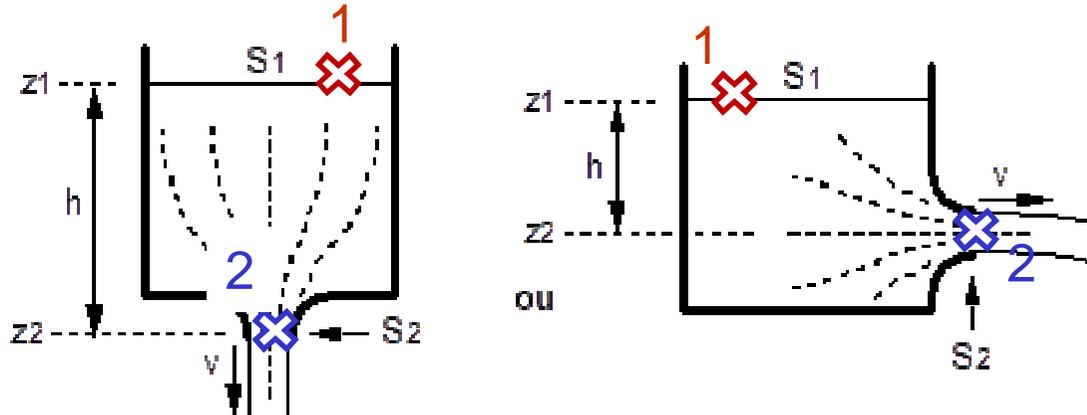
$$v_A = \sqrt{\frac{2 \times g \times h \times \rho^*}{\rho}}$$



APPLICATIONS

Zone réservée pour la vidéo

Vidange d'un réservoir (formule de Torricelli)



~~$$P_1 + \rho \times g \times z_1 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_1^2 = P_2 + \rho \times g \times z_2 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_2^2$$~~

$$P_1 = P_2 = P_{Atm}$$

~~$$\rho \times g \times z_1 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_1^2 = \rho \times g \times z_2 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_2^2$$~~

$$v_1 \ll v_2 \text{ car } S_1 \gg S_2$$

$$\rho \times g \times z_1 = \rho \times g \times z_2 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_2^2$$

$$\frac{1}{2} \times \rho \times v_2^2 = \rho \times g \times (z_1 - z_2)$$

h

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh}$$

Formule de Torricelli



La vitesse d'écoulement du liquide augmente avec la hauteur du liquide dans le réservoir.

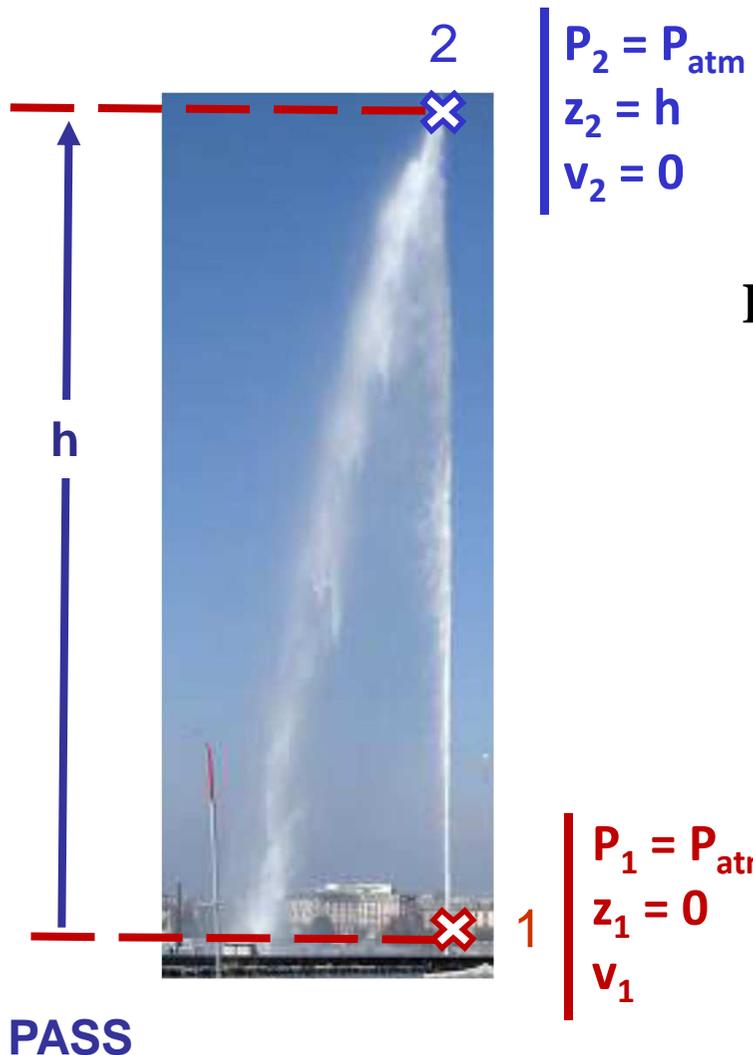
PASS



APPLICATIONS

Zone réservée pour
la vidéo

Vitesse/hauteur d'un jet d'eau



$$P_1 + \rho \times g \times z_1 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_1^2 = P_2 + \rho \times g \times z_2 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_2^2$$

$$\frac{1}{2} \times \rho \times v_1^2 = \rho \times g \times z_2$$

$$v_1 = \sqrt{2 \times \rho \times g \times h} \quad \text{ou} \quad h = \frac{v_1^2}{2 \times \rho \times g}$$



Frottements air/eau négligés



Zone réservée pour
la vidéo

Écoulement en conduite cylindrique d'un fluide réel

GÉNÉRALITÉS

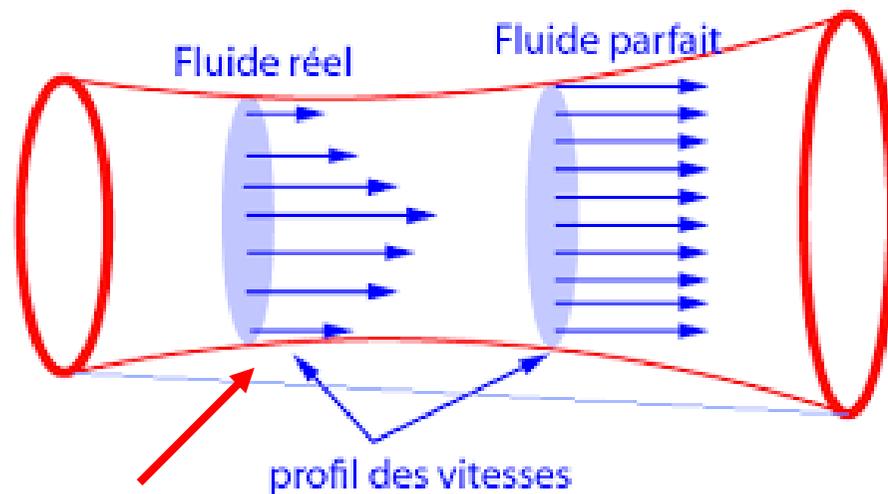
Zone réservée pour
la vidéo

Ecoulement en conduite d'un fluide réel

Dans un fluide réel, il existe une résistance au glissement des particules fluides les unes sur les autres; il est question de frottement.

⇒ **Viscosité non nulle**

⇒ **Ecoulement avec perte d'énergie**



Vitesses non constantes sur une section droite (**vitesse nulle à la paroi**)

Ligne de courant **parallèles ou pas** les unes aux autres... selon le **régime d'écoulement**.

Vitesse nulle à la paroi

PASS



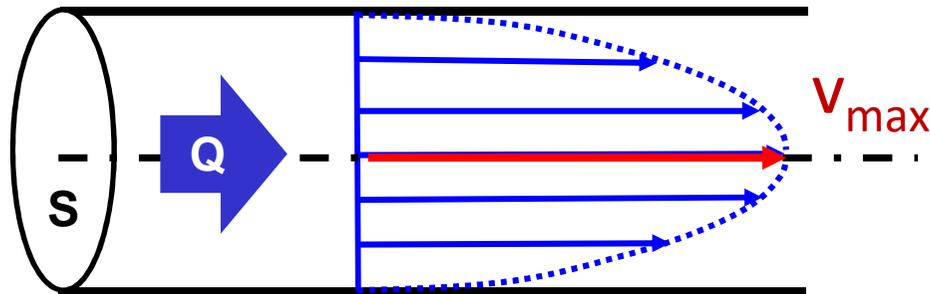
RÉGIMES D'ÉCOULEMENT

Zone réservée pour
la vidéo

Régime laminaire

Pour les **faibles vitesses d'écoulement**, les couches glissent les unes sur les autres et les filets fluides ne se mélangent pas. Seules les forces de frottement interviennent.

Particularités du régime laminaire:



$$v_{\max} = 2 \times v_{\text{moy}}$$

⚠ avec $v_{\text{moy}} = \frac{Q}{S}$

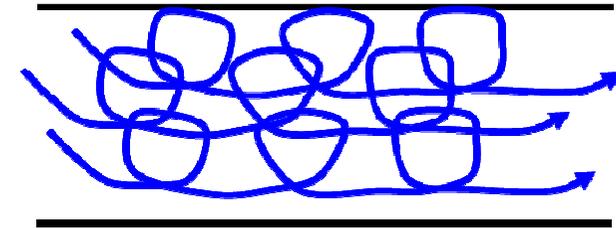
- ✓ Vitesse nulle au niveau des parois et maximale sur l'axe central du conduit.
- ✓ Profil de vitesse parabolique.

RÉGIMES D'ÉCOULEMENT

Zone réservée pour la vidéo

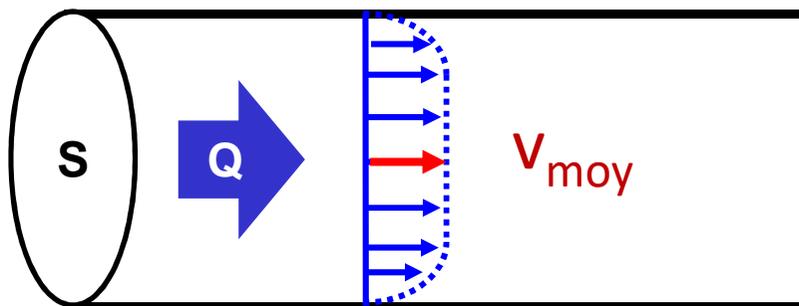
Régime turbulent

Pour **les vitesses d'écoulement très élevées**, les lignes de courant ne sont plus parallèles et viennent à se couper avec apparition de tourbillons. La répartition des vitesses instantanées devient aléatoire : les particules fluides se déplacent au hasard dans toutes les directions, même à contre-courant. Les forces de turbulence deviennent prépondérantes.



Turbulent

Particularités du régime turbulent:



$$V_{\text{moy}} = \frac{Q}{S}$$

- ✓ Vitesse considérée identique, égale à la vitesse moyenne, sur toute la section droite de la conduite.
- ✓ Profil de vitesse aplati.

RÉGIMES D'ÉCOULEMENT

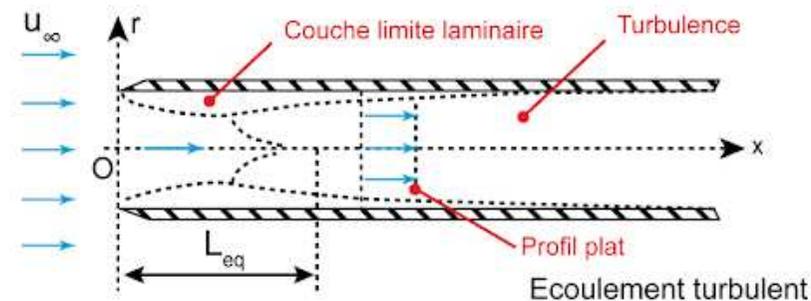
Zone réservée pour la vidéo

... autres particularités du régime turbulent

Les filets fluides se mélangent entre eux, l'homogénéisation des vitesses et par suite les transferts de quantité de mouvement, de matière et de chaleur sont favorisés.



Au voisinage de la paroi, où la vitesse est faible, l'écoulement reste souvent laminaire sur une faible épaisseur appelée "couche limite laminaire".



Le passage du régime laminaire au régime turbulent ne se fait pas brutalement pour une vitesse particulière : il existe un domaine intermédiaire où des variations de vitesse irrégulières mais de faible amplitude prennent naissance.

Dans ce régime dit **TRANSITOIRE**, la présence d'instabilités fait que l'écoulement n'est plus laminaire sans être véritablement turbulent.

RÉGIMES D'ÉCOULEMENT

Zone réservée pour
la vidéo

Nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds R_e est un nombre sans dimension qui caractérise un écoulement, en particulier la nature de son régime (laminaire, transitoire, turbulent).

$$R_e = \frac{\rho \times v \times D}{\eta}$$

Si $R_e < 2000$

Si $2000 < R_e < 4000$

Si $R_e > 4000$

Régime laminaire

Régime transitoire instable

Régime turbulent

ρ : masse volumique du fluide (kg.m^{-3})

v : vitesse moyenne du fluide dans la conduite (m.s^{-1})

D : diamètre de la conduite (m)

η : viscosité du fluide (Pl ou Pa.s)



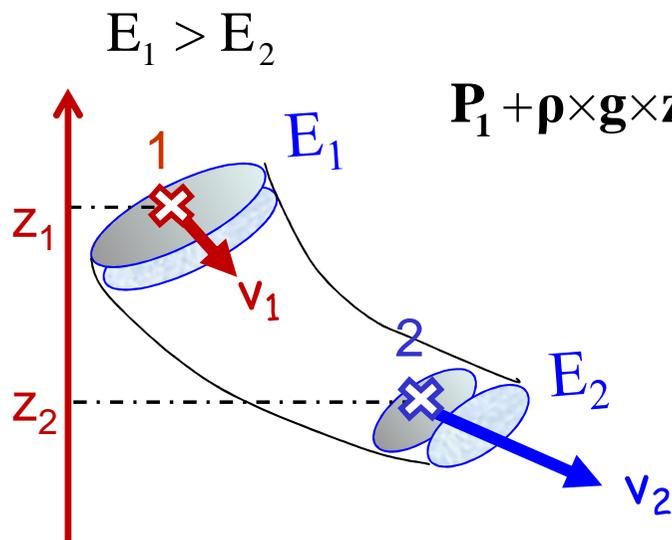
Avec des conduites de section non circulaire, on définit un diamètre hydraulique, D_h , avec $D_h = 2 R_h$, R_h étant le quotient de l'aire de la section droite S par le périmètre mouillé Π .

PERTES DE CHARGE

Zone réservée pour la vidéo

Écoulement en conduite d'un fluide réel

Un fluide réel, en mouvement, subit des pertes d'énergie durant son écoulement.



$$P_1 + \rho \times g \times z_1 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_1^2 = P_2 + \rho \times g \times z_2 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_2^2 + \Delta E$$

$$E_1 - E_2 = \Delta E$$

Pertes de charge

Pertes de charge

PERTES DE CHARGE

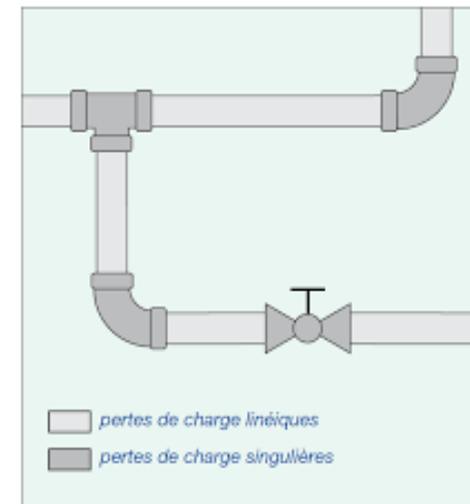
Zone réservée pour
la vidéo

Pertes de charge

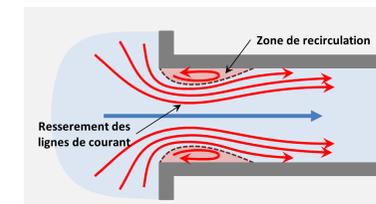
Les **pertes de charge** correspondent à la dissipation, par frottements, de l'énergie du fluide en mouvement.

Les pertes de charge **régulières** (ou **linéaires**) sont générées par le frottement du fluide sur la paroi interne de la conduite tout au long de son écoulement.

Les pertes de charge **singulières** sont essentiellement dues aux accidents de canalisation, c'est-à-dire toute modification géométrique de la conduite.



Les pertes de charge singulières proviennent de la variation de direction ou d'intensité du vecteur vitesse, due à une variation locale de géométrie dans la conduite.



PERTES DE CHARGE

Zone réservée pour
la vidéo

Pertes de charge

Pertes de charge régulières

$$\Delta E_R = \lambda \times \frac{L}{D} \times \frac{1}{2} \times \rho \times v^2$$

λ est fonction des caractéristiques de la paroi, du fluide et du régime d'écoulement.

Equation de Darcy-Weisbach

Pertes de charge singulières

$$\Delta E_S = k \times \frac{1}{2} \times \rho \times v^2$$

k est fonction des caractéristiques géométriques et du régime d'écoulement.

ΔE : perte de charge (Pa)

λ : coefficient de perte de charge régulière

k : coefficient de perte de charge singulière

ρ : masse volumique du fluide (kg.m^{-3})

v : vitesse moyenne d'écoulement du fluide (m.s^{-1})

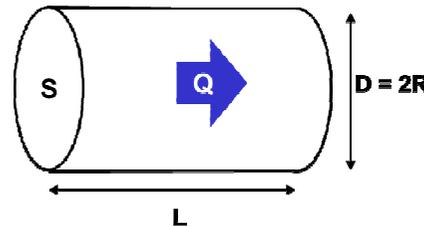
PERTES DE CHARGE

Zone réservée pour la vidéo

Pertes de charge régulières en régime laminaire

Régime laminaire

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$



Perte de charge qui varie linéairement avec la vitesse

$$\lambda = \frac{64}{Re} = \frac{64 \times \eta}{\rho \times v \times D}$$

$$\Rightarrow \Delta E_R = \frac{64 \times \eta}{\rho \times v \times D} \times \frac{L}{D} \times \frac{1}{2} \times \rho \times v^2 = \frac{32 \times \eta \times L}{D^2} \times v$$

$$\Rightarrow \Delta E_R = \frac{32 \times \eta \times L}{D^2} \times \frac{Q}{\pi \times D^2} = \frac{128 \times \eta \times L}{\pi \times D^4} \times Q = \frac{8 \times \eta \times L}{\pi \times R^4} \times Q$$

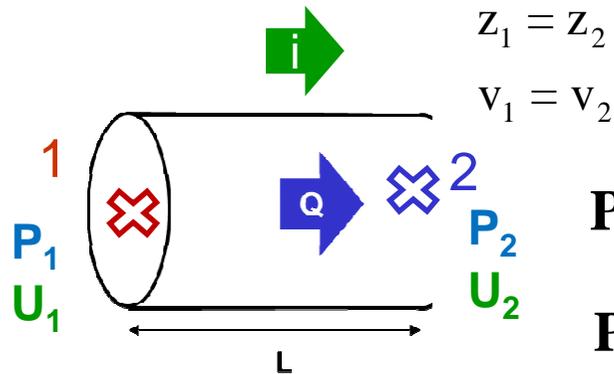
$$\Delta E_R = \frac{8 \times \eta \times L}{\pi \times R^4} \times Q$$

Loi de Hagen-Poiseuille

ΔE_R : perte de charge linéaire (Pa)
 η : viscosité dynamique du fluide (Pa.s)
L : longueur de la conduite (m)
R : rayon de la conduite (m)
Q : débit d'écoulement (m³.s⁻¹)

PERTES DE CHARGE

Zone réservée pour la vidéo



$$P_1 + \rho \times g \times z_1 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_1^2 = P_2 + \rho \times g \times z_2 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_2^2 + \Delta E_R$$

$$P_1 = P_2 + \Delta E_R \Rightarrow P_1 - P_2 = \Delta E_R$$

$$\Rightarrow P_1 - P_2 = \Delta P = \frac{8 \times \eta \times L}{\pi \times R^4} \times Q = R \times Q$$

Analogie entre la dynamique des fluides (écoulement d'un fluide) et le courant électrique continu (écoulement de charges électriques)

Dynamique des fluides	Electricité
Débit Q (m ³ .s ⁻¹) (quantité de matière/unité de temps)	Intensité i (C.s ⁻¹) (quantité de charges/unité de temps)
Différence de pression ΔP (J.m ⁻³) (Energie/unité de volume)	Différence de potentiel ΔU (J.C ⁻¹) (Energie/quantité de charges)
Résistance hydraulique (Pa.m ⁻³ .s ¹)	Résistance électrique (Ohm)
Loi de Poiseuille : ΔE = R Q	Loi d'ohm : U = R i

$$R = \frac{8 \times \eta \times L}{\pi \times R^4}$$

Résistance hydraulique



PERTES DE CHARGE

Zone réservée pour
la vidéo

Pertes de charge régulières en régime turbulent

Contrairement au régime laminaire, **l'état de surface** de la conduite joue un rôle très important en écoulement turbulent.

Le profil des vitesses et la perte de charge dépendent **de la rugosité des parois**.



Pour une conduite de diamètre D , on définit la rugosité relative de la paroi par le quotient ε/D avec ε étant une épaisseur moyenne, appelée rugosité absolue, qui dépend non seulement de la hauteur des aspérités, mais aussi de leur forme, de leur nombre et de leur répartition à la surface de la paroi.

Détermination de λ :

De nombreuses relations empiriques permettent de calculer λ (Blasius, Nikurasde...).

La **relation de Colbrook**, valable pour tout le régime turbulent, est très souvent utilisée.

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon}{3,71 \times D} + \frac{2,51}{\text{Re} \times \sqrt{\lambda}} \right)$$

Relation de Colbrook

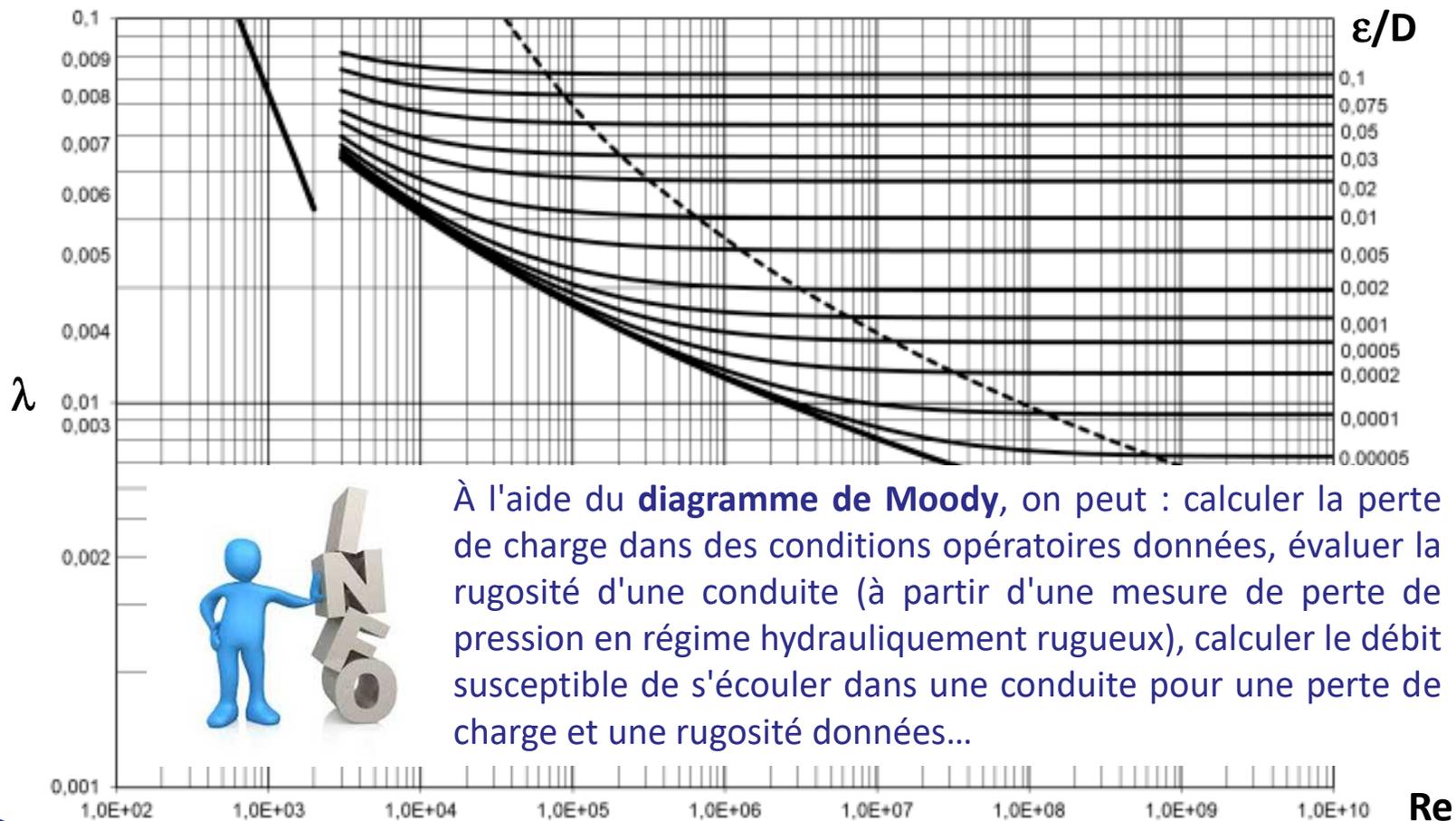
Une représentation graphique de f en fonction de Re , paramétrée par des valeurs de ε/D est donnée par le **diagramme de MOODY** (ou de MOODY-STANTON).



PERTES DE CHARGE

Zone réservée pour la vidéo

Coefficient de perte de charge – Diagramme de Moody



À l'aide du **diagramme de Moody**, on peut : calculer la perte de charge dans des conditions opératoires données, évaluer la rugosité d'une conduite (à partir d'une mesure de perte de pression en régime hydrauliquement rugueux), calculer le débit susceptible de s'écouler dans une conduite pour une perte de charge et une rugosité données...

PERTES DE CHARGE

Zone réservée pour la vidéo

Pertes de charge singulières

k est fonction des caractéristiques géométriques.

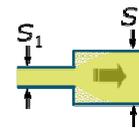
→ En régime turbulent, k varie très peu avec Re.

Les valeurs de k sont soit déterminées expérimentalement, soit relevées dans la littérature.

Exemple

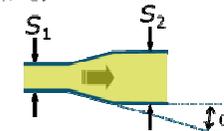
Elargissement brusque

$$K = (1 - S_1/S_2)^2$$



Divergent

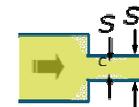
$$K = (1 - S_1/S_2)^2 \sin \alpha$$



Rétrécissement brusque

$$K = (1/\mu - 1)^2$$

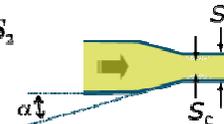
$$\mu = S_c/S_2$$



Convergent

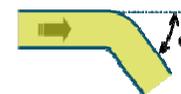
$$K = (1/\mu - 1)^2 \sin \alpha$$

$$\mu = S_c/S_2$$



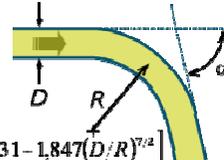
Coude brusque

$$K = \sin^2 \alpha + 2 \sin^4 \frac{\alpha}{2}$$



Coude arrondi

$$K = \frac{\alpha}{\pi} [0,131 - 1,847(D/R)^{2,2}]$$



Entrée de canalisation brusque

$$K = 0,5$$



Entrée de canalisation progressive

$$K = 0,04$$



HYDRAULIQUE

Zone réservée pour
la vidéo

Hydraulique

L'hydraulique est une technologie et une science appliquée ayant pour objet d'étude les propriétés mécaniques des liquides et des fluides.

L'ingénierie a recours à l'hydraulique pour la génération, le contrôle et la transmission de puissance par l'utilisation de liquides sous pression.

L'ingénierie hydraulique s'intéresse aux concepts de **débit dans des tuyaux, à la conception de barrages, à la microfluidique et aux pompes.**



Les principes de l'hydraulique sont utilisés également en biologie dans le corps humain par exemple le **système cardiovasculaire.**

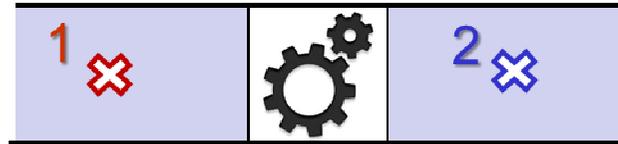
L'**hydraulique à surface libre** est la branche de l'hydraulique étudiant les débits des écoulement à surface libres, comme les rivières, les canaux, les lacs, les estuaires et les mers.

HYDRAULIQUE

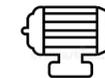
Zone réservée pour la vidéo

Pompe et turbine

Dans un écoulement, l'énergie mécanique du fluide peut être modifiée d'une section à l'autre en introduisant dans le circuit une **machine hydraulique**.



Si l'échange d'énergie se fait des parois de la machine vers le fluide, il s'agit d'une **pompe**.



Si l'échange d'énergie se fait du fluide au parois de la machine, il s'agit d'une **turbine**.



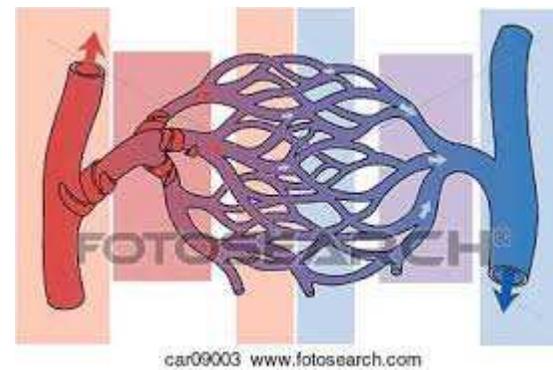
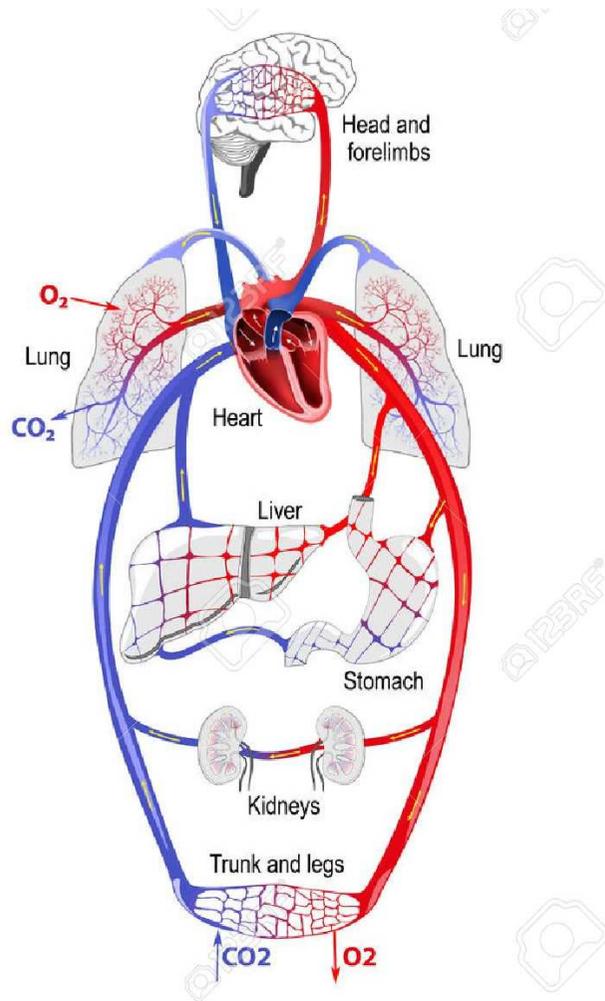
Le bilan d'énergie est modifiée un terme complémentaire E_p ou E_T , qui représente l'augmentation par une pompe ou la diminution par une turbine de l'énergie du fluide en mouvement.

$$P_1 + \rho \times g \times z_1 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_1^2 = P_2 + \rho \times g \times z_2 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_2^2 + \Delta E + E_T - E_P$$

Turbine
↑
↓
Pertes de charge **Pompe**

UNE APPLICATION BIOMÉDICALE

Zone réservée pour
la vidéo



Le système circulatoire humain



Zone réservée pour
la vidéo

STATIQUE DES FLUIDES

Relations fondamentales

Equation fondamentale de la statique des fluides

Poussée d'Archimède

DYNAMIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES

Notions générales

Equation de continuité

Energie d'un fluide en mouvement

Ecoulement d'un fluide parfait

Théorème de Bernoulli

Ecoulement en conduites cylindriques d'un fluide réel

Régimes d'écoulement

Pertes de charge



**APPLICATIONS DE CES
CONCEPTS**