UE 7 : PHYSIQUE ET BIOPHYSIQUE

UE 7: PHYSIQUE & BIOPHYSIQUE

RESPONSABLES: Pr C WISNIEWSKI et D MARIANO-GOULART

Cours	35 (56%)	Compréhension
ED	28 (44%)	Manipulation ↑
Tutorat	14 x 2h	Entrainement

4 blocs fondamentaux en Physique

Notions essentielles à toute poursuite d'études en santé, sciences physiques ou sciences pour l'ingénieur

12 heures de CM / 8 heures d'ED
Ondes et matière
D Mariano-Goulart

Mécanique des fluides
10 heures de CM / 8 heures d'ED
C Wisniewski,T Ruiz & PO Kotzki

Transfert de chaleur
3 heures de CM / 2 heures d'ED
C Wisniewski

Transfert de matière
10 heures de CM / 10 heures d'ED
PO Kotzki, V Boudousq

PASS

UE 7 : PHYSIQUE ET BIOPHYSIQUE

UE 7: EQUIPE PEDAGOGIQUE

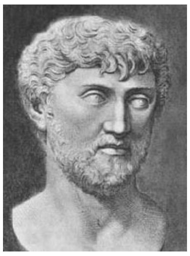
	Prénom	Nom	Courriel	Responsable	Faculté (UFR)
ENSEIGNANTS DE COURS MAGISTRAUX	Christelle	WISNIEWSKI	christelle.wisniewski@umontpellier.fr	UE 7, CM « Fluides, Chaleur »	Pharmacie
	Denis	MARIANO-GOULART	denis.mariano-goulart@umontpellier.fr	UE 7, CM « Ondes & Matière »	Médecine
	Thierry	RUIZ	thierry.ruiz@umontpellier.fr	CM «Fluides»	Pharmacie
	Pierre-Olivier	KOTZKI	Pierre-Olivier.Kotzki@icm.unicancer.fr	CM «Fluides, Transfert Matière»	Médecine
	Vincent	BOUDOUSQ	vincent.boudousq@umontpellier.fr	CM «Transfert Matière»	Médecine
ENSEIGNANTS D'ENSEIGNEMENTS DIRIGES	Laurent	VACHOUD	laurent.vachoud@umontpellier.fr	Tutorat Montpellier (Pharmacie)	Pharmacie
	Catherine	LOZZA	catherine.lozza@umontpellier.fr	Tutorat Nîmes	Médecine
	Carine	BECAMEL	carine.becamel@umontpellier.fr	Tutorat Montpellier (Médecine)	Médecine
	Lidwine	GROSMAIRE	lidwine.grosmaire@umontpellier.fr		Pharmacie
	Maxime	LOUET	maxime.louet@umontpellier.fr		Pharmacie
	Laurent	MAIMOUN	laurent.maimoun@umontpellier.fr		Médecine
	Eric	RONDET	eric.rondet@umontpellier.fr		Pharmacie

UE 7 : PHYSIQUE ET BIOPHYSIQUE

METHODE EN PHYSIQUE

Prête au vrai maintenant une **oreille attentive**,
Quod super est, vacuas auris animumque sagacem
Nette de tout souci, **aiguise ton esprit**,
semotum a curis adhibe veram ad rationem,
Et mes dons, apprêtés avec un soin fidèle,
ne mea dona tibi studio disposta fideli,
Garde d'en faire fi avant d'y rien comprendre,
intellecta prius quam sint, contempta relinquas.
Car je vais t'exposer les hautes lois du ciel
nam tibi de summa caeli ratione deumque
Et des dieux, dévoiler **d'où procèdent les choses**,
disserere incipiam et rerum primordia pandam.

De la nature des choses, Chant 1, vers 50-55
Traduction d'Olivier Sers, Belles lettres, Paris, 2012.



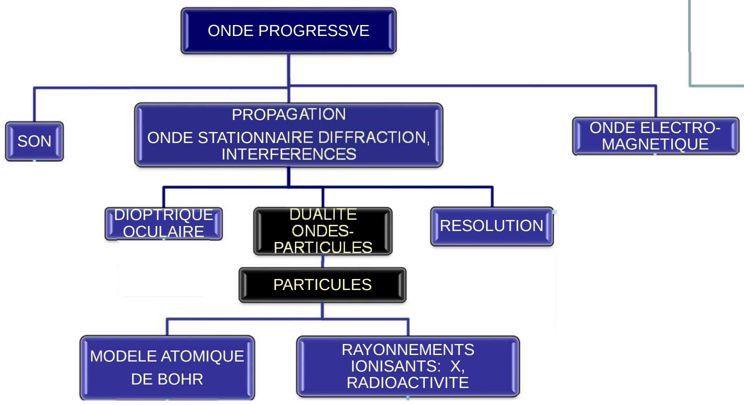
Lucrèce
(1° siècle avant JC)

Modélisation mathématique la plus simple possible des mécanismes de la nature telle qu'elle est observée expérimentalement

PASS

ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

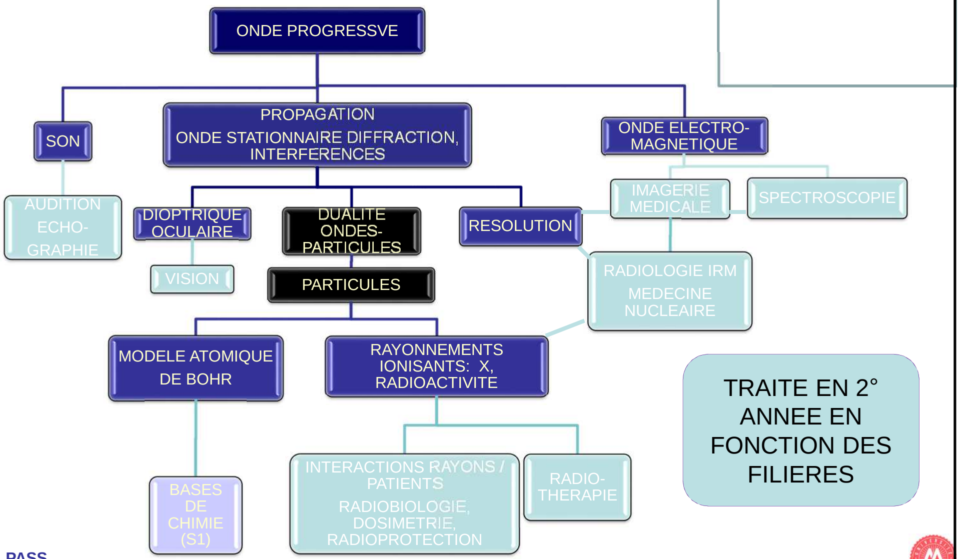
ONDES ET MATIERE: PROGRAMME



PASS

ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

ONDES ET MATIERE: OBJECTIFS



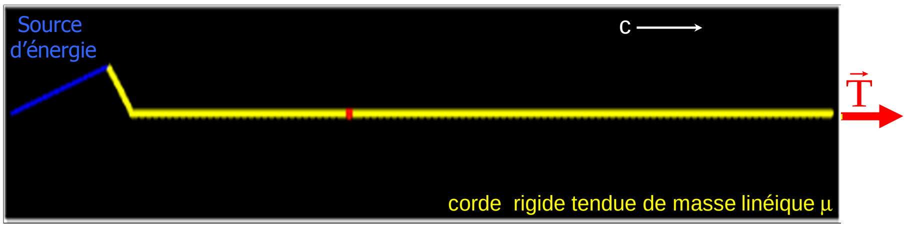
PASS

ONDE PROGRESSIVE: DEFINITION

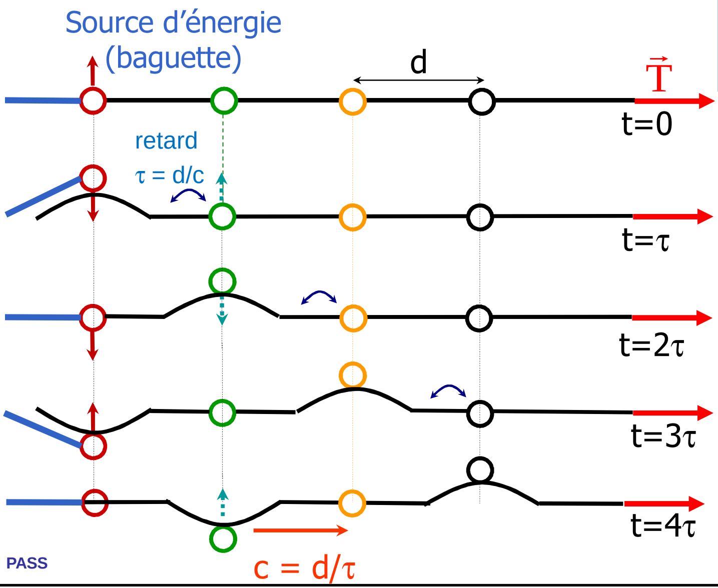
Propagation d'une perturbation des caractéristiques physiques du milieu

modification locale de position, pression, température, champ électrique, magnétique,…

Exemple : propagation d'une modification périodique de la position verticale d'une corde



ONDE PROGRESSIVE: CORDE VIBRANTE

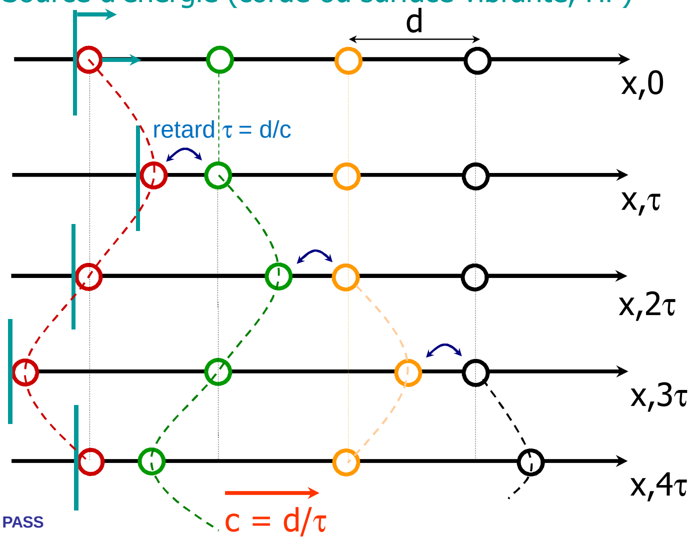


Onde progressive scalaire de vibration transversale

PASS

ONDE PROGRESSIVE: SON

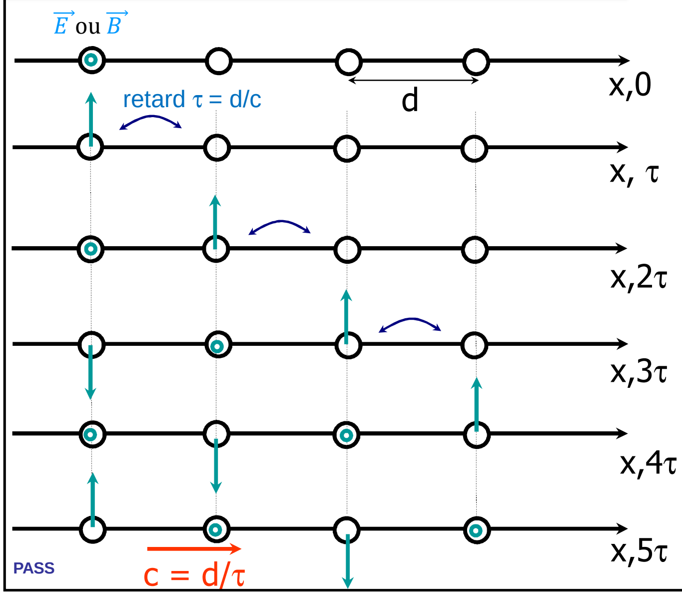
Source d'énergie (corde ou surface vibrante, HP)



Son
=
Onde
progressive
scalaire
de vibration ou
de surpression
longitudinale

ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

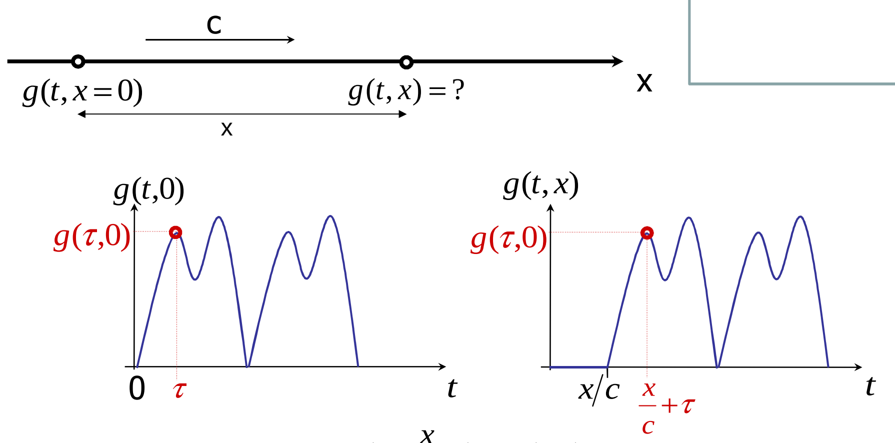
ONDE PROGRESSIVE: LUMIERE



Lumière
=
champ électromagnétique
=
Onde progressive vectorielle transversale

PASS

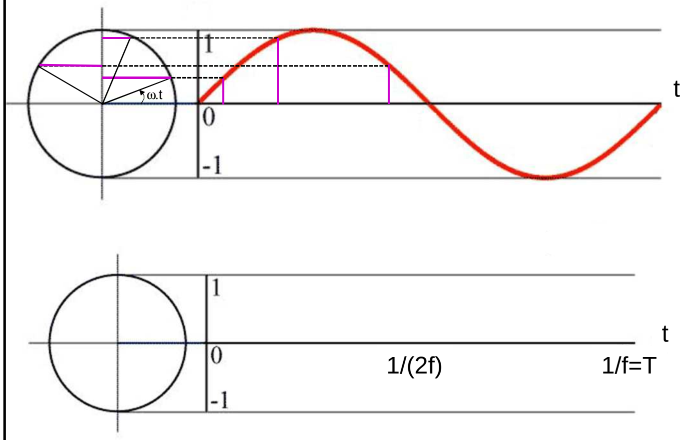
ONDE PROGRESSIVE: MODELISATION



$$g(\tau+\frac{x}{c},x)=g(\tau,0)$$

$$\boxed{g(t,x)=g(t-\frac{x}{c},0)}$$

RAPPEL: FONCTION SINUS $f(t) = sin(\omega.t)$



$$f(t) = sin(\omega.t)$$
$$= sin(2\pi.f.t)$$
$$= sin\left(2\pi.\frac{t}{T}\right)$$

avec par définition :

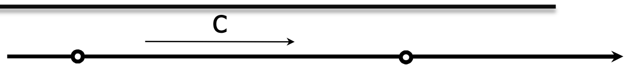
$$\omega = 2\pi.f = \frac{2\pi}{T}$$
$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$$

ω ($rad.s^{-1}$) = pulsation propre = 2.π.f = 2.π /T

f (Hertz = Hz = s^{-1}) : fréquence

T (s) : période (temporelle)

ONDE PROGRESSIVE SINUSOIDALE

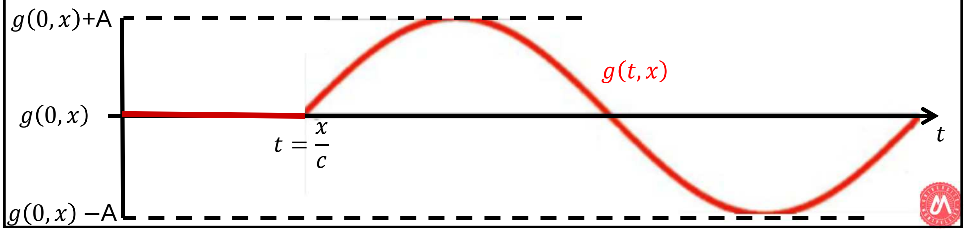


$g(t,0) = g(0,0) + A\sin(\omega.t)$ $\qquad$ $g(t,x) = ?$

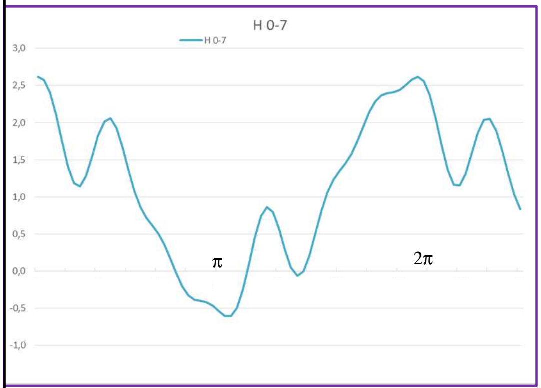
$$\boxed{g(t,x) = g(0,x) + A\sin\left[\omega.\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]}$$

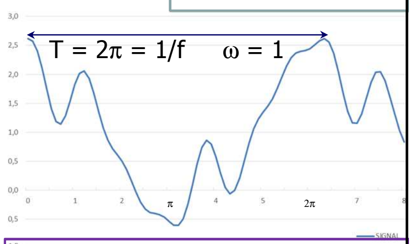
grandeur physique avant la perturbation

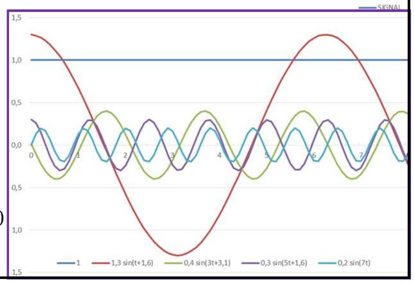
perturbation retardée de x/c



DECOMPOSITION EN OPS







$g(t) = 1 + 1{,}3.\sin(t + 1{,}6)$

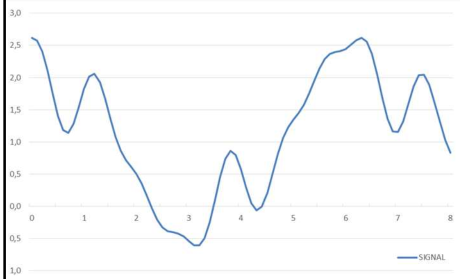
$g(t) = 1 + 1{,}3.\sin(t + 1{,}6) + 0{,}4.\sin(3.t + 3{,}1)$

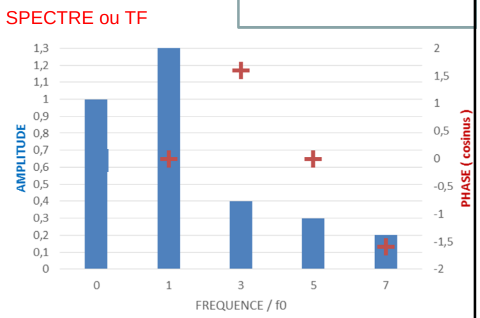
$g(t) = 1 + 1{,}3.\sin(t + 1{,}6) + 0{,}4.\sin(3.t + 3{,}1) + 0{,}3.\sin(5.t + 1{,}6)$

$g(t) = 1 + 1{,}3.\sin(t + 1{,}6) + 0{,}4.\sin(3.t + 3{,}1) + 0{,}3.\sin(5.t + 1{,}6) + 0{,}2.\sin(7.t)$

PASS

DECOMPOSITION EN OPS

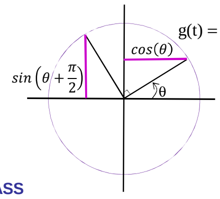




$$g(t) = 1 + 1{,}3.\cos(t) + 0{,}4.\cos(3.t + 1{,}6) + 0{,}3.\cos(5.t) + 0{,}2.\cos(7.t - 1{,}6)$$

$$g(t) = 1 + 1{,}3.\sin(t + 1{,}6) + 0{,}4.\sin(3.t + 3{,}1) + 0{,}3.\sin(5.t + 1{,}6) + 0{,}2.\sin(7.t)$$

$$\text{rappel : } \sin(\theta + \frac{\pi}{2}) = \cos\theta$$



$$g(t) = A_0 + A_1 \cos[\omega t + \varphi_1] + A_2 \cos[(2\omega)t + \varphi_2] + \ldots = A_0 + A_1 \sin\left[\omega t + \varphi_1 + \frac{\pi}{2}\right] + A_2 \sin\left[(2\omega)t + \varphi_2 + \frac{\pi}{2}\right] + \ldots$$

$$\boxed{g(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos[(n\omega)t + \varphi_n] = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin\left[(n\omega)t + \varphi_n + \frac{\pi}{2}\right]}$$

ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

SERIE DE FOURIER : CAS GENERAL

Pour toute fonction g(t) intégrable de période T=2π/ω:

$$g(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left[(n\omega)t + \varphi_n\right]$$

J FOURIER 1768-1830

Les composantes de cette somme sont les harmoniques de fréquence f =ω/(2π)

Onde portant une fréquence unique: sinusoïdale = pure = monochromatique = radiation
Onde caractérisée par une somme d'harmoniques : onde complexe = polychromatique

Pour les plus curieux *(ces formules ne sont pas à apprendre par cœur)*, on montre que les coefficients A_n et φ_n se calculent suivant :

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \text{ sauf } A_0 = \frac{a_0}{2}$$

$$tg\varphi_n = -\frac{b_n}{a_n}$$

avec

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T g(t).\cos(n\omega t).dt$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T g(t).\sin(n\omega t).dt$$

PASS

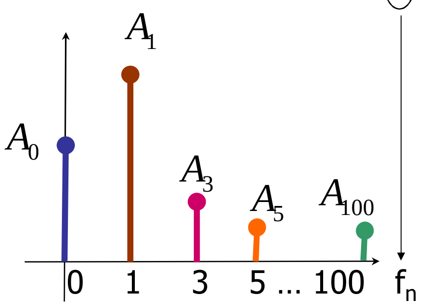
SPECTRE D'UNE ONDE COMPLEXE

$$g(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left[(n\omega)t + \varphi_n\right]$$

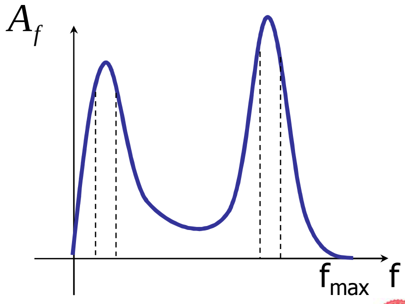
amplitude de l'harmonique

harmonique n de fréquence f_n

f_n =n.ω/2π =n.f



Spectre discret



Spectre continu

CARACTERISTIQUES D'UNE RADIATION

$$g(t,x) = A \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]$$

- Célérité c,
  dans ce cas, propagation dans la direction x positifs
- Amplitude = A (même unité que la grandeur g)
- Pulsation propre : ω en rad/s
- Fréquence f en Hertz (Hz = s^{-1}) : $\omega = 2\pi f$

  ω ou f déterminent la nature de l'onde et ses modes d'interaction avec l'environnement…

CARACTERISTIQUES D'UNE RADIATION

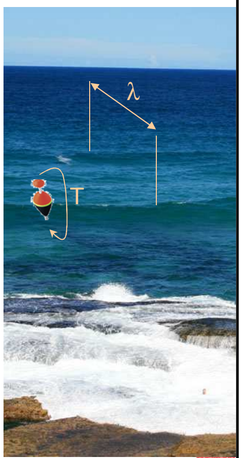
$$g(t,x) = A\sin\left[\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)\right]$$

- Périodes
  - Par rapport au temps : $\boxed{T = 1/f = 2\pi/\omega}$ en s
    - Pour x fixé, g(t,x) = g(t+T,x)
  - Par rapport à l'espace : longueur d'onde

$$A\sin\left[\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)\right] = A\sin\left[\omega\left(t-T-\frac{x}{c}\right)\right] = A\sin\left[\omega\left(t-\frac{c.T+x}{c}\right)\right]$$

pour t fixé, $g(t, x) = g(t, x + c.T) = g(t, x + \lambda)$

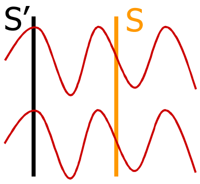
- $\boxed{\lambda = cT = c/f = 2\pi\, c/\omega}$
- λ est la distance parcourue par l'onde en T secondes.



CARACTERISTIQUES D'UNE RADIATION

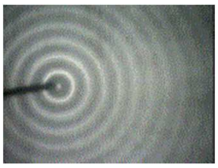
$$g(t,x) = A\sin\left[\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)\right] = A\sin[\omega t - \phi]$$

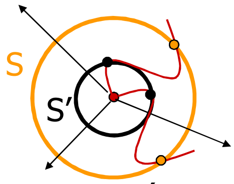
- Phase : $\phi = \omega x/c = 2\pi f x/c = 2\pi x/\lambda$
- Surfaces d'onde : surfaces connexes contenant l'ensemble des points de même phase



Onde plane

t fixé





Onde sphérique

t fixé

PASS

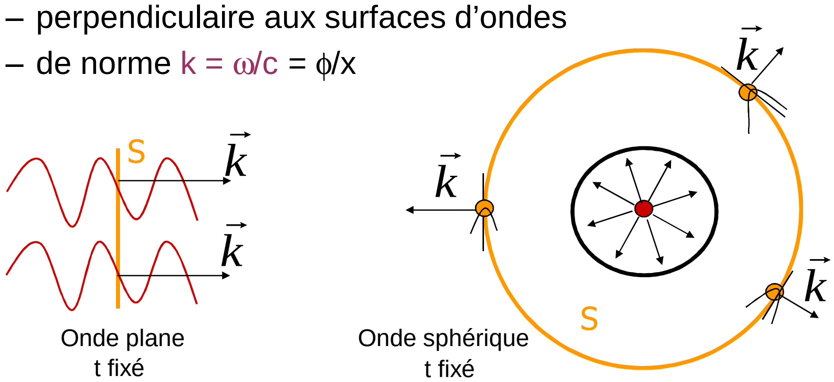
CARACTERISTIQUES D'UNE RADIATION

$$g(t,x) = A\sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] = A\sin[\omega t - \phi] = A\sin[\omega t - kx]$$

Vecteur d'onde : $\vec{k}$

– perpendiculaire aux surfaces d'ondes

– de norme $k = \omega/c = \phi/x$



Onde plane
t fixé

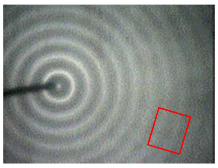
Onde sphérique
t fixé

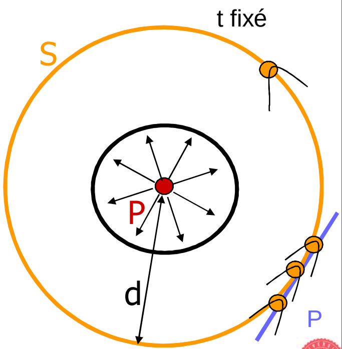
ONDE SPHERIQUE PURE

Une source ponctuelle émettant de façon isotrope produit une onde sphérique (dans un milieu homogène).

$$\phi = \frac{\omega}{c} d$$

Localement et loin de la source, la surface d'onde peut être approchée par un plan P : on parle alors d'approximation en onde plane

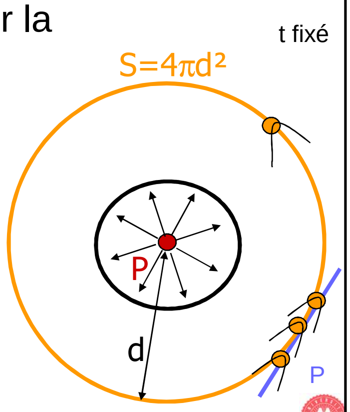




ONDE SPHERIQUE PURE

Une source ponctuelle émettant de façon isotrope produit une onde sphérique.

A une distance d de la source, la puissance émise P se répartit uniformément sur la surface d'une sphère de rayon d :



$$I(Wm^{-2}) = \frac{P}{4\pi}\frac{1}{d^2}$$

La puissance surfacique reçue à la distance d varie donc comme 1/d²

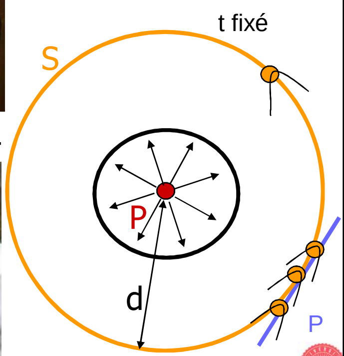
LOI EN 1/d²

A distance d d'une source ponctuelle isotrope :

$$I(Wm^{-2}) = \frac{P}{4\pi}\frac{1}{d^2}$$

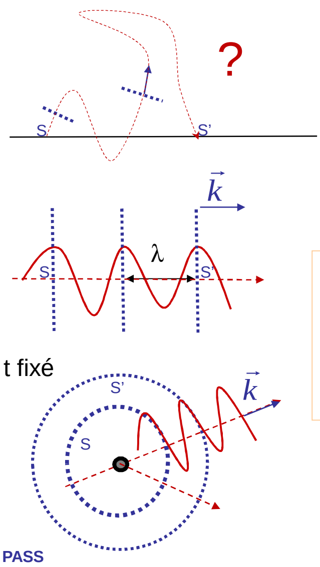
Doubler la d diminue I d'un facteur 4

↳Radioprotection



ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

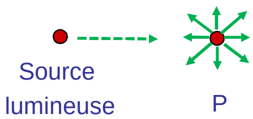
DIRECTION DE PROPAGATION



Qu'est-ce qui détermine la trajectoire suivie par un rayon lumineux ou une onde ?

La forme des surfaces d'onde est-elle conservée au fil de la propagation ?

Principe de Huygens-Fresnel:
Tout point atteint par une onde issue d'une source se comporte comme une nouvelle source ponctuelle isotrope, émettant donc une onde sphérique.



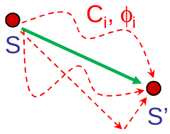
C Huygens
1629-1695

A Fresnel
1788-1827

PASS

ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

HUYGENS ⇒ PRINCIPE DE MOINDRE ACTION



Quelle est la trajectoire suivie par un rayon lumineux émis en S et reçu en S' ?

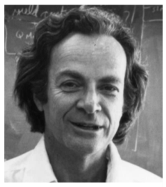
A priori, le rayon emprunte une infinité de chemins possibles C_i de longueurs x_i entrainant en S' un déphasage $\phi_i = \omega . x_i / c = \omega . t_i = 2\pi . \mathbf{x_i} / \lambda$ avec $\omega \approx 10^{14}$ rad/s dans le visible.

Huygens-Fresnel en S'⇒

$$\mathbf{A} = A . \sum_{\text{chemins i}} \sin\left[\omega . \left(t - \frac{x_i}{c}\right)\right] = A . \sum_{\text{chemins i}} \sin[\omega . t - \omega . t_i]$$

Sauf si t_i est minimal, $\omega . t_i$ change très vite de C_i à C_{i+1} et les contributions de ces rayons se détruisent mutuellement (par interférences)

PMA: Un rayon lumineux (une onde) suit la trajectoire parcourue en un temps minimum, donc une droite dans le vide.



R Feynman 1918-1988

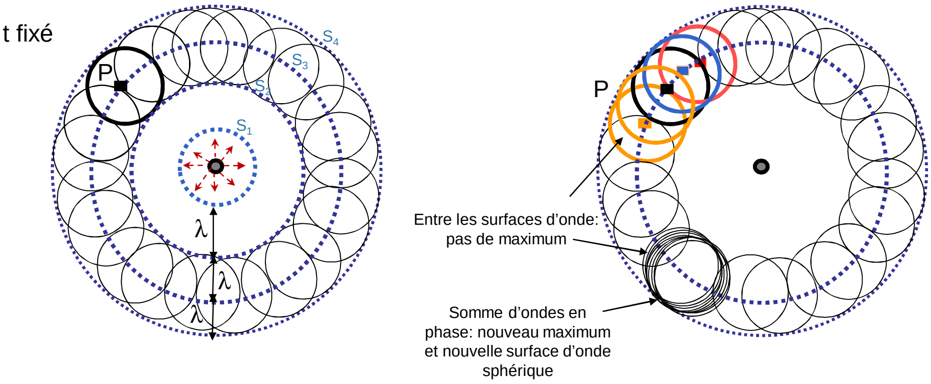
Exception si ω (ou f) << 1 (soit λ >> x_i): cf. diffraction

PASS

Suggestion de lecture pour l'été: R. Feynman, « lumière et matière, une étrange histoire », Points Sciences

PRINCIPE DE HUYGENS-FRESNEL

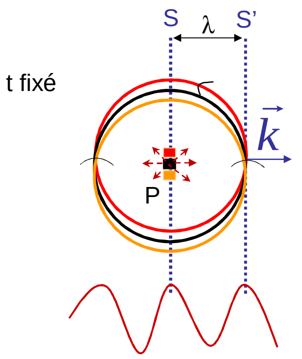
Principe de Huygens-Fresnel: chaque point d'une surface d'onde agit comme une source ponctuelle émettant en phase



Surfaces d'ondes d'une onde sphérique

PRINCIPE DE HUYGENS-FRESNEL

Principe de Huygens-Fresnel :
chaque point d'une surface d'onde agit comme une source ponctuelle émettant en phase



Propagation d'une onde plane

Lors d'une petite propagation de l'onde, la surface d'onde de déplace donc dans la direction du vecteur d'onde en conservant sa forme (plane ou sphérique).

Reste à comprendre pourquoi sur un déplacement non microscopique, une onde se propage en ligne droite dans un milieu homogène…

ONDES COHERENTES

- Deux ondes de λ différentes ou dont la phase dépend du temps ne peuvent pas superposer leurs extrema de façon stable
  - Pour ces sources incohérentes, seules les intensités s'ajoutent
  - Exemple : lampe à incandescence
- Définition d'une onde cohérente :
  - Même longueur d'onde et déphasage constant dans le temps

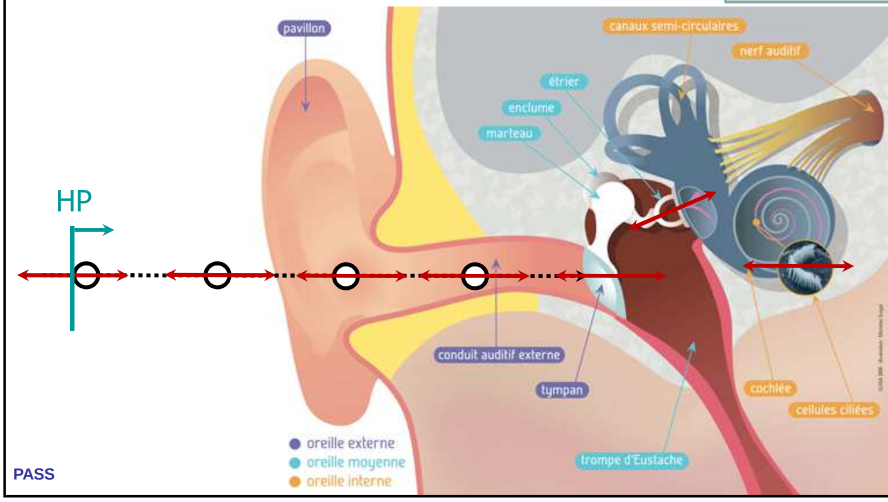
$$g_1(t,x) = A.\sin[\omega t - kx - \phi_1]$$
$$g_2(t,x) = A.\sin[\omega t - kx - \phi_2]$$
$$\phi_1, \phi_2 \text{ phases supplémentaires, indépendantes de t}$$

- Particularité : Peuvent s'additionner algébriquement (donc conduire à une onde somme d'intensité supérieure, égale ou inférieure aux ondes avant addition)

OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 1

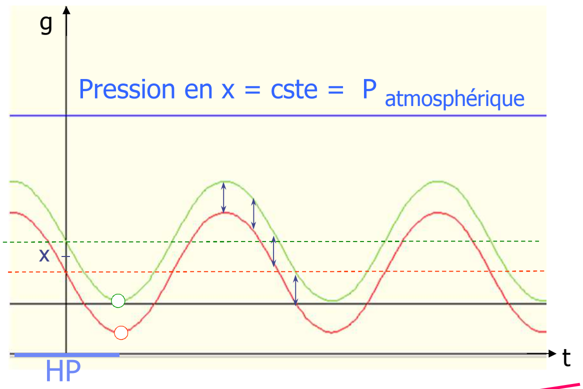
- Savoir définir : onde progressive, onde pure, onde complexe, harmoniques, spectres et ondes cohérentes.
- Savoir manipuler les caractéristiques d'une onde : ω, f, T, λ, ϕ, S_{onde}, $\vec{k}$
- Savoir modéliser une onde pure :
  - $g(t,x) = A.\sin[2\pi.f(t-x/c)]$
  - Savoir manipuler ce modèle
- Savoir utiliser le principe d'Huygens-Fresnel
- Savoir exploiter la loi en $1/d^2$ à des fins de radioprotection

L'ONDE SONORE



PASS

SON = ONDE DE PRESSION

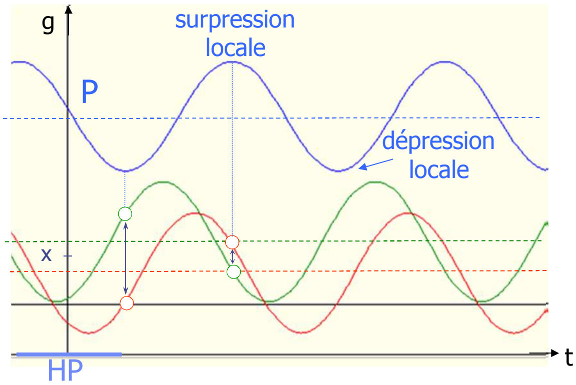


$$\cancel{c >> x \Rightarrow g(t,x) = x + A\sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] \approx x + A\sin[\omega t]}$$

Hypothèse c >> x,
$\Rightarrow$ retard = x/c $\rightarrow$ 0
$\Downarrow$
vibrations en phase,
écarts conservés,
densité constante,
pression constante.

Or dans l'air,
c ≈ 343 m/s
$\Downarrow$
c ≈ x
l'hypothèse c >> x
est fausse

SON = ONDE DE PRESSION



$$c \approx x \Rightarrow g(t,x) = x + A\sin\left[\omega.\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]$$

déphasage des ondes de vibration au voisinage d'un lieu x
⇓
onde de surpression acoustique P qui s'ajoute à la pression ambiante.

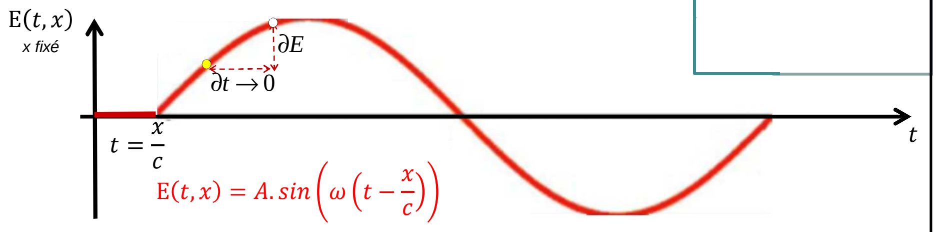
Ordres de grandeur

dans l'air : $P_a = 10^5$ Pa
P = 20 μPa – 20 Pa
$P << P_a$

dans l'eau: P < kPa

PASS

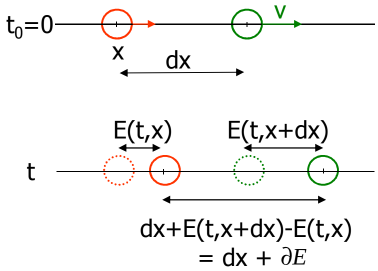
Rappel: la dérivation



$$\frac{\partial E}{\partial t} = E'(t)_{\text{x constant}} = \frac{\partial}{\partial t}\left[A.\sin\left(\omega.(t-\frac{x}{c})\right)\right] = \omega.A.\cos\left(\omega.(t-\frac{x}{c})\right)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = E'(x)_{\text{t constant}} = \frac{\partial}{\partial x}\left[A.\sin\left(\omega.(t-\frac{x}{c})\right)\right] = -\frac{\omega}{c}.A.\cos\left(\omega.(t-\frac{x}{c})\right)$$

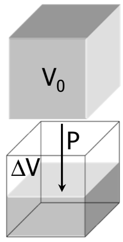
SON = ONDE DE PRESSION



Compressibilité

$$\chi = -\frac{1}{P}\frac{\Delta V}{V_0}$$

en Pa^{-1}, exprimant la diminution relative de distance (ou de volume) par Pascal de surpression apporté



$$P = -\frac{1}{\chi}\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{1}{\chi}\frac{\partial}{\partial x}\left[A\sin\left(\omega(t-\frac{x}{c})\right)\right] = \frac{A\omega}{\chi.c}.\cos\left(\omega(t-\frac{x}{c})\right)$$

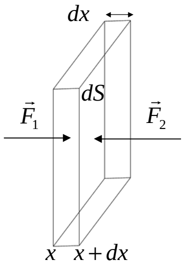
$$v = \frac{\partial}{\partial t}\left[A\sin\left(\omega(t-\frac{x}{c})\right)\right] = A\omega\cos\left(\omega(t-\frac{x}{c})\right)$$ vitesse de vibration

$$\Rightarrow \boxed{P = \frac{1}{\chi.c}.v = Z.v}$$

L'impédance acoustique Z du milieu ($kg.m^{-2}s^{-1}$) caractérise sa capacité à transmettre un son

SON = ONDE DE PRESSION

On applique la relation fondamentale de la dynamique à une tranche de milieu de propagation de masse volumique ρ, de surface dS et d'épaisseur dx.



$$m.\frac{dv}{dt} = F_1 - F_2 = [P(x) - P(x+dx)].dS = -\frac{\partial P}{\partial x}.dx.dS$$

$$P = Z.v = Z.A.\omega.\cos\left(\omega.(t-\frac{x}{c})\right) \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{Z.A.\omega^2}{c}\sin\left(\omega.(t-\frac{x}{c})\right)$$

$$\Rightarrow m.\frac{dv}{dt} = -\frac{ZA\omega^2}{c}\sin\left(\omega.(t-\frac{x}{c})\right).dx.dS$$

$$\text{mais} \quad v = A.\omega.\cos\left(\omega.(t-\frac{x}{c})\right) \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial t} = -A.\omega^2.\sin\left(\omega.(t-\frac{x}{c})\right), \text{donc}$$

$$m = \rho.dS.dx = \frac{Z}{c}dx.dS \Rightarrow \boxed{Z = \rho.c}$$

Conséquence: $Z = \rho.c = \frac{1}{\chi.c} \Rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{\chi.\rho}}$

pour de l'air à 20°C et 1 atm: ρ = 1,204 kg/m^3 et χ = 7,04 10^{-6} Pa^{-1}

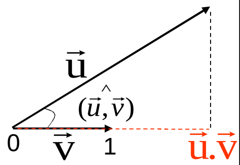
⇒ c = 1/√(χ.ρ) = 343 m/s et Z = ρ.c = 413 kg.m^{-2}.s^{-1}

RAPPELS MATHÉMATIQUES

- PRODUIT SCALAIRE

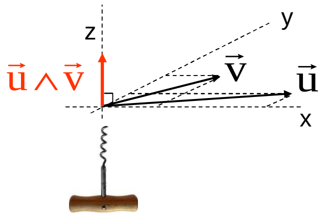
$$\boxed{(\vec{u},\vec{v}) \rightarrow \vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|.\cos(\widehat{\vec{u},\vec{v}})}$$

Propriété: si $\|\vec{v}\| = 1$, alors $\vec{u}.\vec{v}$ est la longueur de la projection de $\vec{u}$ sur la direction de $\vec{v}$



- PRODUIT VECTORIEL

$$\boxed{\begin{array}{l} (\vec{u},\vec{v}) \rightarrow \vec{u} \wedge \vec{v} \perp \mathrm{PLAN}(\vec{u},\vec{v}) \\ \|\vec{u} \wedge \vec{v}\| = \|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|.\sin(\widehat{\vec{u},\vec{v}}) \\ (\vec{u},\vec{v},\vec{u} \wedge \vec{v}) \text{ direct} \end{array}}$$

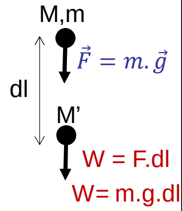


PASS

RAPPELS DE PHYSIQUE: FORCE & TRAVAIL

- Une force $\vec{F}$ est ce qui fait varier la quantité de mouvement d'un mobile dans le temps: $\vec{F} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{d\vec{p}}{dt}$.

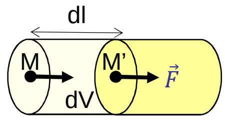
  Si v<<c et m constant: $\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m.\frac{d(\vec{v})}{dt} = m.\vec{a}$



- Le travail W est l'énergie fournie par une force pour déplacer un mobile sur une trajectoire donnée:

$$dW \stackrel{\text{def}}{=} \vec{F}.\vec{dl} = F.dL.\cos\left(\widehat{\vec{F},\vec{dl}}\right)$$

$$W_{L=M\to M'} = \int_{M}^{M'} \vec{F}.\vec{dl}$$



F = P.S

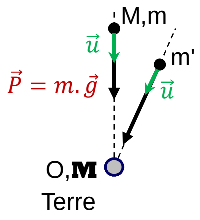
dW = F.dl = P.S.dl

dW= p.dV

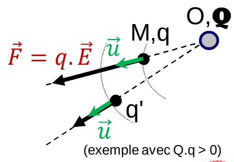
RAPPELS DE PHYSIQUE: FORCE CENTRALE

- Certaines forces se décomposent en $\vec{F} \coloneqq s.\vec{C}$
  où $s \in \mathbb{R}$ caractérise l'objet qui subit la force
  (s = m ou q, masse ou charge d'une particule),
  et $\overrightarrow{C(x,y,z)}$ est un champ vectoriel
  ($\vec{C} = \vec{g}$ ou $\vec{E}$ pour la gravitation ou l'électrostatique).

Pesanteur:



- Une force est centrale si il existe un point fixe O tel qu'à tout instant, la force observée en tout point M est portée par la direction (MO)



(exemple avec Q.q > 0)

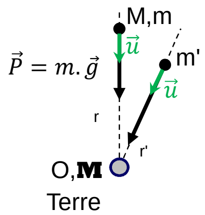
RAPPELS DE PHYSIQUE: GRAVITE ET ELECTROSTATIQUE

- Les forces de gravité et électrostatique sont des cas particuliers de forces centrales crées par un champ vectoriel où :

$\vec{C} = K.\frac{\vec{u}}{r^2}$ avec $\vec{u} = \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|}$ et $\vec{r} = \pm\,\overrightarrow{MO}$

$\vec{F} = s.K.\frac{\vec{u}}{r^2}$

Pesanteur:

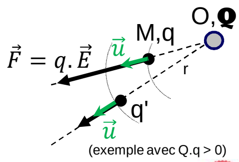


s = masse ou charge électrique du mobile M.

K > 0 dépend de la source du champ et du milieu:

Gravitation: K= $\mathcal{G}.\,\mathbf{M}$ ($\mathcal{G}$ = 6,67.10^{-11} Nm²/kg²)

Electrostatique: K=$\frac{\mathcal{F}}{\varepsilon_r}.\,\mathbf{Q}$ ($\mathcal{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$= 9.$10^{9}$ Nm²/C²)



RAPPELS DE PHYSIQUE: Potentiel, Energie potentielle d'un champ central en 1/r²

- Gravitation/Electrostatique: $\vec{F} \coloneqq s.K.\frac{\vec{u}}{r^2}$:

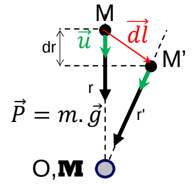
$$W_{M\to M'} = \int_M^{M'} \vec{F}.\overrightarrow{dl} = K.s.\int_M^{M'} \frac{\vec{u}.\overrightarrow{dl}}{r^2} = K.s.\int_M^{M'} \frac{dr}{r^2} =$$

$$K.s.\left[-\frac{1}{r}\right]_r^{r'} = K.s.\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) = E_P(M) - E_P(M')$$

W indépendant du chemin suivi entre M et M'.

Force conservative (pour l'énergie: E_c+E_p=cste)

Pesanteur:



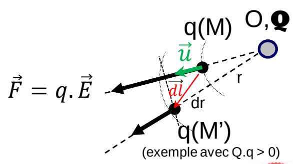
Force électrostatique ou de gravitation :

Force centrale: $\vec{F} \coloneqq s.\vec{C}$ avec $\vec{C} \coloneqq K.\frac{\vec{u}}{r^2}$

$$E_P = s\frac{K}{r} \coloneqq s.V \quad avec\ V \coloneqq \frac{K}{r}$$

Electrostatique:	*s = q*	$K = \frac{\mathcal{F}}{\varepsilon_r}.\boldsymbol{Q}$
Gravitation:	*s = m*	$K = \mathcal{G}.\boldsymbol{\mathcal{M}}$

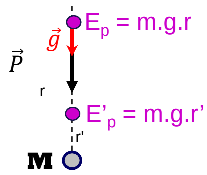
Electrostatique:



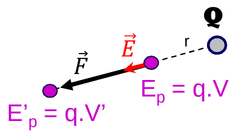
RAPPELS DE PHYSIQUE: SYNTHESE

	PESANTEUR	ELECTROSTATIQUE
Source	Masse de la terre **M**	Charge **Q**
s	Masse de la particule m	Charge de la particule q
$\vec{C} = K.\frac{\vec{u}}{r^2}$	$\vec{g} = (\mathcal{G}.M).\frac{\vec{u}}{r^2}$	$\vec{E} = \left(\frac{\mathcal{F}}{\varepsilon_r}.Q\right).\frac{\vec{u}}{r^2}$
V = K/r	$\mathcal{G}.M.\frac{1}{r} = g.r$	$\frac{\mathcal{F}}{\varepsilon_r}.Q.\frac{1}{r} = E.r$
E_P = s.V	$m.\mathcal{G}.M.\frac{1}{r} = m.g.r = m.V$	$q.\frac{\mathcal{F}}{\varepsilon_r}.Q.\frac{1}{r} = q.E.r = q.V$
$\vec{F} = s.\vec{C}$	$\vec{P} = m.\vec{g} = \mathcal{G}.M.m.\frac{\vec{u}}{r^2}$	$\vec{F} = q.\vec{E} = \frac{\mathcal{F}}{\varepsilon_r}.Q.q.\frac{\vec{u}}{r^2}$
Constantes	$\mathcal{G}$ = 6,67.10^{-11} Nm²/kg²	$\mathcal{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$= 9.10^9 Nm²/C²

Pesanteur:



Electrostatique:



(Exemple avec Q et q positifs)

Remarque : $-\frac{d}{dr}(E_p) = -\frac{d}{dr}\left(\frac{K.s}{r}\right) = -K.s.\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{K.s}{r^2} = F$

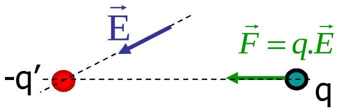
Une force centrale en 1/r² « dérive de l'énergie potentielle »

RAPPELS ELECTRO ET MAGNETOSTATIQUE

Champs statiques (créés par des distributions de charges ou de courants électriques constants dans le temps). Exemples :

- Charge ponctuelle permanente $\Rightarrow \vec{E}$

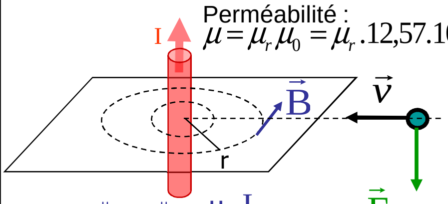
$$\left\|\vec{E}(r)\right\| = \frac{q'}{4\pi\varepsilon}\frac{1}{r^2}$$



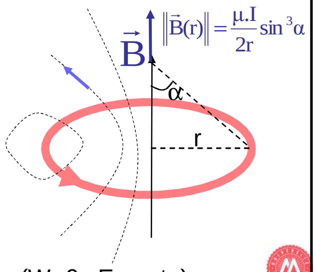
Permittivité: $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 = \varepsilon_r .8{,}85.10^{-12}\, F.m^{-1}$

- Circuit de courant permanent $\Rightarrow \vec{B}$

Perméabilité : $\mu = \mu_r \mu_0 = \mu_r .12{,}57.10^{-7}\, H.m^{-1}$



$$\vec{F} = q.\vec{v} \wedge \vec{B}$$

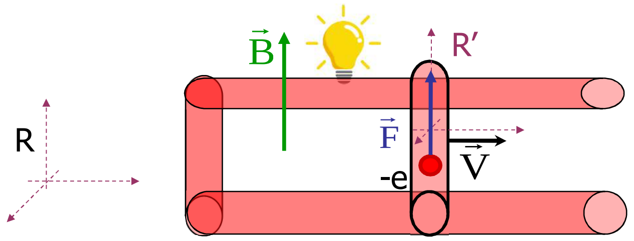


$$\left\|\vec{B}(r)\right\| = \frac{\mu}{2\pi}\frac{I}{r}$$

Nb. Cette force ne travaille pas (W=0 ; E_c=cste)

LIEN ELECTRICITE / MAGNETISME

(Romagnosi 1802, Ørsted 1820)



$\vec{F} = -e(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$

$\vec{F}' = -e(\vec{E}' + \vec{v}' \wedge \vec{B}')$

Dans R fixe , champ $(\vec{E}, \vec{B})$
déplacement de charges dans un champ magnétique $(\vec{v} = \vec{V})$ sans champ électrique $(\vec{E} = \vec{0})$

$\boxed{\vec{F} = -e.\vec{V} \wedge \vec{B}}$

Dans R' mobile, champ $(\vec{E}', \vec{B}')$
charges statiques $(\vec{v}' = \vec{0})$, donc pas de force magnétique :

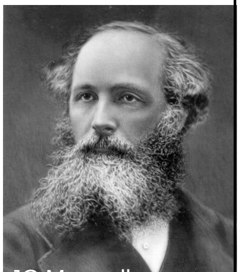
$\boxed{\vec{F}' = -e.\vec{E}'}$

donc $\vec{E}' = \vec{V} \wedge \vec{B}$

COUPLAGE ELECTROMAGNETIQUE

- Si les charges et les courants électriques ne dépendent pas du temps, ils créent des champs E et B permanents (statiques) et indépendants l'un de l'autre.

- Si les charges et les courants électriques varient au cours du temps, ils créent des champs électriques et magnétiques d'intensités variables dans le temps et couplés:
  - ➢ Equations de Maxwell: empiriques (fin XIX° siècle), puis conséquence théorique de la relativité restreinte (théorie des champs, début XX° siècle).

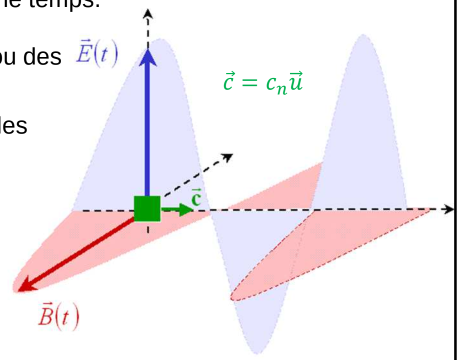

JC Maxwell 1831-1897

CONSEQUENCE DES EQUATIONS DE MAXWELL 1 (Cf. Annexe 1)

1- une onde électromagnétique (OEM) est une onde progressive transversale composée d'une paire <u>indissociable</u> de vecteurs champs électrique et magnétique $(\vec{E}, \vec{B})$ d'intensités variables dans le temps.

2- Une OEM peut être crée par des charges ou des courants électriques variables, par un champ électrique et/ou un champ magnétique variables dans le temps.

3- Les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ varient en phase, à la même fréquence, restent orthogonaux entre eux et à la direction de propagation $\vec{u}$ de l'OEM : $\boxed{\vec{E} \perp \vec{B} \perp \vec{u}}$



OP vectorielle transversale

4- Les champs $(\vec{E}, \vec{B})$ se déplacent à la célérité c_n et sont liés par la relation: $\boxed{\vec{B} = \frac{1}{c_n}\vec{u} \wedge \vec{E}}$

CONSEQUENCE DES EQUATIONS DE MAXWELL 2 (Cf. Annexe 1)

1- Les OEM se propagent dans un milieu (vide ou matériel) caractérisé par une permitivité ε et une perméabilité μ.

2- La célérité des OEM dans le vide est la constante physique c : $\boxed{c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = 2{,}998.10^8\ \text{ms}^{-1}}$

3- La célérité des OEM dans un milieu matériel est c_n :

$$\boxed{c_n = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}} = \frac{c}{n}}$$

4- Le rapport c/c_n est appelé indice de réfraction d'un milieu matériel :

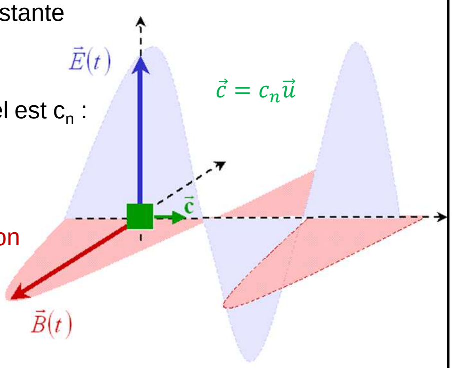
$$\boxed{n = \frac{c}{c_n} = \sqrt{\varepsilon_r\mu_r} > 1}$$

Perméabilité $\mu = \mu_r\mu_0$

$\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H/m

Permitivité $\varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0$

$\varepsilon_0 = \dfrac{10^7}{4\pi.c^2}$ F/m



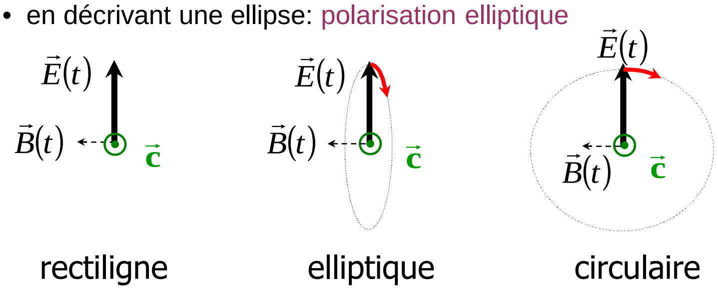
OP vectorielle transversale

Indices 0 pour le vide, r = relatif

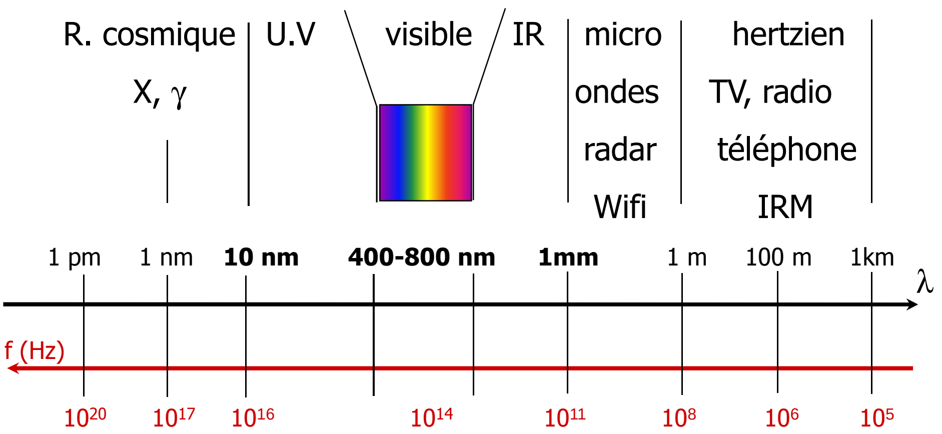
POLARISATION

Si la direction de $\vec{E}$ (donc de $\vec{B}$) est :

- fixe : polarisation rectiligne
- tourne à vitesse angulaire constante
  - en décrivant un cercle : polarisation circulaire
  - en décrivant une ellipse: polarisation elliptique



CLASSIFICATION SIMPLIFIEE



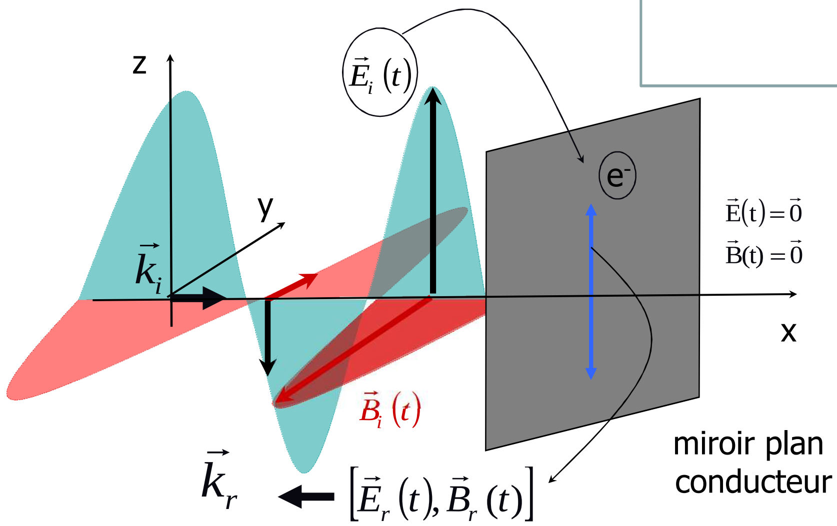
PASS

OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 2

- Savoir définir : une onde sonore comme onde de vibration ou de pression.
- Savoir manipuler les caractéristiques d'une onde sonore : c, Z, χ…
- Savoir définir, modéliser une onde électromagnétique et manipuler $\vec{B} = \frac{1}{c_n}\vec{u} \wedge \vec{E}$
- Savoir manipuler n, ε, μ, ε_R, μ_R
- Connaitre les grands domaines du spectre électromagnétique:

  X-γ,< 10 nm, UV, V (400-800 nm), IR, H > mm

LOIS DE PROPAGATION DE LA LUMIERE



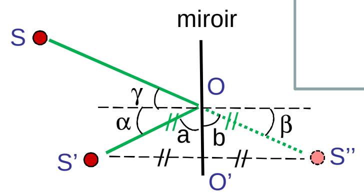
REFLEXION ET REFRACTION

Ces phénomènes peuvent être abordés de deux façons équivalentes. La première correspond à une approche « optique physique », la seconde à une approche « optique géométrique ».

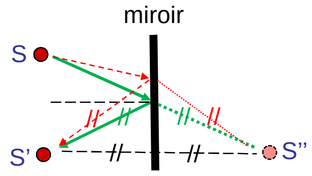
- Conséquence des équations de Maxwell
- Conséquence du principe de Fermat
  - Principe de moindre action pour les ondes
  - Entre deux points de l'espace, le vecteur d'onde suit la trajectoire la plus rapide
  - Si le milieu est homogène, il s'agit de la trajectoire la plus courte.

PMA ⇒ LOI DE LA REFLEXION DE DESCARTES

Soit (OO') la médiatrice de [S',S'']
et S sur la droite (OS'').
Le triangle (S'OS'') est isocèle.
$\hat{a} = \hat{b} \Rightarrow \hat{\alpha} = \hat{\beta} \Rightarrow \hat{\alpha} = \hat{\gamma}$
Les angles à la normale à (OO') de (SO) et (OS') sont donc égaux.



PMA: Le rayon lumineux réel choisit la trajectoire parcourue en un temps minimum, donc la plus courte dans un milieu homogène.



Lors d'une réflexion sur un miroir placé dans un milieu homogène,
les angles d'incidence et de réflexion sont égaux.

CHEMIN OPTIQUE

- Principe de Fermat : La lumière suit la trajectoire qui minimise le temps de parcours t_n entre deux points A et B dans un milieu d'indice de réfraction n :

$$t_n = \frac{dist(A,B)}{c_n} \Rightarrow c.t_n = \frac{c}{c_n}.dist(A,B) = n.dist(A,B)$$

La lumière suit donc la trajectoire qui minimise *n.dist(A,B).*

- Chemin optique L entre deux points d'un milieu d'indice n

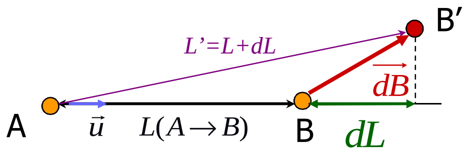
$$L(A \rightarrow B) = n.dist(A,B) = n.\vec{u}.\overrightarrow{AB} \quad \text{où} \quad \vec{u} = \frac{\overrightarrow{AB}}{\left\|\overrightarrow{AB}\right\|}$$

- L(A→B) est la distance que parcourrait la lumière dans le vide dans le temps nécessaire à relier A à B dans un milieu d'indice n:

$$t_n = \frac{dist(A,B)}{c_n} = \frac{dist(A,B)}{c/n} = \frac{n.dist(A,B)}{c} = \frac{L}{c}$$

VARIATION DE CHEMIN OPTIQUE

Supposons un petit déplacement de B en B’ et calculons la petite variation de chemin optique (on néglige la modification de $\vec{u}$)



$$L' = n.\vec{u}.\overrightarrow{AB'} = n.\vec{u}.\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{dB}\right)$$

$$L' = n.\vec{u}.\overrightarrow{AB} + n.\vec{u}.\overrightarrow{dB}$$

$$L' = L + n.\vec{u}.\overrightarrow{dB}$$

$$dL = n.\vec{u}.\overrightarrow{dB}$$

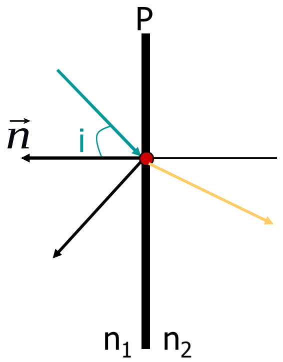
Si B subit un déplacement dB, L varie de :

$$\boxed{dL = n.\underbrace{\vec{u}.\overrightarrow{dB}}_{\text{projection de } \overrightarrow{dB} \text{ sur } \vec{u}}}$$

$PMA\ (Fermat) \Rightarrow dL = 0$

pour de petites variations de trajectoire autour de la trajectoire suivie par la lumière.

LOIS DE SNELL -DESCARTES



Quelles sont les directions du rayon réfléchi et du rayon transmis par rapport au rayon incident ?

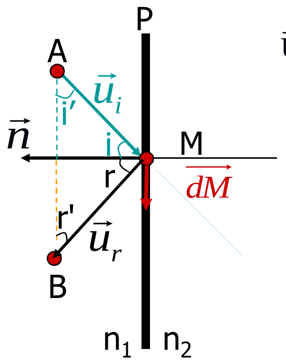
Willebrord Snell
(1580-1626)

René Descartes
1596-1650

LOIS DE SNELL –DESCARTES (REFLEXION)

Fermat $\Rightarrow dL(A \rightarrow M \rightarrow B) = 0$

$\vec{u}_i$ et $\vec{u}_r$ coplanaires



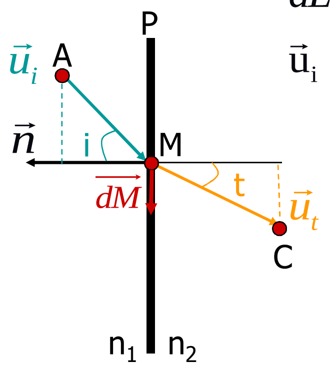
$$dL(A \rightarrow M \rightarrow B) = 0$$
$$\Rightarrow n_1 \vec{u_i}.\overrightarrow{dM} - n_1 \vec{u_r}.\overrightarrow{dM} = 0$$
$$\Rightarrow n_1 . dM . \cos i' = n_1 . dM . \cos r'$$
$$\Rightarrow \cos i' = \cos r'$$
$$\Rightarrow \sin i = \sin r$$
$$\Rightarrow i = r$$

Rayons incidents et réfléchis dans le même plan
i = r

LOIS DE SNELL–DESCARTES (REFRACTION)

$$dL(A \to M \to C) = 0$$

$\vec{u}_i$ et $\vec{u}_t$ coplanaires



$$dL(A \to M \to C) = 0$$

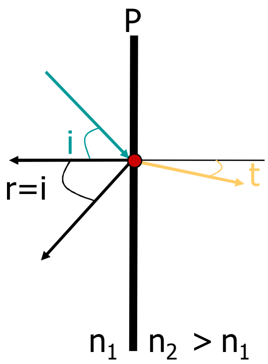
$$n_1 . \vec{u}_i . d\overrightarrow{M} - n_2 . \vec{u}_t . d\overrightarrow{M} = 0$$

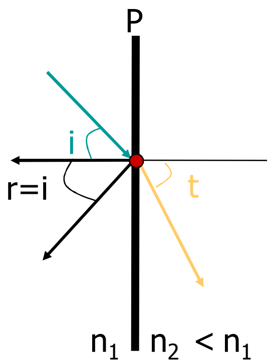
$$\Rightarrow n_1 \sin i = n_2 \sin t$$

Rayons incidents et transmis dans le même plan
$n_1 \sin i = n_2 \sin t$

LOIS DE SNELL -DESCARTES

La lumière suit la trajectoire qui minimise le temps de parcours :

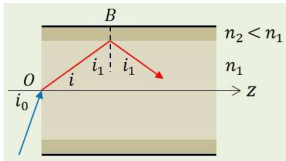




Rayons incidents réfléchis et transmis dans le même plan

$i = r$

$n_1 \sin i = n_2 \sin t$

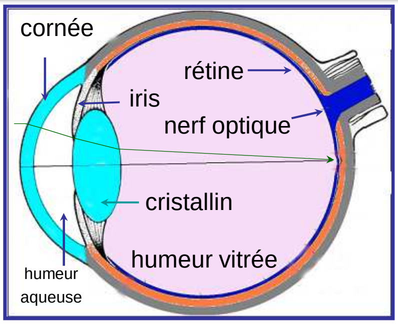


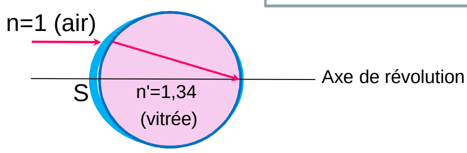
Conséquence: $(n_1/n_2) \sin i = \sin t \leq 1 \Rightarrow \sin i \leq n_2/n_1$

$n_2 < n_1 \Rightarrow$ réflexion totale si $i > \arcsin (n_2/n_1)$

PASS

MODELISATION D'UN ŒIL HUMAIN





Œil ≈ système optique dioptrique centré

- Dioptre = frontière entre un espace transparent d'indice de réfraction n' et un autre d'indice n ≠ n'

- Système optique = milieu transparent contenant des miroirs ou des dioptres
  - Pas de miroirs = système dioptrique
  - Miroirs = système catadioptrique

- Système optique centré = admettant un axe de révolution

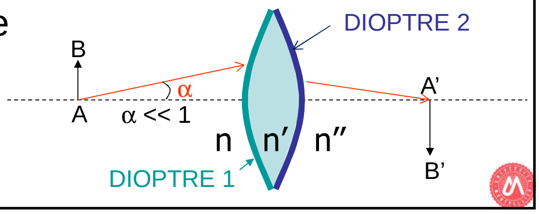
MODELISATION D'UN ŒIL (HYPOTHESES)

Approximation de Gauss :

- système optique centré,
- dont les rayons lumineux s'écartent peu de l'axe

Dans l'approximation de Gauss, le système optique est

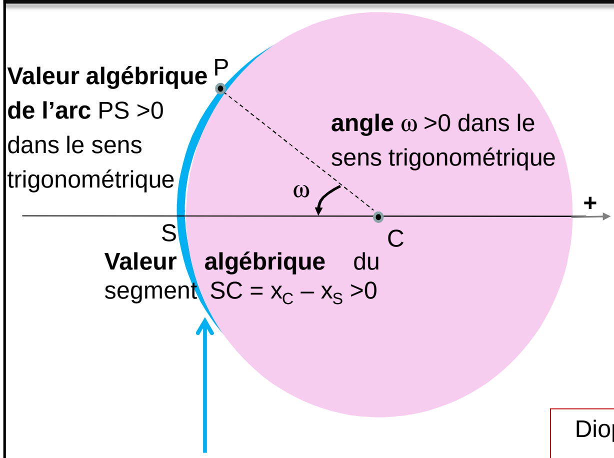
- stigmate si l'image de tout point A est un point A'
- aplanétique si l'image de tout segment AB perpendiculaire à l'axe est un segment A'B' perpendiculaire à l'axe



CONVENTIONS

Valeur algébrique de l'arc PS >0 dans le sens trigonométrique

angle ω >0 dans le sens trigonométrique



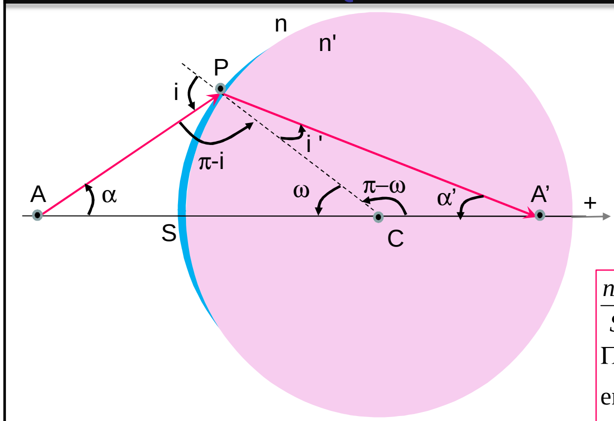
Axe optique (S,C) orienté positivement dans le sens de propagation de la lumière

Valeur algébrique du segment SC = $x_C - x_S$ >0

Dioptre sphérique dans un système optique centré

Dioptre sphérique de sommet S = portion de surface d'une sphère de centre C et de rayon SC

FORMULE DE CONJUGAISON DU DIOPTRE SPHERIQUE



$$n.\sin(i) = n'.\sin(i') \xrightarrow{GAUSS} n.i = n'.i'$$

$$\pi - i + \omega + \alpha = \pi \Rightarrow i = \omega + \alpha$$

$$\pi - \omega + i' + \alpha' = \pi \Rightarrow i' = \omega - \alpha'$$

$$\frac{n'-n}{SC} = \frac{n'}{SA'} - \frac{n}{SA} \overset{DEF}{=} \Pi$$

Π puissance ou vergence en dioptrie ($Dp = m^{-1}$)

$\Pi > 0 \Rightarrow$ dioptre convergent

$\Pi < 0 \Rightarrow$ dioptre divergent

$\Pi = 0 \Rightarrow$ dioptre plan ou absent

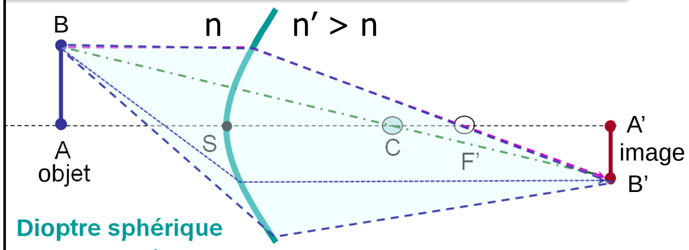
Π est additive

$$n.(\omega + \alpha) = n'.(\omega - \alpha') \Rightarrow (n'-n).\omega = n\alpha + n'\alpha'$$

$$\alpha = \frac{SP}{AS} = -\frac{SP}{SA} \quad \alpha' = \frac{PS}{A'S} = \frac{SP}{SA'} \quad \omega = \frac{PS}{CS} = \frac{SP}{SC}$$

$$\Rightarrow (n'-n).\frac{SP}{SC} = -n\frac{SP}{SA} + n'\frac{SP}{SA'}$$

CONSTRUCTION DES IMAGES



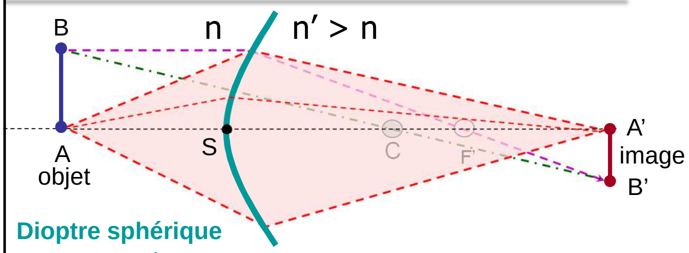
$$\Pi = \frac{n'-n}{SC} = \frac{n'}{SA'} - \frac{n}{SA}$$

Dioptre sphérique convergeant

Un rayon parallèle à l’axe optique émerge en coupant l’axe au foyer image F’ avec $\Pi = n'/SF'$

Un rayon normal au dioptre passe par le centre sans être dévié (Descartes)

CONSTRUCTION DES IMAGES



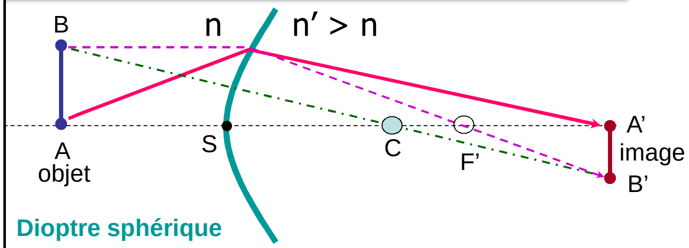
$$\Pi = \frac{n'-n}{SC} = \frac{n'}{SA'} - \frac{n}{SA}$$

Dioptre sphérique convergeant

Un rayon parallèle à l'axe optique émerge en coupant l'axe au foyer image F' avec $\Pi = n'/SF'$

Un rayon normal au dioptre passe par le centre sans être dévié (Descartes)

CONSTRUCTION DES IMAGES

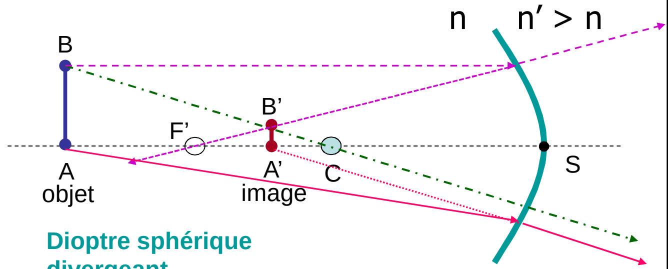


$$\Pi = \frac{n'-n}{SC} = \frac{n'}{SA'} - \frac{n}{SA}$$

Dioptre sphérique convergeant

Un rayon parallèle à l'axe optique émerge en coupant l'axe au foyer image F' avec $\Pi = n'/SF'$

Un rayon normal au dioptre passe par le centre sans être dévié (Descartes)

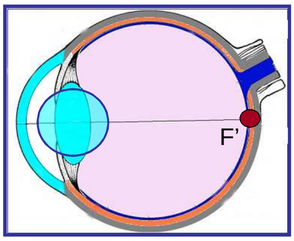


Dioptre sphérique divergeant

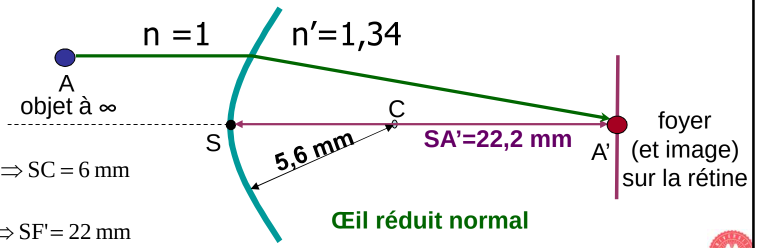
MODELE DE L'ŒIL REDUIT NORMAL

Cornée (42 Dp)
+
Cristallin
(22 Dp + δ)

= 4 dioptres



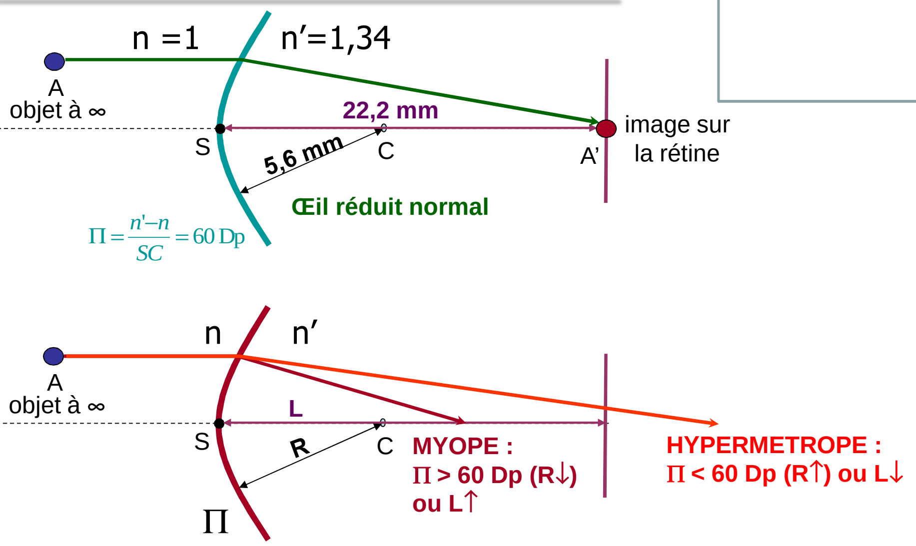
≅ 1 dioptre convergent (60 Dp)
La rétine est dans le plan focal image



$$\Pi = \frac{n'-n}{SC} = 60\ \text{Dp} \Rightarrow \text{SC} = 6\ \text{mm}$$

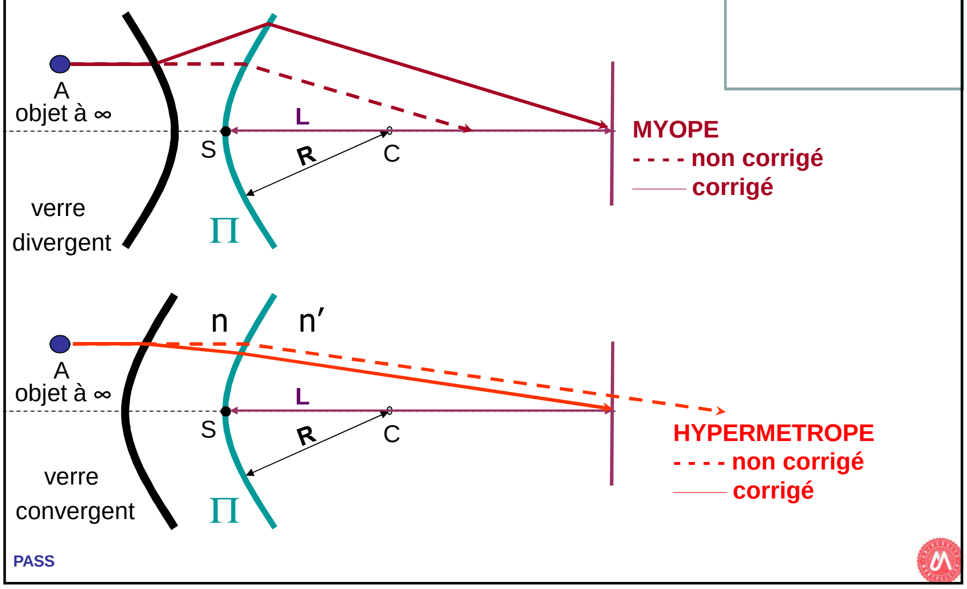
$$\Pi = \frac{n'}{SF'} = 60\ \text{Dp} \Rightarrow \text{SF'} = 22\ \text{mm}$$

AMETROPIES SPHERIQUES



Pathologie de la convergence

CORRECTIONS DES AMETROPIES SPHERIQUES



PASS

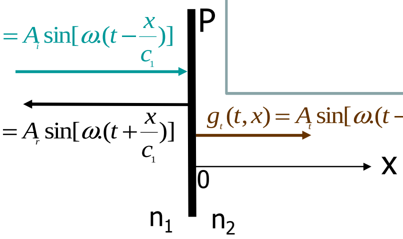
REFLEXION NORMALE

g représente par exemple E ou B d'une OEM

$g_i(t,x) = A_i \sin[\omega(t - \frac{x}{c_1})]$

$g_r(t,x) = A_r \sin[\omega(t + \frac{x}{c_1})]$

$g_t(t,x) = A_t \sin[\omega(t - \frac{x}{c_2})]$



$$\frac{\partial g_i}{\partial x}(t,0) + \frac{\partial g_r}{\partial x}(t,0) = \frac{\partial g_t}{\partial x}(t,0)$$

$$\Rightarrow -\frac{\omega}{c_1}A_i + \frac{\omega}{c_1}A_r = -\frac{\omega}{c_2}A_t \Rightarrow A_i - A_r = \frac{c_1}{c_2}A_t$$

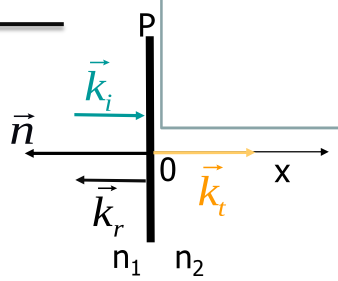
$$g_i(t,0) + g_r(t,0) = g_t(t,0)_t \Rightarrow A_i + A_r = A_t$$

$$\Rightarrow A_i - A_r = \frac{c_1}{c_2}A_t = \frac{c_1}{c_2}(A_i + A_r) \Rightarrow 1 - \frac{A_r}{A_i} = \frac{c_1}{c_2}\left(1 + \frac{A_r}{A_i}\right) \Rightarrow \boxed{\frac{A_r}{A_i} = \frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_1}}$$

PASS

REFLEXION NORMALE

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{A_r}{A_i} = \dfrac{c_2 - c_1}{c_2 + c_1} \\ c_i = \dfrac{c}{n_i} \end{array}\right] \Rightarrow \frac{A_r}{A_i} = \frac{\dfrac{c}{n_2} - \dfrac{c}{n_1}}{\dfrac{c}{n_2} + \dfrac{c}{n_1}} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$



En milieu homogène, l'intensité lumineuse est proportionnelle à A²:

$$\boxed{\begin{array}{c} r = \dfrac{I_r}{I_i} = \left(\dfrac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2 \\ t = \dfrac{I_t}{I_i} = 1 - r \end{array}}$$

Ex: lentille en verre (n_2=1,5) dans de l'air (n_1=1) : r= 4%

Conséquence: réflexion totale si $n_2 \to \infty$ (soit $n_2 >> n_1$)

REFLEXION NORMALE TOTALE

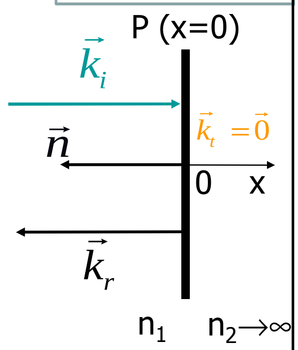
$$\vec{E}_i\,(t,x) = \vec{E}_0\,\sin\left[\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)\right] \qquad \vec{E}_r\,(t,x) = -\vec{E}_0\,\sin\left[\omega\left(t+\frac{x}{c}\right)\right]$$

$$\text{interférences}: \vec{E}(t,x) = \vec{E}_i\,(t,x) + \vec{E}_r\,(t,x)$$

$$\vec{E}(t,x) = \vec{E}_0\left\{\sin\left[\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)\right] - \sin\left[\omega\left(t+\frac{x}{c}\right)\right]\right\}$$

Rappel: $\sin p - \sin q = 2\sin\frac{p-q}{2}\cos\frac{p+q}{2}$

donc : $\vec{E}(t,x) = 2\vec{E}_0\left\{\sin\left[-\frac{\omega.x}{c}\right]\cos[\omega.t]\right\}$

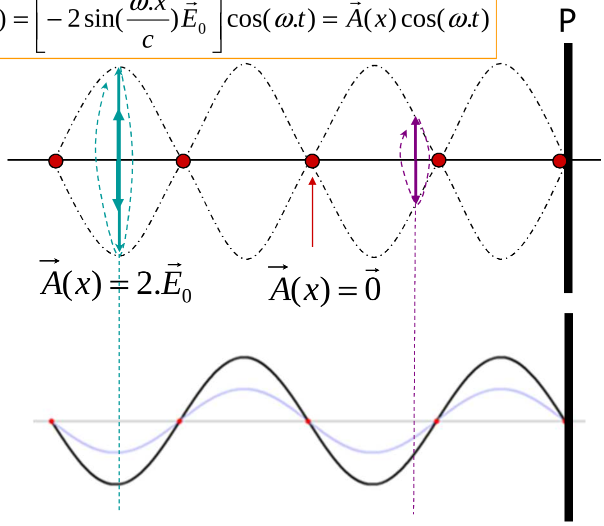


$$\boxed{\vec{E}(t,x) = \left[-2\sin\left(\frac{\omega.x}{c}\right)\vec{E}_0\right].\cos(\omega.t) = \vec{A}(x).\cos(\omega.t)}$$

PASS

ONDE STATIONNAIRE

$$\vec{E}(t,x) = \left[-2\sin(\frac{\omega.x}{c})\vec{E}_0\right]\cos(\omega.t) = \vec{A}(x)\cos(\omega.t)$$



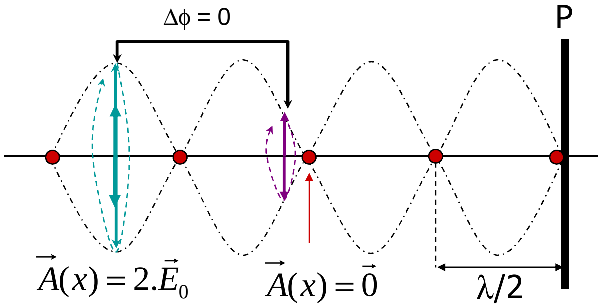
Pas de déphasage

Amplitude

$$\vec{A}(x) = -2\sin(\frac{\omega.x}{c})\vec{E}_0$$

variable avec x

ONDE STATIONNAIRE



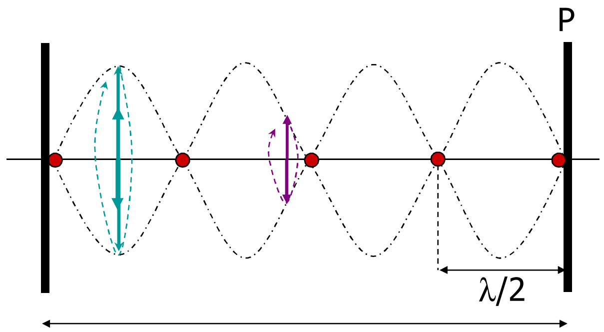
Pas de déphasage

Amplitude A(x) variable avec x

$$\sin(\frac{\omega.x}{c}) = 0 \Leftrightarrow \frac{2\pi.x}{cT} = \frac{2\pi.x}{\lambda} = N.\pi \Leftrightarrow x \in \left\{0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, 3\frac{\lambda}{2}, \ldots\right\}$$

$$\boxed{\vec{E}(t,x) = \left[-2\sin(\frac{\omega.x}{c})\vec{E}_0\right]\cos(\omega.t) = \vec{A}(x).\cos(\omega.t)}$$

ONDE STATIONNAIRE & QUANTIFICATION



L=kλ/2
λ=2L/k
k entier naturel

$$\vec{E}(t,x) = \left[-2\sin(\frac{\omega x}{c})\vec{E}_0 \right] \cos(\omega t)$$

Si le milieu est limité de dimension L, λ ne peut prendre que certaines valeurs discrètes 2L/k :

λ=2L, L, 2L/3, L/2,…

On dit que ces grandeurs sont quantifiées

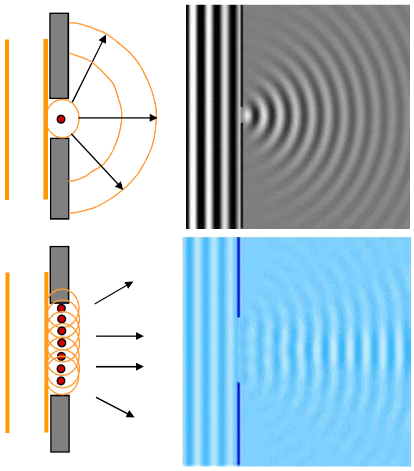
OBJECTIFS DU POINT D' ÉTAPE 3

Savoir définir, caractériser et manipuler:

- Un chemin optique et le principe de Fermat
  - Calculs de chemins optiques dans diverses configurations
- Les lois de Descartes et la réflexion normale
  - Dans des contextes géométriques variés
- Les coefficients de réflexion et de transmission
- Onde stationnaire en lien avec la quantification
- L'approximation de Gauss, la relation de conjugaison du dioptre et ses applications dans la correction des amétropies sphériques

DIFFRACTION

Rappel du principe de Huygens-Fresnel : chaque point d'une surface d'onde agit comme une source ponctuelle émettant en phase,



Diffraction = changement de direction d'une onde au passage d'un écran percé d'un trou de diamètre b de l'ordre ou inférieur à la longueur d'onde.

Après l 'écran :

① une ou plusieurs ondes sphériques se propagent.

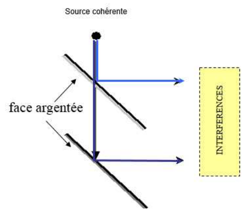
② un déphasage apparaît entre les rayons émis dans une direction

③ les ondes cohérentes ré-émises peuvent s'additionner algébriquement = interférences

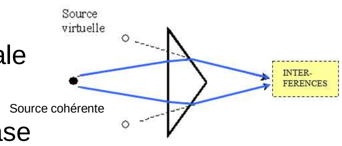
INTERFERENCES

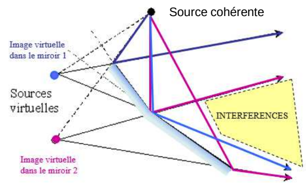
- Définition : Addition algébrique d'ondes progressives pures cohérentes
  - Attention : il ne s'agit pas simplement de l'addition des intensités des ondes (qui a lieu même avec des ondes incohérentes)

- Exemples :
  - Onde stationnaire après réflexion normale
  - Ondes sphériques après diffraction
  - Onde fractionnée avec décalage de phase



Miroirs réfléchissant et semi-réfléchissant

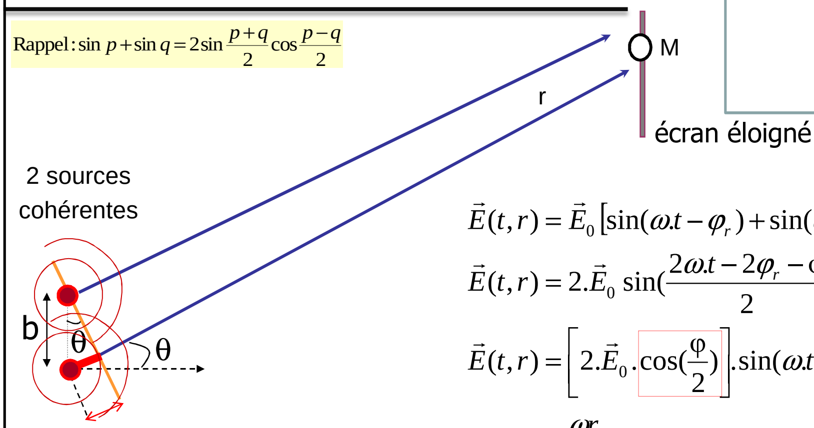




Bi-prisme et miroirs de Fresnel

INTERFERENCES DE 2 SOURCES COHERENTES

Rappel : $\sin p + \sin q = 2\sin\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}$



$$\vec{E}(t,r) = \vec{E}_0\left[\sin(\omega.t-\varphi_r)+\sin(\omega.t-\varphi_r-\varphi)\right]$$

$$\vec{E}(t,r) = 2.\vec{E}_0\,\sin\left(\frac{2\omega.t-2\varphi_r-\varphi}{2}\right).\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$

$$\vec{E}(t,r) = \left[2.\vec{E}_0.\boxed{\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)}\right].\sin\left(\omega.t-\varphi_r-\frac{\varphi}{2}\right)$$

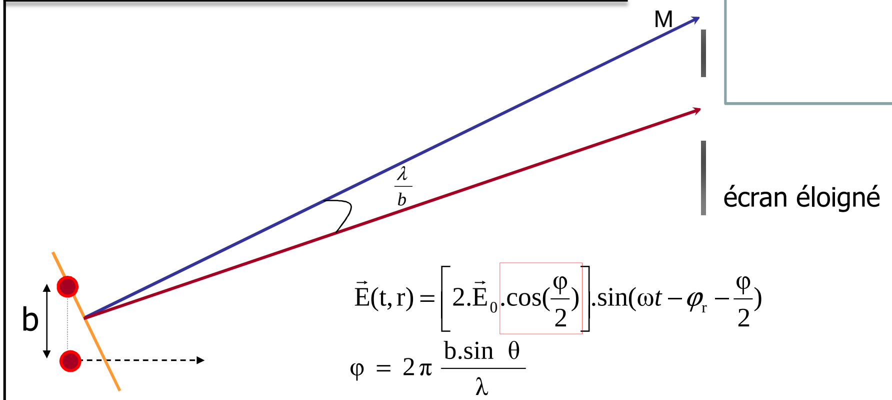
$$(\text{où } \varphi_r = \frac{\omega r}{c})$$

$D = b.\sin\theta$

$\varphi = \frac{\omega}{c}D = \frac{2\pi}{\lambda}D$

$\Rightarrow \varphi = 2\pi\frac{b.\sin\theta}{\lambda}$ indépendant du temps t

INTERFERENCES DE 2 SOURCES COHERENTES



$$\vec{E}(t,r) = \left[2.\vec{E}_0.\cos(\frac{\varphi}{2}) \right].\sin(\omega t - \varphi_r - \frac{\varphi}{2})$$

$$\varphi = 2\pi \frac{b.\sin\ \theta}{\lambda}$$

Amplitude (donc intensité) maximum si $|\cos(\varphi/2)|$ maximum, soit si φ /2 multiple de π

$$\frac{\varphi}{2} = \pi.\frac{b.\sin\ \theta}{\lambda} = k.\pi \Leftrightarrow \sin\ \theta = k.\frac{\lambda}{b} \approx \theta$$

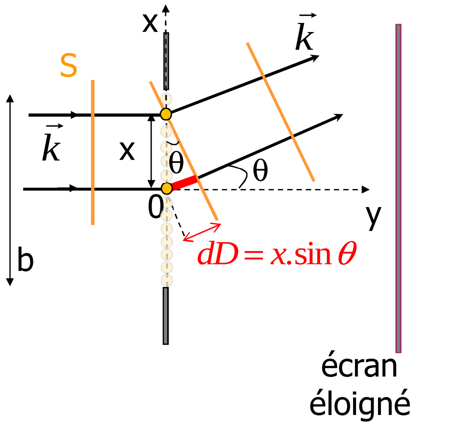
Succession de bandes claires et sombres → mesures de petits déplacements, astronomie

INTERFERENCES APRES DIFFRACTION

Calcul du déphasage entre deux rayons distants de x, diffractés sous un angle θ :

$$d\varphi = \frac{\omega}{c} dD = \frac{2\pi}{\lambda} dD$$

$$\Rightarrow d\varphi = \frac{2\pi . \sin\theta}{\lambda} x = \Theta . x$$



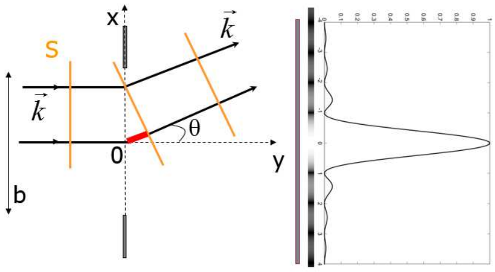
Dans la direction θ, l'onde observée après diffraction est la somme de toutes les ondes déphasées ayant passé l'obstacle entre –b/2 et +b/2 et ayant été diffractées dans la direction θ: $\vec{E} = \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\vec{A}_0}{b} \sin(\omega . t - \Theta x) . dx$

ONDE DIFFRACTEE (Cf. Annexe 2)

$$\vec{E} = \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\vec{A}_0}{b} \sin(\omega t - \Theta x).dx \quad \text{avec} \quad \Theta = \frac{2\pi.\sin\theta}{\lambda}$$

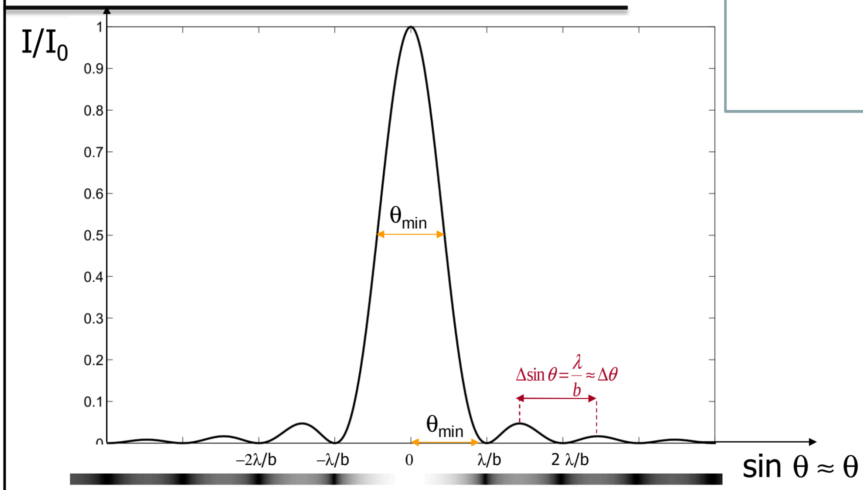
$$\Rightarrow \vec{E} = \boxed{\vec{A}_0.\mathrm{sinc}\left(\frac{\pi.b.\sin\theta}{\lambda}\right)} \sin(\omega t)$$

Amplitude $\vec{A}$ minimale pour $\pi.b.\sin\theta/\lambda = N.\pi$



$$\boxed{\vec{A} = \vec{A}_0.\mathrm{sinc}\left(\frac{\pi\, b \sin\theta}{\lambda}\right) = \vec{0} \Leftrightarrow \sin\theta_{min} = N\frac{\lambda}{b}, \quad N \text{ entier}}$$

INTERFERENCES APRES DIFFRACTION

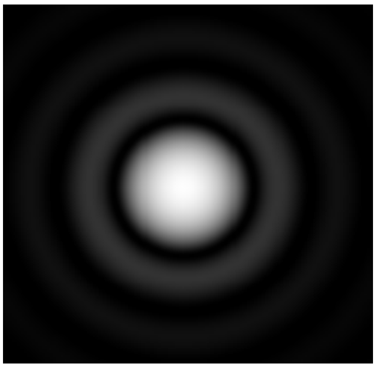


$$\sin\,\theta_{min} = \frac{\lambda}{b} \approx \theta_{min}$$ est aussi la largeur à mi-hauteur du maximum principal

DIFFRACTION PAR DES ECRANS

ORIFICE CARRE DE COTE b $\sin\ \theta^{N}{}_{min} = N.\dfrac{\lambda}{b}$

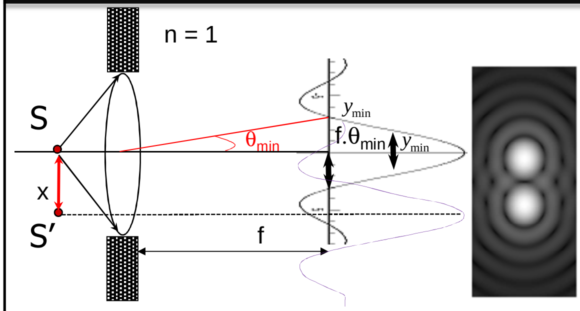
ORIFICE CIRCULAIRE DE DIAMETRE d



$\sin\ \theta^{N}{}_{min} = 1{,}22\,.\,N.\dfrac{\lambda}{d}$

N entier positif

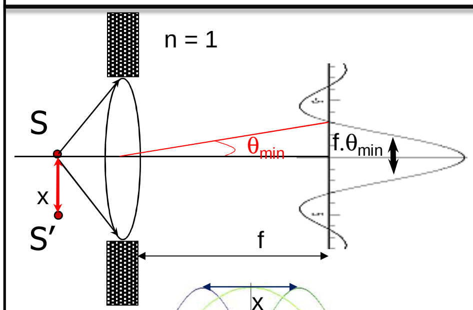
LA DIFFRACTION LIMITE LA RESOLUTION

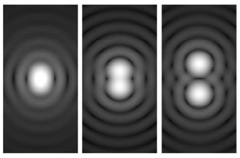


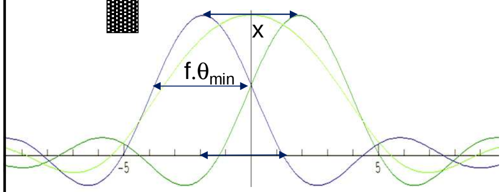
$$\theta_{\min} \approx \sin\theta_{\min} = 1{,}22.\ \frac{\lambda}{d}$$

$$y_{\min} \approx f.\theta_{\min} \approx f.1{,}22.\ \frac{\lambda}{d}$$

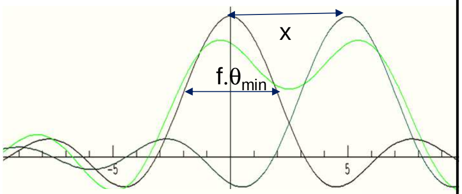
LA DIFFRACTION LIMITE LA RESOLUTION







$x \leq f.\theta_{min}$: fusion des 2 objets

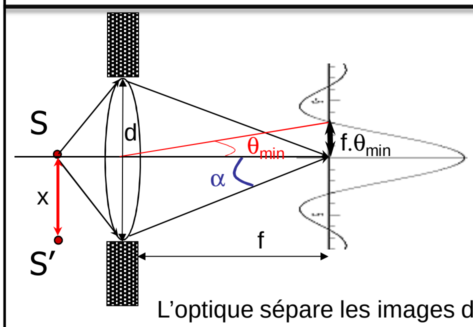


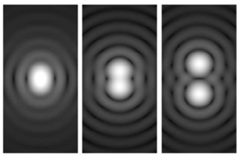
$x > f.\theta_{min}$: 2 objets vus

L'optique sépare les images de 2 objets distants de x si x > LMH = $f.\theta_{min} = 1{,}22.\lambda.f/d$

Rm : N = f/d = nombre d'ouverture des objectifs photographiques (f/2,8 > f/5,6 = d)
La diffraction dégrade plus la résolution pour N=5,6 (d↓) que pour N=2,8 (d↑)

LA DIFFRACTION LIMITE LA RESOLUTION





L’optique sépare les images de 2 objets distants de x > LMH = $f.\theta_{min}$

LMH = R = pouvoir séparateur = résolution

$$\sin\alpha \approx tg\alpha = \frac{\frac{d}{2}}{f} = \frac{d}{2f} \Rightarrow \frac{f}{d} \approx \frac{1}{2\sin\alpha}$$

Si on interpose une goutte d’huile d’indice n entre le diaphragme et l’écran de visualisation, il faut remplacer la longueur d’onde dans le vide λ par λ/n :

$$\lambda_n = c_n.T = \frac{c}{n}.T = \frac{\lambda}{n}$$

Pouvoir séparateur d’un instrument d’optique:

$$R = 1{,}22.\lambda.\frac{f}{d} = \frac{0{,}61.\lambda}{\sin\alpha}$$

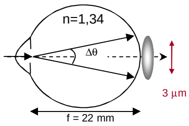
ou $\frac{0{,}61.\lambda}{n.\sin\alpha}$ si le milieu image est d’indice n

Cf. cours d’UE3 sur la microscopie optique

LA DIFFRACTION LIMITE LA RESOLUTION

Résolution angulaire = 1,22 . $\lambda/d = \theta_{min}$
Résolution spatiale = 1,22 . $\lambda f/d$ = 0,61. $\lambda/(n.\sin\alpha)$

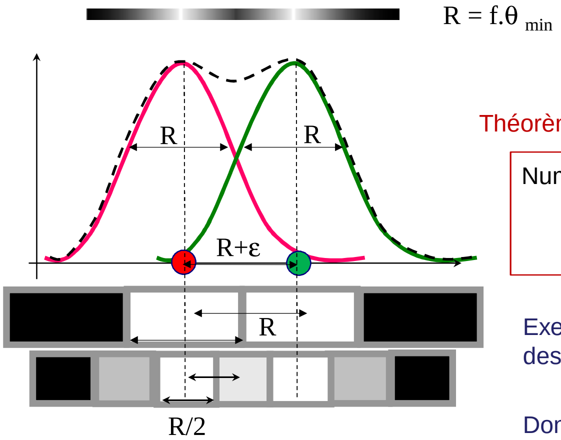
- Pupille d = 5 mm, λ_n = 500/1,34 nm $\Rightarrow \theta_{min}$ = 0.09 mrad.
  R = f.θ_{min} = 2 µm



- Microscope d = 1 cm, λ = 500 nm, n.sin α = 1,5
  θ_{min} = 61 µrad et R = 0,2 µm

- Intérêt des optiques de grand diamètre (télescopes)
- intérêt des faibles λ (rayons X ou γ, …)
- Intérêt d'un milieu de n élevé entre la lame et le microscope

RESOLUTION ET NUMERISATION



Théorème d'échantillonnage de Shannon:

Numérisation sans perte d'information
⇕
Dimension du pixel = R/2

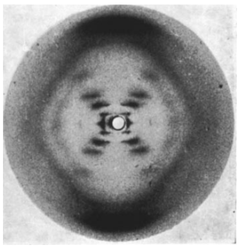
Exemple: calcul du diamètre optimal des cônes de la rétine: 2 µm/2 = 1 µm

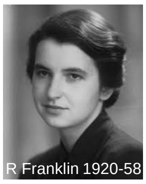
Données histologiques :
Bâtonnets : 2 µm ; Cônes : 1 à 3 µm

Nb: la diffraction n'est pas la seule à limiter la résolution, cf. DFGSM2

APPLICATIONS DE LA DIFFRACTION

- Holographie
- Détermination des structures moléculaires
  - sin θ ≈ λ/d donne l'ordre de grandeur de d
  - La symétrie de la figure de diffraction reflète celle de l'objet diffractant
  - Rayons X : λ ≈ Å, adaptés à sonder les structures moléculaires
  - L'analyse de Fourier des figures de diffraction générées par des molécules biologiques cristallisées permet d'en déduire la structure

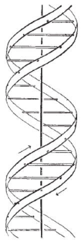




R Franklin 1920-58

« photographie 51 »
RE Franklin & R Gosling.
Nature. 171,740-741. 1953

⇨



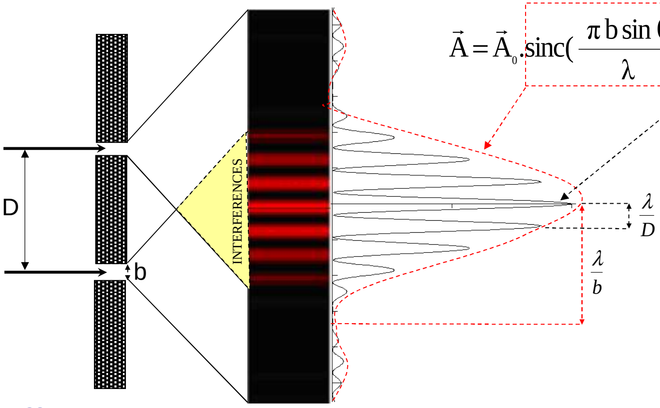
A structure of DNA
JD Watson & FHC Crick.
Nature. 171, 737-738. 1953
(parmi 5 articles)

EXEMPLE DES FENTES D'YOUNG

On associe diffraction, sommation des rayons diffractés et interférences de ceux issus de chacun des deux trous

Le calcul pour cet exemple donne :

$$\vec{A} = \vec{A}_0 . \mathrm{sinc}\left(\frac{\pi b \sin\theta}{\lambda}\right) . \cos\left(\frac{\pi D \sin\theta}{\lambda}\right)$$



ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

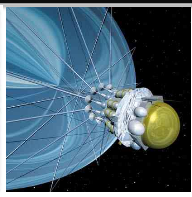
OBJECTIFS DU POINT D' ÉTAPE 4

- Savoir :
  - Définir des ondes cohérentes, interférence, diffraction.
  - Évaluer si des interférences sont possibles
  - Calculer un déphasage et une interférence dans des cas simples.
  - Manipuler la relation sin θ_{min}=N.λ/b
  - en déduire les caractéristiques de résolution angulaire des instruments optiques et les conditions de numérisation.

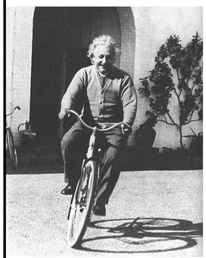
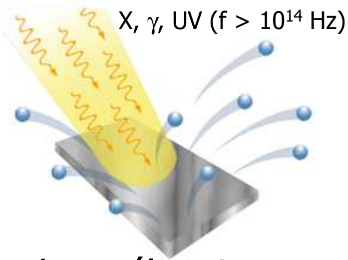
PASS

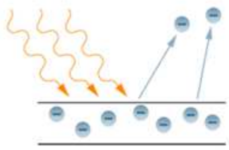
APPROCHE EXPERIMENTALE





↳Pression de radiation: lumière ⇒ chocs de particules ?

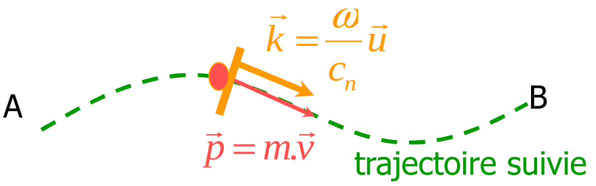


1905: effet photo-électrique seulement avec UV, X ou γ

↳ Lumière = Particules dont l'énergie dépend de f ?

PASS

DUALITE ONDE-CORPUSCULE

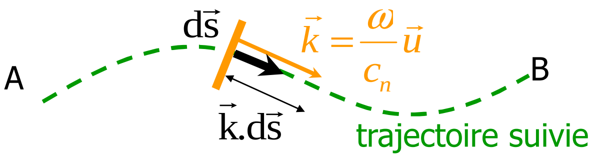


Problème : modéliser ensemble les deux caractéristiques de la lumière :
- ondulatoires : réflexion, réfraction, diffraction, interférences…
- corpusculaires : chocs, effet photo-électrique, effet Compton…

Idée : Modéliser via le principe de moindre action et l'analogie entre :
- ondulatoire : surface d'onde / vecteur d'onde $\vec{k}$
- corpusculaire : masse / quantité de mouvement $\vec{p}$

PRINCIPES DE MOINDRE ACTION

Aspect ondulatoire: principe de Fermat (1657)



1601-1665

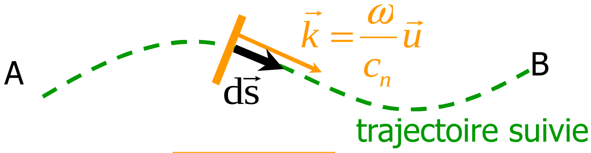
$$C = \int_A^B n.ds$$ chemin optique minimal

$$C = \int_A^B n.ds = \int_A^B \frac{c}{c_n}.ds = \int_A^B \frac{c}{c_n}\frac{\omega}{\omega}.ds = \frac{c}{\omega}\int_A^B \frac{\omega}{c_n}.ds = \frac{c}{\omega}\int_A^B \vec{k}.d\vec{s}$$

car $n = \frac{c}{c_n}$

PRINCIPES DE MOINDRE ACTION

Aspect ondulatoire: principe de Fermat (1657)

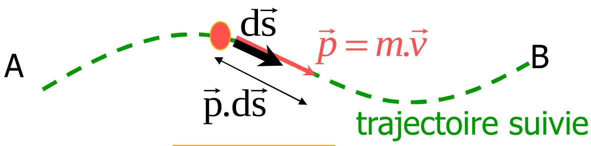


1601-1665

$$\boxed{A = \int_A^B \vec{k}.d\vec{s}}$$ minimale

PRINCIPES DE MOINDRE ACTION

Aspect corpusculaire: principe de Maupertuis (1744)



1698-1769

$$\boxed{A = \int_A^B \vec{p}.d\vec{s}}$$ minimale

Justifications :

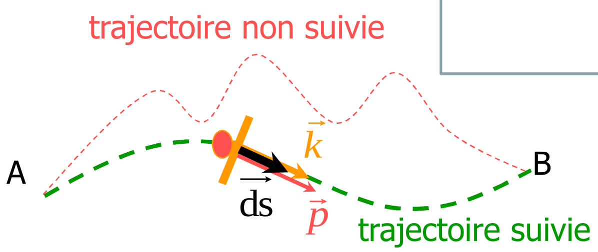
$$m \text{ et } v \text{ constants} \Rightarrow \int_A^B \mathrm{p.ds} = \int_A^B \mathrm{m.v.ds} = m.v.\int_A^B ds = m.v.(s_B - s_A)$$

$$E_c \text{ constant} \Rightarrow \int_A^B \mathrm{p.ds} = \int_A^B \mathrm{m.v.ds} = \int_A^B \mathrm{m.v.}\frac{\mathrm{ds}}{\mathrm{dt}}.dt = \int_A^B \mathrm{m.v^2}.dt = 2.E_c\int_A^B dt = 2.E_c(t_B - t_A)$$

PRINCIPES DE MOINDRE ACTION

$$A = \int_A^B \vec{k}.d\vec{s}$$

$$A' = \int_A^B \vec{p}.d\vec{s}$$



Description ondulatoire et corpusculaire de la lumière
$\Rightarrow$ A et A' minimaux ensembles

Il suffit d'avoir $\vec{p}$ et $\vec{k}$ proportionnels : $\boxed{\vec{p} = \hbar.\vec{k}}$

RELATION DE LOUIS DE BROGLIE

$$p = \hbar.k \Rightarrow p = \hbar.\frac{\omega}{c_n} = \hbar.\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{h}{\lambda}$$

Constante de Planck
h = 6,62 10^{-34} J.s
$\hbar = h/2\pi$

$$\boxed{\lambda = \frac{h}{p}}$$

Longueur d'onde (m)

quantité de mouvement de la particule (kg.m.s^{-1})

ONDE ↔ PARTICULE

1892-1987

APPLICATION NUMERIQUE

- Sujet de 70 kg se déplaçant à 10 km/h

$$\lambda = \frac{6.62.10^{-34}}{70.10000/3600} = 3{,}4.10^{-36}\,\text{m} \quad << \quad 10^{-18}\ \text{m (électron)}$$

- Électron accéléré sous 100 V

$$\frac{1}{2}m.v^2 = e.V \Rightarrow m^2.v^2 = 2m.e.V \Rightarrow p = m.v = \sqrt{2.m.e.V} = 5{,}4.10^{-24}\,\text{kg.m.s}^{-1}$$

$$\lambda = \frac{6.62.10^{-34}}{5{,}4.10^{-24}} = 1{,}2.10^{-10}\,\text{m} \approx \text{dimensions atomiques}$$

Donc : comportement ondulatoire (diffraction) des électrons

Les électrons ⇒↑ résolution des microscopes (∝ λ↓/d)

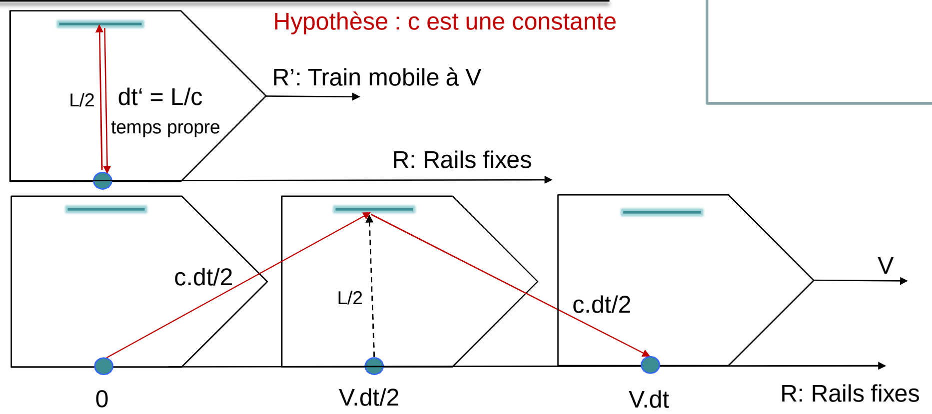
mais ce comportement ne peut pas se manifester pour un humain …

3 CONSEQUENCES DE LA DUALITE O.C

- Relation du quantum d'Einstein
  - Que signifie λ=h/p dans le cas d'un photon (m=0 mais p≠0) ?
- Relations d'incertitudes d'Heisenberg
  - Où comment le hasard entre en jeu du fait de la dualité onde-corpuscule
- Quantification des grandeurs physiques
  - Où l'on renonce à la continuité des grandeurs physiques

RELATIVITE RESTREINTE

Hypothèse : c est une constante



$$\left(\frac{c.dt}{2}\right)^2 = \left(\frac{V.dt}{2}\right)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2 \Rightarrow dt^2.\left(c^2 - V^2\right) = L^2 = c^2.dt'^2 \Rightarrow dt^2 = \frac{c^2.dt'^2}{c^2 - V^2} = \frac{dt'^2}{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

$$\boxed{dt = \frac{dt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \gamma.dt' \quad \text{où} \quad \gamma \geq 1}$$

PASS

Exemple: V = 0,87.c $\Rightarrow \gamma = 2$
Si vue de l’intérieur du train, l’horloge bat toutes les ns (t’=L/c=10^{-9}s), alors elle bat 2 fois plus lentement (t=2 ns), vue du sol.

IMPULSION & ENERGIE EN RELATIVITE

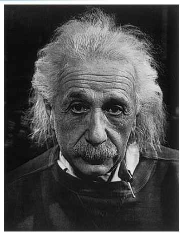
$$p = m\frac{dr}{dt'} = m\frac{dr}{dt}\frac{dt}{dt'} = m\frac{dr}{dt}\gamma \Rightarrow \boxed{p = \gamma.m.V} \quad \text{où} \quad \frac{dt}{dt'} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \gamma$$

En particulier, $\boxed{V = c \Rightarrow m = 0}$

de plus, comme $(1-\varepsilon)^n \overset{\varepsilon\to 0}{\approx} (1-n.\varepsilon)$

$$\gamma.\mathrm{mc}^2 = \frac{\mathrm{mc}^2}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} = \mathrm{mc}^2.\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \overset{V<<c}{\approx} \mathrm{mc}^2.\left(1+\frac{V^2}{2c^2}\right) = \mathrm{mc}^2 + \frac{1}{2}mV^2 = E$$

Donc, en généralisant : $\boxed{E = \gamma.\mathrm{mc}^2}$



A Einstein
1879-1955

$$E = \gamma.m.c^2 = \frac{p}{V}.c^2 = p.c \quad \text{si} \quad V = c \quad \text{donc} \quad \boxed{m = 0 \Rightarrow E = p.c}$$

Remarque, plus généralement :

$$E^2 = \gamma^2\mathrm{m}^2\mathrm{c}^4 = \mathrm{m}^2\mathrm{c}^4(1+\gamma^2-1) = \mathrm{m}^2\mathrm{c}^4(1+\frac{1}{1-\frac{V^2}{c^2}}-1) = \mathrm{m}^2\mathrm{c}^4(1+\frac{\frac{V^2}{c^2}}{1-\frac{V^2}{c^2}}) = \mathrm{m}^2\mathrm{c}^4(1+\gamma^2\frac{V^2}{c^2}) \Rightarrow E^2 = \mathrm{m}^2\mathrm{c}^4 + \mathrm{m}^2\mathrm{c}^2\gamma^2V^2 \Rightarrow E^2 = \mathrm{m}^2\mathrm{c}^4 + \mathrm{p}^2\mathrm{c}^2$$

RELATION DU QUANTUM

Pour une particule (PHOTON) associée à une onde électromagnétique se déplaçant à la célérité de la lumière c :

$$M = \frac{m_{repos}}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}} \quad \text{donc} \quad V = c \Rightarrow m_{repos} = 0$$

$$m_{repos} = 0 \Rightarrow E = p.c$$

La relation de L. de Broglie s'écrit dans ce cas particulier :

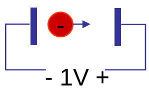
$$p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \boxed{E = \frac{hc}{\lambda} = hf = \hbar.\omega} \qquad \hbar \overset{DEF}{=} \frac{h}{2\pi}$$

E : énergie du photon
ω, f et λ: pulsation, fréquence et longueur de l'OEM associée
c: célérité des OEM dans le vide; h: constante de Planck

RELATION DU QUANTUM

$$E = \frac{hc}{\lambda} = hf = \hbar.\omega \quad \text{où} \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Électron-volt = énergie acquise
par un électron accéléré sous 1 V :
E = q.V où q=e et V=1
1 eV = 1,602.10^{-19} J

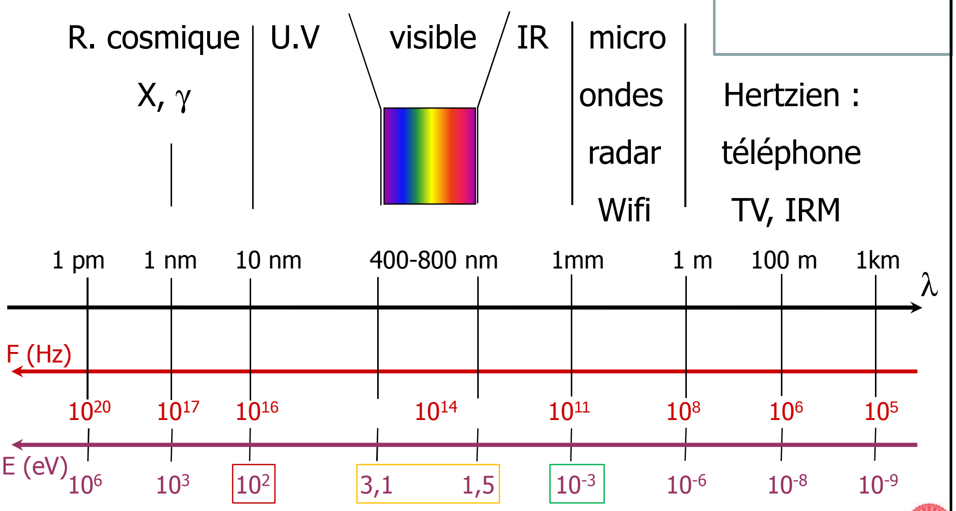


$$E(eV) = \frac{h.c}{e.\lambda(nm).10^{-9}} \Rightarrow E(eV) = \frac{6{,}626.10^{-34}.2{,}998.10^{8}}{1{,}602.10^{-19}.\lambda(nm).10^{-9}}$$

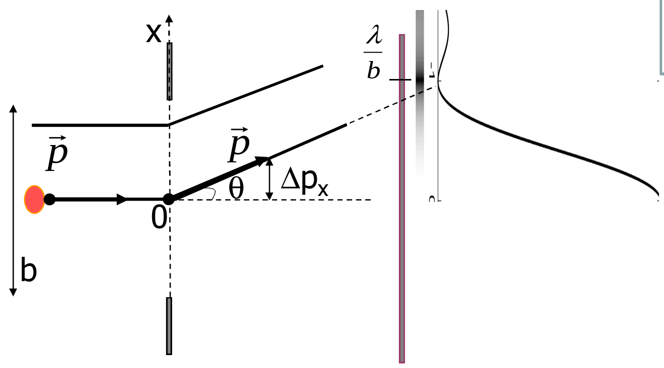
$$\boxed{E(eV) = \frac{1240}{\lambda(nm)}}$$

Attention: cette relation ne s’applique pas aux particules de masses au repos non nulles

CLASSIFICATION SIMPLIFIEE



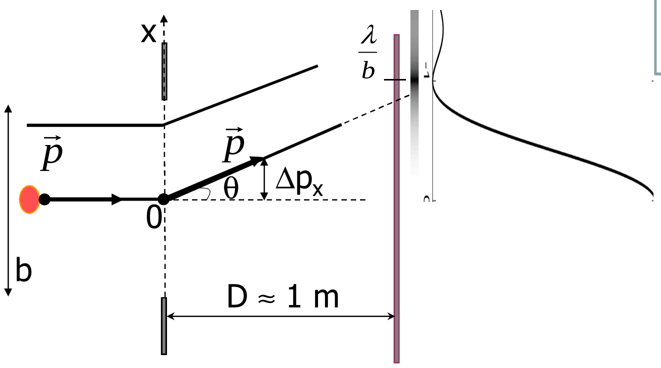
RETOUR SUR LA DIFFRACTION



La même figure d'interférences est enregistrée sur une plaque photographique lorsque les photons sont émis un par un

Interprétation ?

RETOUR SUR LA DIFFRACTION



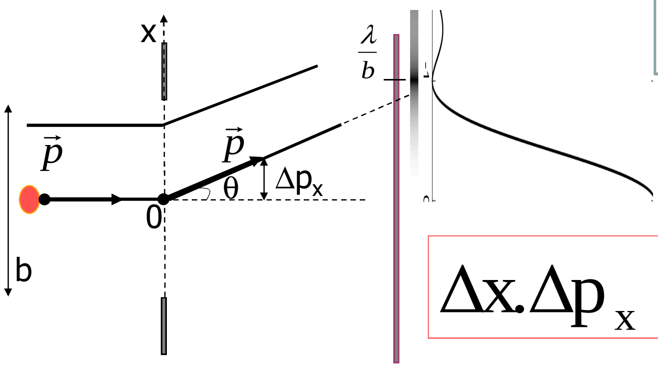
Incertitude sur la position du photon : $\Delta x = b$

Incertitude sur l'impulsion du photon : $\Delta p_x = p.\sin\theta$

si θ petit et $D \approx 1m$, alors $p.\sin\theta \approx p.\theta \approx p.\lambda/b$

Alors $\Delta x.\Delta p_x \approx b.\ p.\ \lambda/b = p.\ \lambda = h\ (\approx h/2\pi)$

RETOUR SUR LA DIFFRACTION



$$\Delta x.\Delta p_x \geq \hbar \neq 0$$

L'incertitude sur la direction de diffraction de l'OEM se retrouve dans l'impossibilité de connaître avec une absolue précision à la fois la position et l'impulsion du photon

RELATIONS D'INCERTITUDE D'HEISENBERG

$$\Delta x.\Delta p_x \geq \hbar$$

$$\Delta E.\Delta t \geq \hbar$$

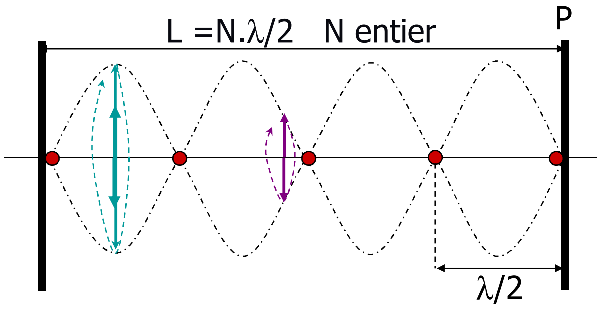
ΔE : énergie échangée lors d'une interaction de durée Δt

1901-1976

Pour calculer une trajectoire à partir de la relation fondamentale de la dynamique (Σf=ma*), il faut connaître exactement les positions et impulsions initiales, ce qui n'est pas le cas.*

Donc, il n'y a pas de trajectoire définie à l'échelle des particules élémentaires, mais seulement des probabilités de présence p

QUANTIFICATION



Dualité Onde-particule ⇒ L. d'onde λ=2.L/N quantifiée
⇒ fréquence f=c/λ=N.c/(2L) quantifiée
⇒ Énergie = hf =N.h.c/(2L) quantifiée

Les grandeurs physiques ne varient pas continûment, mais par multiples d'une grandeur élémentaire: elles sont quantifiées.

OBJECTIFS DU POINT D' ÉTAPE 5

- Savoir expliquer pourquoi une modélisation duale ondulatoire et corpusculaire entraîne :
  - λ = h/p et E= hc/ λ pour les particules de masses nulles
  - $\Delta x.\Delta p_x$ borné inférieurement et la perte du concept de trajectoire
  - La quantification des grandeurs physiques
- Savoir manipuler :
  - Les relations λ = h/p et E= hc/ λ
  - Et les conséquences de E= hc/ λ sur la classification des REM
- Connaître: les ordres de grandeur limites en énergie des photons :
  - (X,γ) : E > 10-100 eV ; (visible) : E = 1-3 eV; (Hertzien) : E < 1 meV

LE MODELE STANDARD

BOSONS DE JAUGE
(INTERACTIONS)

INTERACTION	BOSON	CIBLE	PORTEE fm	I/I_f
FORTE	8 GLUONS	HADRON	1	1
ELECTRO-MAGNETIQUE	PHOTON	CHARGEE	∞	10^{-3}
FAIBLE	Z° W^+, W^-	TOUTE	10^{-3}	10^{-5}
GRAVITATION	(GRAVITON) ?	MASSIQUE	∞	10^{-38}

FERMIONS (MATIERE)

6 quarks ← → 6 leptons

u	c	t	2e/3
d	s	b	-e/3

e	μ	τ	-e
ν_e	ν_μ	ν_τ	0

+ 6 anti-quarks
6 anti-leptons

paires/triplets :
HADRONS

ELECTRON
e = 1,6 10^{-19} Cb

proton = (uud) $q=\left(\frac{2}{3}+\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\right)e=e$

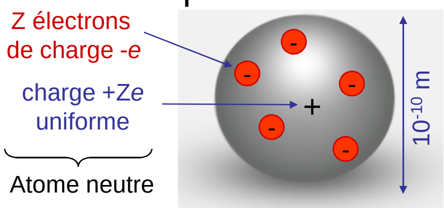
neutron = (udd) $q=\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\right)e=0$

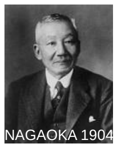
PASS

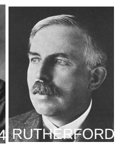
ATOME = (p,n,e)

MODELES ATOMIQUES

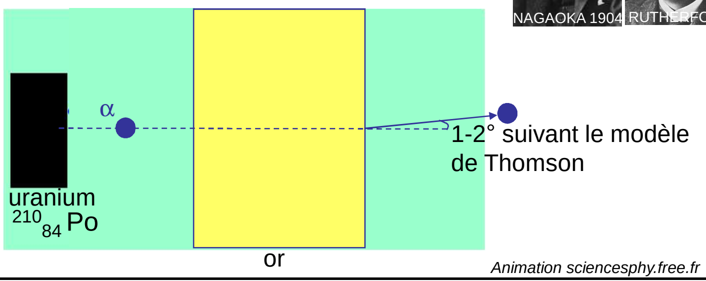
- Modèle atomique de Thomson







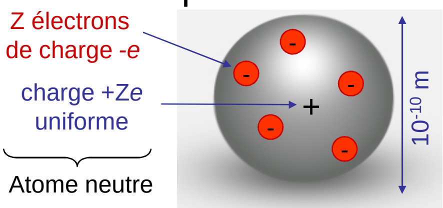
- Expérience d'E. Rutherford (1911)



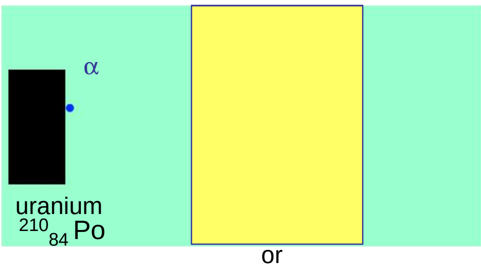
Animation sciencesphy.free.fr

MODELES ATOMIQUES

- Modèle atomique de Thomson



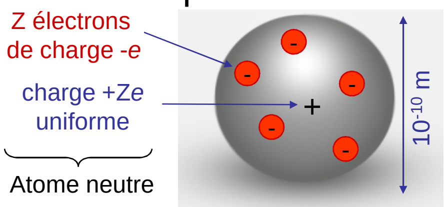
- Modèle atomique d'E. Rutherford (1911)



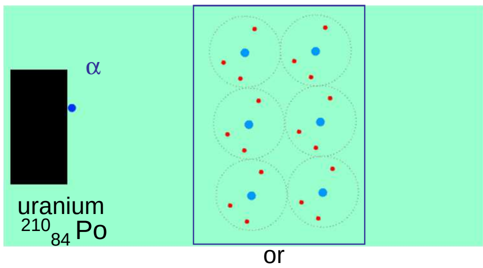
Animation sciencesphy.free.fr

MODELES ATOMIQUES

- Modèle atomique de Thomson



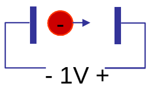
- Modèle atomique d'E. Rutherford (1911)



Animation sciencesphy.free.fr

UNITES EN PHYSIQUE ATOMIQUE

- Energie : électron-volt (eV)
  - 1 eV = énergie cinétique acquise par un électron qui passe, dans le vide, d'un point à un autre ayant un potentiel supérieur de 1 volt
  - $\boxed{1 \text{ eV} = \text{e.V} = 1{,}6\ 10^{-19}\ \text{J}}$



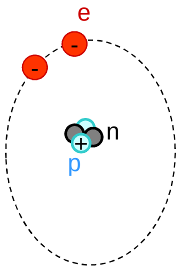
- Masse :
  - Unité de masse atomique = u
  - 1 u = $\frac{1}{12}$ masse d'un atome de carbone 12: $\boxed{1\,\text{u} = \frac{1}{12} \cdot \frac{12.10^{-3}}{6{,}022.10^{23}} = 1{,}66.10^{-27}\,\text{kg}}$
  - Au repos: E = m.c² ⇒ m = E/c² en MeV ou MeV/c²

$$\boxed{1\,\text{u} = \frac{1{,}66.10^{-27}.(299\,792\,458)^2}{1{,}602.10^{-19}} = 931\ \ \text{MeV}}$$

PASS

MODELE ATOMIQUE DE RUTHERFORD

- Atome : ${}^{A}_{Z}X$
  - Z = numéro atomique = Nb d'électrons et de protons
  - A = nombre de masse = Nb de nucléons (A=Z+N)
  - m_e=9,109 10^{-31} kg << m_p=1,673 10^{-27} kg < m_n=1,675 10^{-27} kg



- ISOTOPE : même Z *exemple :* ${}^{1}_{1}H$ et ${}^{2}_{1}H$
- ISOBARE : même A *exemple :* ${}^{40}_{19}K$ et ${}^{40}_{20}Ca$
- ISOTONE : même N *exemple :* ${}^{26}_{12}Mg$ et ${}^{27}_{13}Al$

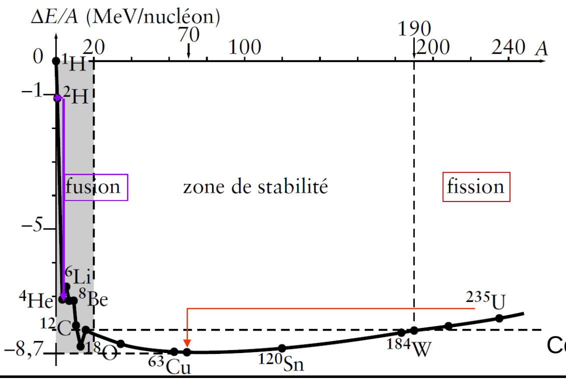
- Dimensions des nucléons r ≈ 1,4 fm
- Dimension du noyau R / $\frac{4}{3}\pi R^3 \approx A\frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow R \approx \sqrt[3]{A}.r$
  - R < $257^{1/3}$. 1,4 < 10 fm ⇒ interaction forte dans le noyau

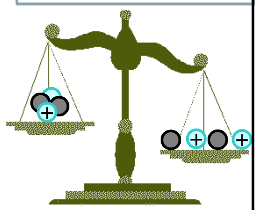
MODELE ATOMIQUE DE RUTHERFORD

- Défaut de masse : $M\left({}^{A}_{Z}X\right) < Z.m_p + (A-Z).m_n$

  Le défaut de masse correspond à une énergie de liaison nucléaire par interaction forte

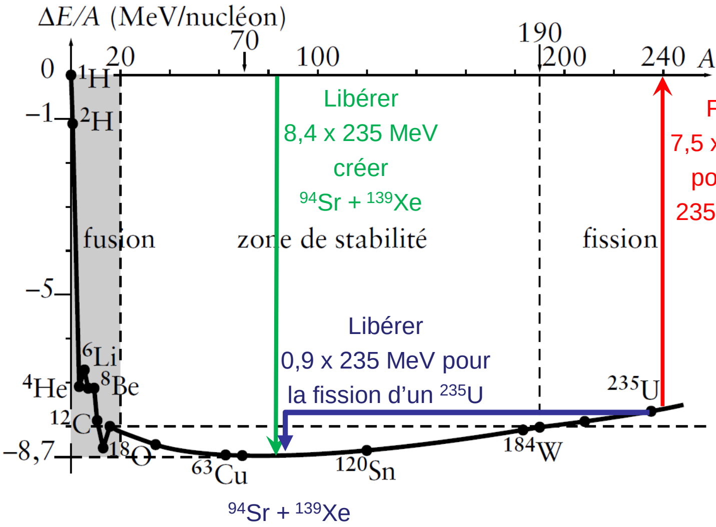
$$\boxed{\Delta M = \frac{\Delta E}{c^2} = Z.m_p + (A-Z).m_n - M\left({}^{A}_{Z}X\right) > 0}$$





Courbe d'Aston

ENERGIES DE FISSION ET FUSION



235 x 0,9=211 MeV

$Q = 211\ 10^6 x\ e\ x\ \mathcal{N}$

$Q \approx 20.10^{12}$ J/mol

$C + O_2 \rightarrow CO_2 + Q'$

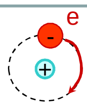
Q' = 418 kJ/mol

Q/Q' = 48 10^6

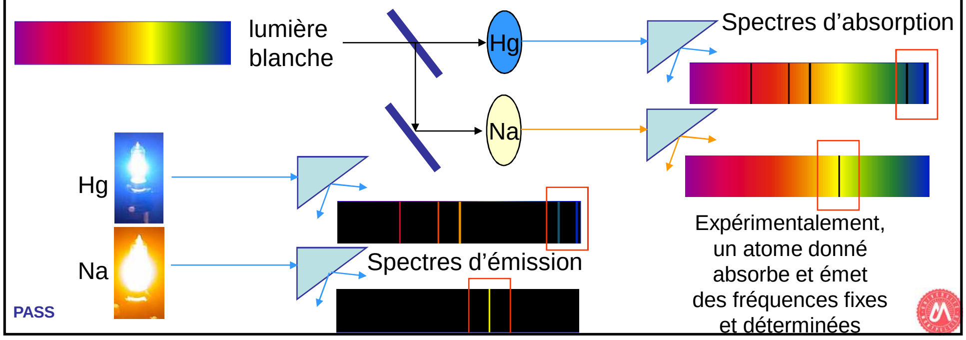
PASS

MODELE ATOMIQUE DE RUTHERFORD

- Un électron en orbite s'écraserait sur le noyau
  - mouvement accéléré (circulaire, de période T)
  - donc rayonne une onde électromagnétique f=1/T (antenne)
  - donc perd de l'énergie et T diminue ⇒ f ↑



- et émettrait des fréquences continûment variables.



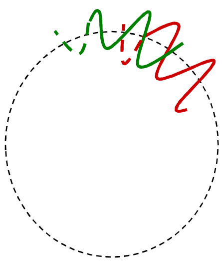
OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 6

- Savoir définir :
  - 4 interactions + hadrons (p,n) + leptons (e, ν)
  - Le modèle de Rutherford et ses limites
  - Isotope, isotone, isobare
- Savoir manipuler
  - Les unités atomiques de masse et d'énergie
  - Le défaut de masse ΔM

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

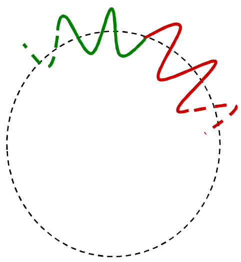
- Dualité onde-électron $\Rightarrow$ quantification
- Quantification : $\lambda = \dfrac{h}{mv}$ $\quad 2\pi\ r = n\lambda$

hydrogénoïde : 1e^{-}



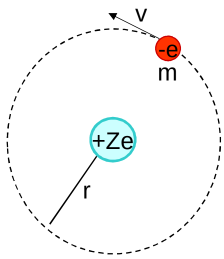
$2\pi\ r = k\,\dfrac{\lambda}{2}$

k entier $\quad$ impair



$2\pi\ r = n\lambda$

$k = 2.n$



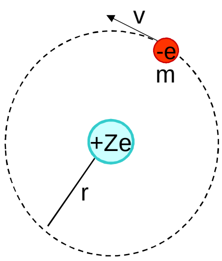
MODELE ATOMIQUE DE BOHR

- Dualité onde-électron $\Rightarrow$ quantification

- Quantification : $\left.\begin{array}{l}\lambda = \dfrac{h}{mv} \\ 2\pi\ r = n\lambda\end{array}\right\} \Rightarrow 2\pi\, r = \dfrac{nh}{mv}$

$\Rightarrow mv\, r = n\hbar$ où $\hbar = \dfrac{\mathrm{h}}{2\pi}$

hydrogénoïde : 1e$^-$



  - D'où la quantification du M^t cinétique de l'e$^-$:

$$\left\|\vec{L}\right\| = \left\|\vec{p} \wedge \vec{r}\right\| = mv\, r = n\hbar \ \text{ avec n} = 1,2,...$$

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

- Dualité onde-électron $\Rightarrow$ quantification
- Quantification :

$$\left.\begin{array}{l}\lambda = \dfrac{h}{mv} \\ 2\pi\, r = n\lambda\end{array}\right\} \Rightarrow 2\pi\, r = \frac{nh}{mv}$$

$$\Rightarrow mv\, r = n\hbar \text{ où } \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

- D'où la quantification du M[t] cinétique de l'e$^-$:

$$\left\|\vec{L}\right\| = \left\|\vec{p}\wedge\vec{r}\right\| = mv\, r = n\hbar \quad \text{avec n} = 1,2,\ldots$$

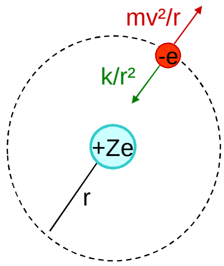
- RFD :

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{k}{r^2} = \dfrac{mv^2}{r} \Rightarrow (mv)^2 = \dfrac{km}{r} \\ \text{mais } (mv)^2 = \left(\dfrac{n\hbar}{r}\right)^2\end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{r = n^2\frac{\hbar^2}{km} = n^2.r_0}$$

$$r_0 = \frac{0,53}{Z}10^{-10}\, m$$

quantification de rayon orbital

hydrogénoïde : 1e$^-$



$$\text{k} = \frac{\text{Z.e}^2}{4\pi\varepsilon_0} = 2,3.10^{-28}\, Z$$

PASS

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

- Energie cinétique de l'e$^-$:

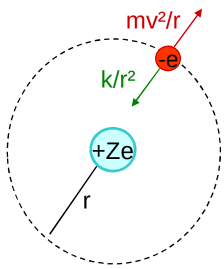
$$\left.\begin{array}{l} E_c = \frac{1}{2} m v^2 \\ RFD \Rightarrow (mv)^2 = \frac{km}{r} \end{array}\right\} \Rightarrow E_c = \frac{k}{2r}$$

- Energie potentielle de l'e$^-$:
  - En prenant $E_p(\infty)=0$

$$E_p = -eV = -\frac{k}{r}$$

$$V = \frac{Z.e}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r}$$

hydrogénoïde : 1e$^-$



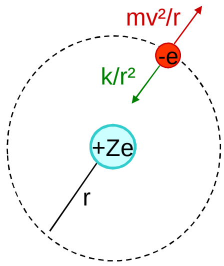
$$k = \frac{Z.e^2}{4\pi\varepsilon_0} = 2{,}3.10^{-28} Z$$

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

- Energie cinétique de l'e$^-$:

$$\left.\begin{array}{l} E_c = \frac{1}{2} m v^2 \\ RFD \Rightarrow (mv)^2 = \frac{km}{r} \end{array}\right\} \Rightarrow E_c = \frac{k}{2r}$$

hydrogénoïde : 1e$^-$



$$k = \frac{Z.e^2}{4\pi\varepsilon_0} = 2{,}3.10^{-28} Z$$

- Energie potentielle de l'e$^-$: $E_p = -eV = -\frac{k}{r}$
  - En prenant $E_p(\infty)=0$

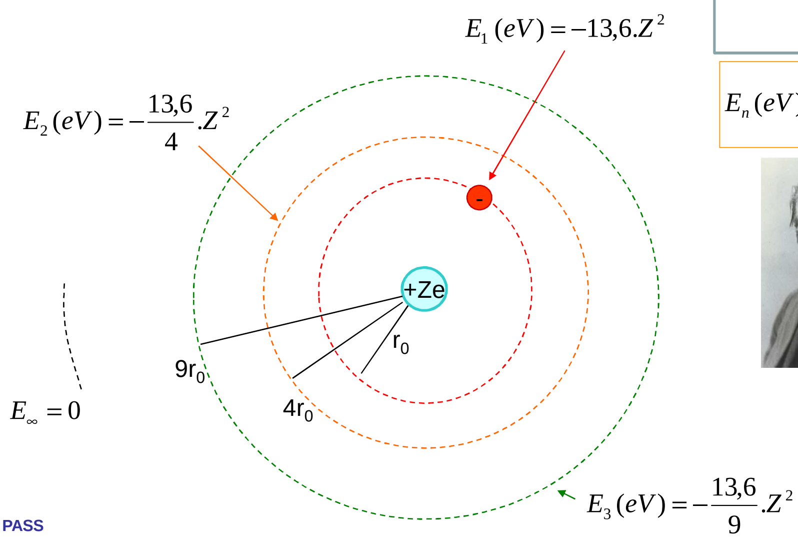
- Energie de l'électron : $E = E_c + E_p = -\frac{k}{2r}$

$$r = n^2 \frac{\hbar^2}{km} \Rightarrow E = -\frac{m}{2}\left(\frac{k}{\hbar}\right)^2 \frac{1}{n^2} \Rightarrow E = -\frac{me^4}{8h^2\varepsilon_0^2}\frac{Z^2}{n^2}$$

$$\boxed{E(eV) = -13{,}6.\frac{Z^2}{n^2}}$$

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

Pour un atome hydrogénoïde (i.e à un électron)

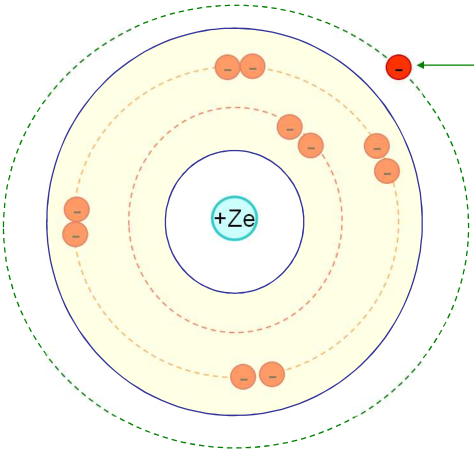


$$E_n\,(eV) = -13{,}6.\frac{Z^2}{n^2}$$

N. Bohr

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

Pour un atome à plus d'un électron (Z=1)

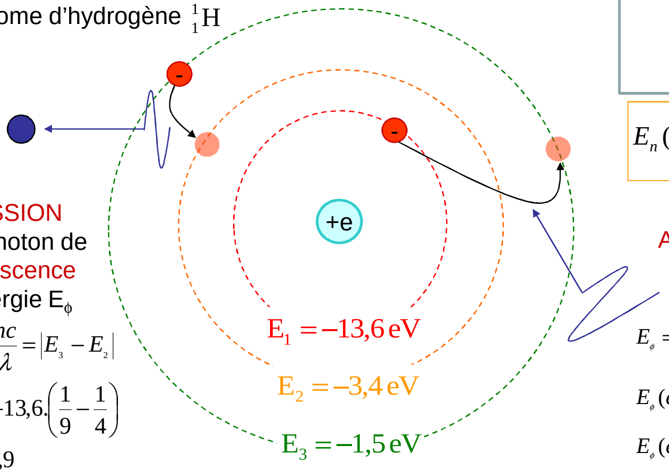


EFFET D'ÉCRAN :
la charge du noyau « vue » par l'électron périphérique semble diminuée de σ.e

$$E_{n,\sigma}(eV) = -13{,}6.\frac{(Z-\sigma)^2}{n^2}$$

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

Pour l'atome d'hydrogène $^{1}_{1}\mathrm{H}$



$$E_n(eV) = -13{,}6.\frac{1}{n^2}$$

EMISSION d'un photon de fluorescence d'énergie E_ϕ

$$E_\phi = hf = \frac{hc}{\lambda} = |E_3 - E_2|$$

$$E_\phi(eV) = -13{,}6.\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{4}\right)$$

$$E_\phi(eV) = 1{,}9$$

ABSORPTION d'un photon d'énergie E_ϕ

$$E_\phi = hf = \frac{hc}{\lambda} = |E_3 - E_1|$$

$$E_\phi(eV) = -13{,}6.\left(\frac{1}{9} - 1\right)$$

$$E_\phi(eV) = 12.1$$

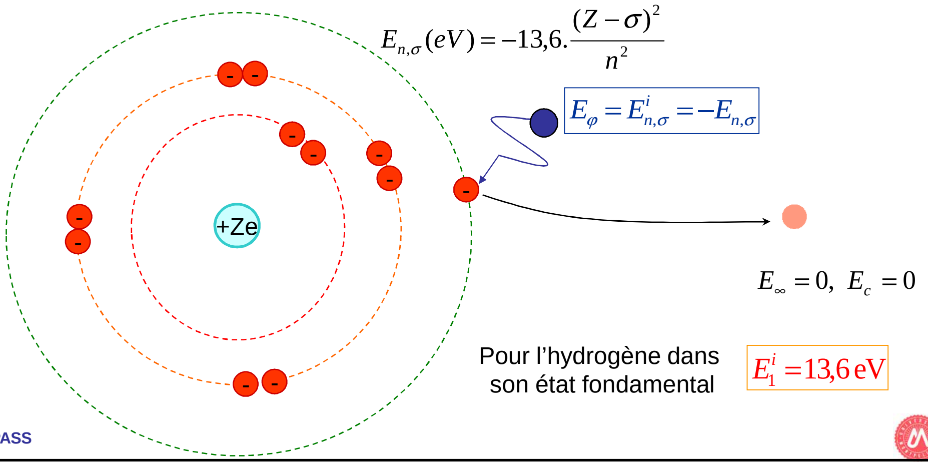
Conforme à la formule de Balmer (1885): $\frac{1}{\lambda} = K.\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right)$
et aux spectres d'absorption/émission

PASS

ENERGIE D'IONISATION $E^{i}_{n,\sigma} = -E_{n,\sigma}$

C'est l'énergie minimale nécessaire pour soustraire un électron atomique à l'influence électrostatique du noyau

$$E_{n,\sigma}(eV) = -13{,}6.\frac{(Z-\sigma)^2}{n^2}$$

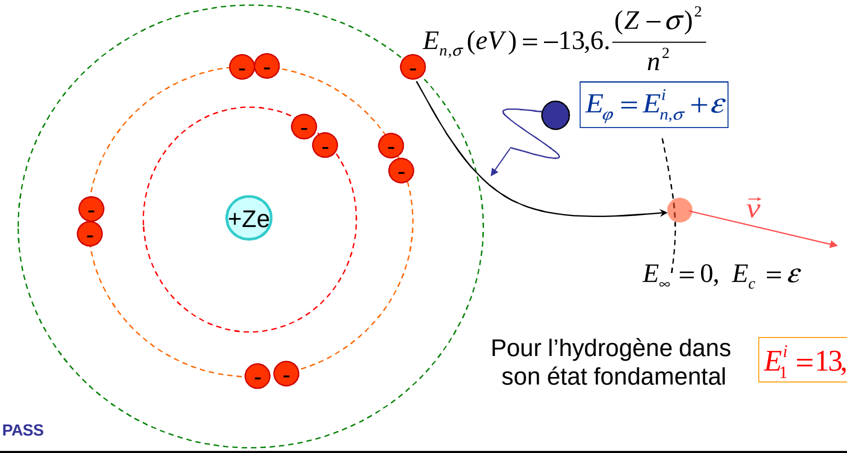


Pour l'hydrogène dans son état fondamental $\boxed{E^{i}_{1} = 13{,}6\,\text{eV}}$

ENERGIE D'IONISATION $E^{i}_{n,\sigma} = -E_{n,\sigma}$

C'est l'énergie minimale nécessaire pour soustraire un électron atomique à l'influence électrostatique du noyau

$$E_{n,\sigma}(eV) = -13{,}6.\frac{(Z-\sigma)^2}{n^2}$$



$$\boxed{E_{\varphi} = E^{i}_{n,\sigma} + \varepsilon}$$

$E_{\infty}' = 0, \; E_c = \varepsilon$

Pour l'hydrogène dans son état fondamental $\boxed{E^{i}_{1} = 13{,}6\,\text{eV}}$

PASS

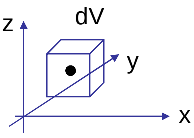
LIMITES DU MODELE DE BOHR

- Le modèle de Bohr est semi-classique
  - est validé expérimentalement
    sur ${}^{1}_{1}\mathrm{H}$ pour $\mathrm{E_n(eV) = -13{,}6/n^2}$, mais pas pour $\|\vec{\mathrm{L}}\| = \mathrm{n}.\hbar$
  - notion de «trajectoire» de l'électron incohérente
- Du fait des inégalités d'Heisenberg :
  - pas de trajectoires
  - seulement des probabilités de présence de l'e^-
- Comment déterminer cette probabilité p ? :
  - hypothèse: p liée à une fonction ψ associée à l'e^-

FONCTION D'ONDE ET EQUATION DE SCHRODINGER

- Interprétation de Copenhague (M. Born, 1926) :

  La fonction d'onde ψ d'une particule détermine sa probabilité de présence en un lieu dV à l'instant t : $\boxed{p = |\psi(x, y, z, t)|^2 dV}$



- On montre que cette fonction ψ est solution de l'équation différentielle suivante :

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(t,x)}{\partial x^2}+V.\psi=E.\psi}$$

Equation de Schrödinger

E Schrödinger
1887-1961

UNE APPROCHE DE L'EQUATION DE SCHRODINGER

Si on recherche ψ sous la forme d'une OPS $\psi(\mathrm{t,x}) = \sin[\omega t - k.x]$ dont les caractéristiques (ω,k) sont liées à celles d'une particule (E,p) par les relations de dualité: E = ħ.ω et p = ħ.k *

$$\psi(\mathrm{t,x}) = \sin[\omega t - k.x] = \sin\left[\frac{1}{\hbar}(Et - p.x)\right]$$

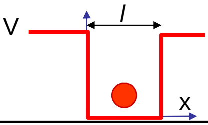
$$\Rightarrow \frac{\partial^2\psi(t,x)}{\partial x^2} = -\frac{p^2}{\hbar^2}\psi(\mathrm{t,x}) \Rightarrow -\frac{\hbar^2}{p^2}\frac{\partial^2\psi(t,x)}{\partial x^2} = \psi$$

$$p^2 = (\mathrm{mv})^2 = 2m.\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = 2m.(E - V) \Rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m(E-V)}\frac{\partial^2\psi(t,x)}{\partial x^2} = \psi$$

$$\Rightarrow \boxed{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi(t,x)}{\partial x^2} + V.\psi = E.\psi} \quad \Rightarrow \quad \psi \Rightarrow p = |\psi(x,y,z,t)|^2 dV$$

Attention: bien différencier ψ (densité de probabilité) de l'OEM (E,B) associée au photon

Exemple:



$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}}\sin\left(n.\frac{\pi x}{l}\right) \text{ et } E_n = \frac{h^2}{8ml^2}n^2$$

EQUATION DE SCHRODINGER

- En 3D, ψ et E dépendent de trois nombres entiers (n,l,m): nb. quantiques
- Pour un électron dans un atome, $V \propto \frac{1}{r}$ et $\psi(n,l,m)$

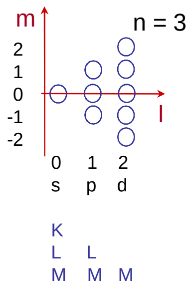
	nombre quantique…	valeurs	grandeur quantifiée
n	principal	1,2,… (K,L,M,…)	couche,énergie
l	secondaire	0,1,…,n-1 (s,p,d,f)	$\lVert\vec{L}\rVert = \lVert\vec{p}\wedge\vec{r}\rVert = \sqrt{l(l+1)}\hbar$ sous-couche, énergie (via σ)
m	magnétique	-l,…,0,…,l	$L_z = m.\hbar$
s	spin	$-\frac{1}{2}$ ou $+\frac{1}{2}$	$\sigma_z = s.\hbar$

EQUATION DE SCHRODINGER

- Principe d'exclusion de Pauli (1925) :
  un seul électron par quadruplet (n,l,m,s)

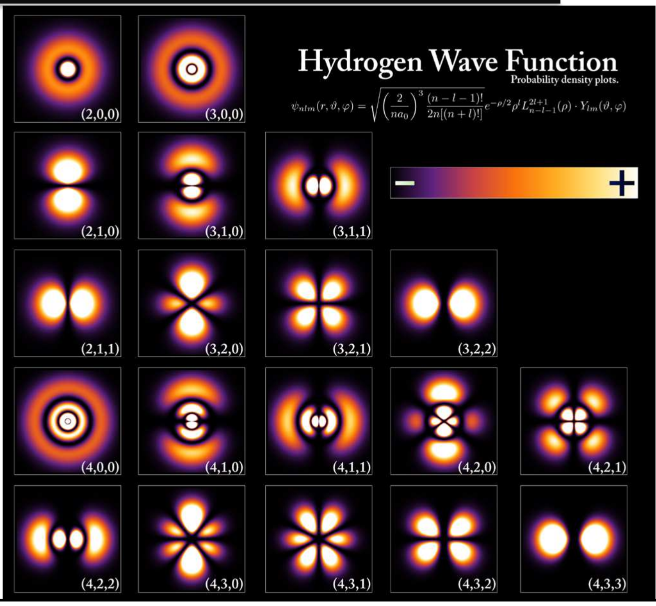
- Pour la couche n :
  - $0 \leq l \leq n\text{-}1 \Rightarrow$ n sous-couches
  - $\text{-}l \leq m \leq l \Rightarrow 2l+1$ cases
  - $S = \pm 1/2 \Rightarrow$ 2 électrons par case
  - au plus $2.n^2$ électrons sur la couche n

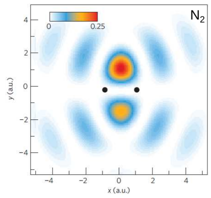
n² cases



ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

EQUATION DE SCHRODINGER



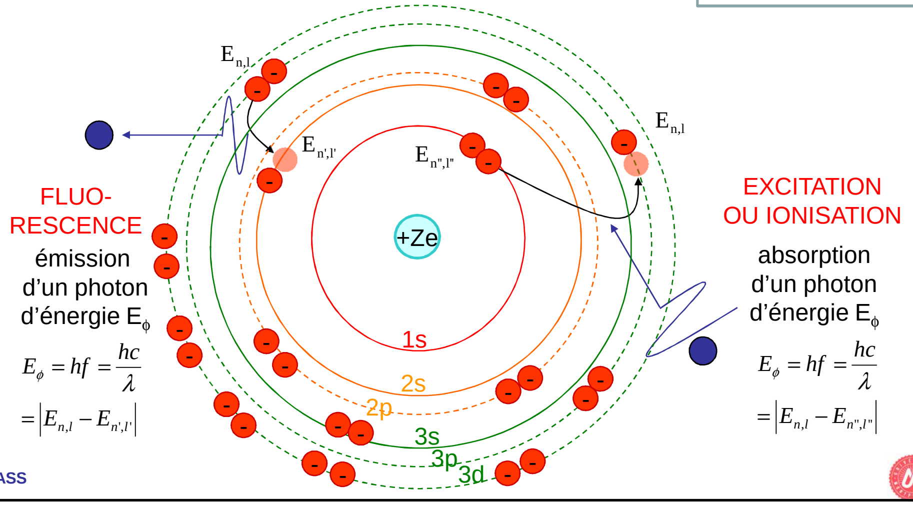


S. Haessler et al.
Nature Physics 2010;
6:200-206

PASS

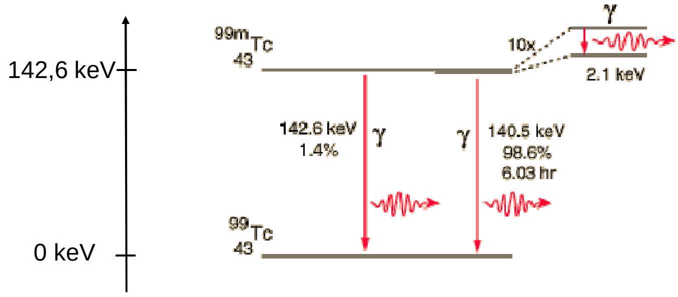
MODELE ATOMIQUE

$$E_{n,l} = -\frac{me^4}{8h^2\varepsilon_0^2}\frac{(Z-\sigma(n,l))^2}{n^2}$$



MODELE NUCLEAIRE

- Nucléons: ± même modèle en couches,
- E[n,l,j(m,s)], j demi-entier pour quantifier les moments orbital et intrinsèque couplés des nucléons
- Un nucléon peut passer d'un niveau excité au niveau fondamental en émettant un photon gamma (γ)



OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 7

- Connaître et savoir manipuler :
  - Le modèle de Bohr-Sommerfeld
    - Remplissage des couches électroniques
  - Les énergies des électrons atomiques (hydrogénoïdes)

$$E_{n,l}(eV) = -13{,}6.\frac{(Z-\sigma(n,l))^2}{n^2}$$

  - Les énergies d'ionisation, d'excitation, de fluorescence :

$$E^{i}_{n,l} = -E_{n,l}$$
$$E^{n,l}_{\uparrow n',l'} = \left|E_{n,l} - E_{n',l'}\right|$$
$$hf = E^{\downarrow n,l}_{n',l'} = \left|E_{n,l} - E_{n',l'}\right|$$

  - Les niveaux d'énergie des nucléons

RAYONNEMENTS IONISANTS

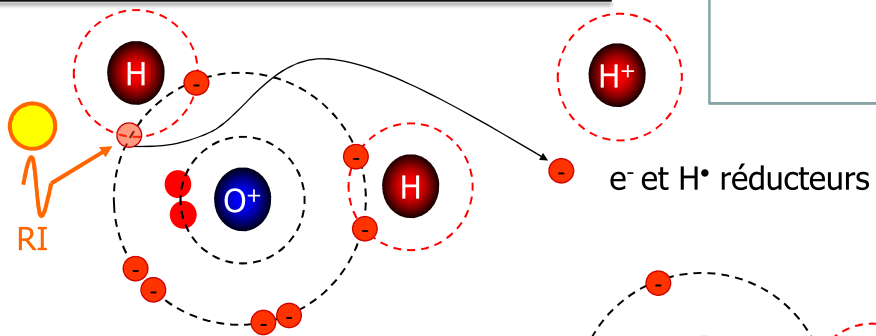
Rayonnement ionisant, définition :

capable d'ioniser l'électron K de l'hydrogène.
Une particule est dite ionisante si son énergie dépasse 13,6 eV

mais, les énergies moyennes d'ionisation sont plus élevées :
- Dans l'eau : 32 eV
- Dans l'air : 34 eV

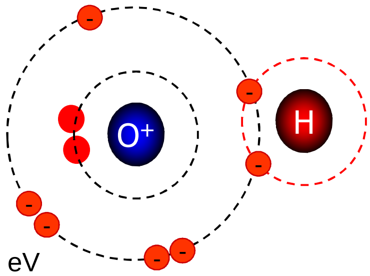
Les particules ionisantes d'intérêt en santé sont :
- Les neutrons, protons, électrons, alpha d'énergie > 13,6 eV
  et leurs antiparticules
- Les photons X et γ

RAYONNEMENTS IONISANTS

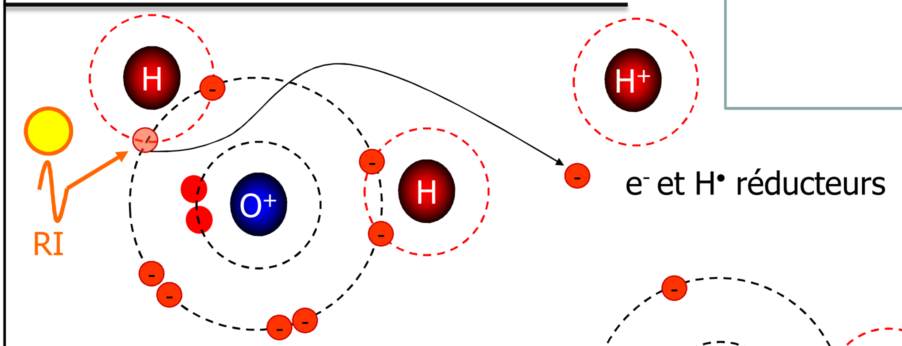


- **INCONVENIENT :**

Ils peuvent briser des liaisons covalentes, donc produire des radicaux libres qui sont très réactifs peuvent dénaturer des molécules.
Énergie moyenne d'une ionisation de l'eau : 32 eV

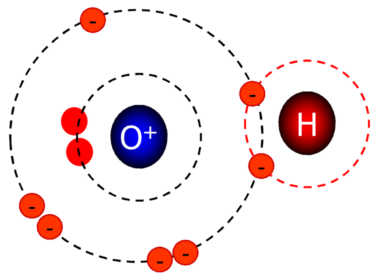


RAYONNEMENTS IONISANTS

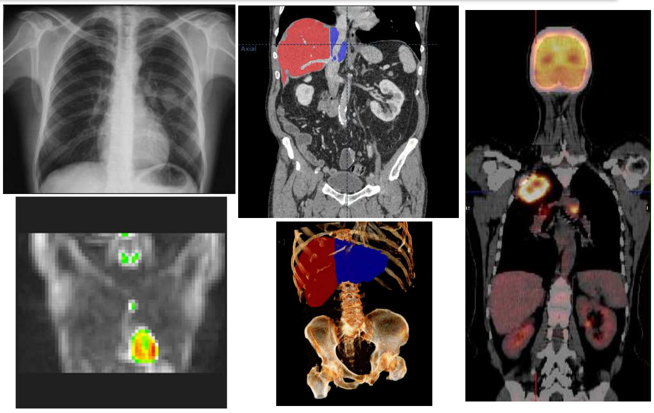


- **AVANTAGE :**

Ils peuvent être utilisés pour irradier des cellules pathologiques (cancers, Hyperthyroïdie…).



PHOTONS IONISANTS

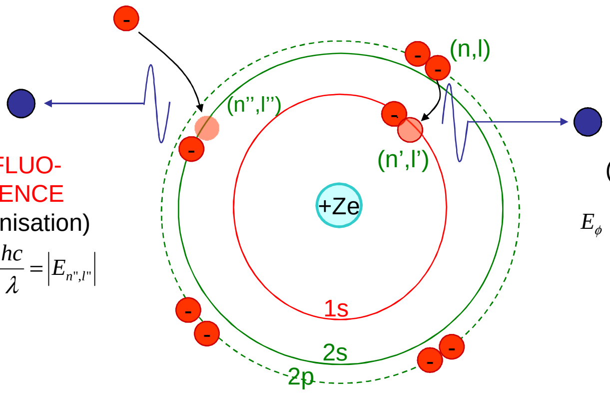


- **AVANTAGE :**

  Les photons ionisants peuvent traverser la matière, donc permettre de sonder l'intérieur d'un organisme

PRODUCTION DE RAYONS X

- Dé-excitation d'électrons atomiques
  - **Fluorescence**, effet Auger, conversion interne
- Freinage d'électrons (bremsstrählung)

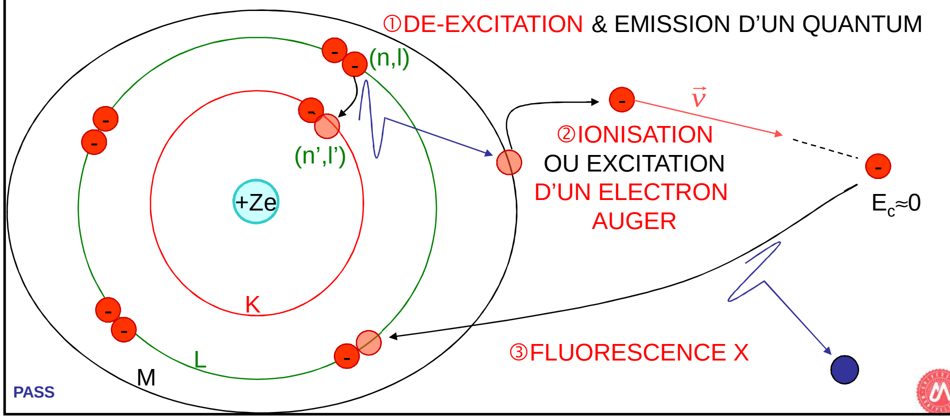


$$E_\phi = hf = \frac{hc}{\lambda} = \left|E_{n'',l''}\right|$$

$$E_\phi = hf = \frac{hc}{\lambda} = \left|E_{n,l} - E_{n',l'}\right|$$

PRODUCTION DE RAYONS X

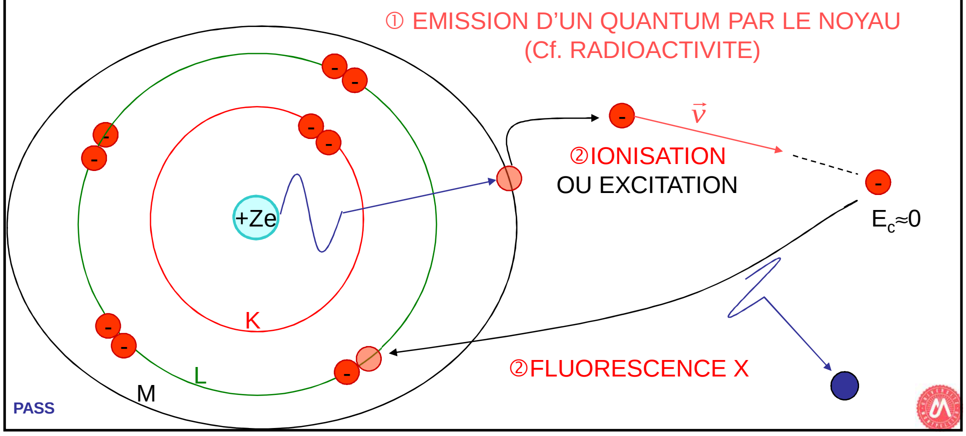
- Dé-excitation d'électrons atomiques
  - Fluorescence, **effet Auger**, conversion interne
- Freinage d'électrons (bremsstrählung)



PASS

PRODUCTION DE RAYONS X

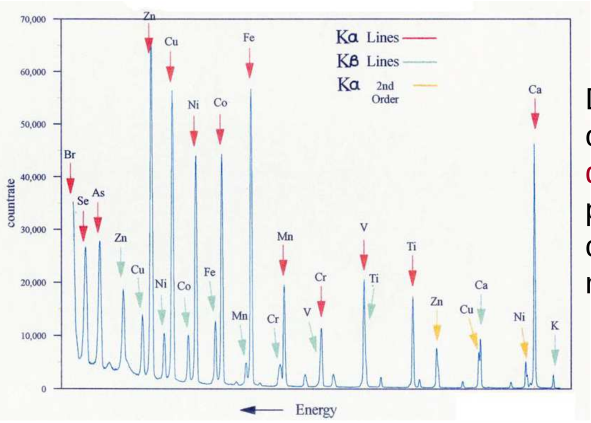
- Dé-excitation d'électrons atomiques
  - Fluorescence, effet Auger, **conversion interne**
- Freinage d'électrons (Bremsstrahlung)



ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

PRODUCTION DE RAYONS X

- Dé-excitation d'électrons atomiques
  - Fluorescence, effet Auger, **conversion interne**
- Freinage d'électrons (Bremsstrahlung)

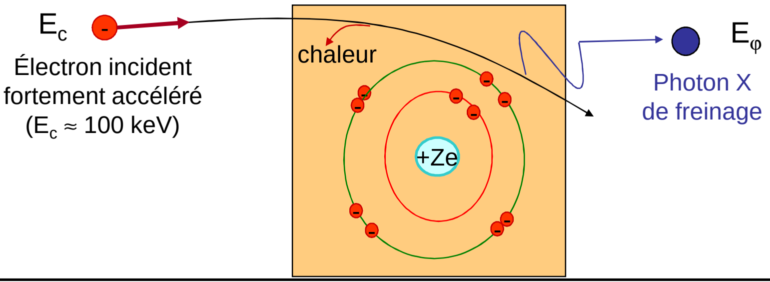


Dans tous les cas donc, on observera un spectre discret de fluorescence permettant d'analyser la composition atomique massique d'un échantillon

PASS

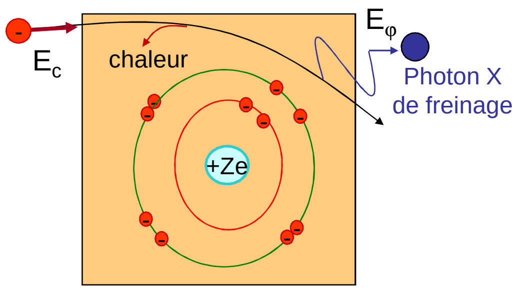
PRODUCTION DE RAYONS X

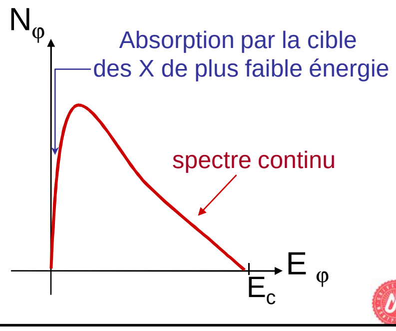
- Dé-excitation d'électrons atomiques
- Freinage d'électrons (bremsstrählung)
  - Particule chargée décélérée par interaction électrostatique avec noyaux de la cible: émission d'un REM
  - Energie rayonnée $\propto a^2 \propto (Ze^2/mr^2)^2$ donc importante pour les e^-
  - La fraction de l'$E_c(e^-)$ rayonnée augmente avec $E_c(e^-)$ et Z^2 (le reste de l' $E_c(e^-)$ perdue l'est sous forme d'excitations et de chaleur)



PRODUCTION DE RAYONS X

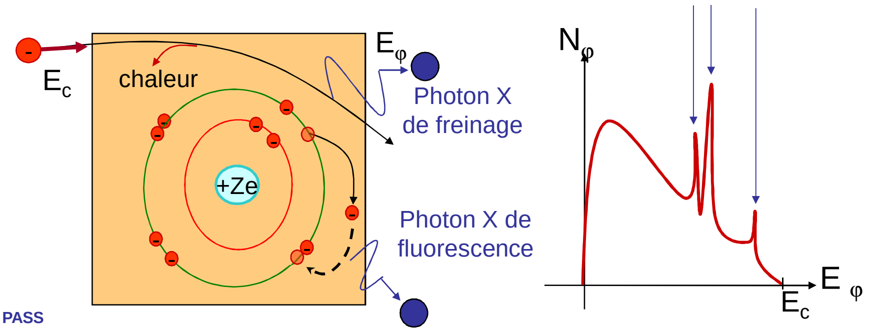
- Dé-excitation d'électrons atomiques
- Freinage d'électrons (bremsstrählung)
  - L'$E_c(e^-)$ peut être intégralement fournie à un unique photon ($E_\varphi = E_c$), ou fournie à plusieurs photons et perdue en partie sous forme de chaleur, d'où un spectre continu de rayonnement ($0 < E_\varphi < E_c$)





PRODUCTION DE RAYONS X

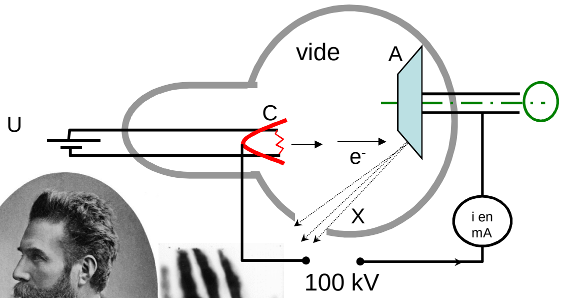
- Dé-excitation d'électrons atomiques
- Freinage d'électrons (bremsstrählung)
  - L'$E_c(e^-)$ peut être intégralement fournie à un unique photon ($E_\varphi=E_c$), ou fournie à plusieurs photons et perdue en partie sous forme de chaleur, d'où un spectre continu de rayonnement ($0<E_\varphi<E_c$)
  - Ionisations au sein de la cible ⇒ photons de fluorescence en sus

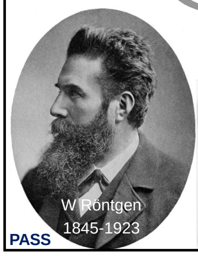


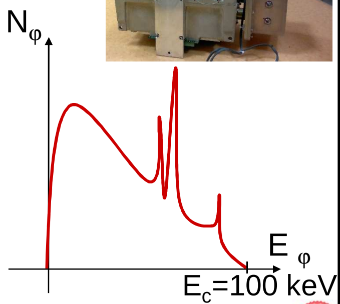
PASS

PRODUCTION DE RAYONS X

- Dé-excitation d'électrons atomiques
- Freinage d'électrons (bremsstrählung)
  - Applications : Le tube à rayons X des appareils de radiologie et les ostéodensitomètres bi-photoniques (DEXA).







OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 8

Savoir définir et caractériser :

- Un rayonnement ionisant (E> 13,6 eV; λ < 91 nm)
- L'énergie moyenne d'ionisation de l'eau (32 eV)
- La dangerosité des rayonnements ionisants
  - $\Rightarrow$ radicaux libres non spécifiques $\Rightarrow$ altération de protéines
- L'intérêt des rayonnements ionisants
  - Thérapie, photons pénétrants (imagerie médicale)

Connaître, savoir caractériser et manipuler :

- Les modes de production des rayons X
  - Transitions électroniques et freinage
- Les spectres associés à ces phénomènes
- Les utilisations associés (tube à rayons X)

DESINTEGRATIONS RADIOACTIVES

- Transformation d'un noyau « père » X en un noyau « fils » Y : ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A'}_{Z'}Y + \text{particules}$
- Si noyau instable : $Z \neq N = A - Z$ ou $Z \geq 84$
- À condition :
  - D'un bilan énergétique positif : $Ed \geq 0$
  - De la conservation de la charge, de l'impulsion…
- 50 isotopes radioactifs naturels (périodes longues)
- tous les isotopes artificiels sont radioactifs

DESINTEGRATIONS RADIOACTIVES

- Classement par interaction impliquée
    - Interaction forte : radioactivité alpha (α)
    - Interaction faible :
        - » radioactivité bêta (β)
        - » capture électronique
    - Interaction EM :
        - » radioactivité gamma (γ)
        - » conversion interne
        - » création de paires
- Loi de décroissance radioactive

RADIOACTIVITE ALPHA

- Emission d'un noyau d'hélium :

$$\boxed{{}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He}$$

- Energie disponible :

$E_d = M(X).c^2 - [M(Y) + M(\alpha)]c^2$

$E_d = [M(X) - M(Y) - M(\alpha)]c^2$

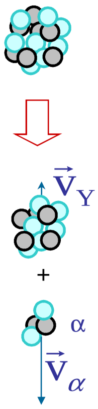
$E_d = [\mathcal{M}(X) - Z.m_{e^-} - \mathcal{M}(Y) + (Z-2).m_{e^-} - \mathcal{M}(\alpha) + 2.m_{e^-}]c^2$

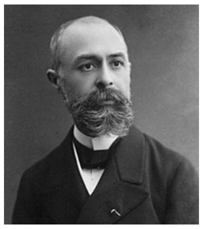
$E_d = \mathcal{M}(X).c^2 - [\mathcal{M}(Y) + \mathcal{M}(\alpha)]c^2$

avec $\mathcal{M}({}^{A}_{Z}X) = M({}^{A}_{Z}X) + Z.m_{e^-}$: masse atomique

et $M({}^{A}_{Z}X)$ masse nucléaire

- $Ed \geq 0 \Rightarrow A > 150$: concerne les isotopes lourds





Henri Becquerel
1852-1908
« Rayons uraniques »
en 1896
puis en 1898
E Rutherford (α,β)

RADIOACTIVITE ALPHA

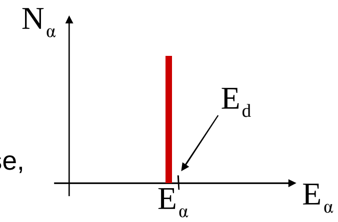
- Spectre de raie unique (approximation) :

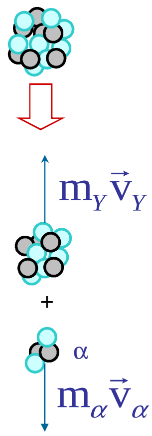
$$m_\alpha v_\alpha = m_Y v_Y \Rightarrow (m_\alpha v_\alpha)^2 = (m_Y v_Y)^2 \Rightarrow E_Y = \frac{m_\alpha}{m_Y} E_\alpha$$

$$E_d = E_Y + E_\alpha = E_\alpha \cdot \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_Y}\right)$$

$$\text{donc} : E_\alpha = \frac{m_Y}{m_Y + m_\alpha} E_d$$

Énergie des α unique, précise, et de peu inférieure à E_d





- Ordre de grandeur : $E_\alpha \approx$ 4-9 MeV, ionisant
- Applications : radiothérapie superficielle & métabolique
  Radium 223 (métas de prostate)

RADIOACTIVITE PAR INTERACTION FAIBLE

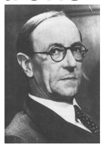
- Transformations isobariques : même A

$Z > N = A - Z \Rightarrow$ proton $\rightarrow$ neutron
$Z < N = A - Z \Rightarrow$ neutron $\rightarrow$ proton

- 3 types de radioactivité isobarique :
  - radioactivité bêta moins
  - radioactivité bêta plus
  - capture électronique

RADIOACTIVITE BETA MOINS

- Chadwick 1914 : émission d'électrons par des noyaux riches en neutrons

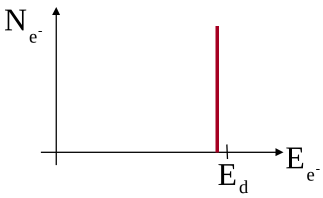


J Chadwick
1891-1974

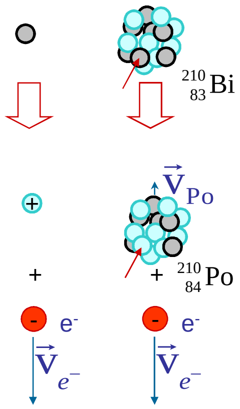
$$^{210}_{83}\mathrm{Bi} \rightarrow {}^{210}_{84}\mathrm{Po} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e} \quad \text{soit} \quad {}^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{1}_{1}\mathrm{p} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

- Energie disponible :

$$E_d = M(X).c^2 - [M(Y) + M(e^-)].c^2 = \mathcal{M}(X).c^2 - \mathcal{M}(Y).c^2$$

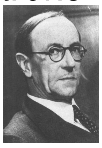


Spectre de raies ?



RADIOACTIVITE BETA MOINS

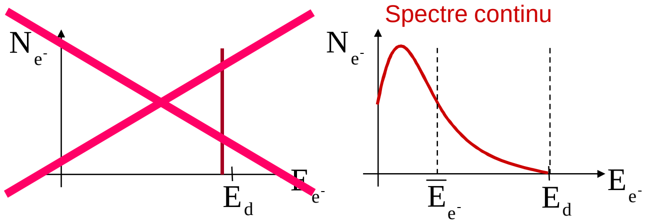
- Chadwick 1914 : émission d'électrons par des noyaux riches en neutrons

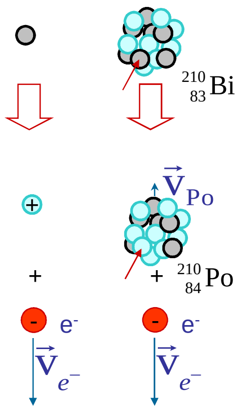


$${}^{210}_{83}\mathrm{Bi} \longrightarrow {}^{210}_{84}\mathrm{Po} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e} \quad \text{soit} \quad {}^{1}_{0}\mathrm{n} \longrightarrow {}^{1}_{1}\mathrm{p} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

- Energie disponible :

$$E_d = M(X).c^2 - [M(Y) + M(e^-)].c^2 = \mathcal{M}(X).c^2 - \mathcal{M}(Y).c^2$$

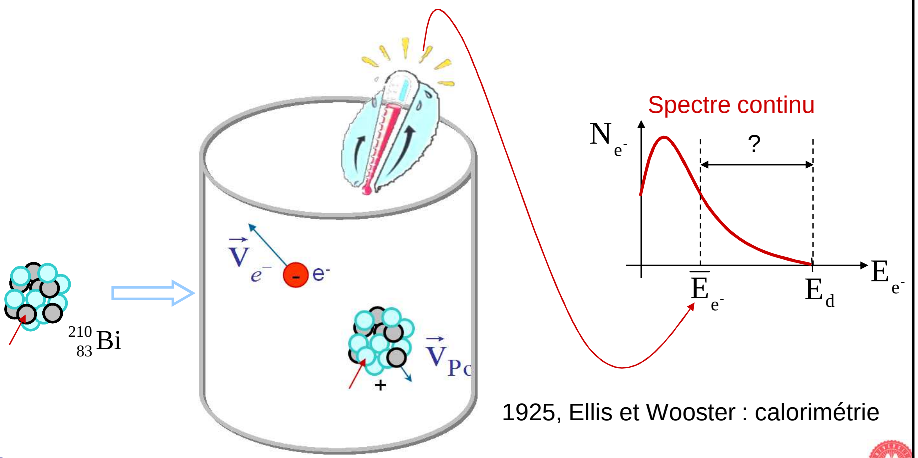




RADIOACTIVITE BETA MOINS

- Où est perdue l'énergie ?

  Ralentissement variable des e^- (1922, Meitner) ?

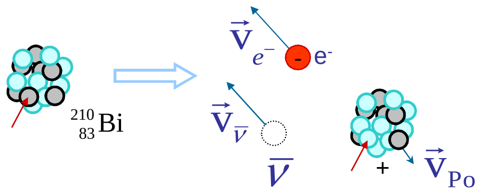


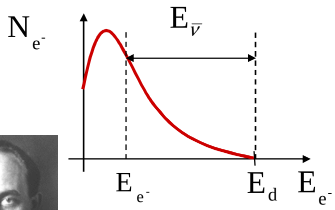
1925, Ellis et Wooster : calorimétrie

RADIOACTIVITE BETA MOINS

- Où est perdue l'énergie ?

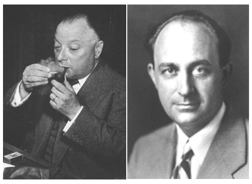
  1931, Pauli: émission d'une particule non détectée ?





Spectre continu
(pour l'e$^-$ et le $\bar{\nu}$)

- Anti-neutrino : $\bar{\nu}_e = \bar{\nu}$
  - Interaction/matière ≈0
  - charge nulle, v <≈ c
  - 0,03 < m < 0,23 eV
  - observés en 1956



W. PAULI 1900-1958

E. FERMI 1901-1954

RADIOACTIVITE BETA MOINS

- Emission d'un électron et d'un : $\overline{\nu}$

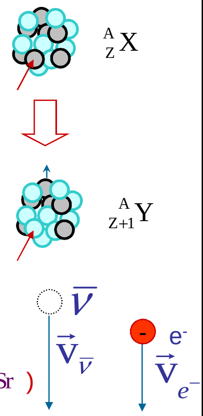
$$^{A}_{Z}X \rightarrow \, ^{A}_{Z+1}Y + \, ^{0}_{-1}e^{-} + \, ^{0}_{0}\overline{\nu}$$

$$^{1}_{0}n \rightarrow \, ^{1}_{1}p + \, ^{0}_{-1}e^{-} + \, ^{0}_{0}\overline{\nu}$$

- Energie disponible :

$$E_{d} = M(X).c^{2} - [M(Y) + M(e^{-})].c^{2}$$

$$E_{d} = \mathcal{M}(X).c^{2} - \mathcal{M}(Y).c^{2} = E_{e^{-}} + E_{\bar{\nu}}$$



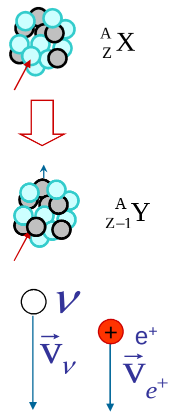
- Spectre continu pour l'électron, ionisant
- Applications : Radiothérapie métabolique par l'e^{-}
  - Traitement antalgique des métastases osseuses ($^{153}_{62}Sm$, $^{89}_{38}Sr$)
  - Hyperthyroïdies ($^{131}_{53}I$)
  - Cancers thyroïdiens ($^{131}_{53}I$), cancers du foie ($^{90}_{39}Y$)

PASS

RADIOACTIVITE BETA PLUS

- Emission d'un positon et d'un neutrino par un noyau riche en protons :

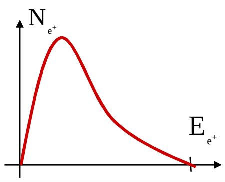
$$\boxed{\begin{array}{l} {}^A_Z X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^0_{+1}e^+ + {}^0_0\nu \\ {}^1_1 p \rightarrow {}^1_0 n + {}^0_{+1}e^+ + {}^0_0\nu \end{array}}$$



- Energie disponible :

$$\boxed{E_d = [M(X) - M(Y) - m_e]c^2 = [\mathcal{M}(X) - \mathcal{M}(Y) - 2m_e]c^2}$$

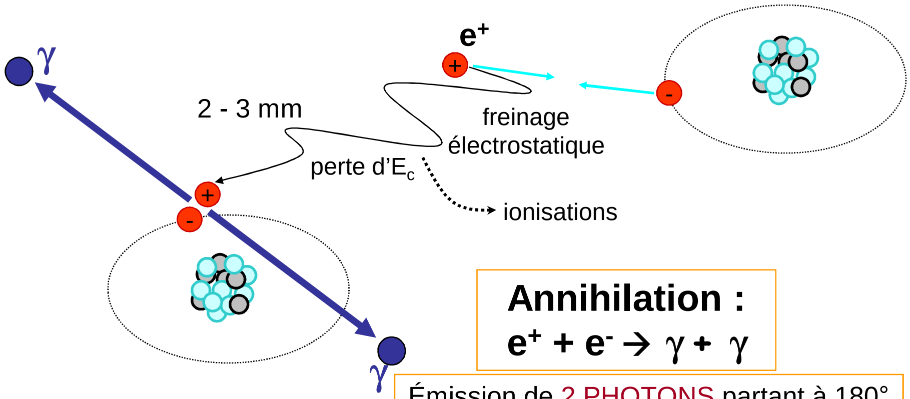
- Spectre continu du positon



PASS

RADIOACTIVITE BETA PLUS

- Devenir du positon : annihilation entre matière et anti-matière

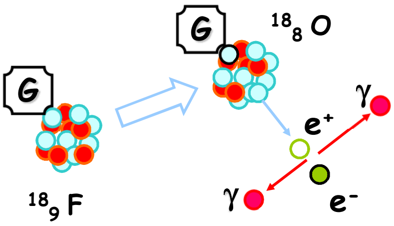


Annihilation :
$e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$

Émission de 2 PHOTONS partant à 180° d'énergie E = 511 keV = $m_e c^2$

RADIOACTIVITE BETA PLUS

- Application :



Tomographie par Émission de Positons (TEP)

=

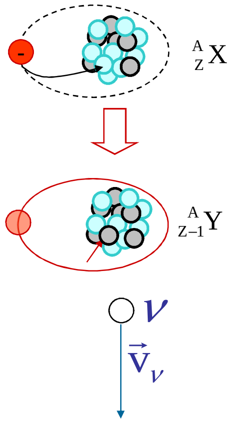
Scintigraphie de coïncidence

CAPTURE ELECTRONIQUE

- Capture d'un électron atomique K par un noyau riche en protons :
  - En compétition avec β^+

$$ {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e^{-}_{K} \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{0}\nu $$

$$ {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e^{-}_{K} \rightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{0}\nu $$



- Energie disponible :

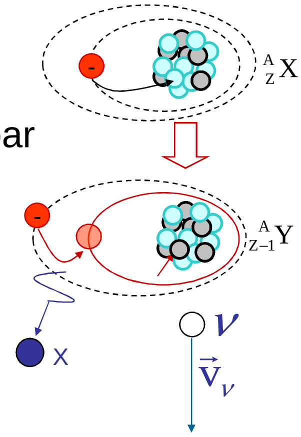
$$ E_d = [M(X) + m_e - M(Y)].c^2 - E^i_K $$

$$ E_d = [\mathcal{M}(X) - \mathcal{M}(Y)].c^2 - E^i_K $$

CAPTURE ELECTRONIQUE

- Il s'ensuit l'émission de photons X de fluorescence caractéristiques de l'atome fils Y

- Application : dosage de protéines par Radio-Immuno-Array (RIA) via un comptage X
  - Application : comptage à 35 keV pour de l'^{125}I fixée sur la molécule à doser.



RADIOACTIVITE PAR INTERACTION EM

Il en existe 3 modes :

- Radioactivité gamma (γ)
- Conversion interne
- Création de paires

RADIOACTIVITE GAMMA (Villard 1900)

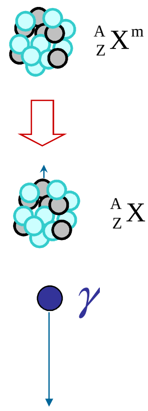
- Emission d'un photon :

$$ {}^{A}_{Z}X^{m} \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{0}\gamma $$

- Energie disponible :

$$ E_d \approx E_\gamma = hf = \frac{hc}{\lambda} = \left[M\left({}^{A}_{Z}X^{m}\right) - M\left({}^{A}_{Z}X\right)\right]c^2 $$

- Spectre de raies



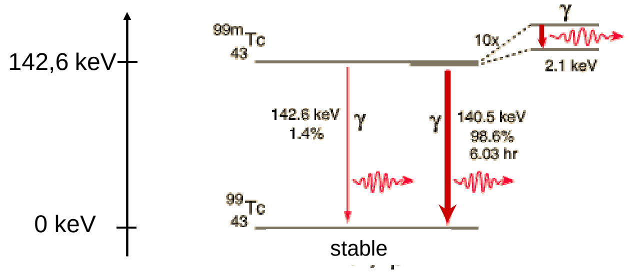
PASS

RADIOACTIVITE GAMMA

- Applications : le technétium 99m

$$\boxed{{}^{99}_{43}Tc^{m} \xrightarrow[6h]{\gamma} {}^{99}_{43}Tc + {}^{0}_{0}\gamma}$$

  - source : ${}^{99}_{42}Mo \xrightarrow[66h]{\beta^-} {}^{99}_{43}Tc^{m} + {}^{0}_{-1}e^{-} + {}^{0}_{0}\overline{\nu}$

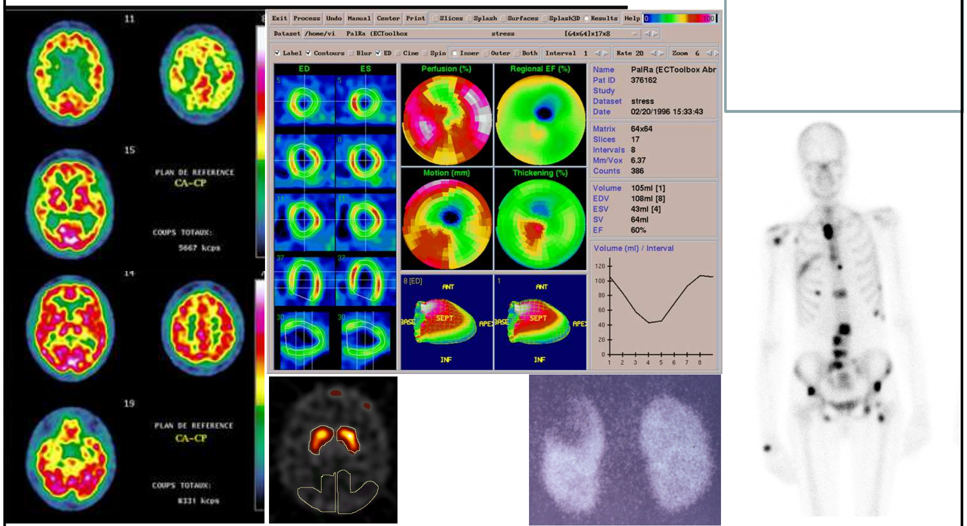


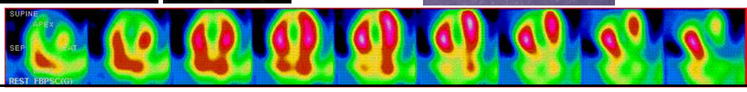
Scintigraphie d'émission mono-photonique :

Single
Photon
Emission
Computed
Tomography

- D'autres isotopes sont utilisés (${}^{123\,ou\,131}_{53}I$, ${}^{81}_{36}Kr$, ${}^{111}_{49}In$; ${}^{201}_{81}Tl$ …)

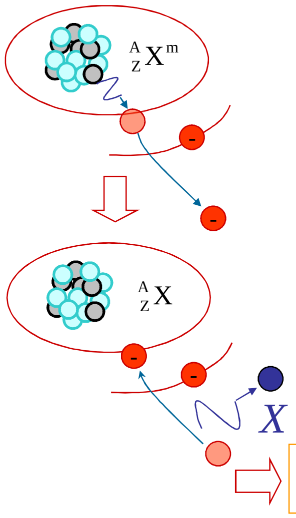
RADIOACTIVITE GAMMA (SPECT)





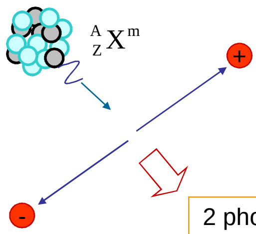
AUTRES RADIOACTIVITES PAR INTERACTION EM

- Conversion interne



spectre de raies de fluorescence X

Création de paires
Si E_d > 1,02 MeV



2 photons γ de 511 keV (annihilation du e^+)
+
fluorescence X du fait des ionisations de l'e^- et du e^+

OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 9

Pour chaque réaction radioactive :

Savoir définir et caractériser

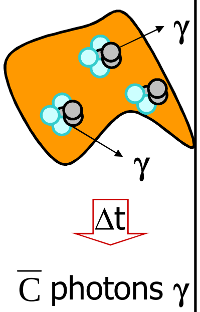
- La transformation nucléaire (équation de réaction)
- Le type (α,β,γ) et le mode (β^+, β^-, CE, CI, CP)
- Les conditions nécessaires à une désintégration
- Le spectre
- Les applications dans les domaines de la santé

Savoir calculer et exploiter :

- Le bilan énergétique d'une réaction (E_d)
- L'allure du spectre

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

- **N** = Nombre de noyaux radioactifs
  λ = proba. qu'un isotope se désintègre/sec
  λ=(-dN/N)/dt, soit en moyenne $\overline{C} = -\Delta N = \lambda.N.\Delta t$
- **P($C_{\Delta t}$=n)** : probabilité de mesurer $n \neq \overline{C}$ photons issus de désintégrations dans un intervalle de temps Δt



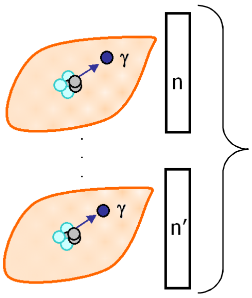
- Le phénomène de désintégration est aléatoire
  - sans mémoire : désintégrations indépendantes
  - stationnaire : proba(désintégration entre t et t+Δt) ne dépend que de Δt, et pas de t.
  - rare λ<<1

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

- Processus sans mémoire, stationnaire, rare

$\Updownarrow$

Processus **POISSONNIEN** (1711,1837)

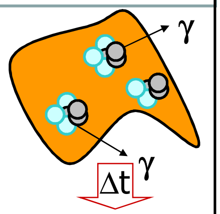


$$\bar{C} = \lambda.N.\Delta t$$

comptage moyen sur un grand nombre d'expériences identiques

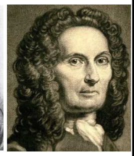
$$P(C_{\Delta t} = n) = e^{-\bar{C}} \frac{(\bar{C})^n}{n!}$$

$$P(C_{\Delta t} = n) = e^{-\lambda N \Delta t} \frac{(\lambda N \Delta t)^n}{n!}$$



n photons γ

S.D. POISSON
1781-1840



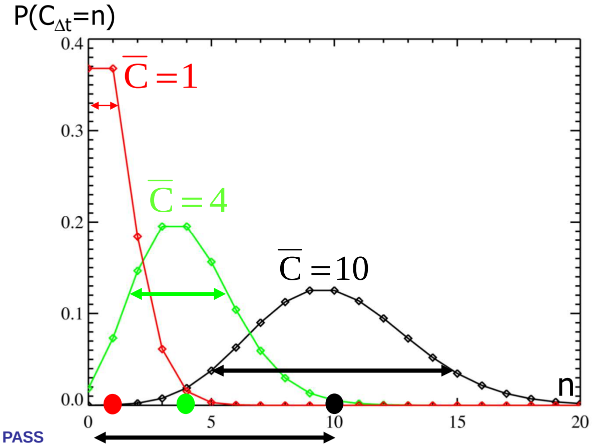
A de Moivre
1667-1754

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

- Processus sans mémoire, stationnaire, rare

$\Updownarrow$

Processus **POISSONNIEN**



Propriété essentielle
d'une statistique de Poisson :

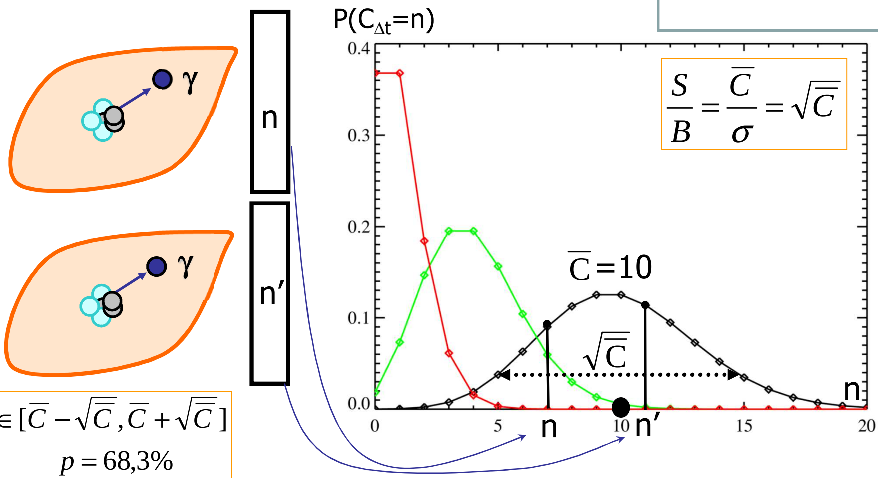
$$\overline{C} = \lambda N \Delta t = \sigma^2$$

$$\Rightarrow \frac{S}{B} = \frac{\overline{C}}{\sigma} = \frac{\overline{C}}{\sqrt{\overline{C}}}$$

$$\boxed{\frac{S}{B} = \sqrt{\overline{C}}}$$

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

Processus aléatoire suivant une loi de Poisson : $\sigma^2 = \overline{C}$



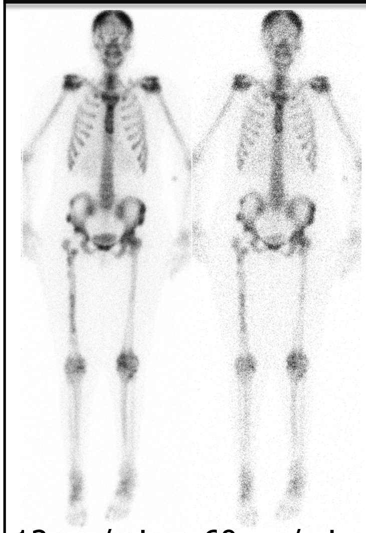
$$\frac{S}{B} = \frac{\overline{C}}{\sigma} = \sqrt{\overline{C}}$$

$$C \in [\overline{C} - \sqrt{\overline{C}}, \overline{C} + \sqrt{\overline{C}}]$$

$$p = 68{,}3\%$$

« tirage au sort » suivant P

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE



Le taux de comptage est 5 fois plus élevé sur l'image de gauche, donc le rapport S/B est plus de 2 fois meilleur ($\sqrt{5}=2{,}24$)

$$\frac{S}{B} = \sqrt{C} \text{ est multiplié par } 2{,}24$$

PASS

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

- **N_0** = nombre initial de noyaux radioactifs
- N(t) = nombre de noyaux non encore désintégrés à t

  λ = probabilité qu'un isotope se désintègre/sec

$$\boxed{\lambda = -\frac{dN/N}{dt}}$$

$$dN = -\lambda\, Ndt \quad \Rightarrow \frac{dN}{N} = -\lambda.dt$$

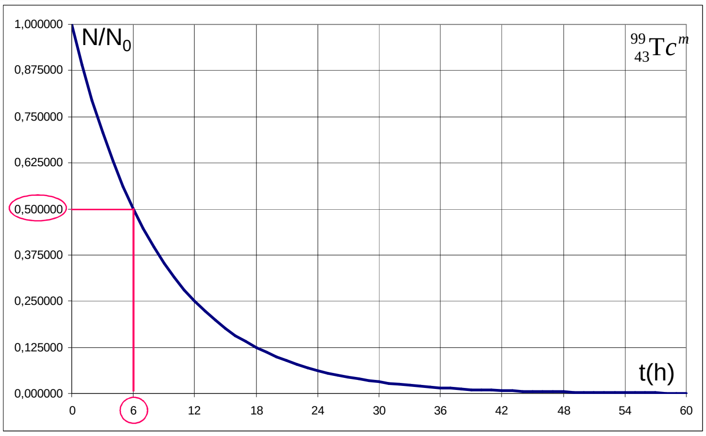
en intégrant : $\ln N = -\lambda.t + K$

soit $N(t) = e^{-\lambda t + K} = e^{K} e^{-\lambda t}$

or $N(0) = N_0$, donc :

$$\boxed{N(t) = N_0 e^{-\lambda.t}}$$

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE



$$N(t) = N_0 e^{-\lambda . t}$$

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0{,}69}{\lambda}$$

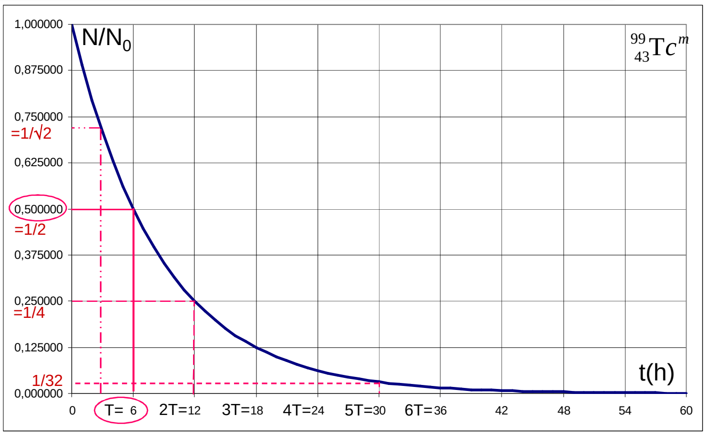
$$N(t) = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T}.t}$$

$$N(t) = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}}$$

Période : durée moyenne nécessaire à la désintégration de la moitié des noyaux d'un échantillon

$$N(T) = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda . T} \Rightarrow \ln 2 = \lambda . T \Rightarrow T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE



Dix périodes sont nécessaires pour diminuer le nombre de noyaux radioactifs d'un facteur supérieur à 1000 (2^{10}=1024)

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0{,}69}{\lambda}$$

$$N(t) = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}}$$

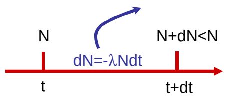
PASS

ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

Vie moyenne τ d'un isotope avant désintégration:

$$\tau = \frac{1}{N_0}\int_{t=0}^{\infty} t.dN = \frac{1}{N_0}\int_{t=0}^{\infty} t.\lambda N dt = \frac{1}{N_0}\int_{t=0}^{\infty} t.\lambda N_0 e^{-\lambda t} dt$$



$$\tau = \lambda \int_{t=0}^{\infty} t.e^{-\lambda t} dt$$

Par parties* : $\int_{t=0}^{\infty} t.e^{-\lambda t} dt = \left[-t\frac{e^{-\lambda t}}{\lambda}\right]_0^{\infty} - \int_0^{\infty} -\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}\int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}\left[\frac{e^{-\lambda t}}{-\lambda}\right]_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda^2}$

Donc : $\boxed{\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T}{\ln 2} \approx 1{,}4.T}$

Pour le : ${}^{99}_{43}\mathrm{Tc}^{m} : \tau \approx 8{,}7\ \mathrm{h}$

PASS

* car $[uv] = \int d(u.v) = \int v.du + u.dv \Rightarrow \int u.dv = [uv] - \int v.du$

ACTIVITE

- Activité $\overset{\text{DEF}}{=}$ nombre de désintégrations par seconde au sein d'un échantillon

- Unité SI: Becquerel (Bq) : 1 Bq = désintégration/sec.
- Autre unité: curie (Ci) : 1 mCi = 37 MBq

$$A(t) = \left|\frac{dN}{dt}\right| = \left|\frac{d}{dt} N_0 e^{-\lambda t}\right| = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

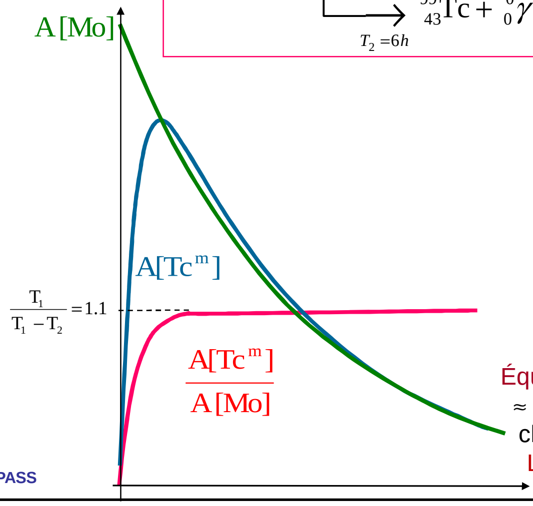
- donc l'activité est proportionnelle à N(t), nombre de noyaux non encore désintégrés :

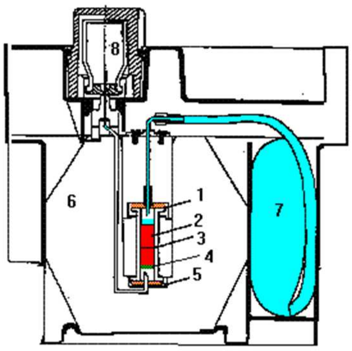
$$\boxed{A(t) = \lambda.N(t)}$$

FILIATIONS RADIOACTIVES

$$^{99}_{42}\mathrm{Mo} \xrightarrow[T_1=66h]{\beta^-} {}^{99}_{43}\mathrm{Tc}^m + {}^{0}_{-1}e^- + {}^{0}_{0}\bar{\nu}$$

$$\xrightarrow[T_2=6h]{\gamma} {}^{99}_{43}\mathrm{Tc} + {}^{0}_{0}\gamma$$





Équilibre séculaire ou de régime :
≈ 1 désintégration de ^{99}Mo pour chaque désintégration de Tc^m.
Le Mo « impose » sa période

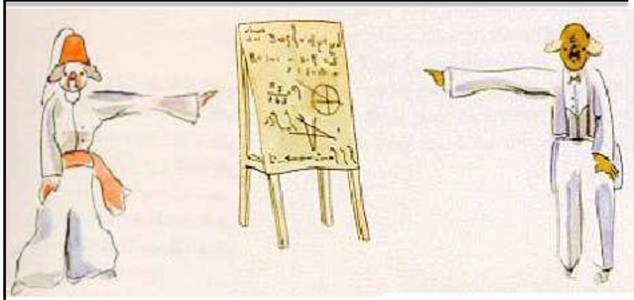
OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 10

Savoir :

- Définir une statistique de Poisson
  Aléatoire, sans mémoire, stationnaire, rare
- L'associer aux désintégration radioactives
- Caractériser sa variance = moyenne
- Caractériser un équilibre séculaire

Savoir manipuler et utiliser :

- Les taux de comptages en scintigraphie (S/B = $\sqrt{N}$)
- La loi de décroissance : $\boxed{N(t) = N_0 e^{-\lambda.t} = N_0.2^{-t/T}}$
- Les définitions de λ, T, τ.
- L'activité en Bq : $\boxed{A(t) = \lambda.N(t)}$



Si vous avez la curiosité d'approfondir un peu ce cours, je vous conseille un ouvrage remarquablement bien adapté à l'étude de la physique pour des professionnels de santé :

Physique pour les sciences de la vie (tome 1: la physique et ses méthodes; tome 2: la matière; tome 3: les ondes)
A. Bouyssy, M. Davier, B. Gatty.
DIA Université. Belin, 1988.

Je vous remercie pour votre attention

et vous souhaite tout le courage nécessaire pour la suite de l'année

ANNEXES

Documents complémentaires destinés à satisfaire la curiosité des étudiants intéressés,

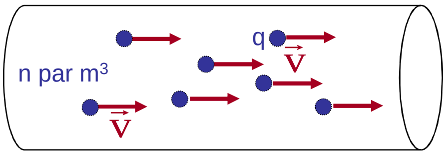
non exigibles à l'examen.

ANNEXE 1

DENSITES DE CHARGES ET DE COURANTS

Soient n particules par unité de volume,
de charge q et de vitesse v. On définit :

- la densité de charge $\rho = n.q$ en $C.m^{-3}$
- la densité de courant $j = n.q.v = \rho.v$ en $A.m^{-2}$



Le principe de conservation de la charge donne un lien entre ces deux densités :

$$\vec{j} = j.\vec{e}_x \Rightarrow \frac{\partial j}{\partial x} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

PASS

ANNEXE 1

LES EQUATIONS DE MAXWELL

Un champ électromagnétique est caractérisé par un couple de vecteurs $\vec{B}(B_x, B_y, B_z)$ et $\vec{E}(E_x, E_y, E_z)$ satisfaisants:

- Charges électriques $\Rightarrow$ champ électrique $\boxed{\dfrac{\partial E_x}{\partial x} + \dfrac{\partial E_y}{\partial y} + \dfrac{\partial E_z}{\partial z} = \dfrac{\rho}{\varepsilon}}$
- Pas de « charge » magnétique $\boxed{\dfrac{\partial B_x}{\partial x} + \dfrac{\partial B_y}{\partial y} + \dfrac{\partial B_z}{\partial z} = 0}$
- Couplage électro-magnétique

Variation de $\vec{B}$ dans le temps $\Rightarrow$ $\vec{E}$

Variation de $\vec{E}$ dans le temps $\Rightarrow$ $\vec{B}$ ou courant permanent

$$\boxed{\begin{pmatrix} \dfrac{\partial E_z}{\partial y} - \dfrac{\partial E_y}{\partial z} \\ \dfrac{\partial E_x}{\partial z} - \dfrac{\partial E_z}{\partial x} \\ \dfrac{\partial E_y}{\partial x} - \dfrac{\partial E_x}{\partial y} \end{pmatrix} = -\dfrac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix}}, \text{ et } \boxed{\begin{pmatrix} \dfrac{\partial B_z}{\partial y} - \dfrac{\partial B_y}{\partial z} \\ \dfrac{\partial B_x}{\partial z} - \dfrac{\partial B_z}{\partial x} \\ \dfrac{\partial B_y}{\partial x} - \dfrac{\partial B_x}{\partial y} \end{pmatrix} = \varepsilon\mu\dfrac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} + \mu\begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix}}$$

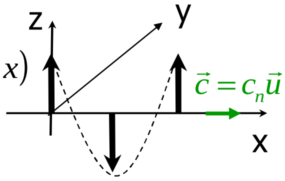
ANNEXE 1

LES EQUATIONS DE MAXWELL DANS LE VIDE

APPLICATION :

- Soit une onde électrique

$$\vec{E}(t,x) = (0,0,E_0 \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c_n}\right)\right])$$



- 1° relation de couplage de Maxwell :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \end{pmatrix} = -\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{\partial E_z}{\partial x} \\ 0 \end{pmatrix} = -\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} \Rightarrow \boxed{B_x = B_z = 0 \text{ et } \frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial B_y}{\partial t}}$$

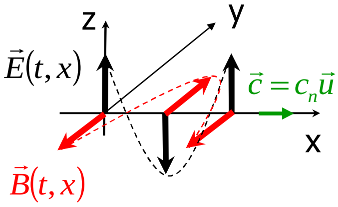
seul B_y est non nul

PASS

ANNEXE 1

LES EQUATIONS DE MAXWELL DANS LE VIDE

$$\vec{E}(t,x) = (0,0,E_0 \sin\left[\omega\left(t-\frac{x}{c_n}\right)\right])$$



Maxwell $\Rightarrow$ $B_x = B_z = 0$ et

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\frac{1}{c_n}\omega E_0 \cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{c_n}\right)\right]$$

$$\Rightarrow B_y = -\frac{1}{c_n}E_0 \sin\left[\omega\left(t-\frac{x}{c_n}\right)\right]$$

$$\vec{B}(t,x) = (0,-B_0 \sin\left[\omega\left(t-\frac{x}{c_n}\right)\right],0)$$

avec $B_0 = \frac{1}{c_n}E_0$

Généralisation : $\boxed{\vec{B} = \frac{1}{c_n}\vec{u} \wedge \vec{E}}$

PASS

ANNEXE 1

CELERITE DE LA LUMIERE

Dans notre cas particulier $\begin{cases} \vec{E}(t,x) = (0,0,E_0 \sin[\omega(t-\frac{x}{c_n})]) \\ \vec{B}(t,x) = (0,-\frac{E_0}{c_n}\sin[\omega(t-\frac{x}{c_n})],0) \end{cases}$

4° équation de Maxwell (en l'absence de courant):

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \\ \frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \end{pmatrix} = \varepsilon\mu \frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} \end{pmatrix} = \varepsilon\mu \frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_z \end{pmatrix} \Rightarrow \frac{\partial B_y}{\partial x} = \varepsilon\mu \frac{\partial E_z}{\partial t}$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial x} = \varepsilon\mu \frac{\partial E_z}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{E_0}{c_n}\sin[\omega(t-\frac{x}{c_n}]\right) = \varepsilon\mu \frac{\partial}{\partial t}\left(E_0 \sin[\omega(t-\frac{x}{c_n})]\right) \Rightarrow \left(-\frac{\omega}{c_n}\right).\left(-\frac{E_0}{c_n}\right) = \varepsilon\mu.\omega.E_0$$

$$\boxed{c_n = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}}$$

PASS

ANNEXE 2

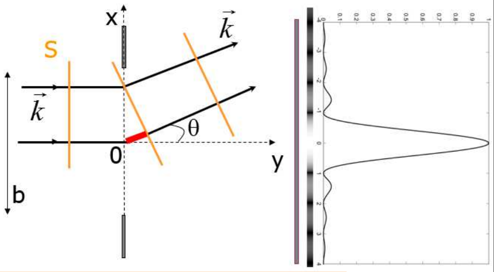
CALCUL DE L'ONDE DIFFRACTEE

$$\vec{E}=\int_{-b/2}^{b/2}\frac{\vec{A}_0}{b}\sin(\omega t-\Theta x).dx=\frac{\vec{A}_0}{b}\frac{1}{\Theta}\left[\cos(\omega t-\Theta x)\right]_{-b/2}^{b/2}$$

$$\Rightarrow\vec{E}=\frac{\vec{A}_0}{b}\frac{1}{\Theta}\left[\cos\left(\omega t-\frac{\Theta b}{2}\right)-\cos\left(\omega t+\frac{\Theta b}{2}\right)\right]\quad \text{or}\quad \cos p-\cos q=-2\sin\frac{p-q}{2}\sin\frac{p+q}{2}$$

$$\Rightarrow\vec{E}=-\frac{\vec{A}_0}{b}\frac{2}{\Theta}\sin\left(-\frac{\Theta b}{2}\right)\sin(\omega t)=\vec{A}_0\sin(\omega t)\frac{\sin(\Theta b/2)}{\Theta b/2}\quad \text{avec}\ \Theta=\frac{2\pi\sin\theta}{\lambda}$$

$$\Rightarrow\vec{E}=\underbrace{\boxed{\vec{A}_0.\mathrm{sinc}\left(\frac{\pi.b.\sin\theta}{\lambda}\right)}}_{\vec{A}}\sin(\omega t)$$



$$\vec{A}=\vec{A}_0.\mathrm{sinc}\left(\frac{\pi\, b\sin\theta}{\lambda}\right)=\vec{0}\Leftrightarrow\sin\theta_{min}=N\frac{\lambda}{b},\quad N\ \text{entier}$$

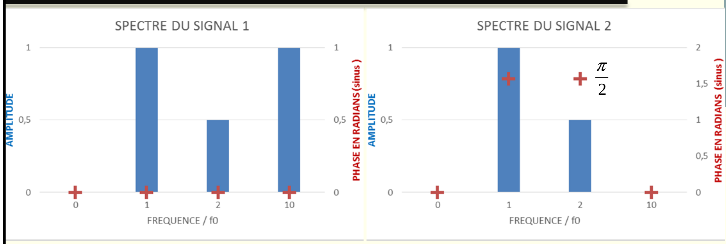
PASS

EXERCICES TYPES

PASS

EXERCICE : TF et aspects fréquentiels

EXERCICE D'APPLICATION



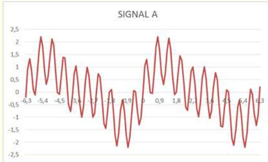
Connaissance
Réflexion
Les deux

☒ A. Le point (0,0) est centre de symétrie du graphe du signal 1 (signal impair) .

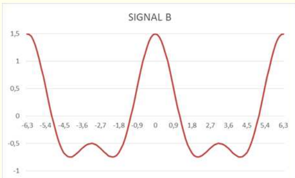
$$s1(t) = \sin(t) + \frac{1}{2}\sin(2.t) + \sin(10.t)$$

☒ B. L'axe des ordonnées est axe de symétrie du graphe du signal 2 (signal pair).

$$s2(t) = \sin(t + \frac{\pi}{2}) + \frac{1}{2}\sin(2.t + \frac{\pi}{2}) = \cos(t) + \frac{1}{2}\cos(2.t)$$



☒ C. Le signal A peut correspondre au spectre 1.



☐ D. Le signal 2 est le signal 1 avancé de 1,57 secondes.

PASS

EXERCICE : Equation de D'Alembert

EQUATION DE D'ALEMBERT

Montrez que la connaissance de la fonction g(t,x) caractéristique d'une onde progressive périodique quelconque permet d'en déduire la célérité de cette onde.

Connaissance

Réflexion

Les deux

Il suffit de le démontrer sur l'une des composantes harmoniques de l'OP qui s'écrit en toute généralité : $g(t,x) = A\sin\left[\omega\left(t \pm \frac{x}{c}\right)\right]$

On calcule la dérivée partielle $\frac{\partial g(t,x)}{\partial x}$ d'une fonction g(t,x) suivant la variable x est la dérivée de g par rapport à x calculée en supposant constante l'autre variable t.

La dérivée partielle seconde est notée : $\frac{\partial^2 g(t,x)}{\partial x^2}$

$$g(t,x) = A\sin[\omega(t \pm \frac{x}{c})] \Rightarrow \frac{\partial g}{\partial x} = \pm\left(\frac{\omega}{c}\right).A\cos[\omega(t \pm \frac{x}{c})] \text{ et } \frac{\partial g}{\partial t} = \omega.A\cos[\omega(t \pm \frac{x}{c})]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial^2 g(t,x)}{\partial x^2} = -\left(\frac{\omega}{c}\right)^2.g(t,x) \\ \frac{\partial^2 g(t,x)}{\partial t^2} = -\omega^2.g(t,x) \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 g(t,x)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 g(t,x)}{\partial t^2}}$$

Equation de d'Alembert caractéristique d'une onde progressive, permet de calculer c à partir d'une modélisation de l'onde

PASS

EXERCICE: OEM

CONCOURS PACES 2011

Dans un milieu de propagation homogène, on considère
une onde électromagnétique plane caractérisée par le champ électrique
$(E_x,E_y,E_z) = (0, 0, 100.\sin[628.(t-0,5.10^{-8}.y)])$
dans le repère orthonormé direct (O,x,y,z).

Connaissance
Réflexion
Les deux

☒ A. Le champ électromagnétique se déplace le long de la direction y.

$$E_z(t,y) = E_0 \sin[\omega.(t - \frac{y}{c_n})]$$

☒ B. Le champ électromagnétique est une radiation de fréquence 100 Hz.

$$\omega = 628 = 2\pi f \Rightarrow f = 100\,\mathrm{Hz}$$

☐ C. Le champ électrique est polarisé rectilignement suivant la direction y.

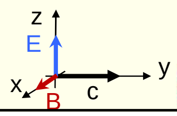
Non, suivant z

☒ D. Les composantes en y et z du champ magnétique sont nulles à tout instant.

$$\vec{B} = (1/c_n).\vec{u} \wedge \vec{E} \Rightarrow B_x(t,y) = B_0 \sin[\omega.(t - \frac{y}{c_n})]$$

☒ E. L'indice de réfraction du milieu de propagation est 1,5.

$$\frac{\omega}{c_n} = \frac{2\pi f}{c_n} = 628.0{,}5.10^{-8} = \frac{628}{2.10^8} = \frac{2\pi.100}{2.10^8} \Rightarrow n = \frac{c}{c_n} = \frac{3.10^8}{2.10^8} = 1{,}5$$



EXERCICE: Chemin optique

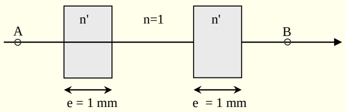
CONCOURS PACES 2013

Comprendre que L est un « équivalent de distance dans le vide », au sens où : $L = n.(AB) = \frac{c}{c_n}.(AB) \Rightarrow t = \frac{(AB)}{c_n} = \frac{L}{c}$

Connaissance

Réflexion

Les deux



Lames: ε_r = 5,76, et μ_r = 1,000021

☒ A. L'indice de réfraction des lames est n' = 2,4

$$n' = \frac{c}{c_{n'}} = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r} = \sqrt{5{,}76.1{,}000021} = 2{,}40$$

☐ B. La célérité du rayonnement laser dans les lames est de 2.10⁸ m/s

$$c_{n'} = \frac{c}{n'} = \frac{3.10^8}{2.4} = 1{,}25.10^8\,\text{m/s}$$

☐ C. La variation de chemin optique induite par l'introduction des deux lames est de 4,8 mm

$$\Delta L = 2.(n'-1).e = 2{,}8\,\text{mm}$$

☒ D. Après introduction des deux lames, la lumière arrive en B avec 9.10^{-12} s de retard

$$\frac{2{,}8.10^{-3}}{c} = 9{,}3.10^{-12}\,\text{s}$$

☒ E. La variation de phase induite par l'introduction des deux lames est inversement proportionnelle à λ.

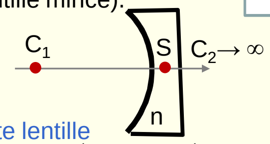
$$\Delta\varphi = \frac{\omega}{c}\Delta L = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta L$$

PASS

EXERCICE: Lentille

CONCOURS PACES 2016-2017

Une lentille de verre (n=1,8) est constituée d'un dioptre divergent de R_1= 80 cm et d'un dioptre plan. On considère que les sommets des 2 dioptres sont confondus (lentille mince).



Connaissance
Réflexion
Les deux

1- Donnez la formule de conjugaison de cette lentille

$$\left.\begin{aligned}\frac{n-1}{SC_1} &= \frac{n}{SA''} - \frac{1}{SA}\\ \frac{1-n}{SC_2} &= 0 = \frac{1}{SA'} - \frac{n}{SA''}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{n-1}{SC_1} = \frac{1}{SA'} - \frac{1}{SA}$$

2- Calculez la puissance de cette lentille

$$\Pi = \frac{n-1}{SC_1} = -\frac{0.8}{80.10^{-2}} = -1\,\text{Dp} \qquad (SC_1 = -R_1)$$

3- Calculez la focale image de cette lentille

$$\Pi = -1 = \frac{1}{SF'} \Rightarrow SF' = -1\,\text{m}$$

4- Calculez le grandissement d'un objet placé à 1 m en amont de cette lentille

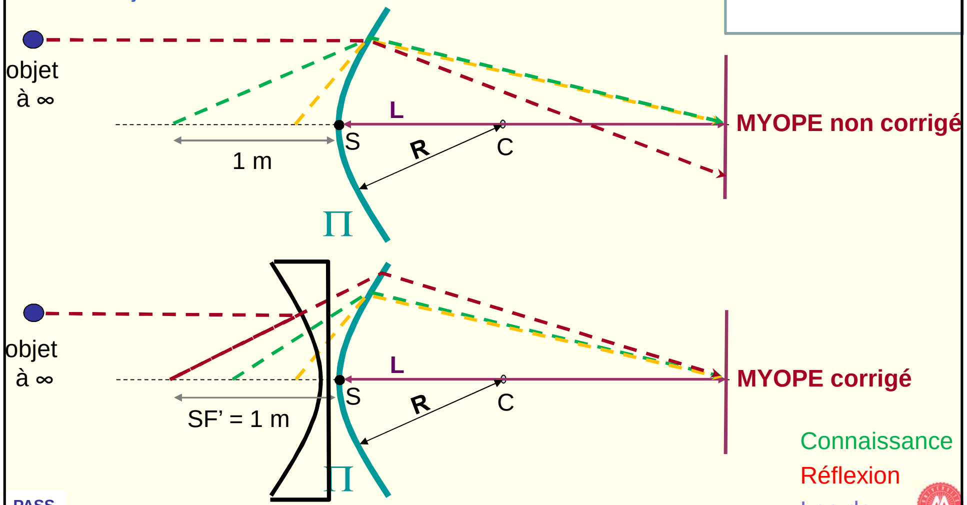
$$\frac{1}{G} = \left|\frac{SA}{SA'}\right| = \left|\Pi.SA + 1\right| = \left|(-1).(-1)+1\right| = 2$$

PASS

EXERCICE: Amétropies

AMETROPIES SPHERIQUES

Quelle correction proposer à un patient myope qui voit flou tout objet situé au-delà d'un mètre de son œil ?

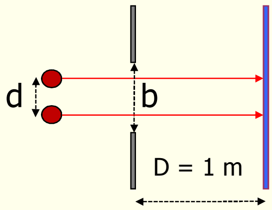


Connaissance
Réflexion
Les deux

PASS

EXERCICE: Diffraction & résolution

EXERCICE D'APPLICATION



Ecran éloigné où se forment les images de 2 sources identiques de λ = 500 nm après traversée d'une fente carrée de largeur b = 0,5 mm.

Connaissance
Réflexion
Les deux

☒ A. La distance entre le premier minimum et le maximum principal est de l'ordre de 1 mm.

$$\sin\theta_{min} = \frac{\lambda}{b} \approx tg\,\theta_{min} = \frac{x_{min}}{D} = x_{min} = \frac{500\,10^{-9}}{0{,}5.10^{-3}} = 1\ mm$$

☒ B. La largeur à mi-hauteur de la tache de diffraction (maximum principal) est de l'ordre de 1 nm.

$$LMH \approx x_{min} = 1\ mm$$

☒ C. Si D = 3 m, la distance entre le 2 maxima est de l'ordre de 3 mm.

$$x = D.\frac{\lambda}{b} = D.1\ mm = 3\ mm$$

☒ D. Si D = 1 m, Les 2 images seront indiscernables si d < 1 mm.

Fusion des 2 pics d'intensité (intersection à plus de 50% de l'intensité maximale)…

☒ E. Si D = 3 m, Les 2 images seront indiscernables si d < 1 mm.

Indépendante du grandissement

PASS

EXERCICE: Niveaux d'énergie des électrons atomiques

EXERCICE D'APPLICATION

Les énergies d'ionisation de la raie K, d'une raie L et d'une raie M d'un atome à plusieurs électrons sont :

$E^K_i = 3$ keV, $E^L_i = 0,3$ keV et $E^M_i = 0,03$ keV.

Connaissance

Réflexion

Les deux

☒ A. La transition L→K émet un photon X de λ = 0,46 nm.

$$|3-0.3|.10^3.1,6.10^{-19} = 4,32.10^{-16} = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{6.62.10^{-34}.3.10^8}{4,32.10^{-16}} = 0,46\ \text{nm}$$

☒ B. La transition L→M nécessite l'absorption d'un photon d'énergie 0,27 keV.

$$|0.3-0.03| = 0,27\ \text{keV}$$

☒ C. La transition M→K émet un photon de fréquence 718 10^{15} Hz

$$|3-0.03|.10^3.1,6.10^{-19} = 4,752.10^{-16} = h.f \Rightarrow f = \frac{4,752.10^{-16}}{6.62.10^{-34}} = 717,8.10^{15}\ \text{Hz}$$

☐ D. La transition M→L peut provoquer une ionisation sur la couche K.

☒ E. La transition L→K peut provoquer une ionisation sur la couche M.

PASS

EXERCICE: Tube X

Concours PACES 2011

Un tube à rayons X dont l'anode est en tungstène est utilisé avec une tension d'accélération des électrons de 150 kV.
Les énergies d'ionisation des couches K (n=1, l=0), L (n=2, l=0) et M (n=3, l=0) de l'atome de tungstène sont respectivement 69,5 keV, 12,1 keV et 2,8 keV.

Connaissance
Réflexion
Les deux

- ☒ A. L'énergie véhiculée par le rayonnement X produit est principalement le fait d'un rayonnement de freinage.
- ☒ B. Le spectre du rayonnement X produit est un spectre continu au sein duquel peuvent être observées des raies surajoutées d'énergie 66,7 keV et 57,4 keV.
  69,5-2,8 = 66,7
  69,5-12,1 = 57,4
- ☐ C. L'énergie véhiculée par le rayonnement X produit est principalement le fait de photons de 9,3 keV.
  12,1-2,8 = 9,3
- ☐ D. Une raie unique est observée à 9,3 keV dans le spectre du rayonnement X produit.
  pas unique
- ☒ E. S'il est focalisé sur un tissu humain vivant, le rayonnement X produit par ce tube est capable de créer des radicaux libres.
- ☐ F. L'énergie des photons émis varie entre 0 et 175 keV
  entre 0 &150 keV
- ☐ G. Des photons X non ionisants prédominent dans le rayon X observé
  autoabsorbés

PASS

EXERCICE: Activité et période

EXERCICE

Pour réaliser une scintigraphie osseuse, on administre par voie intraveineuse 3,8 ng de ${}^{99}_{43}\mathrm{Tc}^{m}$ $(\mathrm{T} = 6\ \mathrm{h})$ à un patient.

1- Déterminer le nombre de moles de molybdène nécessaire à sa production

$$1\ \text{mole} \equiv 99\ \text{g} \Rightarrow 3{,}8\ \text{ng} \equiv \frac{3{,}8.10^{-9}}{99} = 38{,}4.10^{-12}\ \text{moles de } {}^{99}_{43}Tc^{m}\ \text{ou de } {}^{99}_{42}Mo$$

2- Déterminer l'activité injectée

$$38{,}4.10^{-12}\ \text{moles} = 23.10^{12}\ \text{atomes.}\ \ A = \lambda N = \frac{\ln 2}{T} N = \frac{\ln 2}{6.60.60} 23.10^{12} = 741 MBq = 20\ mCi$$

3- Déterminer la vie moyenne de ce radio-isotope

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{\mathrm{T}}{\ln 2} = 8{,}6\ \mathrm{h} = 8\ \mathrm{h}\ 39\ \mathrm{min}$$

4- Quelle conséquence aurait l'administration d'une activité 4 fois plus faible

4 fois moins de photons détectés et S/B divisé par 2

En supposant l'absence de toute élimination de cet isotope:

5- Combien de photons gamma seront émis dans l'organisme du patient ? $23{,}10^{12}$

6- Quelle % d'activité persistera 24h après l'injection ?

$$t = 24h = 4.T \Rightarrow A = \frac{A_0}{2^{\frac{t}{T}}} = \frac{A_0}{2^4} = \frac{A_0}{16} = 6.25\%.A_0$$

PASS

EXERCICE: Capture électronique

CAPTURE ELECTRONIQUE (PACES 2013)

On observe l'apparition de manganèse ${}^{55}_{25}Mn$ (masse atomique de 54,938 047 u) au sein de fer ${}^{55}_{26}Fe$ (masse atomique 54,938 296 u), sans émission de particule chargée positivement (1 u = 931,5 Mev/c²).

On donne: $E_i^{1s}\left({}^{55}_{26}Fe\right) = 7{,}11\,\text{keV}$ et $E_i^{1s}\left({}^{55}_{25}Mn\right) = 6{,}54\,\text{keV}$

$E_i^{2s}\left({}^{55}_{26}Fe\right) = 0{,}85\,\text{keV}$ et $E_i^{2s}\left({}^{55}_{25}Mn\right) = 0{,}77\,\text{keV}$

$E_i^{2p}\left({}^{55}_{26}Fe\right) = 0{,}72 \text{ et } 0.71\,\text{keV}$ et $E_i^{2p}\left({}^{55}_{25}Mn\right) = 0{,}65 \text{ et } 0.64\,\text{keV}$

Connaissance
Réflexion
Les deux

1- Ecrire la réaction en cause ${}^{55}_{26}\text{Fe} + {}^{0}_{-1}e^-_K \rightarrow {}^{55}_{25}\text{Mn} + {}^{0}_{0}\nu$

2- Calculer l'énergie emportée par la particule émise

$$\boldsymbol{E_d = \left[\mathfrak{M}\left({}^{55}_{26}Fe\right) - \mathfrak{M}\left({}^{55}_{25}Mn\right)\right].c^2 - E_K^i\left({}^{55}_{26}Fe\right)}$$

$$= [\mathbf{54,938296 - 54,938047}].\mathbf{931,5 - 7,11.10^{-3}} = \textbf{224,83 keV}$$

3- Calculer l'énergie des photons émis après la réaction (hors Auger sur M)

$$\left.\begin{aligned} &L1 \rightarrow K : 6{,}54 - 0{,}77 = 5{,}77\,\text{keV} \\ &L2 \rightarrow K : 6{,}54 - 0{,}65 \text{ ou } 0{,}64 = 5{,}89\,\text{keV ou } 5{,}90\,\text{keV} \\ &L2 \rightarrow L1 : 0{,}77 - 0{,}65 \text{ ou } 0{,}64 = 0{,}12\,\text{keV ou } 0{,}13\,\text{keV} \end{aligned}\right\}\text{Fluorescence X}$$

PASS