

UE 7: PHYSIQUE & BIOPHYSIQUE

RESPONSABLES: Pr C WISNIEWSKI et D MARIANO-GOULART

Cours	35 (56%)	Compréhension
ED (\Rightarrow CM)	28 (44%)	Manipulation \uparrow
Tutorat	14 x 2h	Entrainement

4 blocs fondamentaux en Physique

Notions essentielles à toute poursuite d'études en santé, sciences physiques ou sciences pour l'ingénieur

12 heures de CM / 8 heures d'ED

Ondes et matière

D Mariano-Goulart

Mécanique des fluides

10 heures de CM / 8 heures d'ED

C Wisniewski, T Ruiz & PO Kotzki

Transfert de chaleur

3 heures de CM / 2 heures d'ED

C Wisniewski

Transfert de matière

10 heures de CM / 10 heures d'ED

PO Kotzki, V Boudousq



UE 7: EQUIPE PEDAGOGIQUE

	Prénom	Nom	Courriel	Responsable	Faculté (UFR)
ENSEIGNANTS DE COURS MAGISTRAUX (et d'ED pour *)	Christelle	WISNIEWSKI*	christelle.wisniewski@umontpellier.fr	UE 7, CM « Fluides, Chaleur »	Pharmacie
	Denis	MARIANO-GOULART	denis.mariano-goulart@umontpellier.fr	UE 7, CM « Ondes & Matière »	Médecine
	Thierry	RUIZ*	thierry.ruiz@umontpellier.fr	CM «Fluides»	Pharmacie
	Pierre-Olivier	KOTZKI	Pierre-Olivier.Kotzki@icm.unicancer.fr	CM «Fluides, Transfert Matière»	Médecine
	Vincent	BOUDOUSQ	vincent.boudousq@umontpellier.fr	CM «Transfert Matière»	Médecine
ENSEIGNANTS D'ENSEIGNEMENTS DIRIGES	Laurent	VACHOUD	laurent.vachoud@umontpellier.fr	Tutorat Montpellier (Pharmacie)	Pharmacie
	Catherine	LOZZA	catherine.lozza@umontpellier.fr	Tutorat Nîmes	Médecine
	Carine	BECAMEL	carine.becamel@umontpellier.fr	Tutorat Montpellier (Médecine)	Médecine
	Lidwine	GROSMAIRE	lidwine.grosmaire@umontpellier.fr		Pharmacie
	Maxime	LOUET	maxime.louet@umontpellier.fr		Pharmacie
	Laurent	MAIMOUN	laurent.maimoun@umontpellier.fr		Médecine
	Eric	RONDET	eric.rondet@umontpellier.fr		Pharmacie
	Julien	DUBOIS	Julien.dubois@umontpellier.fr		Pharmacie



EN GUISE D'INTRODUCTION...

Prête au vrai maintenant une **oreille attentive**,

Quod super est, vacuas auris animumque sagacem

Nette de tout souci, **aiguise ton esprit**,

semotum a curis adhibe veram ad rationem,

Et mes dons, apprêtés avec un soin fidèle,

ne mea dona tibi studio disposta fideli,

Garde d'en faire fi avant d'y rien comprendre,

intellecta prius quam sint, contempta relinquant.

Car je vais t'exposer les hautes lois du ciel

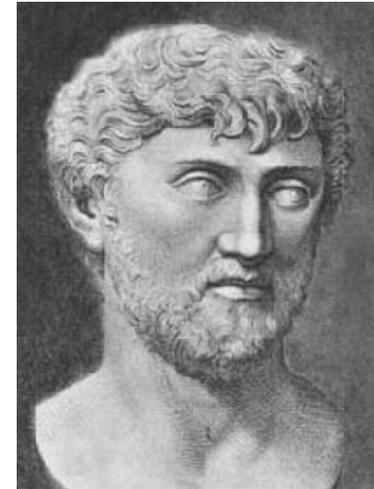
nam tibi de summa caeli ratione deumque

Et des dieux, dévoiler **d'où procèdent les choses**,

disserere incipiam et rerum primordia pandam.

De la nature des choses, Chant 1, vers 50-55

Traduction d'Olivier Sers, Belles lettres, Paris, 2012.



Lucretèce
(1^{er} siècle avant JC)

Modélisation mathématique la plus simple possible
des mécanismes de la nature telle qu'elle est
observée expérimentalement

QR code à flasher SVP

Comment participer ?



Cliquez sur l'écran projeté pour lancer la question

[Copier le lien de participation](#)

wooclap

105 %

0



A VOTRE AVIS...

Allez sur **wooclap.com** et utilisez le code **OMUE7**



Le proton, noyau d'un atome d'hydrogène, peut être modélisé par une onde



1 VRAI : il peut diffracter et interférer suivant les lois de l'optique

0% 0



Cliquez sur l'écran projeté pour lancer la question

2 FAUX : c'est une particule élémentaire massive qui interagit seulement par chocs suivant les lois de la mécanique

0% 0

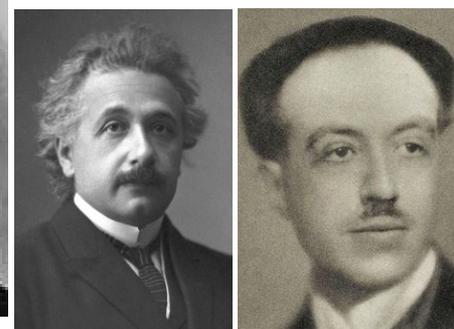
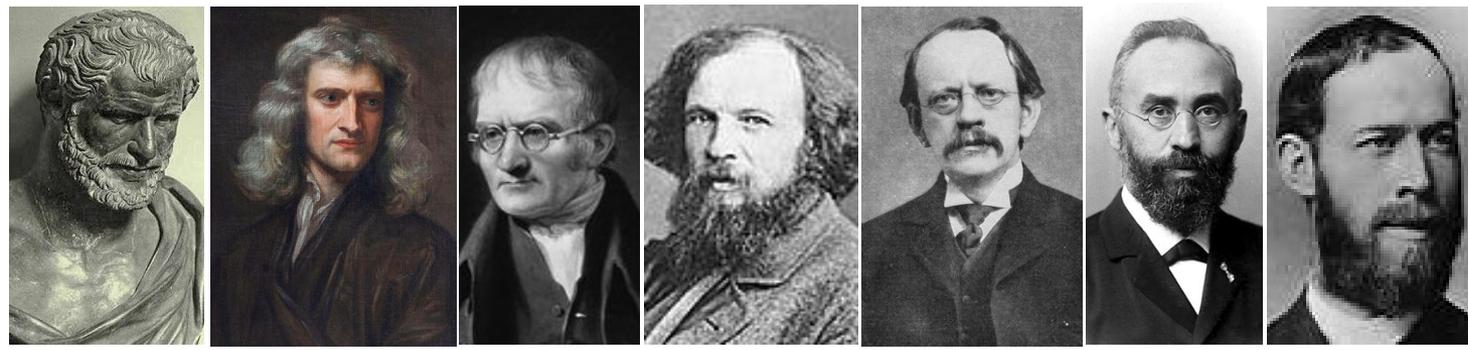


MODELE: ONDE ou PARTICULE ?

ATOME / DISCONTINU

Démocrite 460-370	I Newton 1642-1727 particules	J Dalton 1766-1844 chimie	D Mendeleïev 1834-1907	J Thompson 1856-1940 électron	H Lorentz 1853-1928 $e^- \Rightarrow$ OEM	H Hertz 1857-1894 PE
----------------------	-------------------------------------	---------------------------------	---------------------------	-------------------------------------	---	----------------------------

A Einstein 1879-1955	L de Broglie 1856-1972
-------------------------	---------------------------

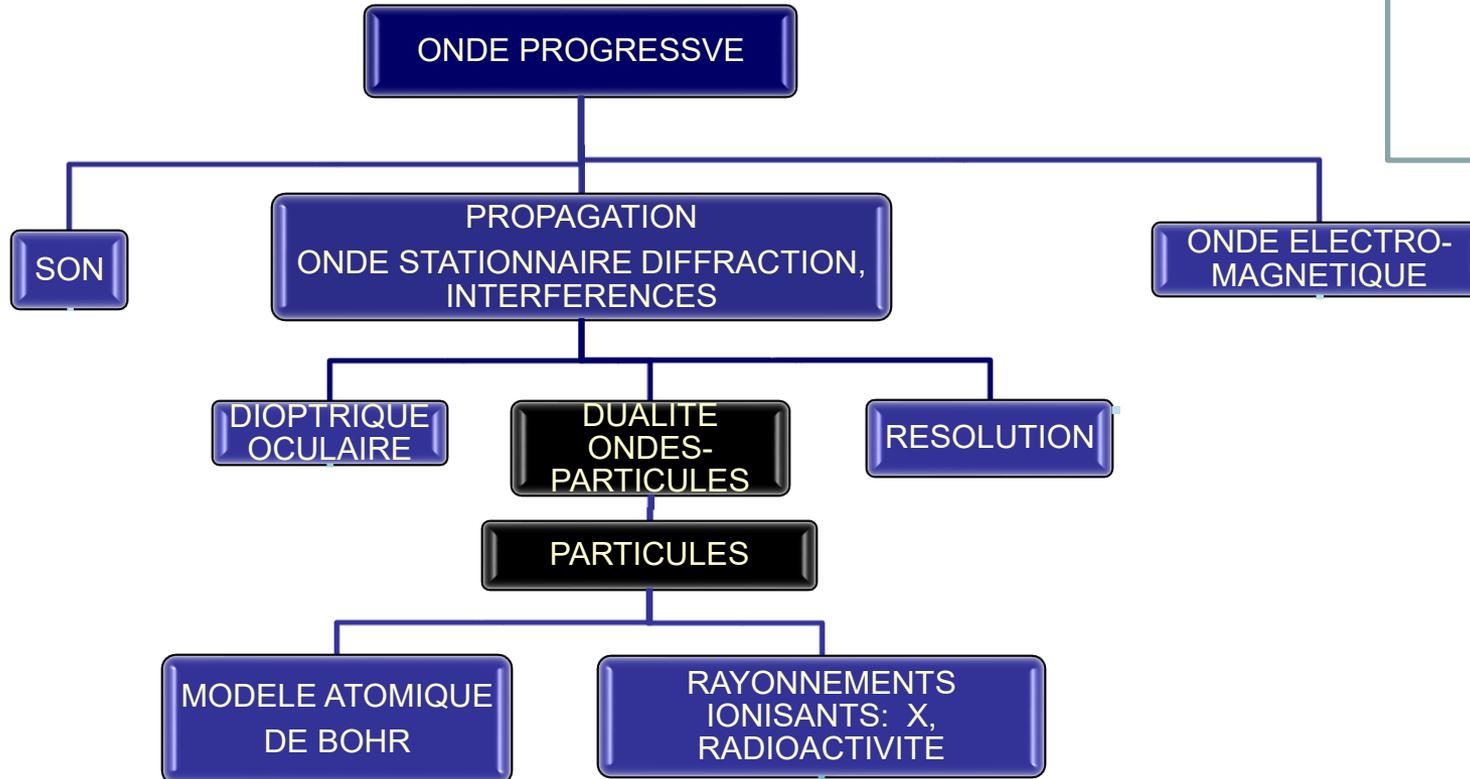


Anaxagore 500-428 PASS	C Huygens 1629-1695 Rayon ?	T Young 1773-1829 Interférence	A Fresnel 1788-1827 Diffraction	JC Maxwell 1831-1879 OEM	ONDE / CONTINU
------------------------------	-----------------------------------	--------------------------------------	---------------------------------------	--------------------------------	-----------------------

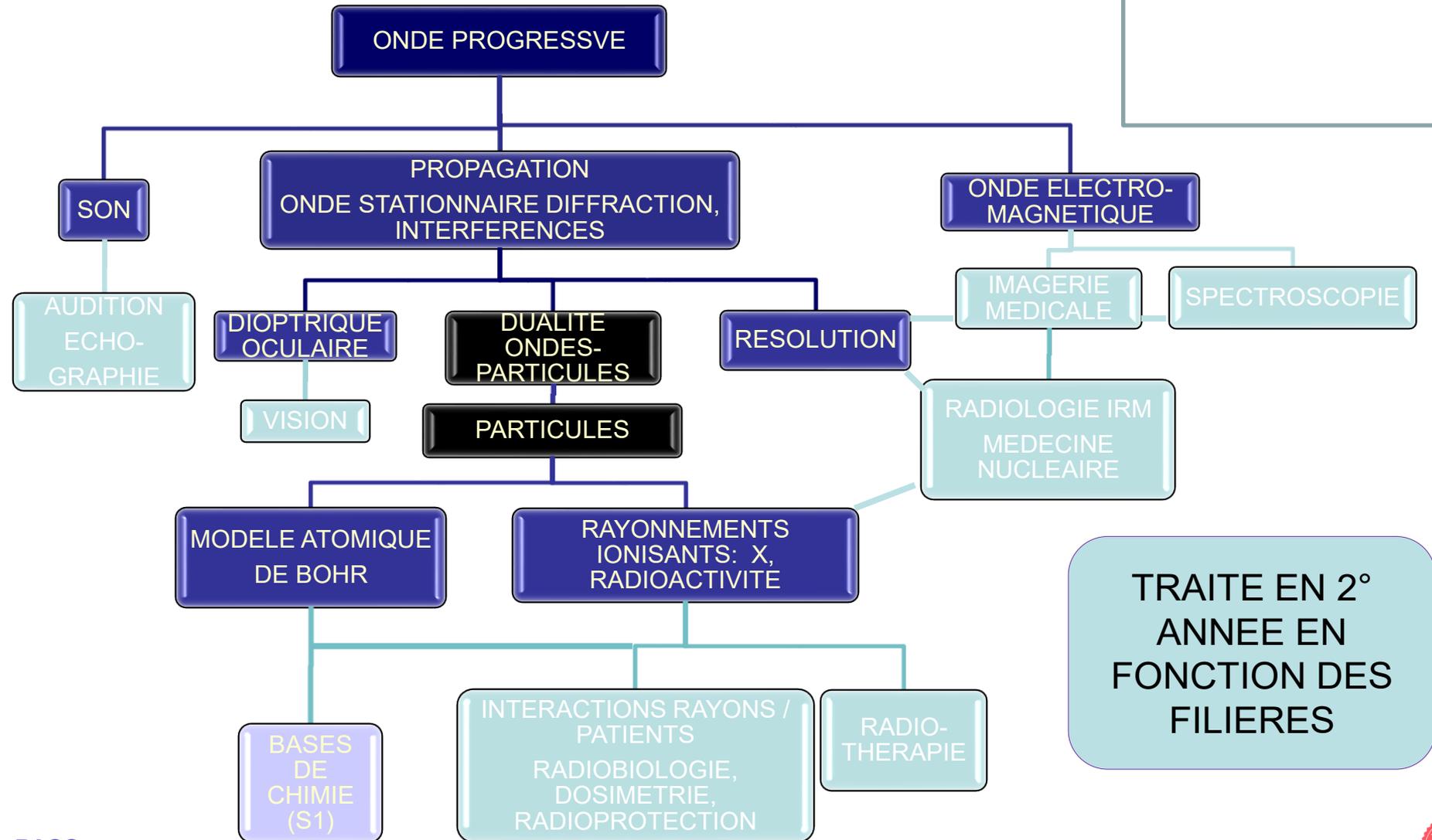
N Bohr 1885-1962	W Heisenberg 1901-1976
---------------------	---------------------------



ONDES ET MATIERE: PROGRAMME



ONDES ET MATIERE: OBJECTIFS



ONDE PROGRESSIVE: DEFINITION

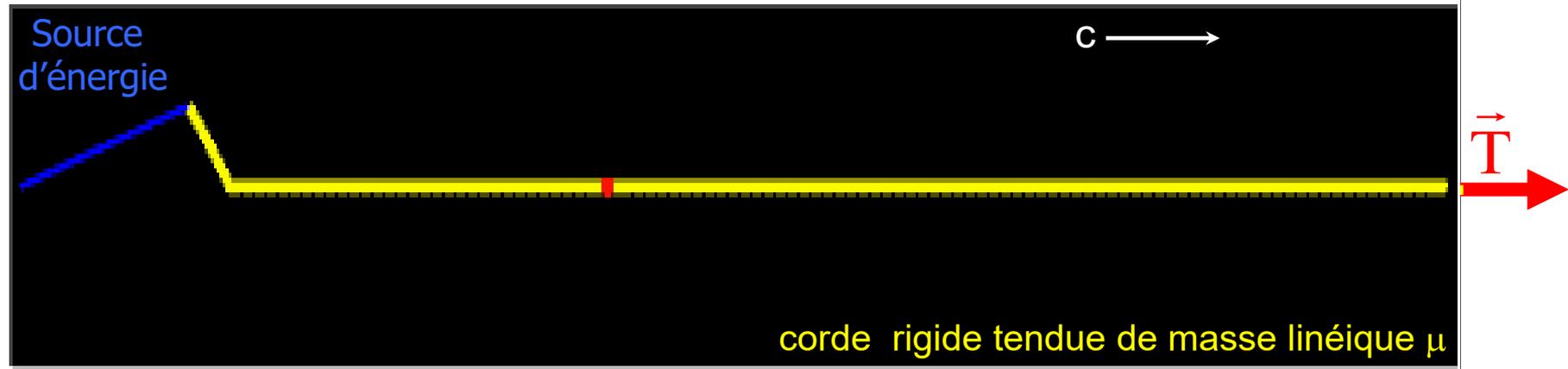


Propagation d'une perturbation des caractéristiques physiques du milieu

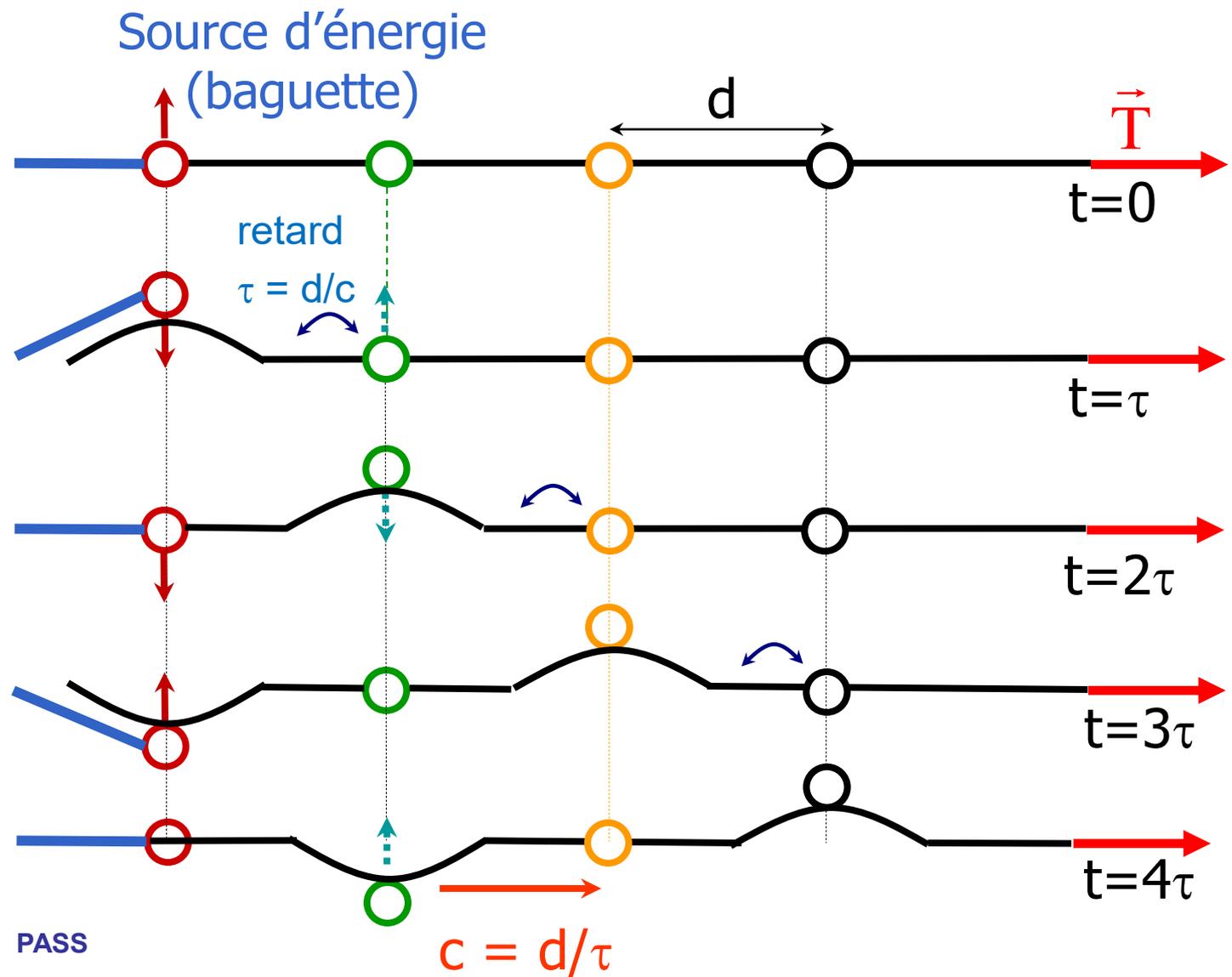


modification locale de position, pression, température, champ électrique, magnétique,...

Exemple : propagation d'une modification périodique de la position verticale d'une corde



ONDE PROGRESSIVE: CORDE VIBRANTE

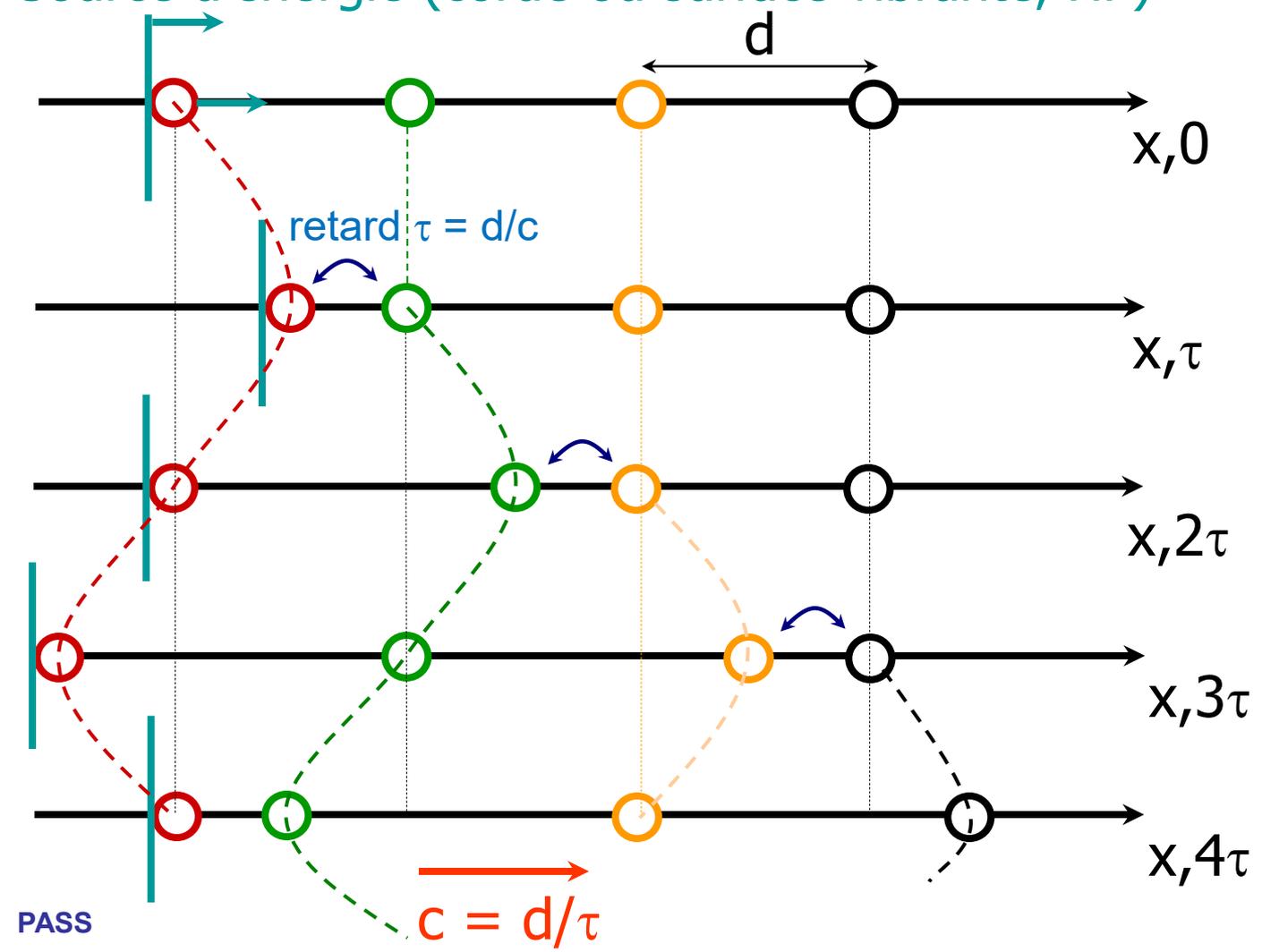


Onde progressive
scalaire
de vibration
transversale



ONDE PROGRESSIVE: SON

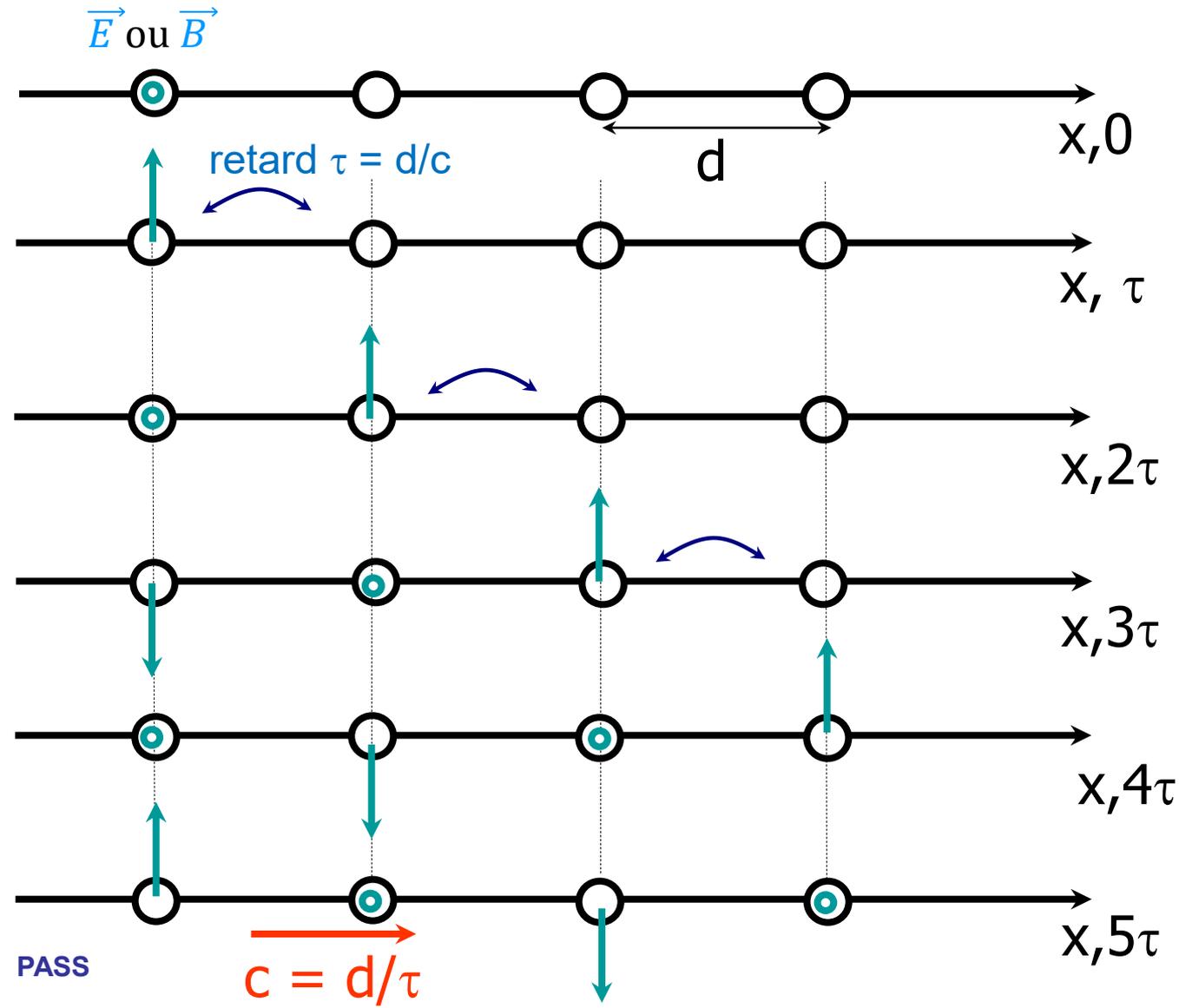
Source d'énergie (corde ou surface vibrante, HP)



Son
=
Onde
progressive
scalaire
de vibration ou
de surpression
longitudinale



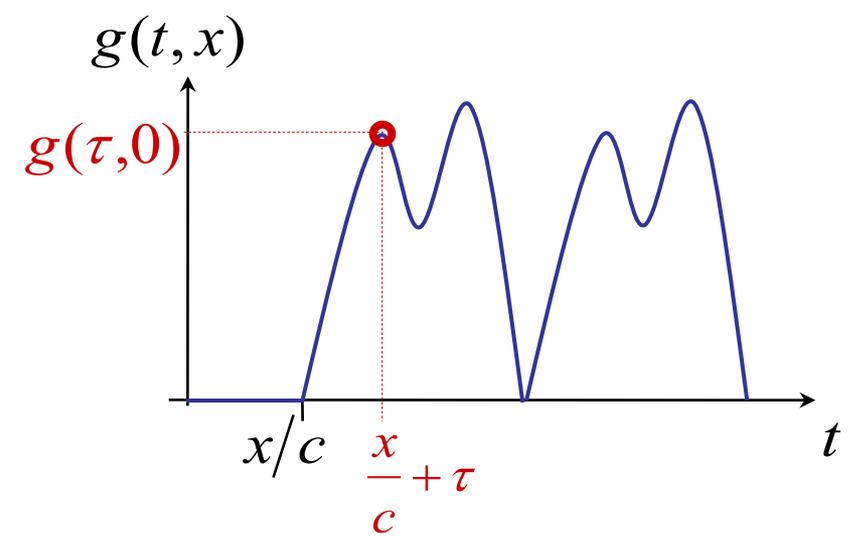
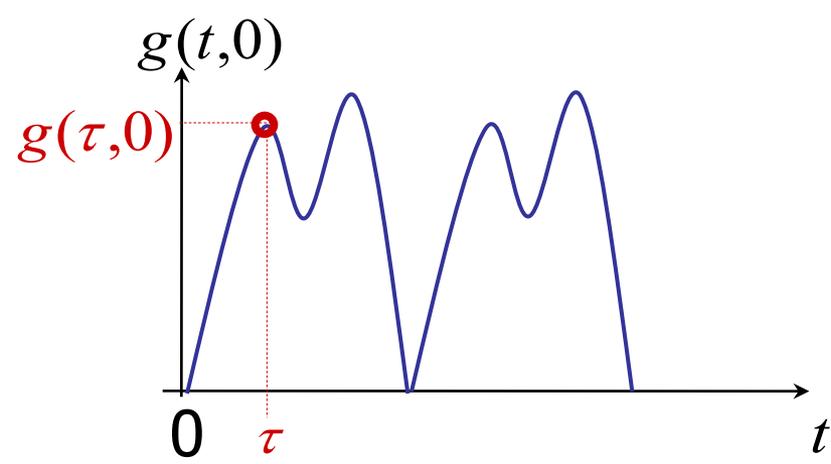
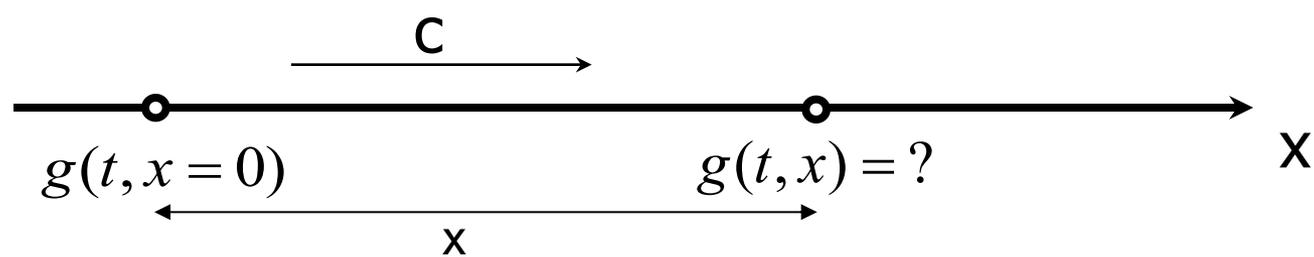
ONDE PROGRESSIVE: LUMIERE



Lumière
=
champ
électromagnétique
=
Onde progressive
vectorielle
transversale



ONDE PROGRESSIVE: MODELISATION



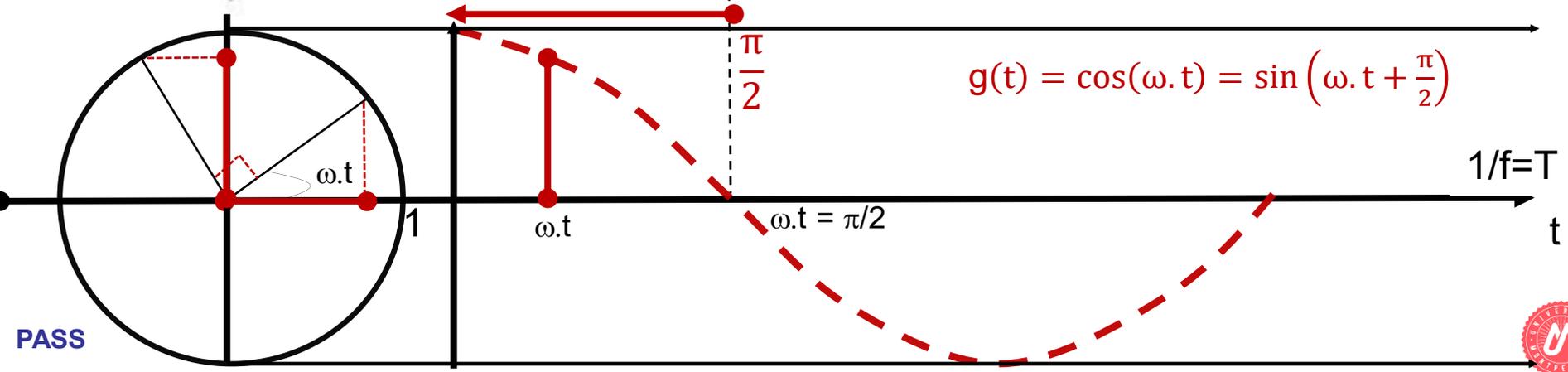
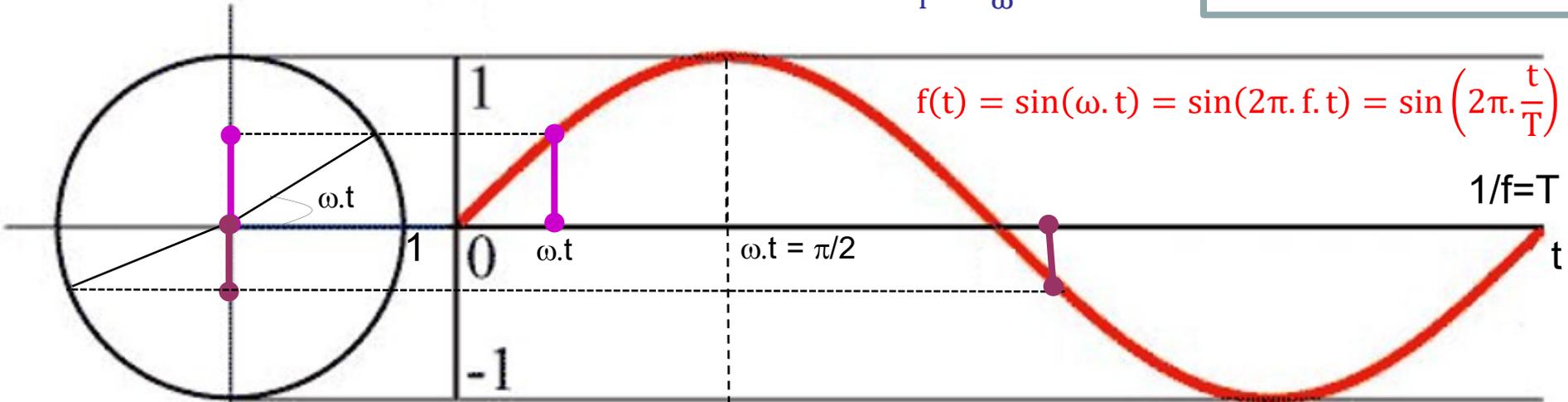
$$g\left(\tau + \frac{x}{c}, x\right) = g(\tau, 0)$$

$$g(t, x) = g\left(t - \frac{x}{c}, 0\right)$$

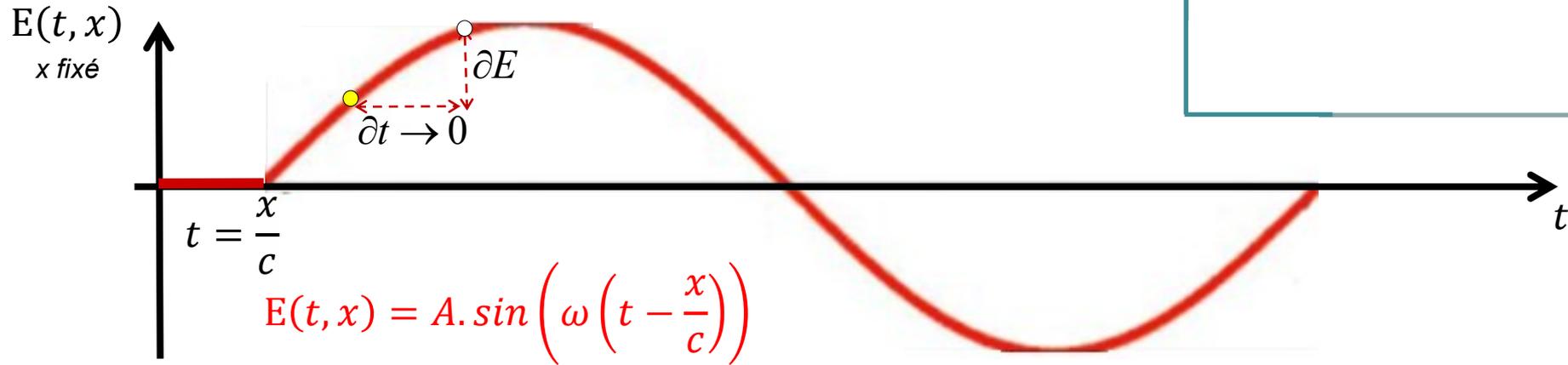


RAPPEL: FONCTION SINUS $f(t) = \sin(\omega.t)$

Pulsation propre (rad.s⁻¹) : $\omega = 2\pi.f = \frac{2\pi}{T}$
 Période (s) et fréquence (Hertz = Hz = s⁻¹) : $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$



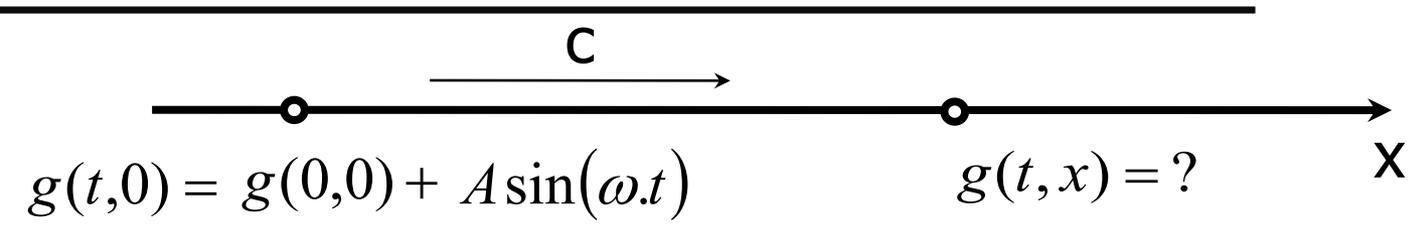
Rappel: la dérivation



$$\frac{\partial E}{\partial t} \stackrel{\text{def}}{=} E'(t)_{x \text{ constant}} = \frac{\partial}{\partial t} \left[A \cdot \sin\left(\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \right] = \omega \cdot A \cdot \cos\left(\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} \stackrel{\text{def}}{=} E'(x)_{t \text{ constant}} = \frac{\partial}{\partial x} \left[A \cdot \sin\left(\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \right] = -\frac{\omega}{c} \cdot A \cdot \cos\left(\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

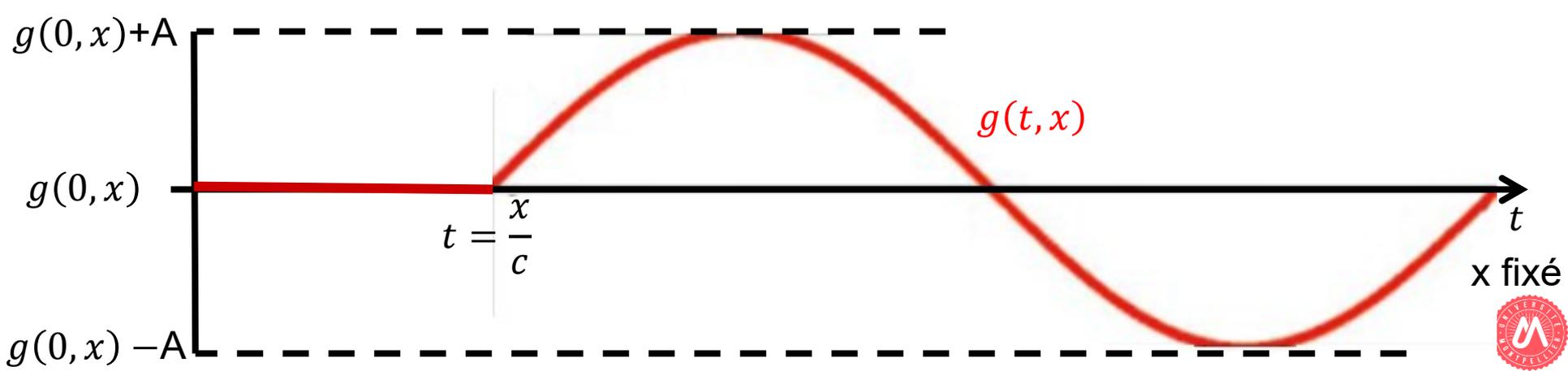
ONDE PROGRESSIVE SINUSOIDALE



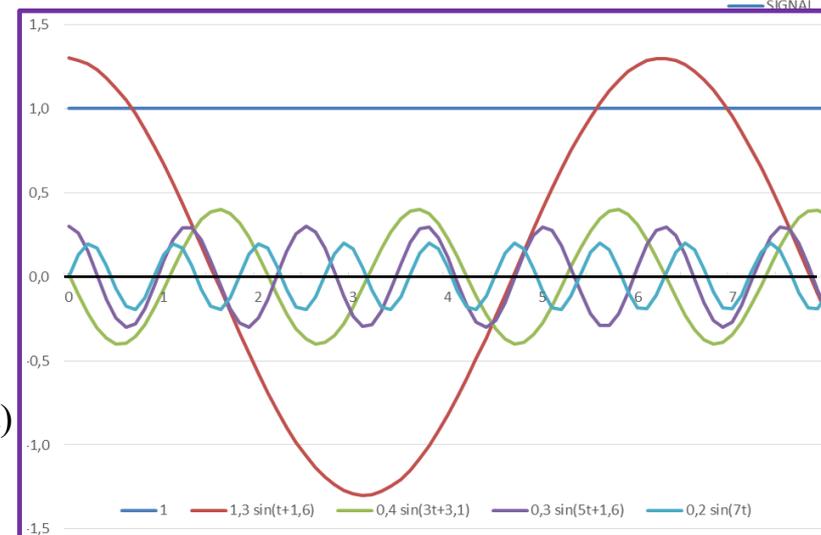
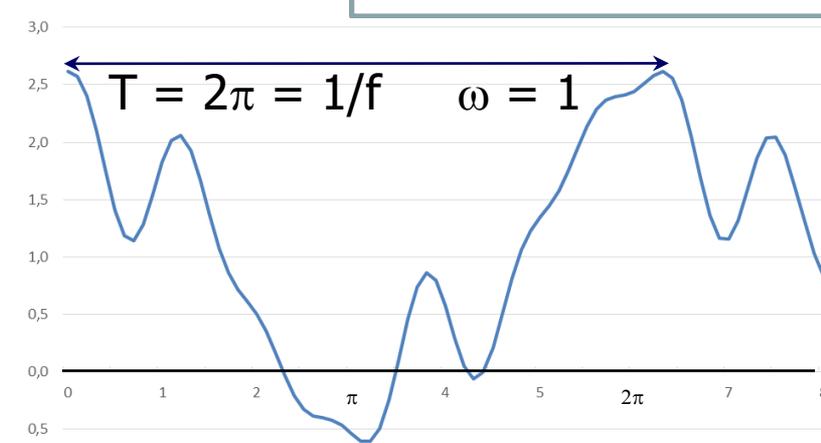
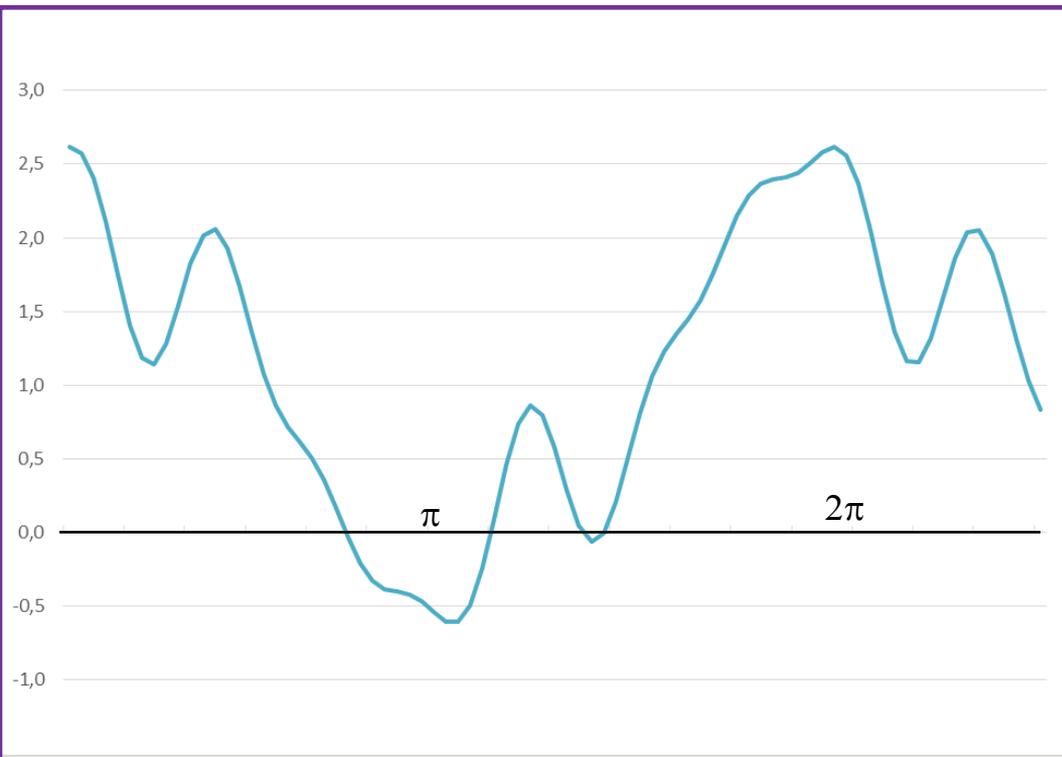
$$g(t, x) = g(0, x) + A \sin \left[\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c} \right) \right]$$

grandeur physique avant la perturbation

perturbation retardée de x/c



DECOMPOSITION EN OPS



$$g(t) = 1 + 1,3 \cdot \sin(t + 1,6)$$

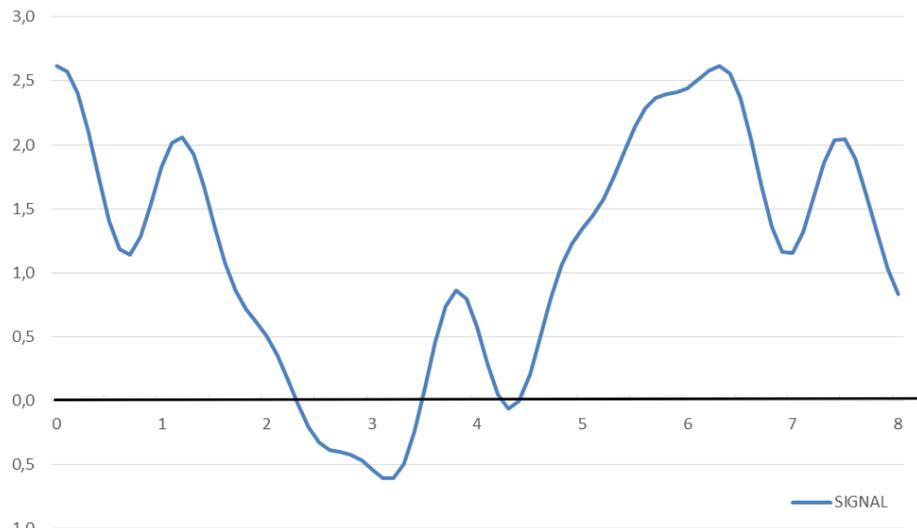
$$g(t) = 1 + 1,3 \cdot \sin(t + 1,6) + 0,4 \cdot \sin(3 \cdot t + 3,1)$$

$$g(t) = 1 + 1,3 \cdot \sin(t + 1,6) + 0,4 \cdot \sin(3 \cdot t + 3,1) + 0,3 \cdot \sin(5 \cdot t + 1,6)$$

$$g(t) = 1 + 1,3 \cdot \sin(t + 1,6) + 0,4 \cdot \sin(3 \cdot t + 3,1) + 0,3 \cdot \sin(5 \cdot t + 1,6) + 0,2 \cdot \sin(7 \cdot t)$$

PASS

DECOMPOSITION EN OPS



$$g(t) = 1 + 1,3 \cdot \cos(t) + 0,4 \cdot \cos(3 \cdot t + 1,6) + 0,3 \cdot \cos(5 \cdot t) + 0,2 \cdot \cos(7 \cdot t - 1,6)$$

$$g(t) = 1 + 1,3 \cdot \sin(t + 1,6) + 0,4 \cdot \sin(3 \cdot t + 3,1) + 0,3 \cdot \sin(5 \cdot t + 1,6) + 0,2 \cdot \sin(7 \cdot t)$$

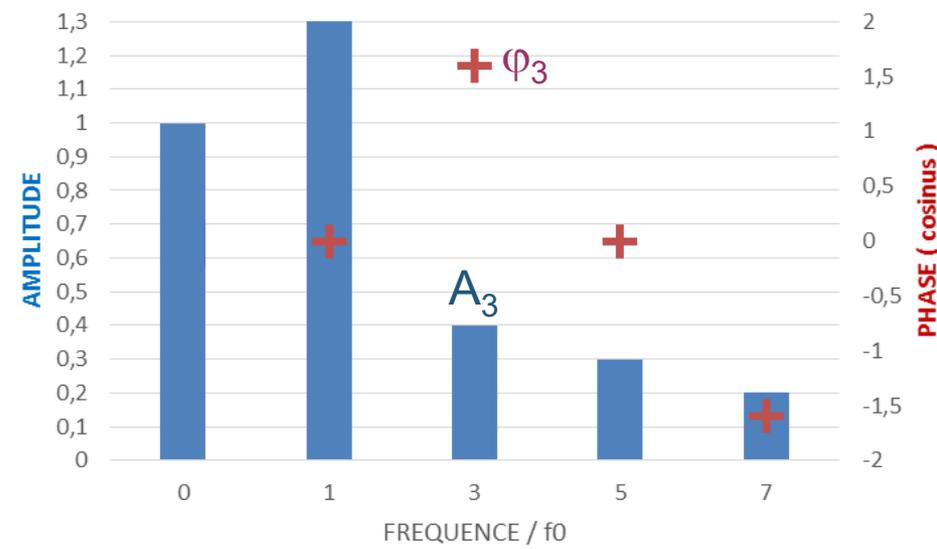
$$g(t) = A_0 + A_1 \cos[\omega t + \varphi_1] + A_2 \cos[(2\omega)t + \varphi_2] + \dots$$

$$= A_0 + A_1 \sin\left[\omega t + \varphi_1 + \frac{\pi}{2}\right] + A_2 \sin\left[(2\omega)t + \varphi_2 + \frac{\pi}{2}\right] + \dots$$

$$g(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos[(n\omega)t + \varphi_n] = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin[(n\omega)t + \varphi'_n]$$

$$\varphi'_n = \varphi_n + \frac{\pi}{2}$$

SPECTRE ou TF



SERIE DE FOURIER : CAS GENERAL

Pour toute fonction $g(t)$ intégrable de période $T=2\pi/\omega$:

$$g(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos[(n\omega)t + \varphi_n]$$



J FOURIER 1768-1830

Les composantes de cette somme sont les **harmoniques** de fréquence $f_n = n.f = n.\omega/(2\pi)$

Onde portant une fréquence unique: **sinusoïdale = pure = monochromatique = radiation**

Onde caractérisée par une somme d'harmoniques : **onde complexe = polychromatique**

Pour les plus curieux (*ces formules ne sont pas à apprendre par cœur*), on montre que les coefficients A_n et φ_n se calculent suivant :

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \text{ sauf } A_0 = \frac{a_0}{2}$$

avec

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \cdot \cos(n\omega t) \cdot dt$$

$$\text{tg} \varphi_n = -\frac{b_n}{a_n}$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \cdot \sin(n\omega t) \cdot dt$$

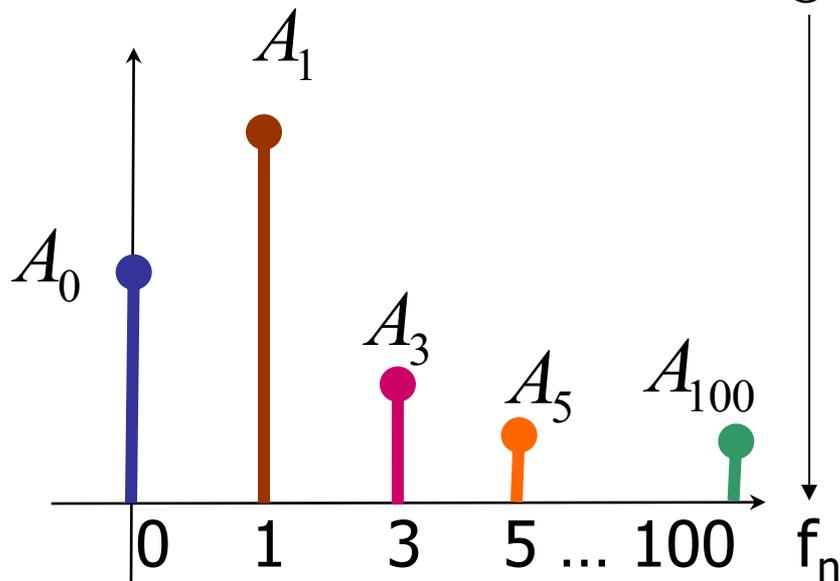
SPECTRE D'UNE ONDE COMPLEXE

$$g(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos[(n\omega)t + \varphi_n]$$

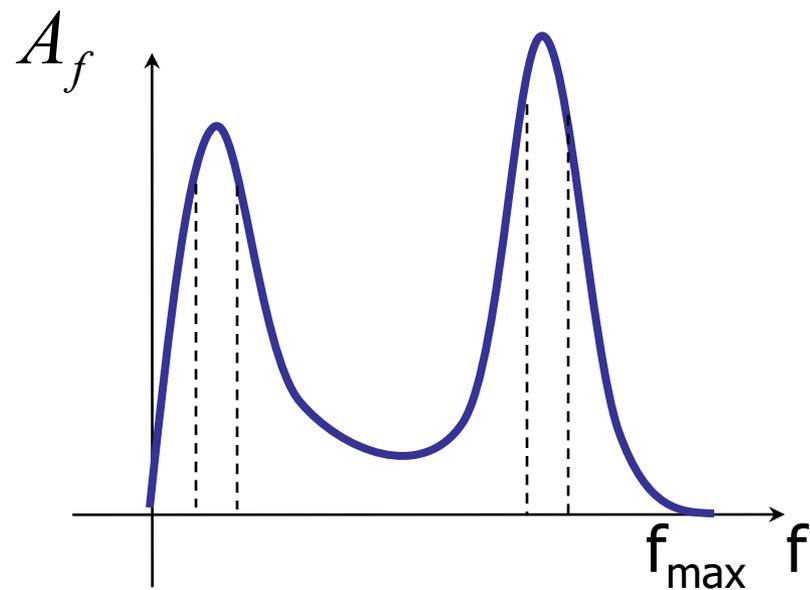
amplitude de l'harmonique

harmonique n de fréquence f_n

$$f_n = n \cdot \omega / 2\pi = n \cdot f$$



Spectre discret



Spectre continu



CARACTERISTIQUES D'UNE RADIATION

$$g(t, x) = A \cdot \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right]$$

- **Célérité** c , dans ce cas, propagation dans la direction x positifs
- **Amplitude** = A (même unité que la grandeur g)
- **Pulsation propre** : ω en rad/s
- **Fréquence** f en Hertz ($\text{Hz} = \text{s}^{-1}$) : $\omega = 2\pi f$
 ω ou f déterminent la nature de l'onde et ses modes d'interaction avec l'environnement...

CARACTERISTIQUES D'UNE RADIATION

$$g(t, x) = A. \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right]$$

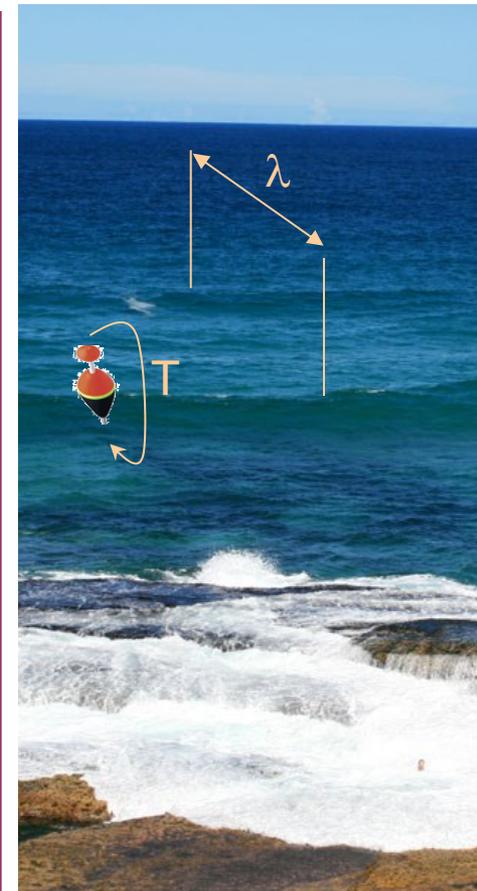
• Périodes

- Par rapport au temps : $T = 1/f = 2\pi/\omega$ en s
 - Pour x fixé, $g(t, x) = g(t+T, x)$
- Par rapport à l'espace : **longueur d'onde**

$$A. \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] = A. \sin \left[\omega \left(t - T - \frac{x}{c} \right) \right] = A. \sin \left[\omega \left(t - \frac{c.T + x}{c} \right) \right]$$

pour t fixé, $g(t, x) = g(t, x + c.T) = g(t, x + \lambda)$

- $\lambda = cT = c/f = 2\pi c / \omega$
- λ est la distance parcourue par l'onde en T secondes.



CARACTERISTIQUES D'UNE RADIATION

$$g(t, x) = A. \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] = A. \sin[\omega t - \varphi]$$

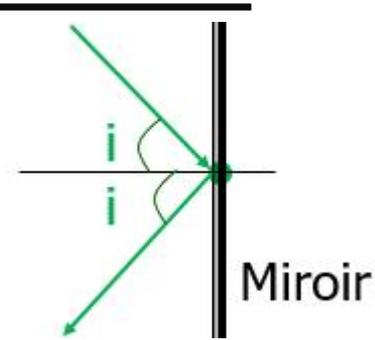
$$g'(t, x) = A. \sin[\omega' t - \varphi']$$

- Phase : $\phi = \omega x/c = 2\pi f x/c = 2\pi x/\lambda$
- Surfaces d'onde : surfaces connexes (sphères, plans) contenant l'ensemble des points de même phase
- Vecteur d'onde \vec{k} : vecteur perpendiculaire aux surfaces d'ondes de norme $\|\vec{k}\| \stackrel{\text{def}}{=} k = \frac{\omega}{c} = \frac{\phi}{x}$ soit $g(t, x) = A. \sin(\omega t - kx)$
- Deux ondes g et g' sont cohérentes si :
 - $\lambda = \lambda'$ (donc $f=f'$ et $\omega = \omega'$)
 - leur différence de phase $\phi - \phi'$ est constante dans le temps



A VOTRE AVIS...

Vous avez appris en lycée qu'un rayon lumineux se réfléchit sur un miroir avec un angle de réflexion égal à l'angle d'incidence, mais qu'est-ce qui oblige un rayon incident à suivre cette loi ?



Allez sur wooclap.com et utilisez le code **OMUE7**



1

la conservation de la quantité de mouvement de la particule qui modélise le rayon lumineux lorsqu'elle heurte le miroir

0%

0



Cliquez sur l'écran projeté pour lancer la question

2

en réalité, des rayons sont réfléchis sous tous les angles possibles, mais seuls finiront par émerger les rayons réfléchis sous l'angle d'incidence

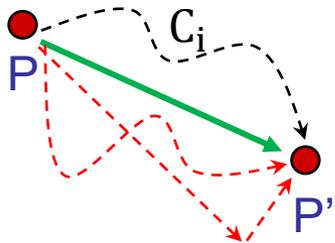
0%

0



PRINCIPE DE MOINDRE ACTION

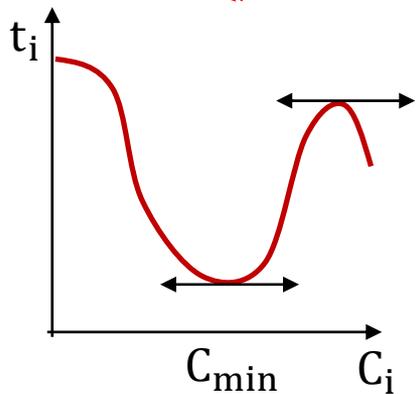
Quelle est la trajectoire suivie par un rayon lumineux émis en P et reçu en P' ?



C_i de longueur $x_i \Rightarrow$ retard en P' de $t_i = \frac{x_i}{c}$

et déphasage de $\frac{\omega x_i}{c} = \frac{2\pi x_i}{\lambda} = \omega t_i$ avec $\omega \approx 10^{14}$ rad/s

En P', tous ces rayons se superposent :



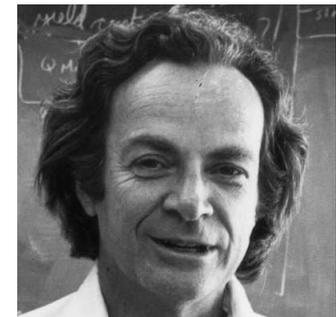
$$A = A. \sum_{\text{chemins } i} \sin \left[\omega \left(t - \frac{x_i}{c} \right) \right] = A. \sum_{\text{chemins } i} \sin [\omega.t - \omega.t_i]$$

Si t_i n'est pas extrémal*, $\omega.t_i$ change très vite avec t_i , de C_i à C_{i+1} .
Les sinus prennent toutes les valeurs entre -1 et 1 et les contributions de ces rayons se détruisent mutuellement (par interférences).

Principe de Moindre Action: Une onde (ex:rayon lumineux) suit la trajectoire C_{\min} parcourue en un temps extrémal*

Exception si ω (ou f) $\ll 1$ (soit $\lambda \gg x_i$): cf. diffraction

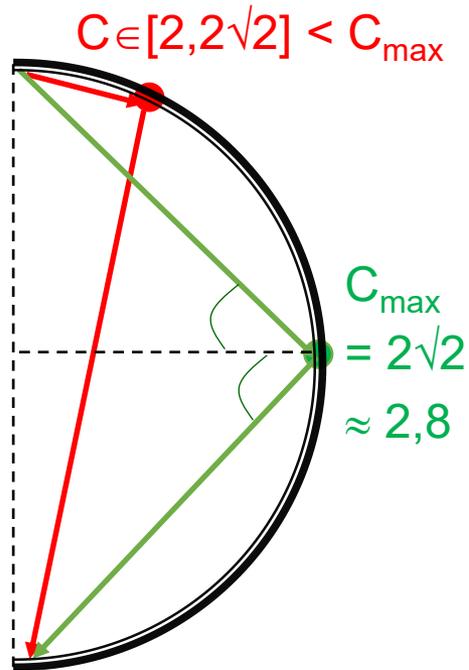
*Minimum le plus souvent, mais maximum est possible



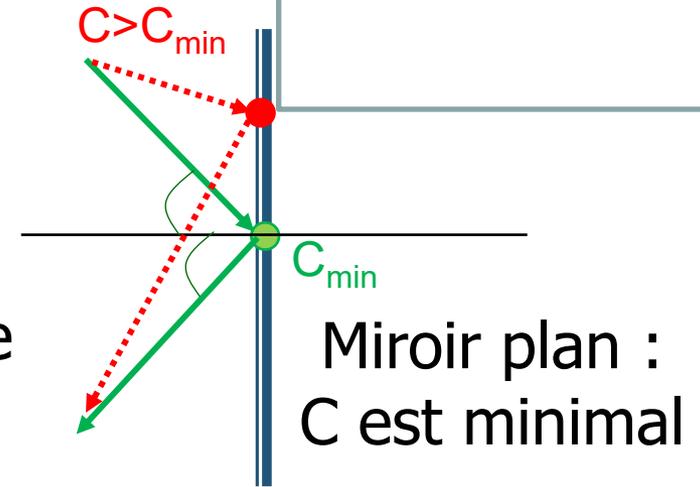
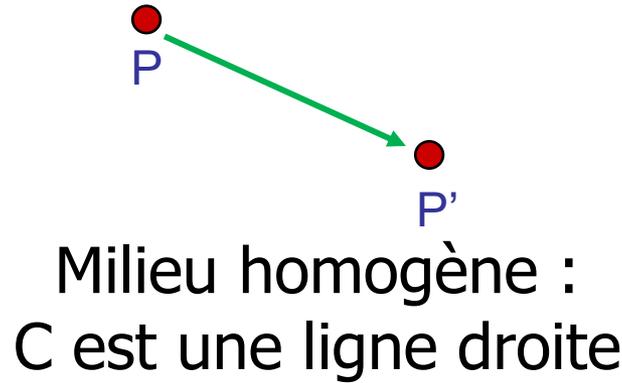
R Feynman 1918-1988



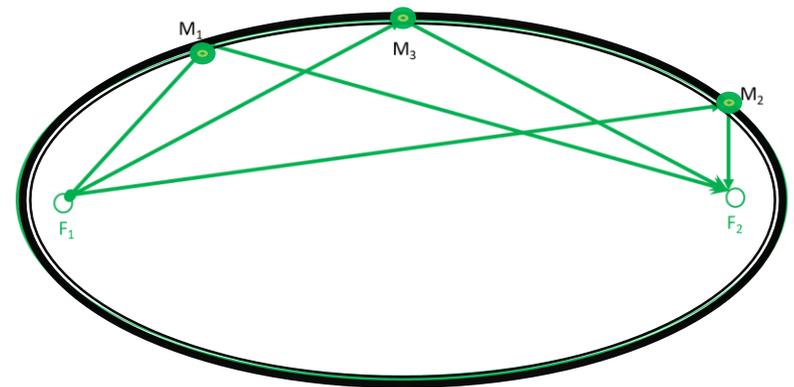
PRINCIPE DE MOINDRE ACTION :



Miroir sphérique
de rayon 1 :
C est maximal



**TRAITE
EN ED**



Miroir elliptique :
C constant entre les foyers

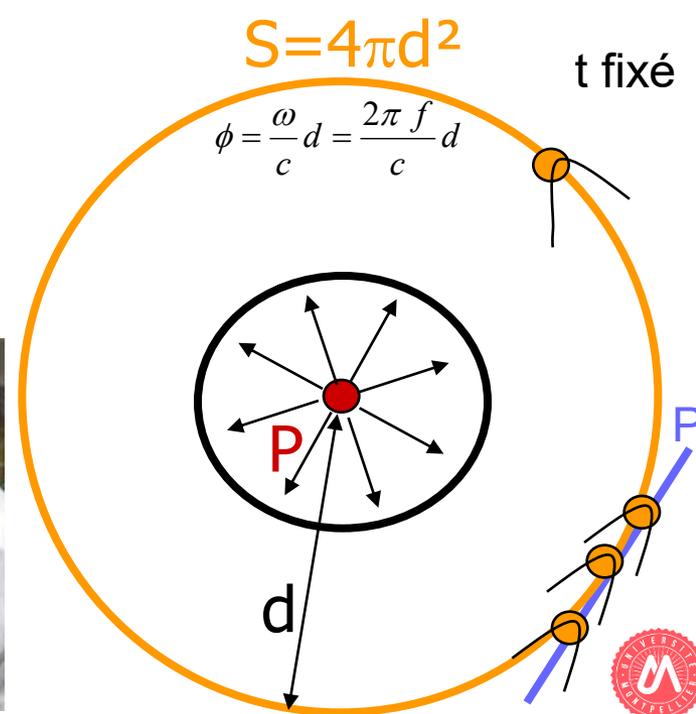
ONDE SPHERIQUE ET LOI EN 1/d²

Une **source ponctuelle** émettant de façon **isotrope** produit une **onde sphérique**.

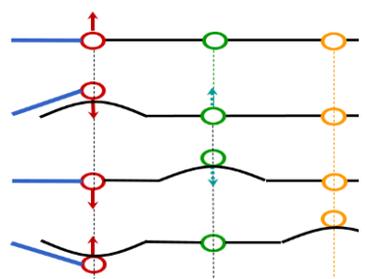
A une distance d de la source, la puissance émise P se répartit uniformément sur la surface d'une sphère de rayon d :

$$I(Wm^{-2}) = \frac{P}{4\pi d^2}$$

La puissance surfacique reçue à la distance d varie donc comme $1/d^2$

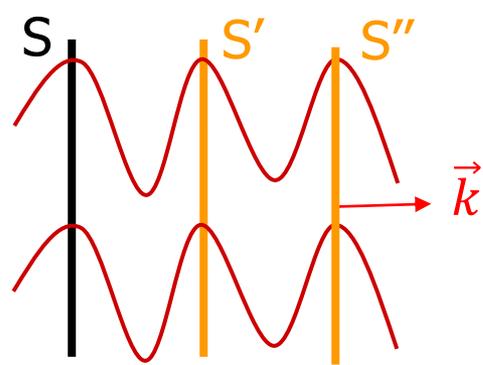
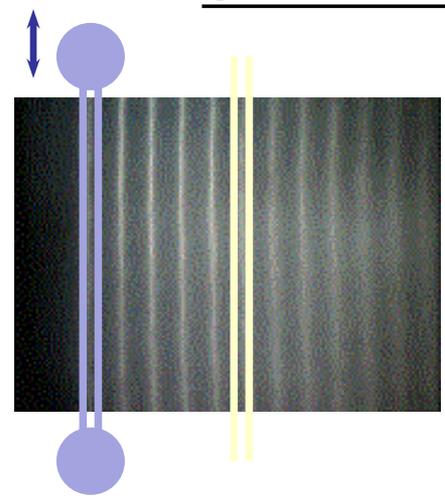


PRINCIPE DE HUYGENS-FRESNEL

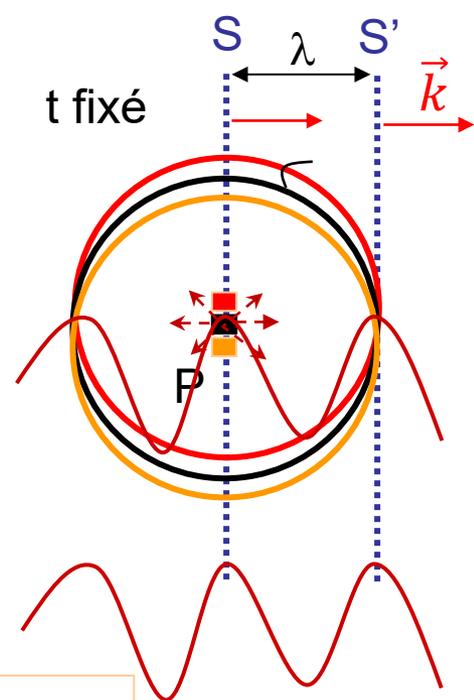


Tout point atteint par une onde issue d'une source se comporte comme une nouvelle source ponctuelle isotrope

Cas d'une onde plane ($S = \text{plan}$) :



Onde plane
t fixé



Principe de Huygens-Fresnel : chaque point d'une surface d'onde S agit comme une source ponctuelle émettant en phase

La surface d'onde se déplace dans la direction de propagation de l'onde en conservant sa forme plane.

Le vecteur d'onde conserve sa direction, son sens et sa norme.



PRINCIPE DE HUYGENS-FRESNEL



Principe de Huygens-Fresnel : chaque point d'une surface d'onde S agit comme une source ponctuelle émettant en phase

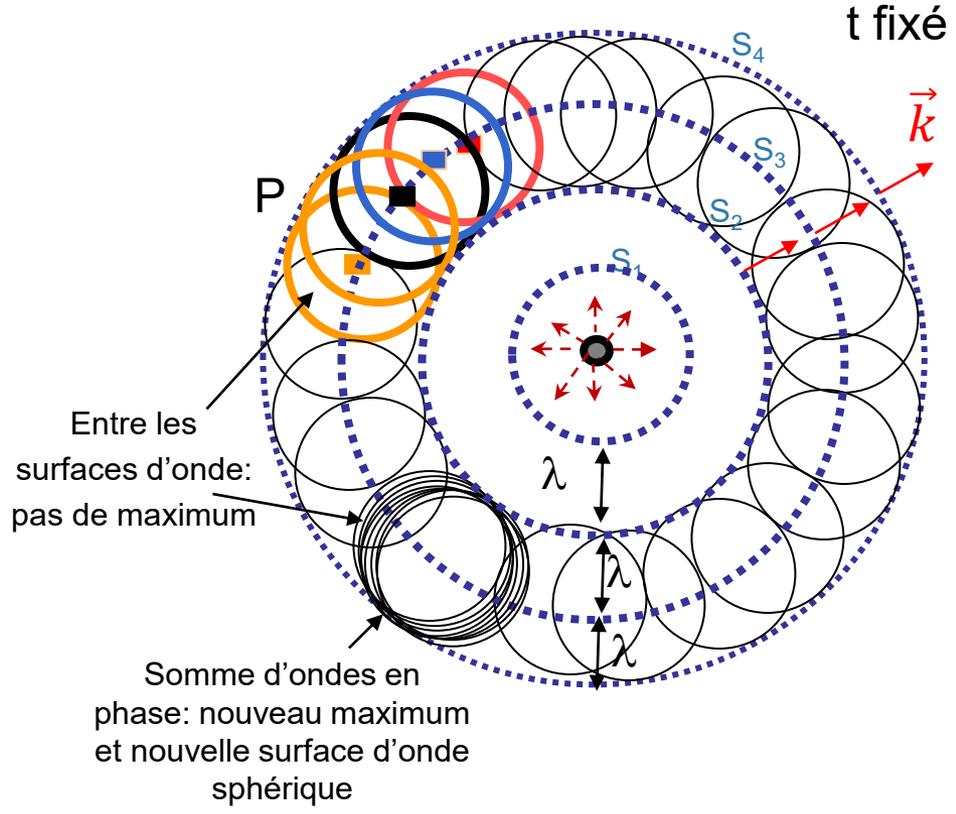
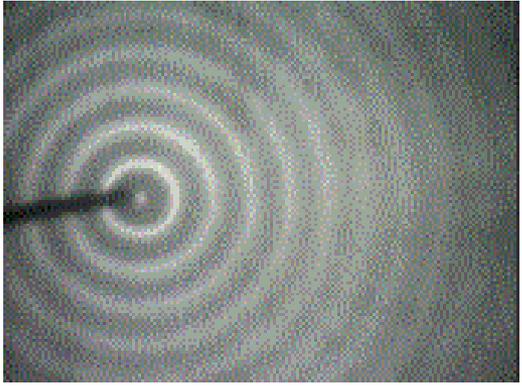
Cas d'une onde sphérique ($S =$ sphère) :



C Huygens
1629-1695



A Fresnel
1788-1827



La surface d'onde se déplace dans la direction de propagation de l'onde en conservant sa forme sphérique,
PASS Le vecteur d'onde conserve sa direction, son sens et sa norme.



OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 1

- **Savoir définir** : onde progressive, onde pure, onde complexe, harmoniques, spectres et ondes cohérentes.
- **Savoir manipuler les caractéristiques d'une onde** : ω , f , T , λ , ϕ , S_{onde} , \vec{k}
- **Savoir modéliser une onde pure** :
 - $g(t,x) = A.\sin[2\pi.f(t-x/c)]$
 - Savoir manipuler ce modèle
- **Savoir utiliser le principe d'Huygens-Fresnel**
- **Savoir exploiter la loi en $1/d^2$ à des fins de radioprotection**

A VOTRE AVIS...

Allez sur wooclap.com et utilisez le code **OMUE7**



Qu'est-ce qu'un son ?



1

une onde de vibration des molécules d'un milieu de propagation autour de leurs positions de repos, sans déplacement macroscopique de matière

0%

0



Cliquez sur l'écran projeté pour lancer la question

2

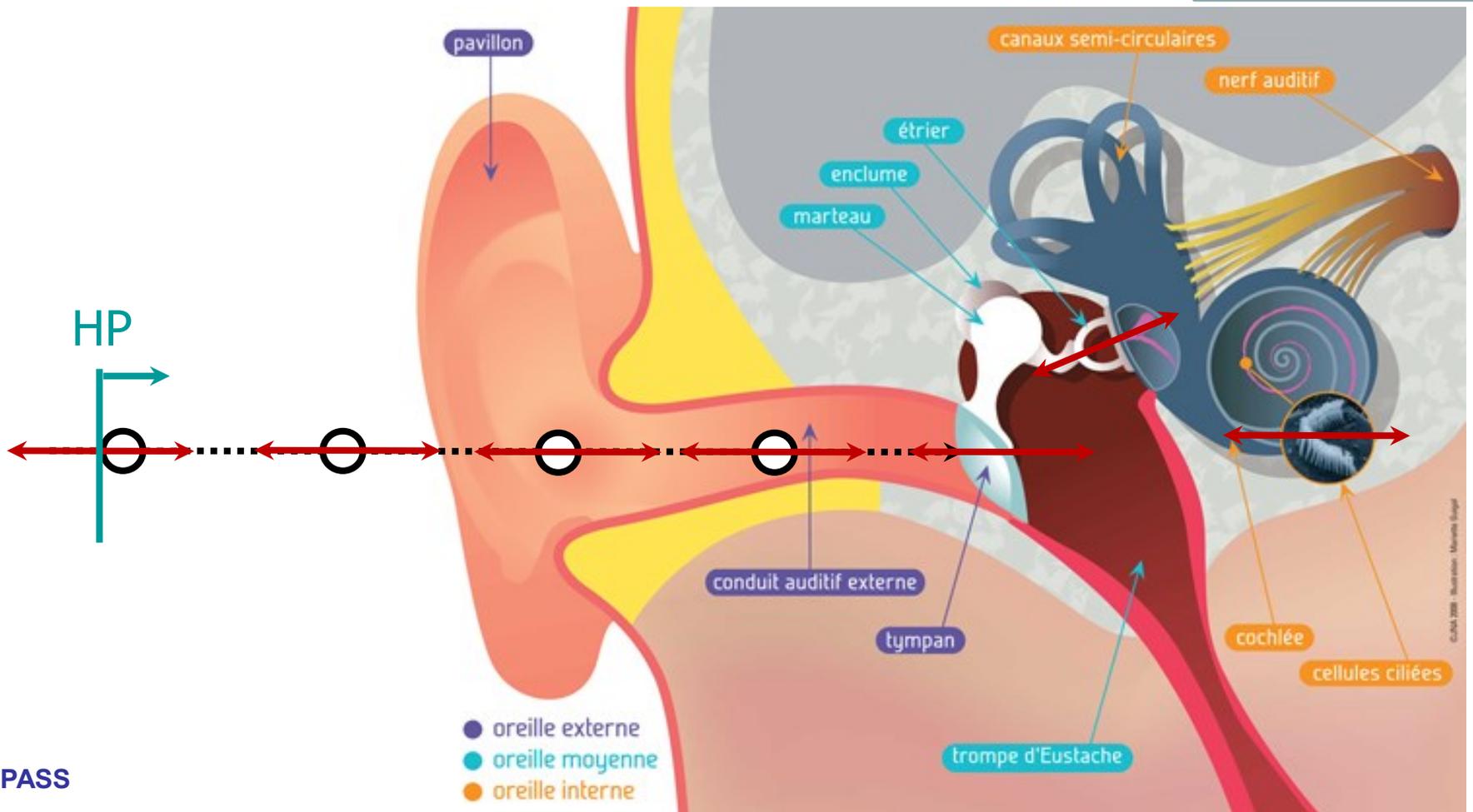
une onde de pression qui se propage de proche en proche

0%

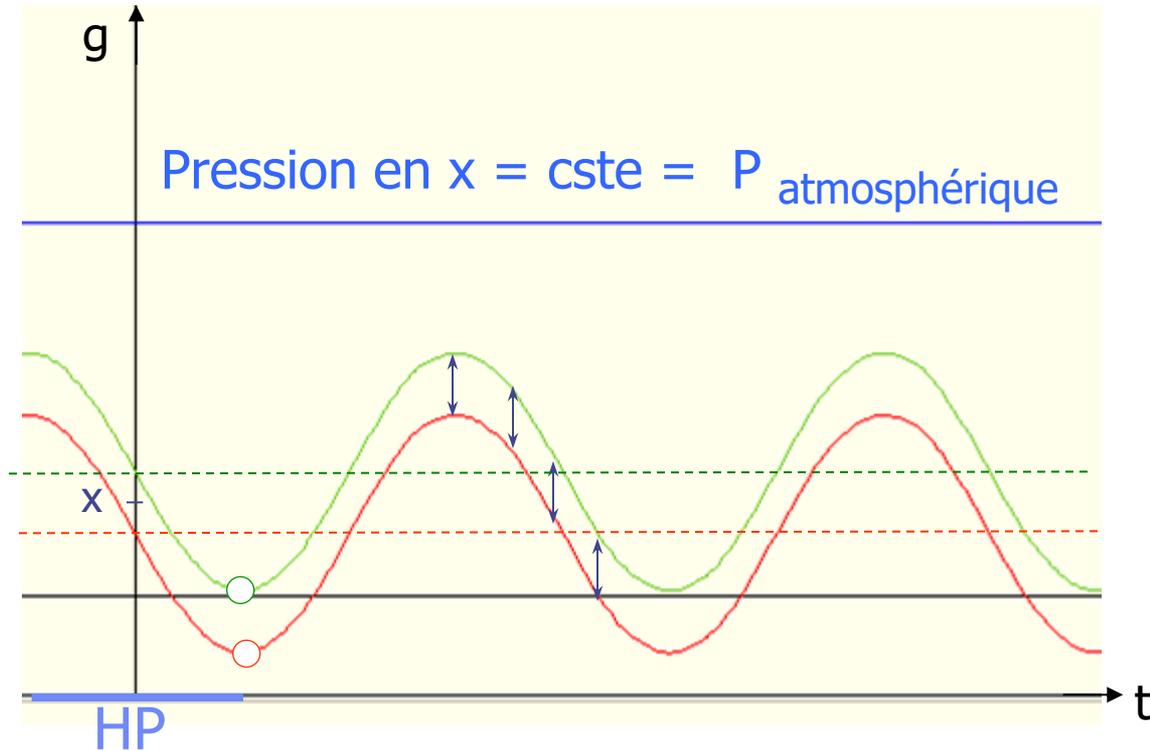
0



L'ONDE SONORE



SON = ONDE DE PRESSION



~~$$c \gg x \Rightarrow g(t, x) = x + A \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] \approx x + A \sin[\omega.t]$$~~

Hypothèse $c \gg x$,
 $\Rightarrow \text{retard} = x/c \rightarrow 0$



vibrations en phase,
 écarts conservés,
 densité constante,
 pression constante.

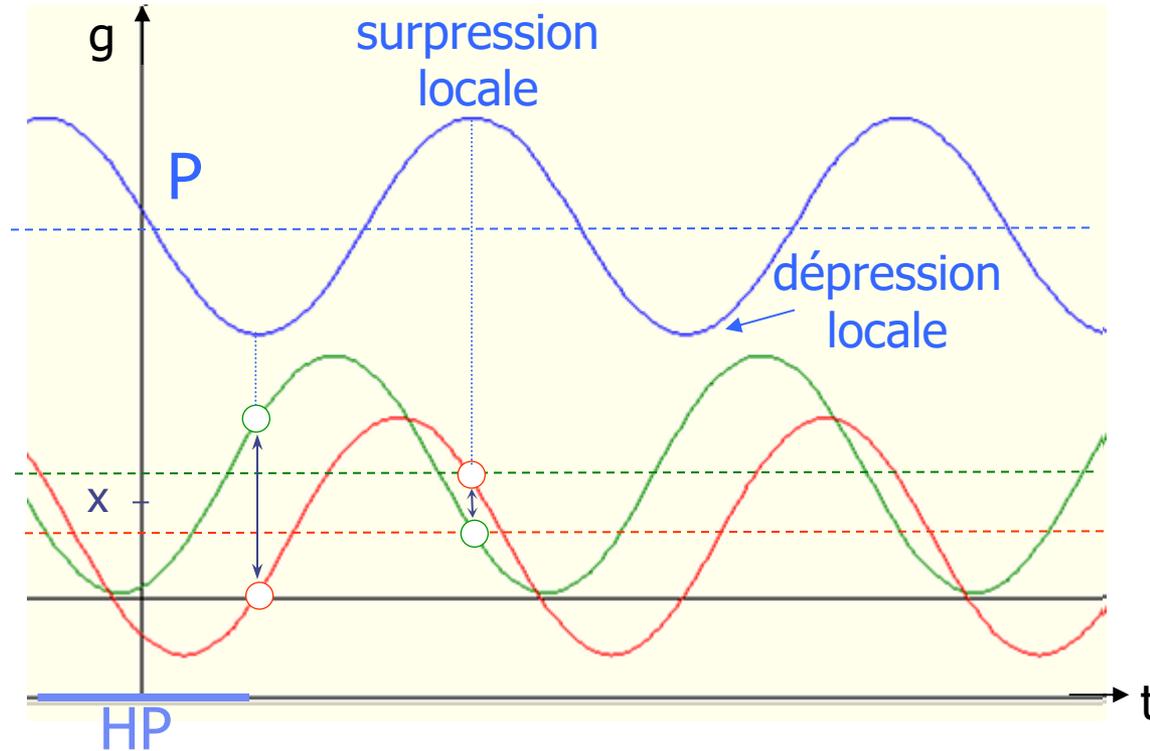
Or dans l'air,
 $c \approx 343 \text{ m/s}$



$$c \approx x$$

l'hypothèse $c \gg x$
 est fausse

SON = ONDE DE PRESSION



$$c \approx x \Rightarrow g(t, x) = x + A \sin \left[\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c} \right) \right]$$

déphasage des ondes
de vibration au
voisinage d'un lieu x



onde de surpression
acoustique P qui s'ajoute
à la pression ambiante.

Ordres de grandeur

dans l'air : $P_a = 10^5 \text{ Pa}$

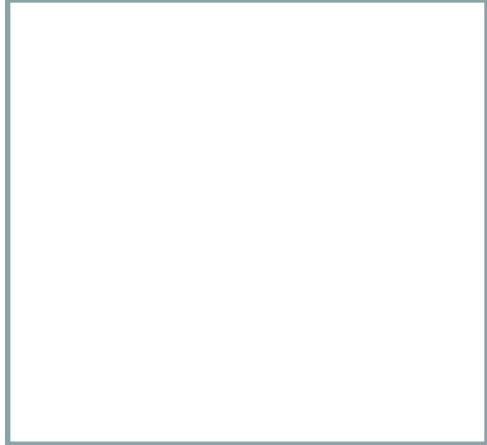
$P = 20 \mu\text{Pa} - 20 \text{ Pa}$

$P \ll P_a$

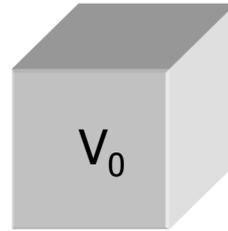
dans l'eau: $P < \text{kPa}$



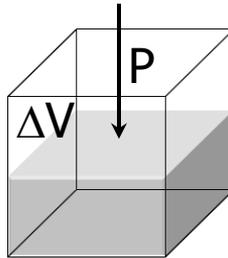
IMPEDANCE ET CELERITE



En définissant le coefficient de compressibilité χ par la réduction en % d'un volume du milieu soumis à une surpression P , on montre que :



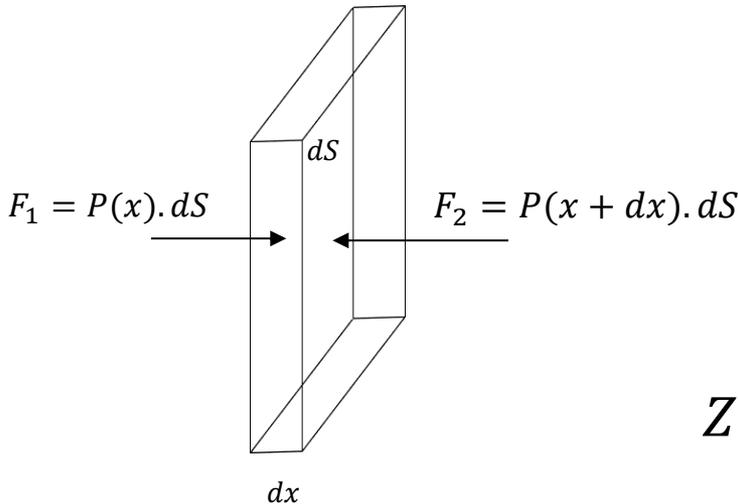
$$\chi \stackrel{\text{def}}{=} -\frac{1}{P} \frac{\Delta V}{V_0}$$



$$\begin{aligned} \chi_{air} &= 6,54 \cdot 10^{-6} / \text{Pa} \\ \chi_{air} &= 66 \% / \text{atm} \\ (1 \text{ atm} &= 1013 \text{ hPa}) \end{aligned}$$

DEMONTRE EN ED

$$P = \frac{1}{\chi \cdot c} \cdot v \stackrel{\text{DEF}}{=} Z \cdot v$$



En appliquant la relation fondamentale de la dynamique à une tranche de milieu de propagation de masse volumique ρ , on montre que :

$$Z = \rho \cdot c$$

$$Z = \rho \cdot c = \frac{1}{\chi \cdot c} \Rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{\chi \cdot \rho}}$$

Pour de l'air à 20°C, $c = \frac{1}{\sqrt{6,54 \cdot 10^{-6} \cdot 1,3}} = 343 \text{ m/s}$

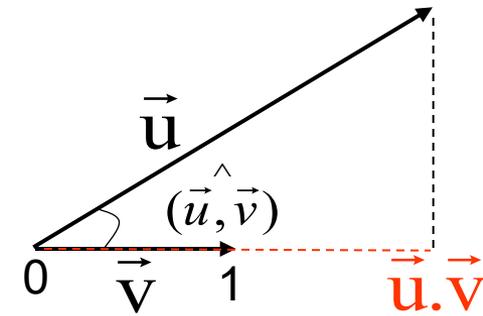


RAPPELS MATHÉMATIQUES

- **PRODUIT SCALAIRE**

$$(\vec{u}, \vec{v}) \rightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \cos(\widehat{(\vec{u}, \vec{v})})$$

Propriété: si $\|\vec{v}\| = 1$, alors $\vec{u} \cdot \vec{v}$ est la longueur de la projection de \vec{u} sur la direction de \vec{v}

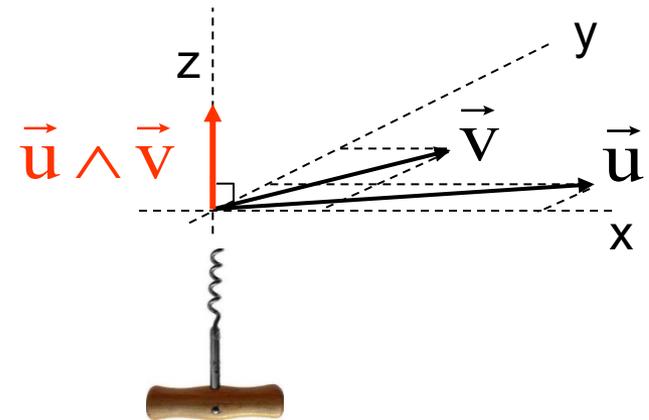


- **PRODUIT VECTORIEL**

$$(\vec{u}, \vec{v}) \rightarrow \vec{u} \wedge \vec{v} \perp \text{PLAN}(\vec{u}, \vec{v})$$

$$\|\vec{u} \wedge \vec{v}\| = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \sin(\widehat{(\vec{u}, \vec{v})})$$

$$(\vec{u}, \vec{v}, \vec{u} \wedge \vec{v}) \text{ direct}$$



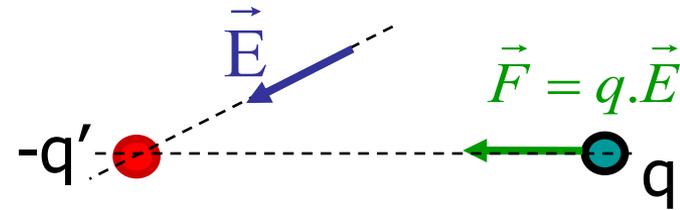
RAPPELS ELECTRO ET MAGNETOSTATIQUE

Champs statiques (créés par des distributions de charges ou de courants électriques constants dans le temps). Exemples :

- **Charge ponctuelle permanente** $\Rightarrow \vec{E}$

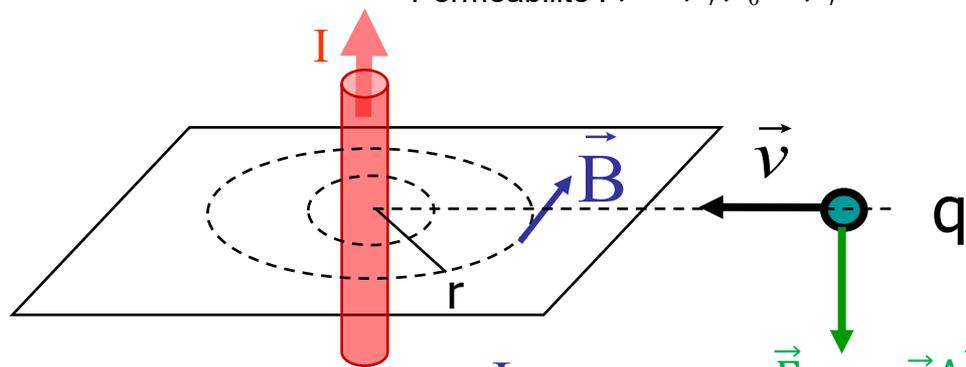
$$\|\vec{E}(r)\| = \frac{q'}{4\pi\epsilon} \frac{1}{r^2} \quad V = \frac{q'}{4\pi\epsilon} \frac{1}{r} \quad E_p = q.V = \frac{q.q'}{4\pi\epsilon} \frac{1}{r}$$

$$\|\vec{F}(r)\| = q \cdot \frac{q'}{4\pi\epsilon} \frac{1}{r^2} \quad \text{Permittivité: } \epsilon = \epsilon_r \epsilon_0 = \epsilon_r \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} F.m^{-1}$$



- **Circuit de courant permanent** $\Rightarrow \vec{B}$

Perméabilité : $\mu = \mu_r \mu_0 = \mu_r \cdot 12,57 \cdot 10^{-7} H.m^{-1}$



$$\|\vec{B}(r)\| = \frac{\mu}{2\pi} \frac{I}{r}$$

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} \perp \vec{v} \Rightarrow W(\vec{F}) = 0 \text{ et } v, E_c \text{ constants}$$

A VOTRE AVIS...

Allez sur **wooclap.com** et utilisez le code **OMUE7**



Un champ électrique E et un champ magnétique B ,

1

sont deux grandeurs différentes qui modélisent pour la première le courant électrique, pour la seconde l'aimantation

0%

0



Cliquez sur l'écran projeté pour lancer la question

2

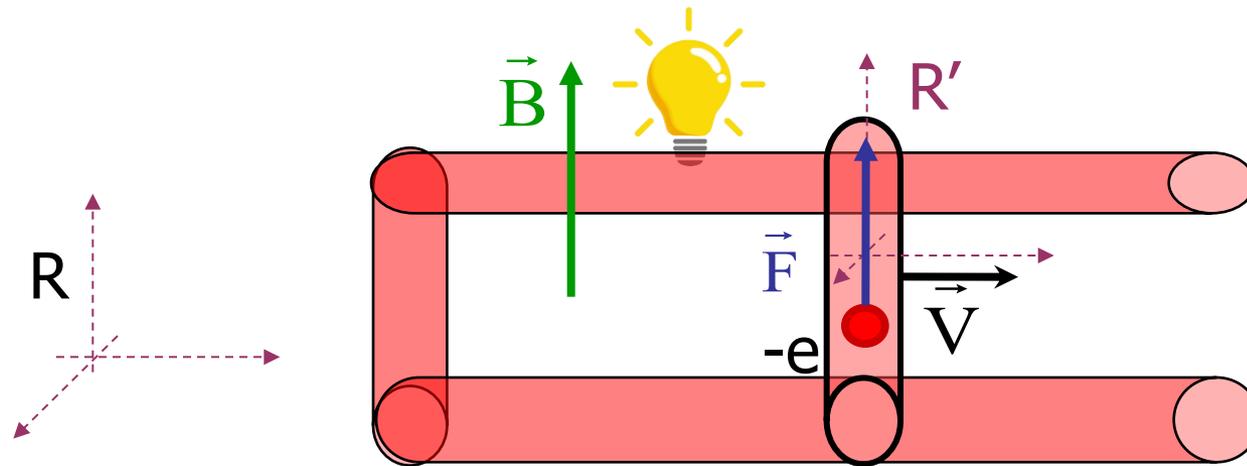
sont deux grandeurs qui modélisent la même réalité physique dans des repères différents et qui peuvent se générer l'une l'autre

0%

0

LIEN ELECTRICITE / MAGNETISME

(Romagnosi 1802, Ørsted 1820)



$$\vec{F} = -e(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

$$\vec{F}' = -e(\vec{E}' + \vec{v}' \wedge \vec{B}')$$

Dans R fixe , champ (\vec{E}, \vec{B})
 déplacement de charges dans
 un champ magnétique $(\vec{v} = \vec{V})$
 sans champ électrique $(\vec{E} = \vec{0})$

$$\vec{F} = -e \cdot \vec{V} \wedge \vec{B}$$

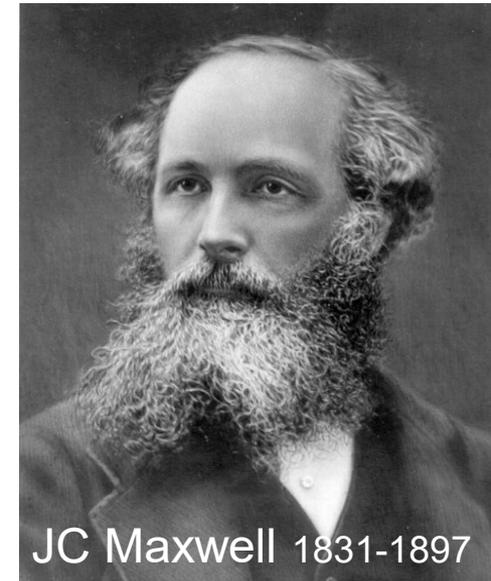
Dans R' mobile, champ (\vec{E}', \vec{B}')
 charges statiques $(\vec{v}' = \vec{0})$, donc
 pas de force magnétique :

$$\vec{F}' = -e \cdot \vec{E}'$$

donc $\vec{E}' = \vec{V} \wedge \vec{B}$

COUPLAGE ELECTROMAGNETIQUE

- Si les charges et les courants électriques ne dépendent pas du temps, ils créent des champs E et B permanents (statiques) et **indépendants l'un de l'autre**.
- Si les charges et les courants électriques varient au cours du temps, ils créent des champs électriques et magnétiques d'intensités variables dans le temps et **couplés**:
 - **Equations de Maxwell**: empiriques (fin XIX^e siècle), puis conséquence théorique de la relativité restreinte (théorie des champs, début XX^e siècle).



LES EQUATIONS DE MAXWELL

Un champ électromagnétique est caractérisé par un couple de vecteurs $\vec{B}(B_x, B_y, B_z)$ et $\vec{E}(E_x, E_y, E_z)$ satisfaisants:

- Charges électriques \Rightarrow champ électrique
$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\epsilon}$$
- Pas de « charge » magnétique
$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$$
- Couplage électro-magnétique
$$\begin{pmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \end{pmatrix} = -\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \\ \frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \end{pmatrix} = \epsilon\mu \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix}$$

ρ densité de charge en C.m⁻³ ; j densité de courant en A.m⁻².

Evidemment, ne pas apprendre par cœur des 4 équations...

<p>Variation de \vec{B} dans le temps \Rightarrow \vec{E} ou charges électriques</p>	<p>Variation de \vec{E} dans le temps \Rightarrow \vec{B} ou courants électriques</p>
---	--



ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

CONSEQUENCE DES EQUATIONS DE MAXWELL JUSTIFIE EN ED

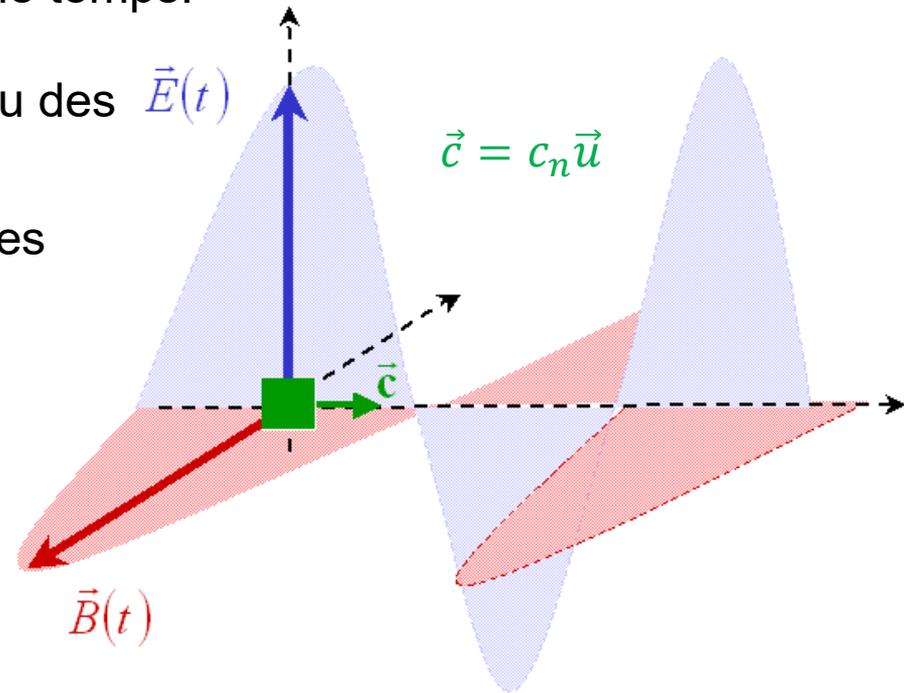
1- une onde électromagnétique (OEM) est une onde progressive **transversale** composée d'une paire indissociable de vecteurs champs électrique et magnétique (\vec{E}, \vec{B}) d'intensités variables dans le temps.

2- Une OEM peut être créée par des charges ou des courants électriques variables, par un champ électrique et/ou un champ magnétique variables dans le temps.

3- Les champs \vec{E} et \vec{B} varient **en phase**, à la **même fréquence**, restent **orthogonaux** entre eux et à la direction de propagation \vec{u} de l'OEM : $\vec{E} \perp \vec{B} \perp \vec{u}$

4- Les champs (\vec{E}, \vec{B}) se déplacent à la célérité c_n et sont liés par la relation:

$$\vec{B} = \frac{1}{c_n} \vec{u} \wedge \vec{E}$$



OP vectorielle transversale

ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

CONSEQUENCE DES EQUATIONS DE MAXWELL JUSTIFIE EN ED

1- Les OEM se propagent dans un milieu (vide ou matériel) caractérisé par une **permittivité** ϵ et une **perméabilité** μ .

2- La célérité des OEM dans le vide est la constante physique c :

$$c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0} = 2,998.10^8 \text{ ms}^{-1}$$

3- La célérité des OEM dans un milieu matériel est c_n :

$$c_n = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r\mu_r}\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r\mu_r}} = \frac{c}{n}$$

4- Le rapport c/c_n est appelé **indice de réfraction** d'un milieu matériel :

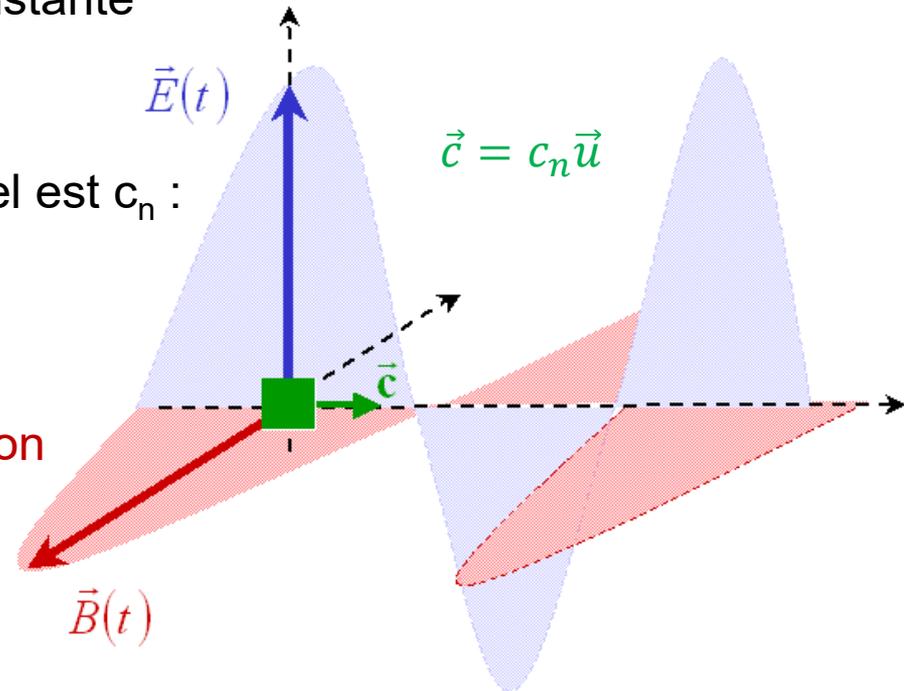
$$n = \frac{c}{c_n} = \sqrt{\epsilon_r\mu_r} > 1$$

Perméabilité $\mu = \mu_r\mu_0$

$$\mu_0 = 4\pi.10^{-7} \text{ H/m}$$

Permittivité $\epsilon = \epsilon_r\epsilon_0$

$$\epsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi.c^2} \text{ F/m}$$



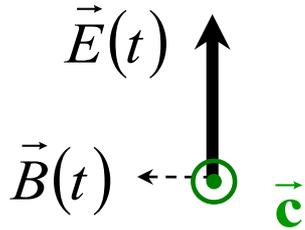
OP vectorielle transversale

Indices 0 pour le vide, r = relatif

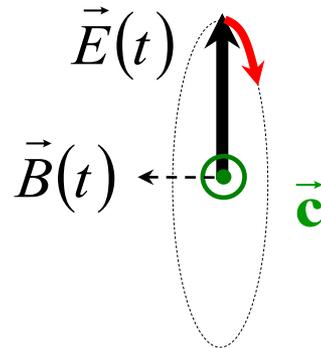
POLARISATION

Si la direction de \vec{E} (donc de \vec{B}) est :

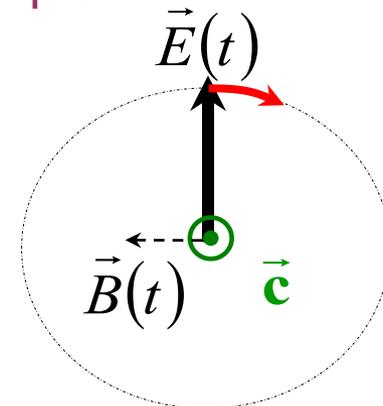
- fixe : **polarisation rectiligne**
- tourne à vitesse angulaire constante
 - en décrivant un cercle : **polarisation circulaire**
 - en décrivant une ellipse: **polarisation elliptique**



rectiligne

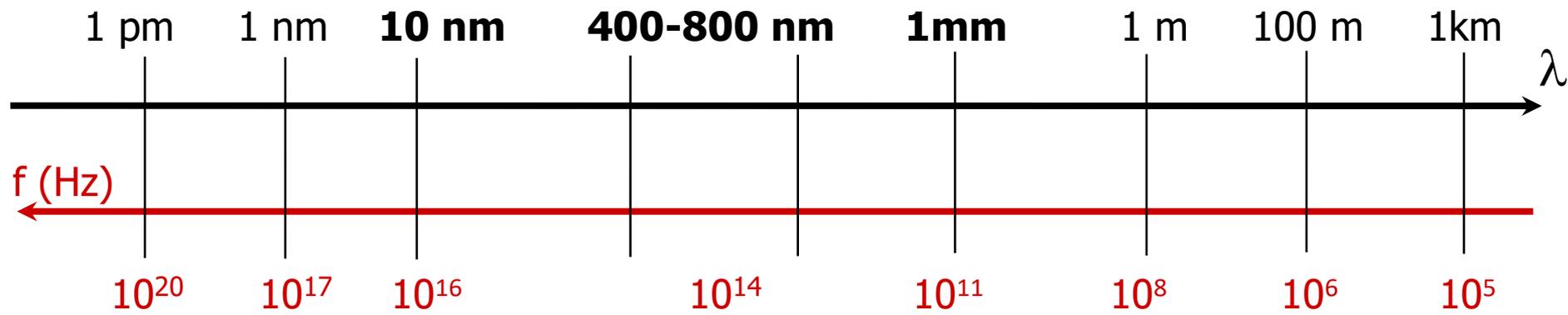
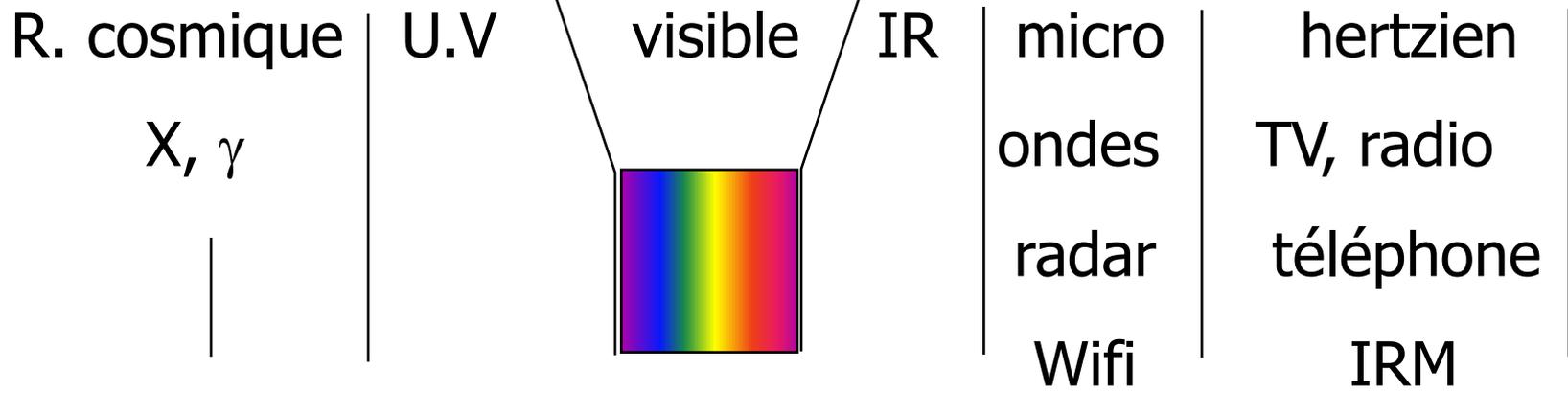


elliptique



circulaire

CLASSIFICATION SIMPLIFIEE



OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 2

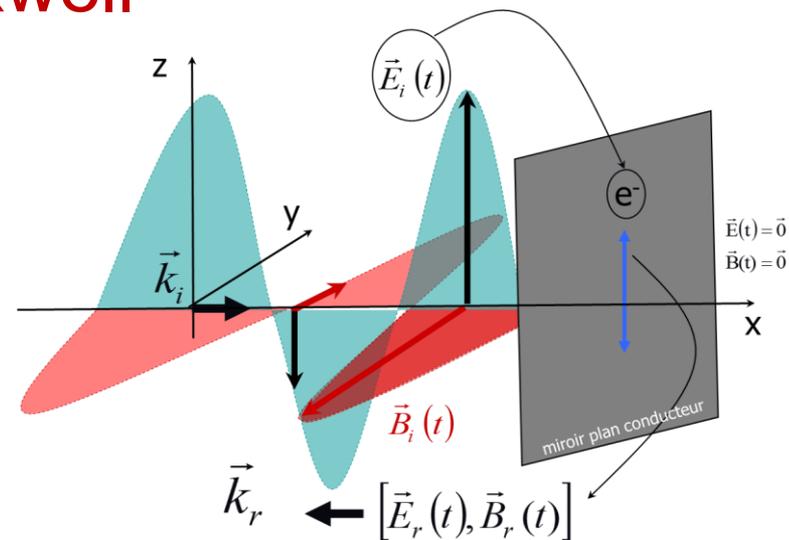
- **Savoir définir** : une onde sonore comme onde de vibration ou de pression.
- **Savoir manipuler les caractéristiques d'une onde sonore** : c , Z , χ ...
- **Savoir définir, modéliser une onde électromagnétique et manipuler** $\vec{B} = \frac{1}{c_n} \vec{u} \wedge \vec{E}$
- **Savoir manipuler** n , ε , μ , ε_R , μ_R
- **Connaitre les grands domaines du spectre électromagnétique**:
X- γ , < 10 nm, UV, V (400-800 nm), IR, H > mm



REFLEXION ET REFRACTION

Ces phénomènes peuvent être abordés de deux façons équivalentes. La première correspond à une approche « optique physique », la seconde à une approche « optique géométrique ».

1. Par les équations de Maxwell



2. Par le principe de moindre action (Fermat)

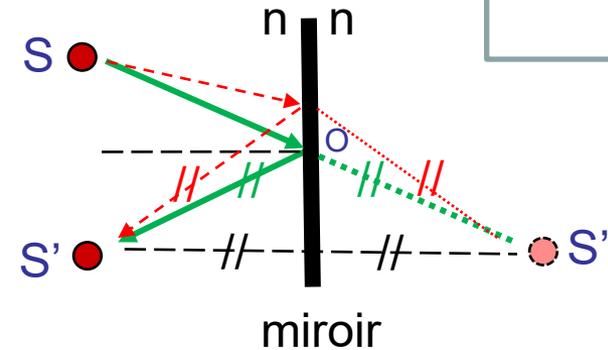
le vecteur d'onde suit la trajectoire la plus rapide entre deux points.

Dans un milieu homogène, c'est la trajectoire la plus courte.

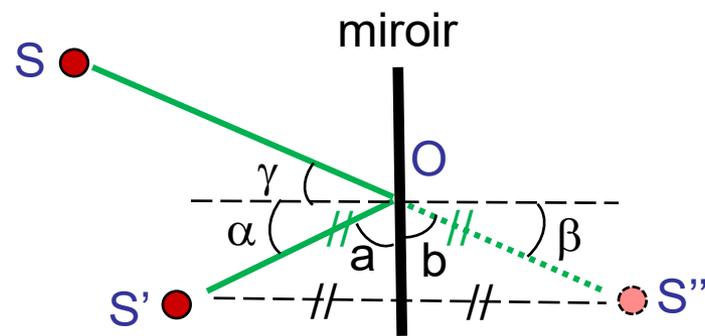
PMA \Rightarrow LOI DE LA REFLEXION DE DESCARTES

Réflexion sur un miroir dans un milieu homogène (mêmes n).
 Pas de maximum possible pour SOS' .

- PMA $\Rightarrow (SOS')$ minimum, $O \in$ miroir
- S'' tel que miroir = médiatrice de $[S', S'']$
- Alors $(S'OS'')$ est isocèle $\Rightarrow (OS') = (OS'')$
- PMA $\Rightarrow (SOS'')$ minimum
- PMA $\Rightarrow O \in (S, S'')$



- miroir = médiatrice de $[S', S'']$
- $\Rightarrow \hat{a} = \hat{b}$
- $\Rightarrow \hat{\alpha} = \hat{\beta}$
- $\Rightarrow \hat{\alpha} = \hat{\gamma}$



Lors d'une réflexion sur un miroir placé dans un milieu homogène,
 les angles d'incidence et de réflexion sont égaux.

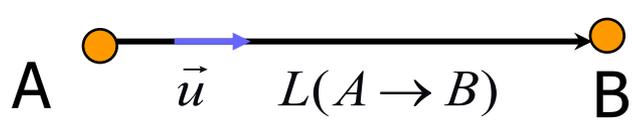


CHEMIN OPTIQUE

- **Principe de Fermat** : La lumière suit la trajectoire qui minimise le temps de parcours t_n entre deux points A et B dans un milieu d'indice de réfraction n :

$$t_n = \frac{\text{dist}(A, B)}{c_n} \Rightarrow c.t_n = \frac{c}{c_n} . \text{dist}(A, B) = n . \text{dist}(A, B) \text{ minimal suivant le PMA.}$$

- **Chemin optique L** entre deux points d'un milieu d'indice n



$$L(A \rightarrow B) = n . \text{dist}(A, B) = n . \vec{u} . \overrightarrow{AB} \text{ où } \vec{u} = \frac{\overrightarrow{AB}}{\|\overrightarrow{AB}\|}$$

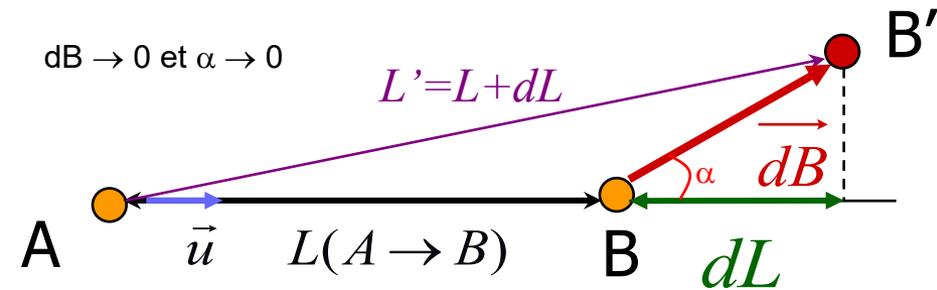
$$t_n = \frac{n . \text{dist}(A, B)}{c} = \frac{L}{c}$$

$L(A \rightarrow B)$ est la distance que parcourrait la lumière dans le vide (à la célérité c) dans le temps nécessaire pour relier A à B dans un milieu d'indice n



VARIATION DE CHEMIN OPTIQUE

Supposons un petit déplacement de B en B' et calculons la petite variation de chemin optique (on néglige la modification de \vec{u})



*PMA (Fermat) $\Rightarrow L$ minimal
 $\Rightarrow dL = n \cdot \vec{u} \cdot \vec{dB} = 0$*
 Pour un petit déplacement \vec{dB}
 autour de la trajectoire
 d'un rayon lumineux

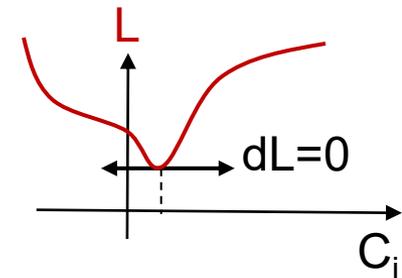
$$L' = n \cdot \vec{u} \cdot \vec{AB'} = n \cdot \vec{u} \cdot (\vec{AB} + \vec{dB})$$

$$L' = n \cdot \vec{u} \cdot \vec{AB} + n \cdot \vec{u} \cdot \vec{dB}$$

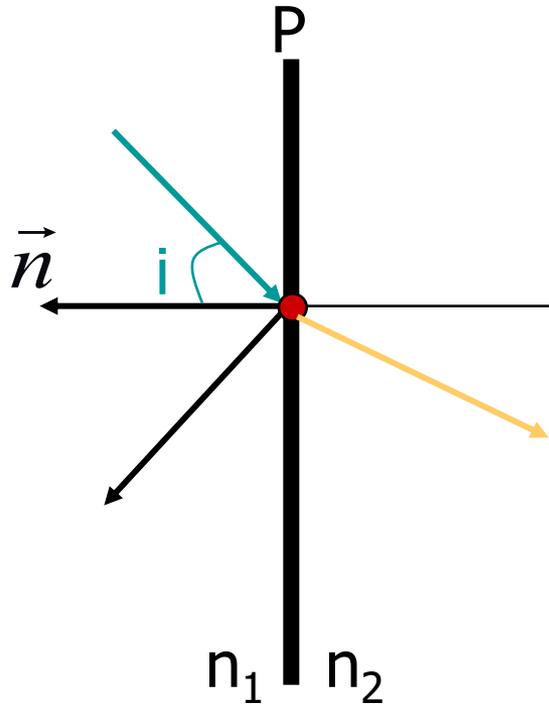
$$L' = L + n \cdot \vec{u} \cdot \vec{dB}$$

$$dL = n \cdot \vec{u} \cdot \vec{dB}$$

projection de \vec{dB} sur \vec{u}



LOIS DE SNELL -DESCARTES



Quelles sont les directions du rayon réfléchi et du rayon transmis par rapport au rayon incident ?



Willebrord Snell
(1580-1626)

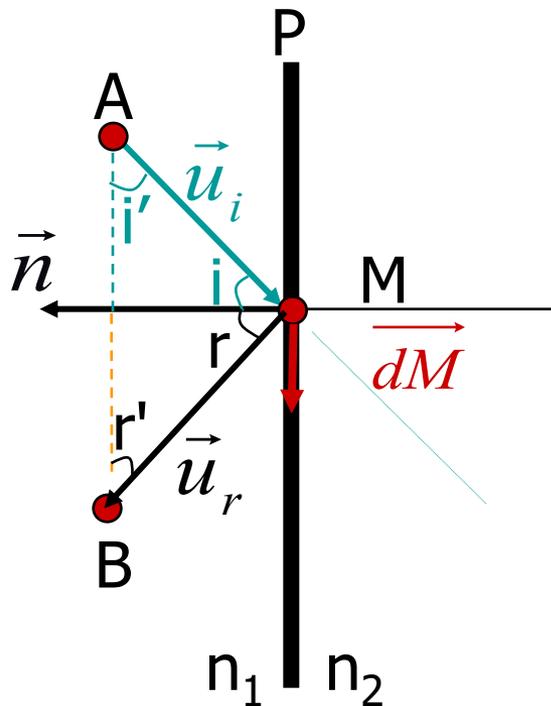


René Descartes
1596-1650

LOIS DE SNELL –DESCARTES (REFLEXION)

Fermat $\Rightarrow dL(A \rightarrow M \rightarrow B) = 0$

\vec{u}_i et \vec{u}_r coplanaires



$$dL(A \rightarrow M \rightarrow B) = 0$$

$$\Rightarrow n_1 \vec{u}_i \cdot \overrightarrow{dM} - n_1 \vec{u}_r \cdot \overrightarrow{dM} = 0$$

$$\Rightarrow n_1 \cdot dM \cdot \cos i' = n_1 \cdot dM \cdot \cos r'$$

$$\Rightarrow \cos i' = \cos r'$$

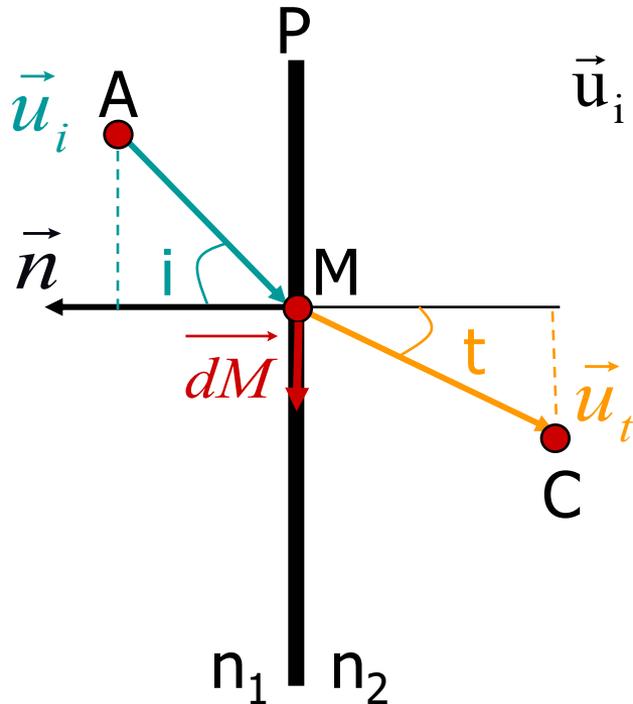
$$\Rightarrow \sin i = \sin r$$

$$\Rightarrow i = r$$

Rayons incidents et réfléchis dans le **même plan**

$$i = r$$

LOIS DE SNELL-DESCARTES (REFRACTION)



$$dL(A \rightarrow M \rightarrow C) = 0$$

\vec{u}_i et \vec{u}_t coplanaires

$$dL(A \rightarrow M \rightarrow C) = 0$$

$$n_1 \cdot \vec{u}_i \cdot d\vec{M} - n_2 \cdot \vec{u}_t \cdot d\vec{M} = 0$$

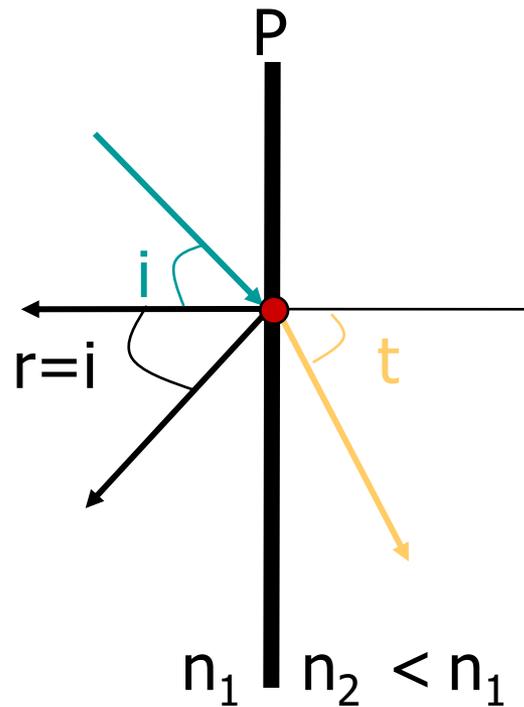
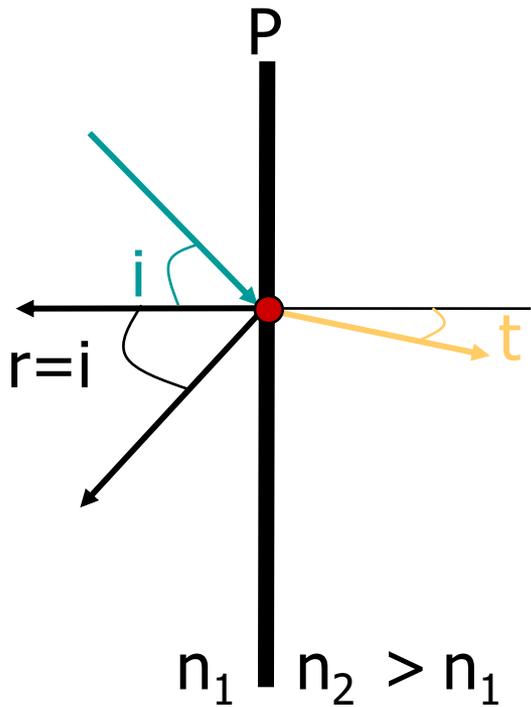
$$\Rightarrow n_1 \sin i = n_2 \sin t$$

Rayons incidents et transmis dans le **même plan**

$$n_1 \sin i = n_2 \sin t$$

LOIS DE SNELL -DESCARTES

La lumière suit la trajectoire qui minimise le temps de parcours :

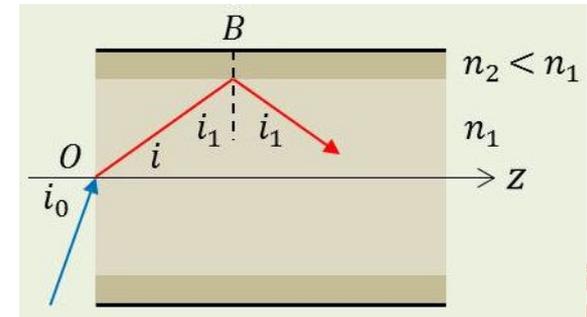


Rayons incidents réfléchis et transmis dans le **même plan**

$$i = r$$

$$n_1 \sin i = n_2 \sin t$$

Conséquence: $(n_1/n_2) \sin i = \sin t \leq 1 \Rightarrow \sin i \leq n_2/n_1$
 $n_2 < n_1 \Rightarrow$ réflexion totale si $i > \arcsin (n_2/n_1)$



A VOTRE AVIS...

Allez sur wooclap.com et utilisez le code **OMUE7**



Quelles sont les anomalies impliquées dans une myopie ou une hypermétropi...

1 un cristallin qui s'est opacifié ou qui a perdu de son élasticité

0% 0

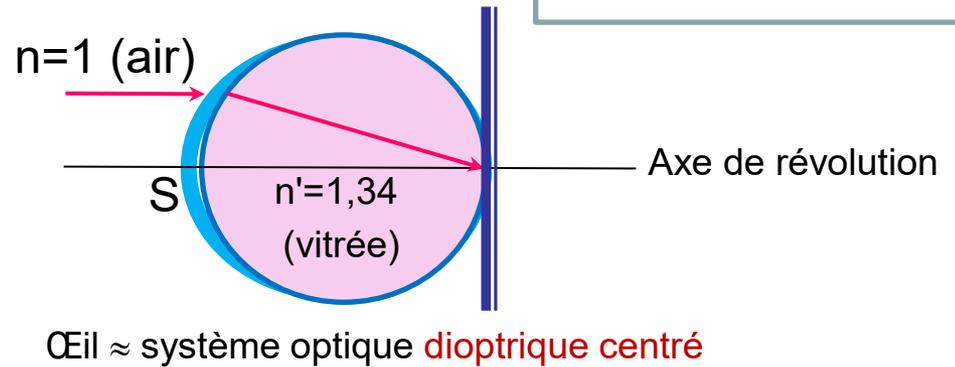
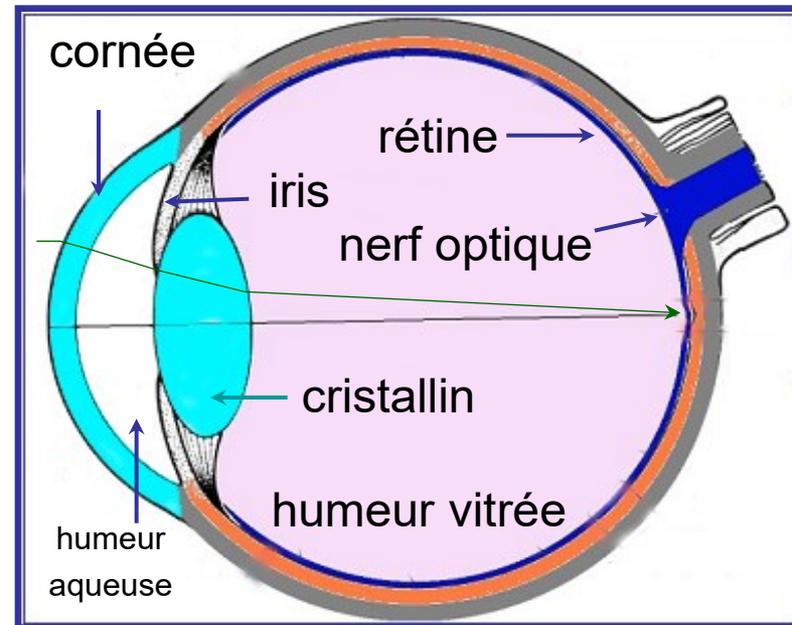


Cliquez sur l'écran projeté pour lancer la question

2 une anomalie dans la courbure de la cornée, ou la dimension de l'œil

0% 0

MODELISATION D'UN ŒIL HUMAIN



- **Dioptre** = frontière entre un espace transparent d'indice de réfraction n et un autre d'indice $n' \neq n$
- **Système optique** = milieu transparent contenant des miroirs ou des dioptres
 - Pas de miroirs = système **dioptrique**
 - Miroirs = système **catadioptrique**
- Système optique **centré** = admettant un axe de révolution

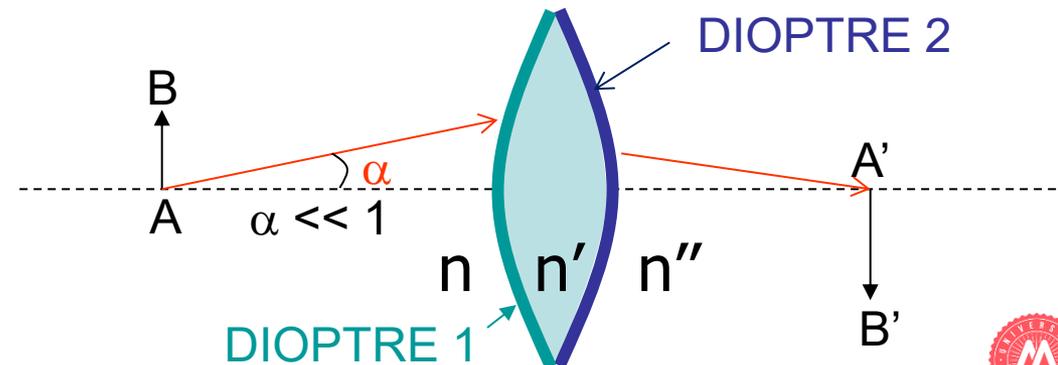
MODELISATION D'UN ŒIL (HYPOTHESES)

Approximation de Gauss :

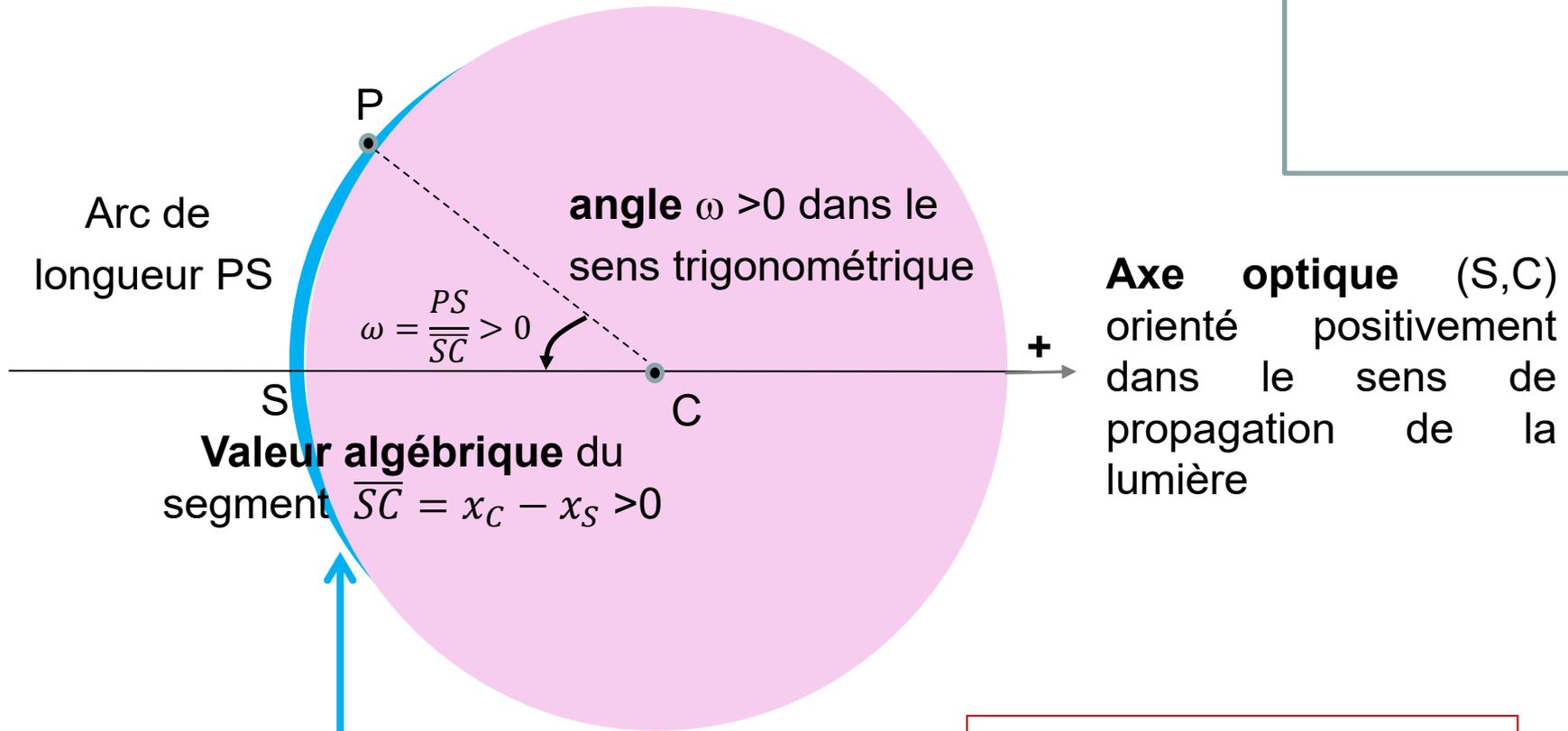
- système optique centré,
- dont **les rayons lumineux s'écartent peu de l'axe** ($\alpha \ll 1$)

Dans l'approximation de Gauss, le système optique est

- **stigmatique** si l'image de tout point A est un point A'
- **aplanétique** si l'image de tout segment $AB \perp$ axe est un segment $A'B' \perp$ axe



CONVENTIONS



Dioptr sphérique de sommet S = portion de surface d'une sphère de centre C et de rayon SC

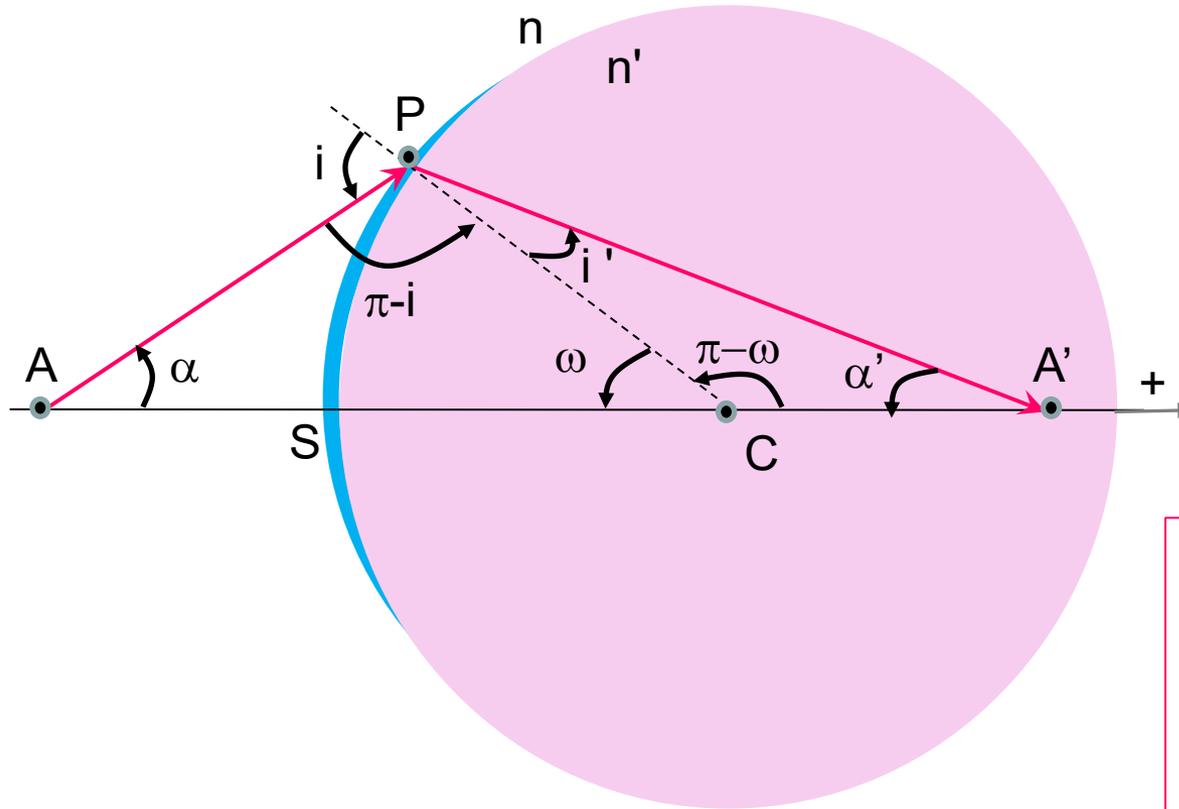
Dioptr sphérique dans un système optique centré



ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

FORMULE DE CONJUGAISON DU

DIOPTRE SPHERIQUE MINCE



$$n \cdot \sin(i) = n' \cdot \sin(i') \xRightarrow{\text{GAUSS}} n \cdot i = n' \cdot i'$$

$$\pi - i + \omega + \alpha = \pi \Rightarrow i = \omega + \alpha$$

$$\pi - \omega + i' + \alpha' = \pi \Rightarrow i' = \omega - \alpha'$$

$$\frac{n' - n}{SC} = \frac{n'}{SA'} - \frac{n}{SA} \stackrel{\text{DEF}}{=} \Pi$$

Π puissance ou vergence
en dioptrie ($D_p = m^{-1}$)

$\Pi > 0 \Rightarrow$ dioptre convergent

$\Pi < 0 \Rightarrow$ dioptre divergent

$\Pi = 0$

\Rightarrow dioptre plan ou absent

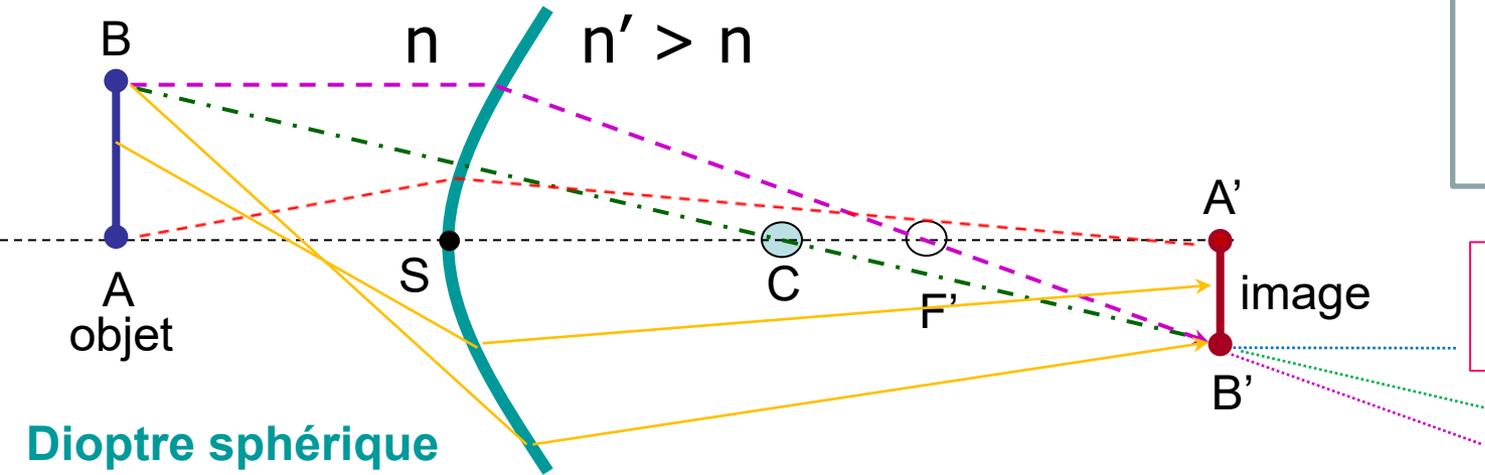
Π est additive

$$n \cdot (\omega + \alpha) = n' \cdot (\omega - \alpha') \Rightarrow (n' - n) \cdot \omega = n\alpha + n'\alpha'$$

$$\alpha = \frac{PS}{-SA} \quad \alpha' = \frac{PS}{SA'} \quad \omega = \frac{PS}{SC}$$

$$\Rightarrow (n' - n) \cdot \frac{PS}{SC} = n \frac{PS}{-SA} + n' \frac{PS}{SA'}$$

CONSTRUCTION DES IMAGES



$$\Pi = \frac{n' - n}{SC} = \frac{n'}{SA'} - \frac{n}{SA}$$

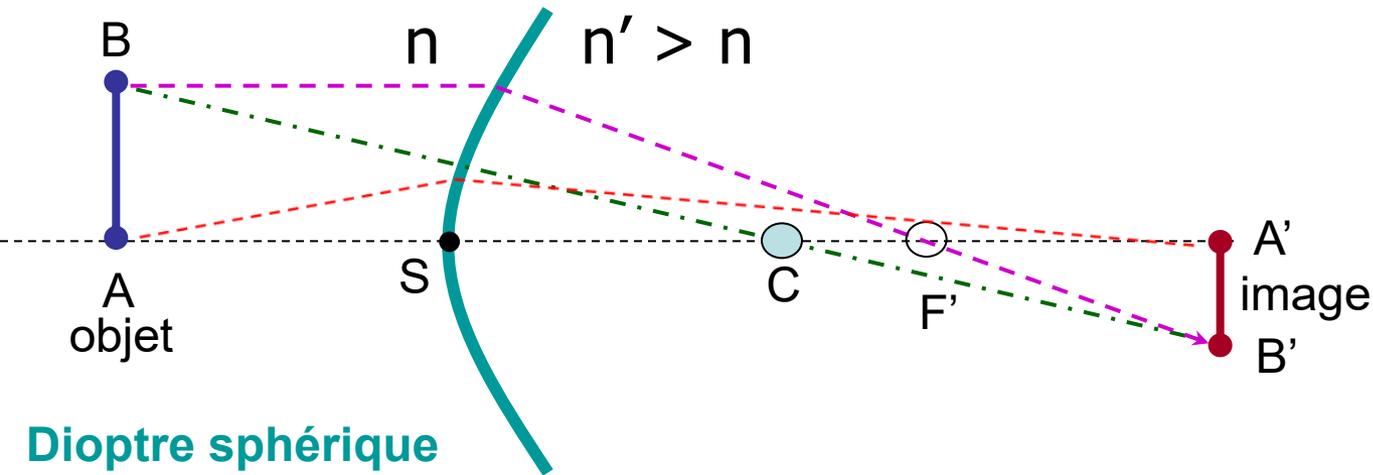
Dioptré sphérique convergent

Un rayon normal au dioptré passe par le centre sans être dévié (Descartes)

Un rayon parallèle à l'axe optique émerge en coupant l'axe au foyer image F' avec $\Pi = \frac{n'}{SF'}$



CONSTRUCTION DES IMAGES

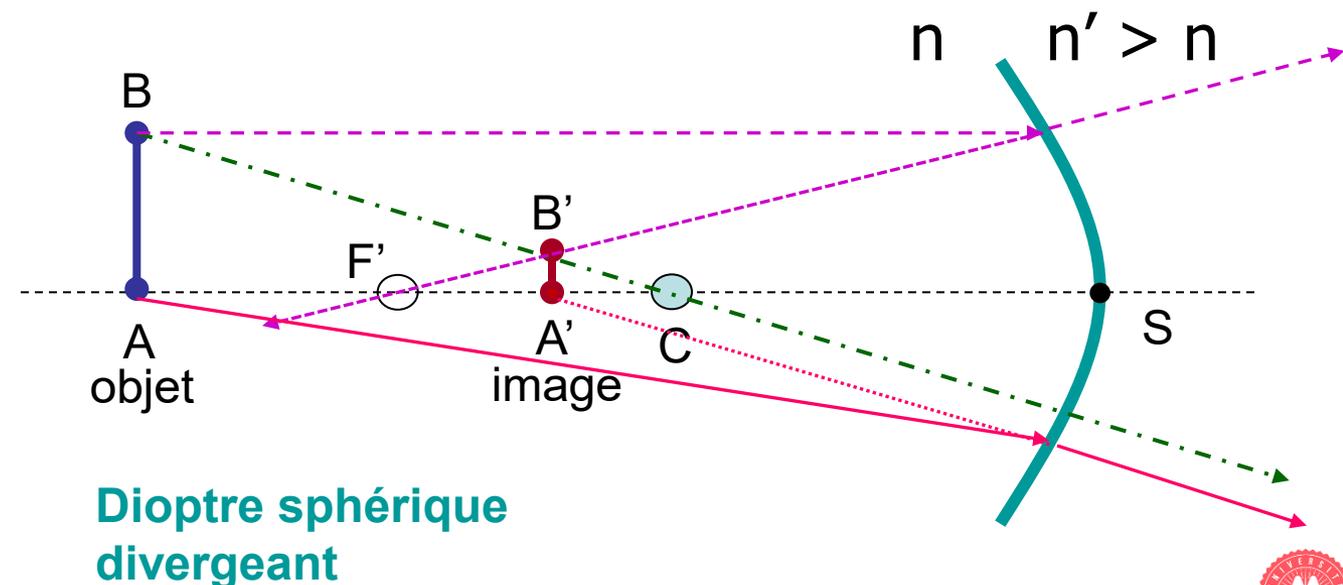


$$\Pi = \frac{n' - n}{SC} = \frac{n'}{SA'} - \frac{n}{SA}$$

Dioptré sphérique convergent

Un rayon normal au dioptré passe par le centre sans être dévié (Descartes)

Un rayon parallèle à l'axe optique émerge en coupant l'axe au foyer image F' avec $\Pi = \frac{n'}{SF'}$

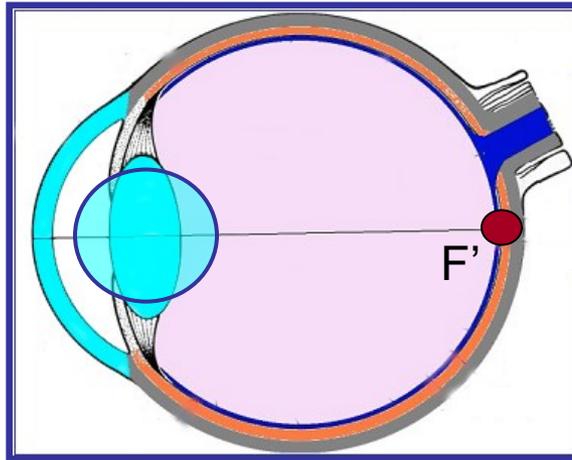


Dioptré sphérique divergent

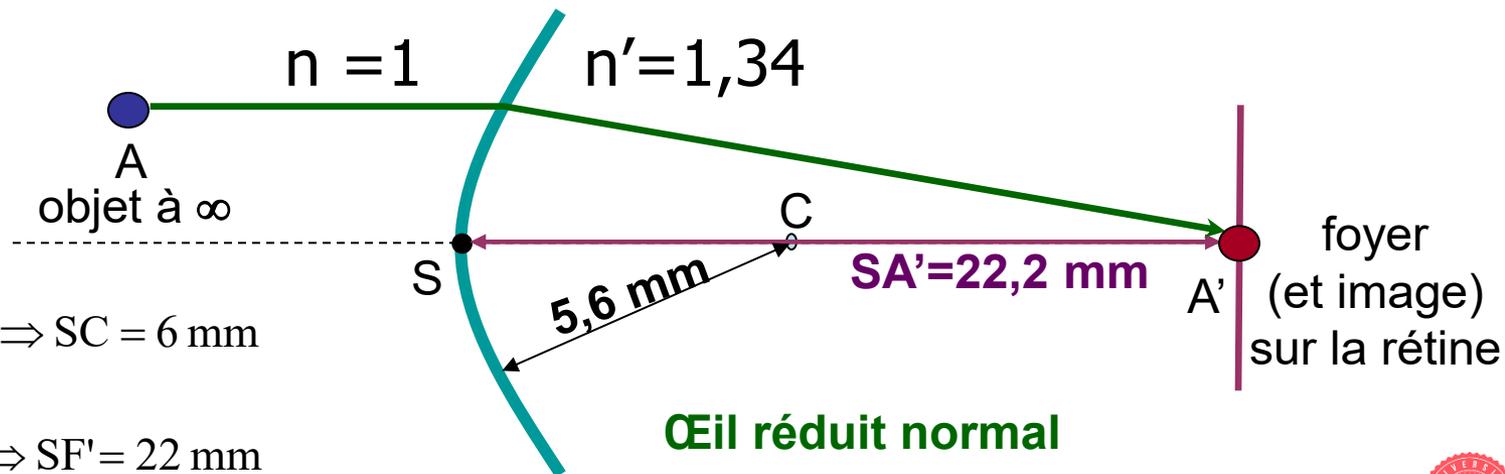


MODELE DE L'ŒIL REDUIT NORMAL

Cornée (42 Dp)
+
Cristallin
(22 Dp + δ)
= 4 dioptries



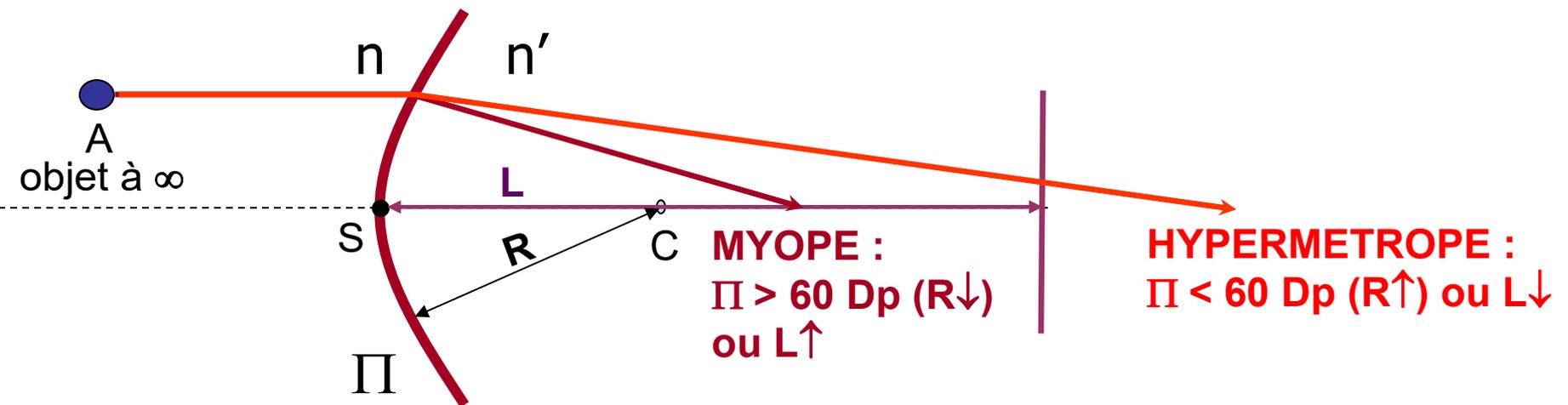
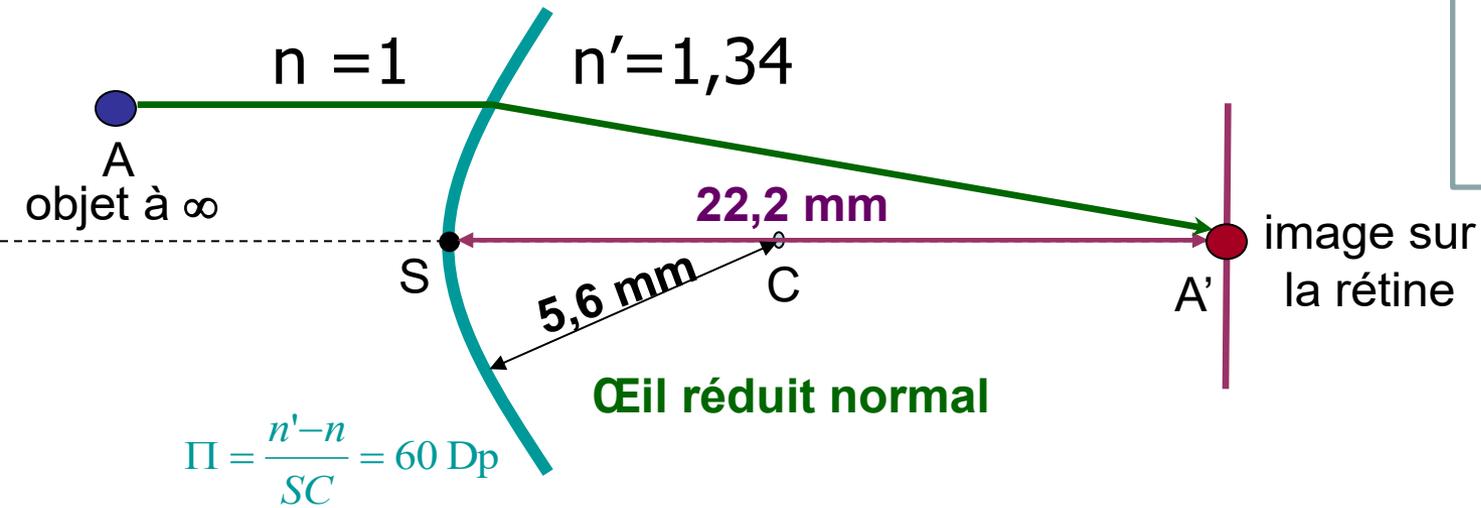
\cong 1 dioptre convergent (60 Dp)
La rétine est dans le plan focal image



$$\Pi = \frac{n' - n}{SC} = 60 \text{ Dp} \Rightarrow SC = 6 \text{ mm}$$

$$\Pi = \frac{n'}{SF'} = 60 \text{ Dp} \Rightarrow SF' = 22 \text{ mm}$$

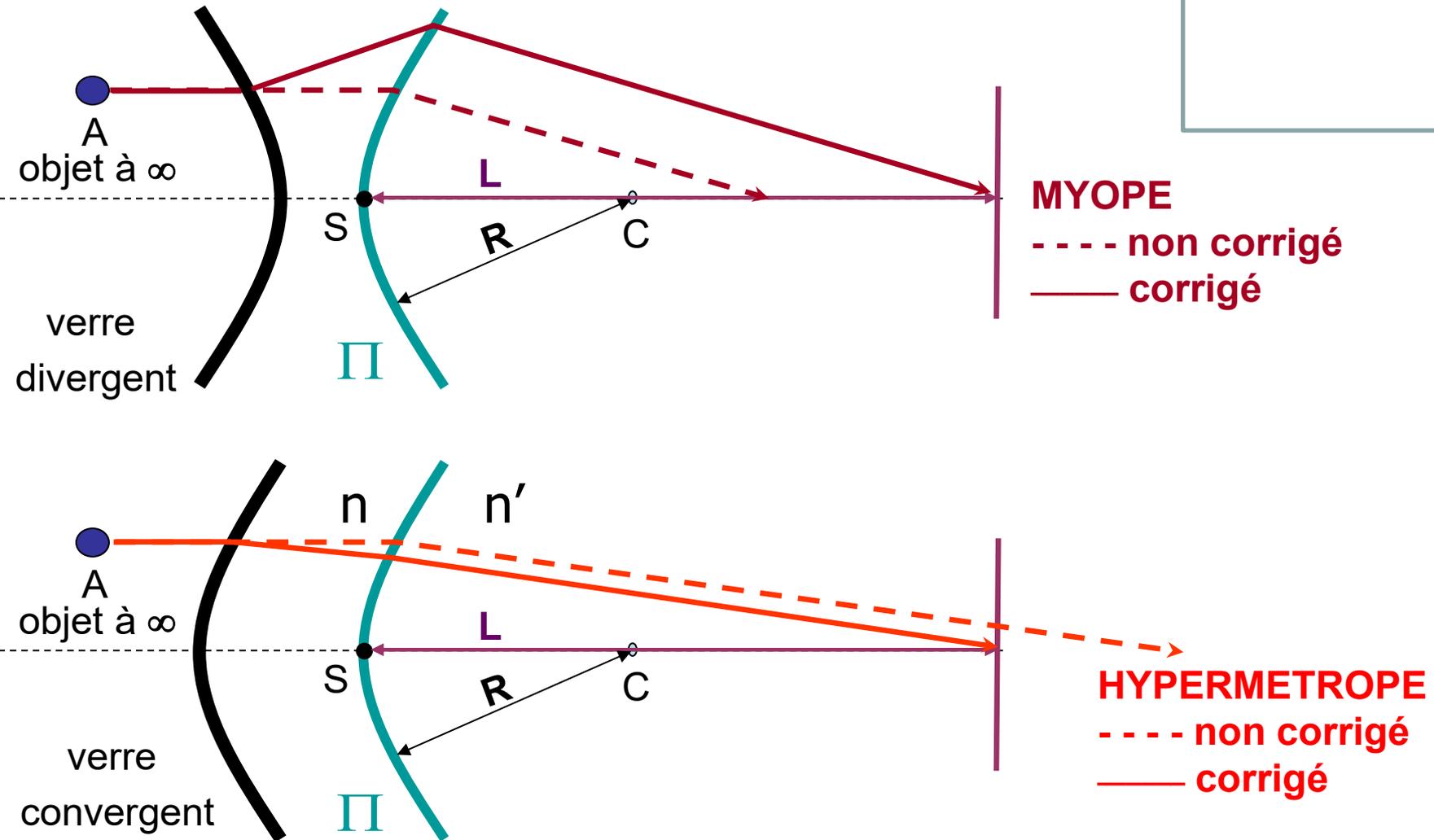
AMETROPIES SPHERIQUES



Pathologie de la convergence

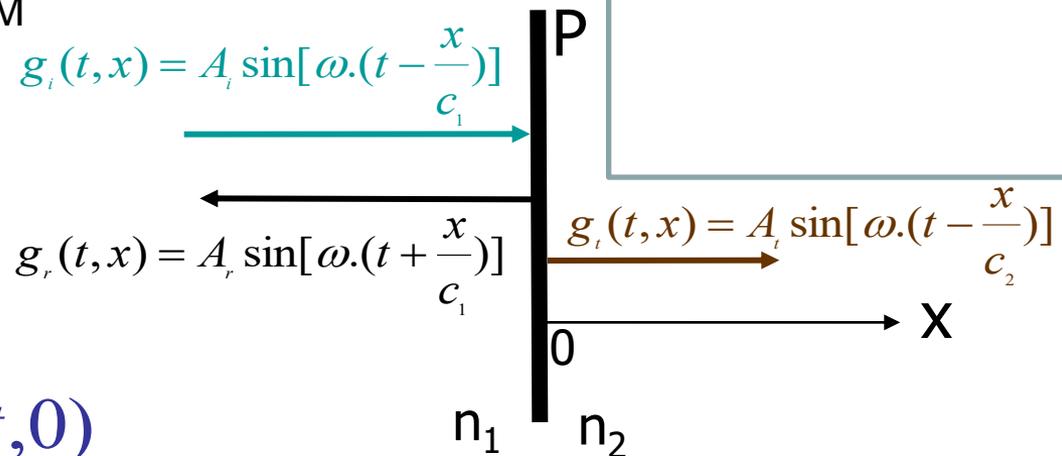
ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

CORRECTIONS DES AMETROPIES SPHERIQUES



REFLEXION NORMALE

g représente par exemple E ou B d'une OEM



$$\frac{\partial g_i}{\partial x}(t,0) + \frac{\partial g_r}{\partial x}(t,0) = \frac{\partial g_t}{\partial x}(t,0)$$

$$\Rightarrow -\frac{\omega}{c_1} A_i + \frac{\omega}{c_1} A_r = -\frac{\omega}{c_2} A_t \Rightarrow A_i - A_r = \frac{c_1}{c_2} A_t$$

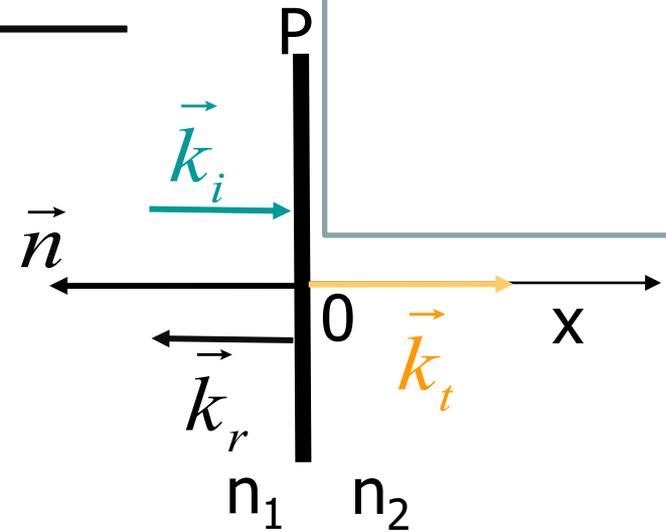
$$g_i(t,0) + g_r(t,0) = g_t(t,0) \Rightarrow A_i + A_r = A_t$$

$$\Rightarrow A_i - A_r = \frac{c_1}{c_2} A_t = \frac{c_1}{c_2} (A_i + A_r) \Rightarrow 1 - \frac{A_r}{A_i} = \frac{c_1}{c_2} \left(1 + \frac{A_r}{A_i} \right) \Rightarrow \frac{A_r}{A_i} = \frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_1}$$



REFLEXION NORMALE

$$\left. \begin{aligned} \frac{A_r}{A_i} &= \frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_1} \\ c_i &= \frac{c}{n_i} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{A_r}{A_i} = \frac{\frac{c}{n_2} - \frac{c}{n_1}}{\frac{c}{n_2} + \frac{c}{n_1}} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$



En milieu homogène, l'intensité lumineuse est proportionnelle à A^2 :

$$r = \frac{I_r}{I_i} = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2$$

$$t = \frac{I_t}{I_i} = 1 - r$$

Ex: lentille en verre ($n_2=1,5$) dans de l'air ($n_1=1$) : $r= 4\%$
 Conséquence: réflexion totale si $n_2 \rightarrow \infty$ (soit $n_2 \gg n_1$)

REFLEXION NORMALE TOTALE

$$\vec{E}_i(t, x) = \vec{E}_0 \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] \quad \vec{E}_r(t, x) = -\vec{E}_0 \sin \left[\omega \left(t + \frac{x}{c} \right) \right]$$

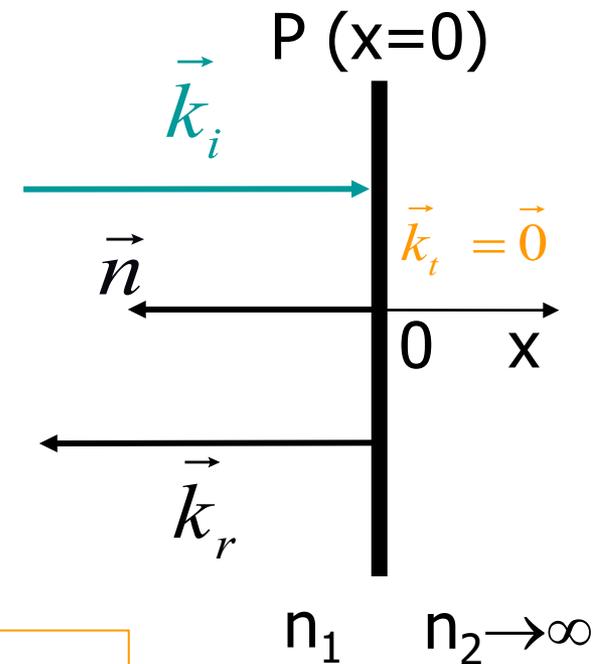
interférences : $\vec{E}(t, x) = \vec{E}_i(t, x) + \vec{E}_r(t, x)$

$$\vec{E}(t, x) = \vec{E}_0 \left\{ \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] - \sin \left[\omega \left(t + \frac{x}{c} \right) \right] \right\}$$

Rappel: $\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$

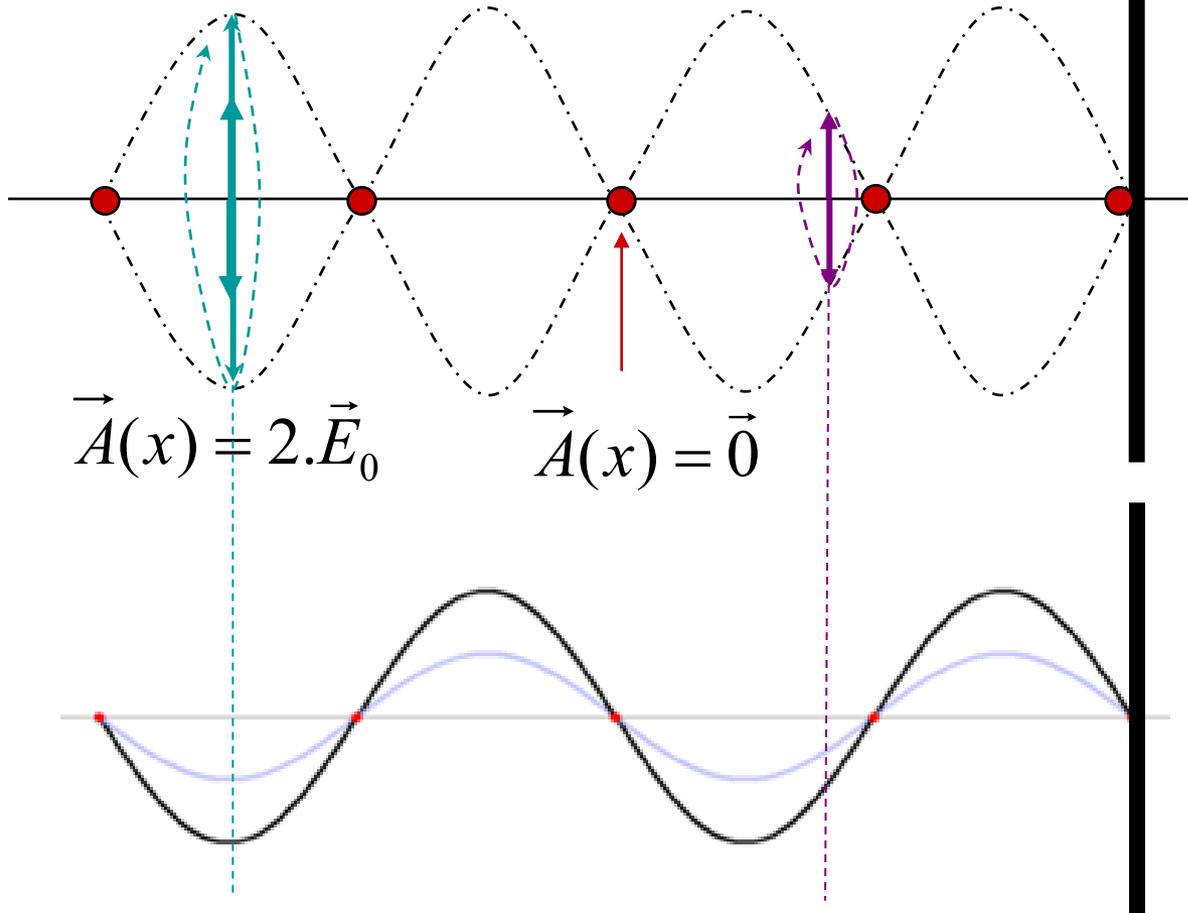
donc : $\vec{E}(t, x) = 2\vec{E}_0 \left\{ \sin \left[-\frac{\omega \cdot x}{c} \right] \cos[\omega \cdot t] \right\}$

$$\vec{E}(t, x) = \left[-2 \sin \left(\frac{\omega \cdot x}{c} \right) \vec{E}_0 \right] \cdot \cos(\omega \cdot t) = \vec{A}(x) \cdot \cos(\omega \cdot t)$$



ONDE STATIONNAIRE

$$\vec{E}(t, x) = \left[-2 \sin\left(\frac{\omega \cdot x}{c}\right) \vec{E}_0 \right] \cos(\omega \cdot t) = \vec{A}(x) \cos(\omega \cdot t)$$



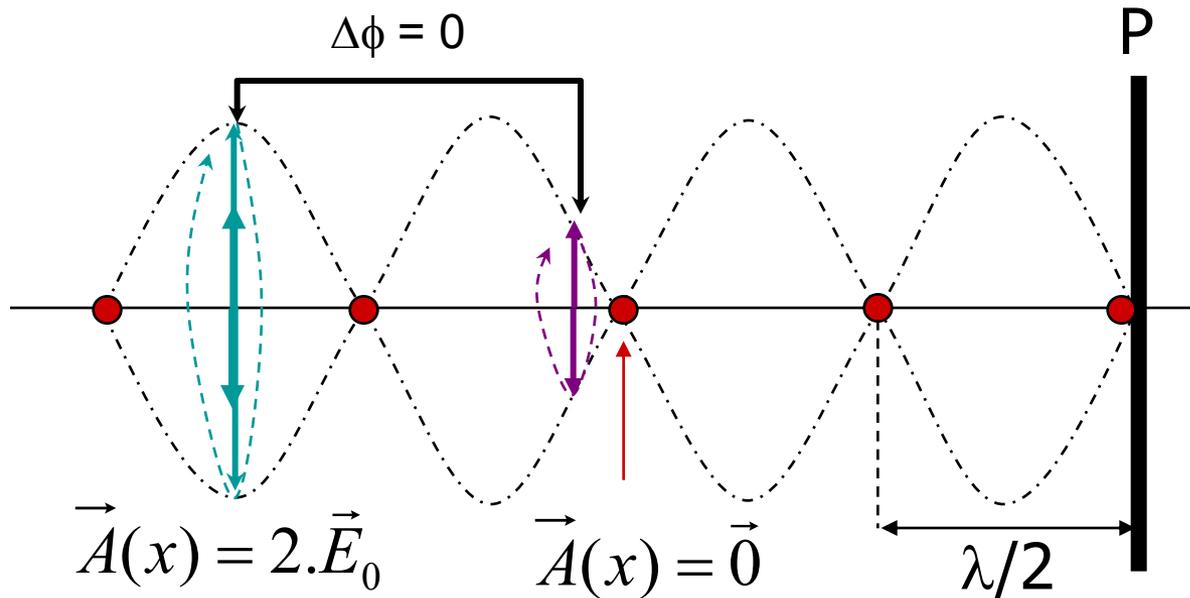
Pas de déphasage

Amplitude

$$\vec{A}(x) = -2 \sin\left(\frac{\omega \cdot x}{c}\right) \vec{E}_0$$

variable avec x

ONDE STATIONNAIRE



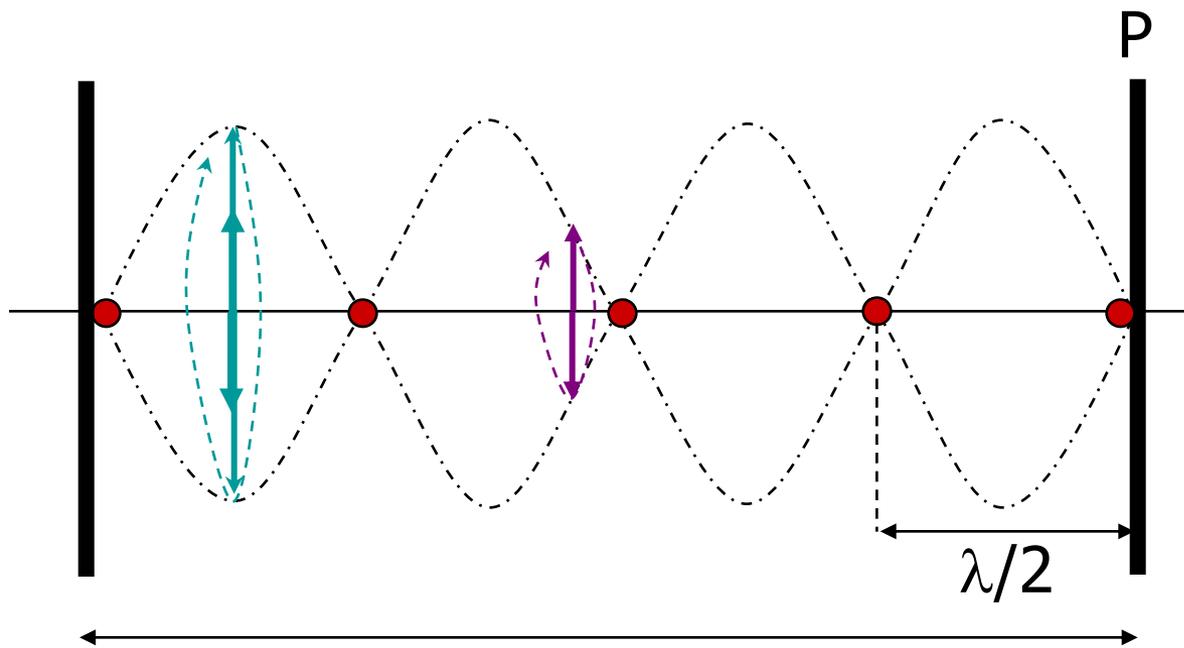
Pas de déphasage

Amplitude $A(x)$ variable avec x

$$\sin\left(\frac{\omega \cdot x}{c}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{2\pi \cdot x}{cT} = \frac{2\pi \cdot x}{\lambda} = N \cdot \pi \Leftrightarrow x \in \left\{0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, 3 \frac{\lambda}{2}, \dots\right\}$$

$$\vec{E}(t, x) = \left[-2 \sin\left(\frac{\omega \cdot x}{c}\right) \vec{E}_0 \right] \cos(\omega \cdot t) = \vec{A}(x) \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

ONDE STATIONNAIRE & QUANTIFICATION



$$L = k\lambda/2$$

$$\lambda = 2L/k$$

k entier naturel

$$\vec{E}(t, x) = \left[-2 \sin\left(\frac{\omega \cdot x}{c}\right) \vec{E}_0 \right] \cos(\omega \cdot t)$$

Si le milieu est limité de dimension L , λ ne peut prendre que certaines valeurs discrètes $2L/k$:

$$\lambda = 2L, L, 2L/3, L/2, \dots$$

On dit que ces grandeurs sont **quantifiées**

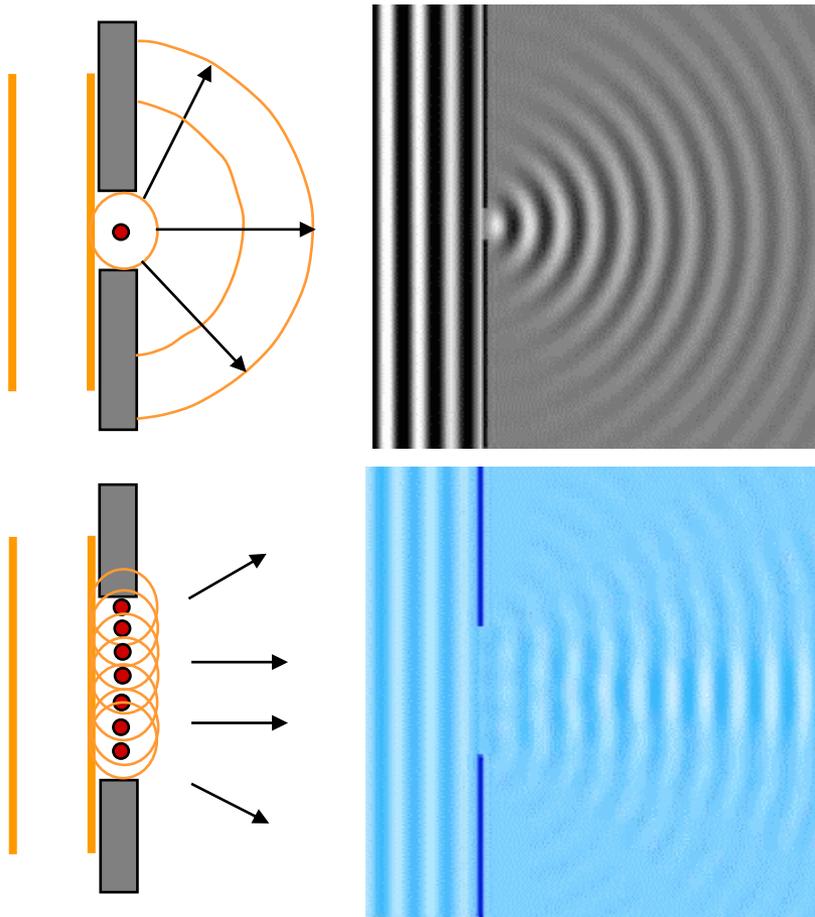
OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 3

Savoir définir, caractériser et manipuler:

- Un chemin optique et le principe de Fermat
 - Calculs de chemins optiques dans diverses configurations
- Les lois de Descartes et la réflexion normale
 - Dans des contextes géométriques variés
- Les coefficients de réflexion et de transmission
- Onde stationnaire en lien avec la quantification
- L'approximation de Gauss, la relation de conjugaison du dioptre et ses applications dans la correction des amétropies sphériques

DIFFRACTION

Rappel du principe de Huygens-Fresnel : chaque point d'une surface d'onde agit comme une source ponctuelle émettant en phase,



Diffraction = changement de direction d'une onde au passage d'un écran percé d'un trou de diamètre b de l'ordre ou inférieur à la longueur d'onde.

Après l'écran :

- ① une ou plusieurs ondes sphériques se propagent.
- ② un déphasage apparaît entre les rayons émis dans une direction
- ③ les ondes cohérentes ré-émises peuvent s'additionner algébriquement = interférences

A VOTRE AVIS...

Allez sur **wooclap.com** et utilisez le code **OMUE7**



La résolution d'un microscope, ou d'un appareil d'imagerie médicale,

1

est la dimension du plus petit objet observable avec cet appareil et est meilleure dans l'IR que dans le visible

0%

0



Cliquez sur l'écran projeté pour lancer la question

2

est la distance minimale qui doit séparer deux objets pour les rendre discernables, et s'améliore si de diamètre de l'objectif augmente

0%

0

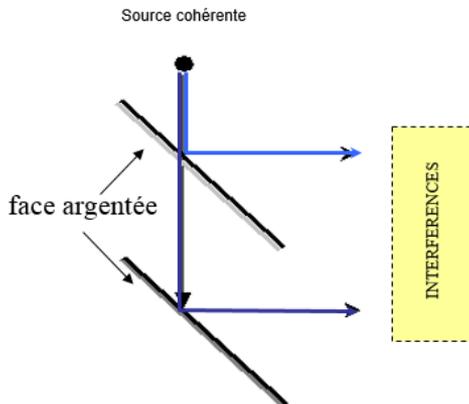
INTERFERENCES

- Définition : **Addition algébrique d'ondes progressives pures cohérentes**

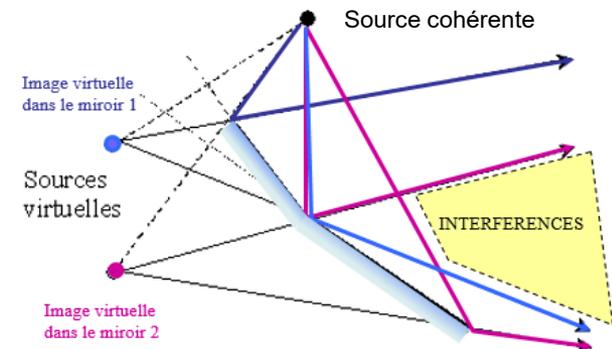
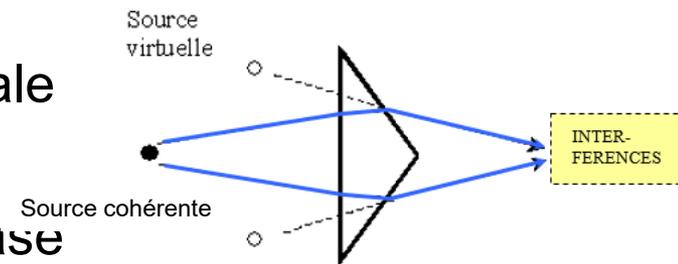
- Attention : il ne s'agit pas simplement de l'addition des intensités des ondes (qui a lieu même avec des ondes incohérentes)

- Exemples :

- Onde stationnaire après réflexion normale
- Ondes sphériques après diffraction
- Onde fractionnée avec décalage de phase



Miroirs réfléchissant et semi-réfléchissant

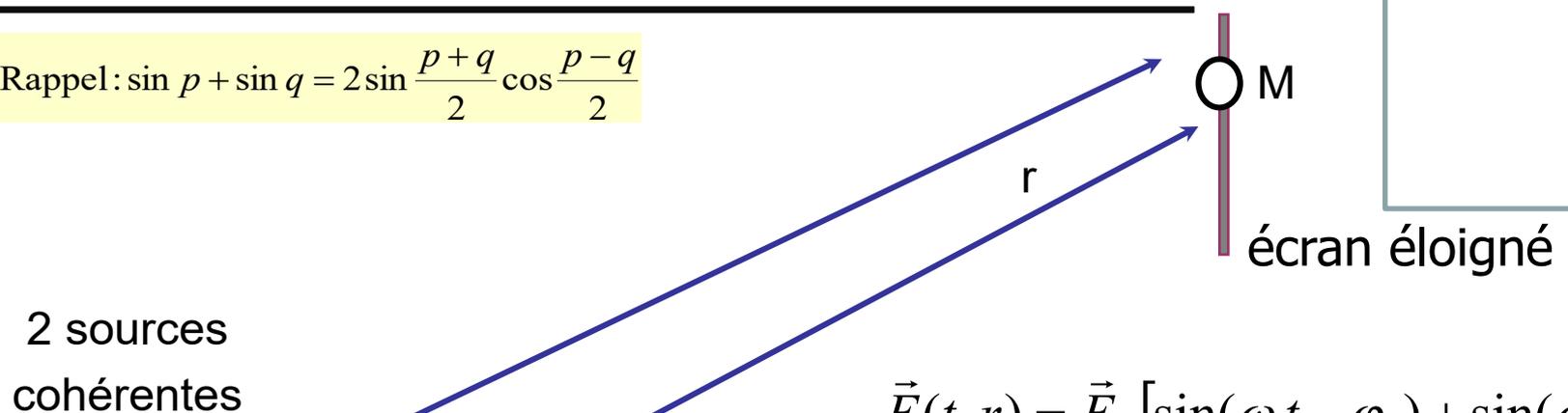


Bi-prisme et miroirs de Fresnel



INTERFERENCES DE 2 SOURCES COHERENTES

Rappel: $\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$



$$\vec{E}(t, r) = \vec{E}_0 \left[\sin(\omega.t - \varphi_r) + \sin(\omega.t - \varphi_r - \varphi) \right]$$

$$\vec{E}(t, r) = 2 \cdot \vec{E}_0 \sin\left(\frac{2\omega.t - 2\varphi_r - \varphi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$

$$\vec{E}(t, r) = \left[2 \cdot \vec{E}_0 \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right] \cdot \sin\left(\omega.t - \varphi_r - \frac{\varphi}{2}\right)$$

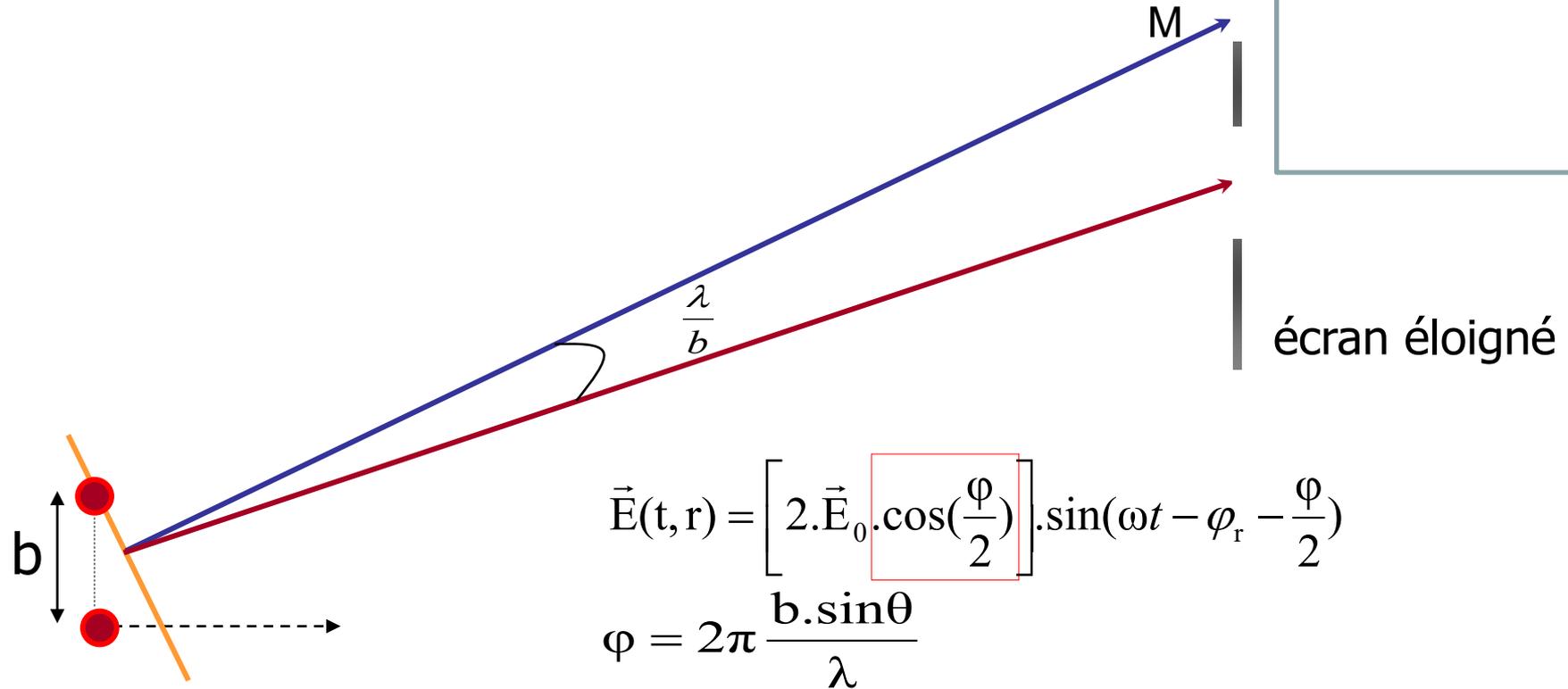
(où $\varphi_r = \frac{\omega r}{c}$)

$$\varphi = \frac{\omega}{c} D = \frac{2\pi}{\lambda} D$$

$$\Rightarrow \varphi = 2\pi \frac{b \cdot \sin \theta}{\lambda} \text{ indépendant du temps } t$$



INTERFERENCES DE 2 SOURCES COHERENTES



Amplitude (donc intensité) maximum si $|\cos(\varphi/2)|$ maximum, soit si $\varphi/2$ multiple de π

$$\frac{\varphi}{2} = \pi \cdot \frac{b \cdot \sin\theta}{\lambda} = k \cdot \pi \Leftrightarrow \sin\theta = k \cdot \frac{\lambda}{b} \approx \theta$$

Succession de bandes claires et sombres → mesures de petits déplacements, astronomie



INTERFERENCES APRES DIFFRACTION

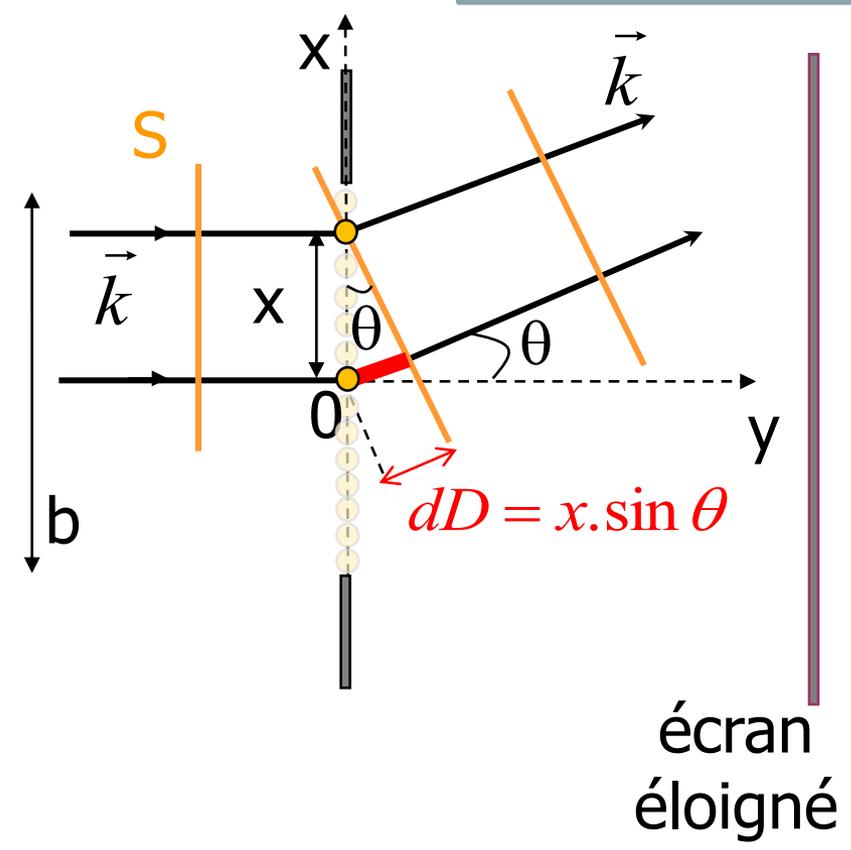
Calcul du déphasage entre deux rayons distants de x , diffractés sous un angle θ :

$$d\phi = \frac{\omega}{c} dD = \frac{2\pi}{\lambda} dD$$

$$\Rightarrow d\phi = \frac{2\pi \cdot \sin \theta}{\lambda} x = \Theta \cdot x$$

Dans la direction θ , l'onde observée après diffraction est la somme de toutes les ondes déphasées ayant passé l'obstacle entre $-b/2$ et $+b/2$ et ayant été diffractées dans la direction θ :

$$\vec{E} = \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\vec{A}_0}{b} \sin(\omega \cdot t - \Theta x) \cdot dx$$



CALCUL DE L'ONDE DIFFRACTEE

(LE DETAIL DU CALCUL N'EST PAS EXIGIBLE)

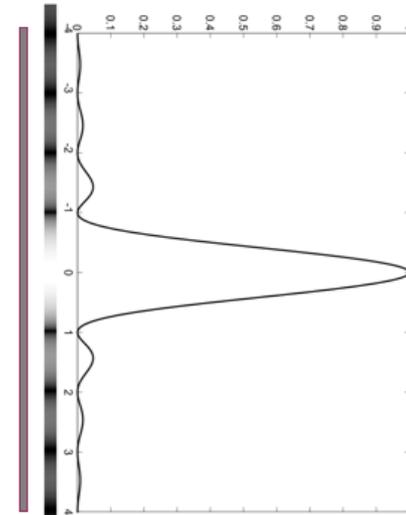
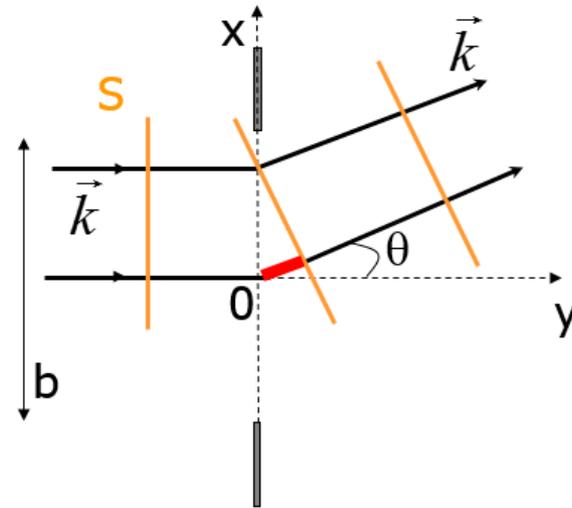
$$\vec{E} = \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\vec{A}_0}{b} \sin(\omega t - \Theta x) dx = \frac{\vec{A}_0}{b} \frac{1}{\Theta} [\cos(\omega t - \Theta x)]_{-b/2}^{b/2}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{A}_0}{b} \frac{1}{\Theta} \left[\cos\left(\omega t - \frac{\Theta b}{2}\right) - \cos\left(\omega t + \frac{\Theta b}{2}\right) \right] \text{ or } \cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p-q}{2} \sin \frac{p+q}{2}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -\frac{\vec{A}_0}{b} \frac{2}{\Theta} \sin\left(-\frac{\Theta b}{2}\right) \sin(\omega t) = \vec{A}_0 \sin(\omega t) \frac{\sin(\Theta b/2)}{\Theta b/2} \text{ avec } \Theta = \frac{2\pi \sin \theta}{\lambda}$$

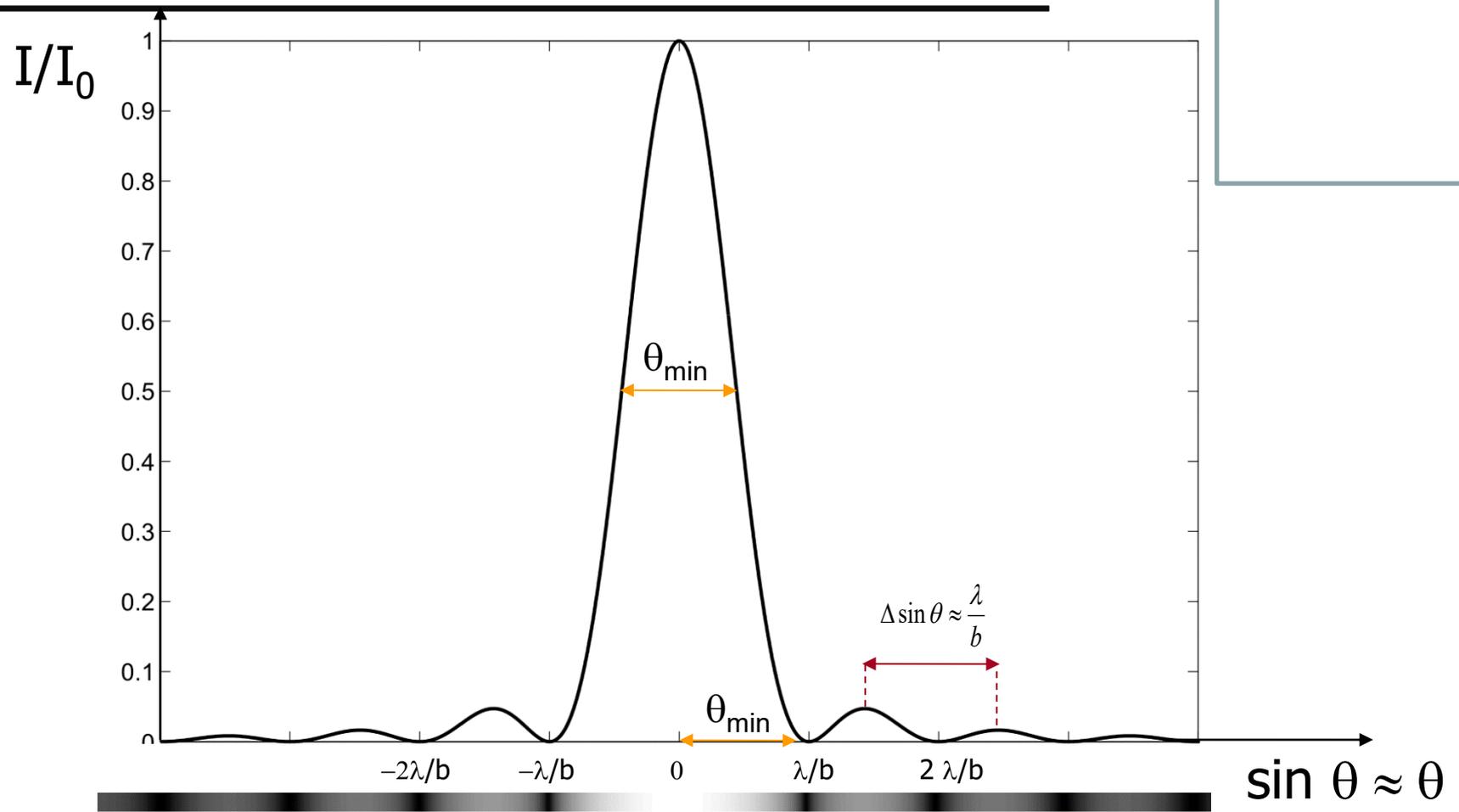
$$\Rightarrow \vec{E} = \vec{A}_0 \cdot \text{sinc}\left(\frac{\pi b \sin \theta}{\lambda}\right) \sin(\omega t)$$

\vec{A}



$$\vec{A} = \vec{A}_0 \cdot \text{sinc}\left(\frac{\pi b \sin \theta}{\lambda}\right) = \vec{0} \Leftrightarrow \sin \theta_{\min} = N \frac{\lambda}{b}, \quad N \text{ entier}$$

INTERFERENCES APRES DIFFRACTION



$$\sin \theta_{min} = \frac{\lambda}{b} \approx \theta_{min}$$

est aussi la largeur à mi-hauteur du maximum principal

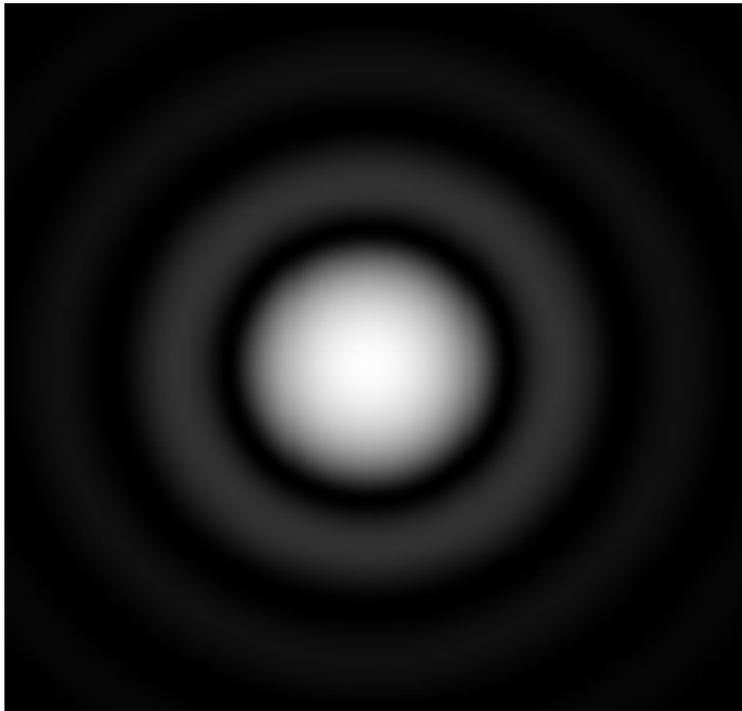


DIFFRACTION PAR DES ECRANS

ORIFICE CARRE DE COTE b

$$\sin \theta_{\min}^N = N \cdot \frac{\lambda}{b}$$

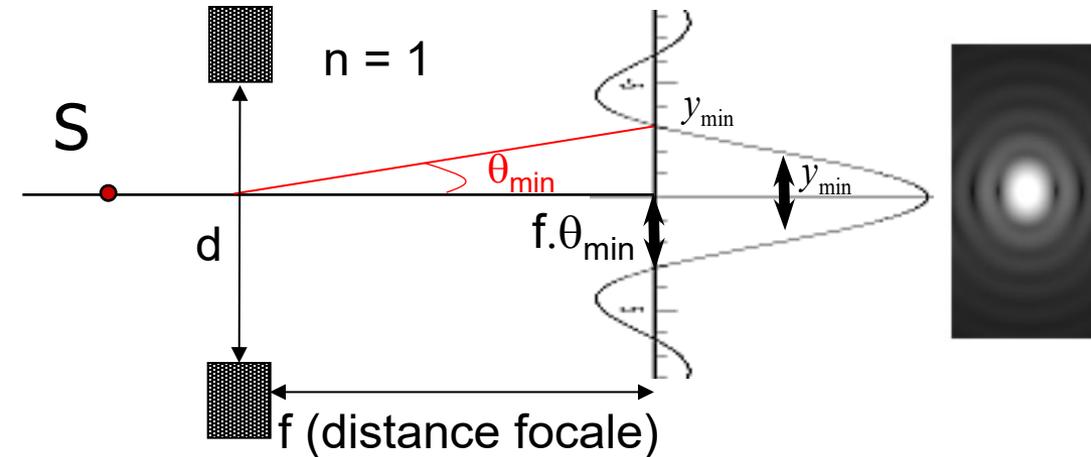
ORIFICE CIRCULAIRE DE DIAMETRE d



$$\sin \theta_{\min}^N = 1,22 \cdot N \cdot \frac{\lambda}{d}$$

N entier positif

LA DIFFRACTION LIMITE LA RESOLUTION



$$\theta_{\min} \approx \sin \theta_{\min} = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{d}$$

$$y_{\min} \approx f \cdot \theta_{\min} \approx f \cdot 1,22 \cdot \frac{\lambda}{d}$$

$N = f/d =$ nombre d'ouverture des objectifs photographiques ($d = f/2,8 > f/22$)

$$y_{\min} \approx f \cdot \theta_{\min} \approx 1,22 \cdot \lambda \cdot N$$

θ_{\min} est la **résolution angulaire**

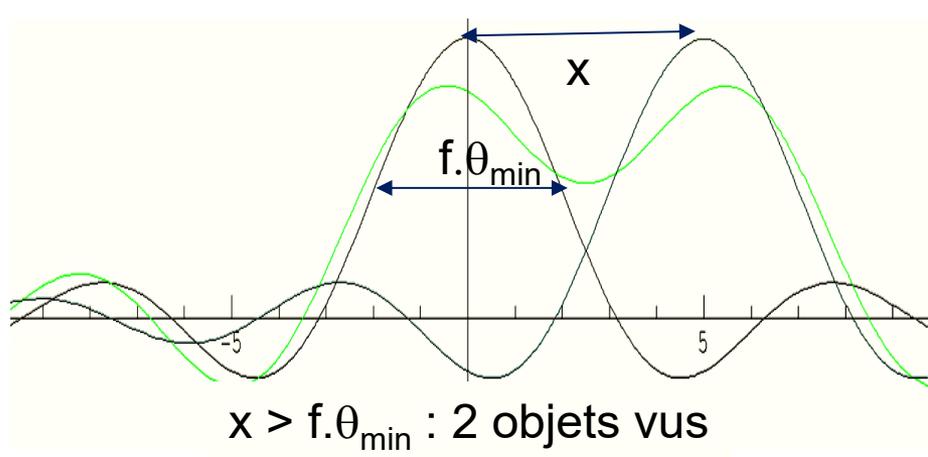
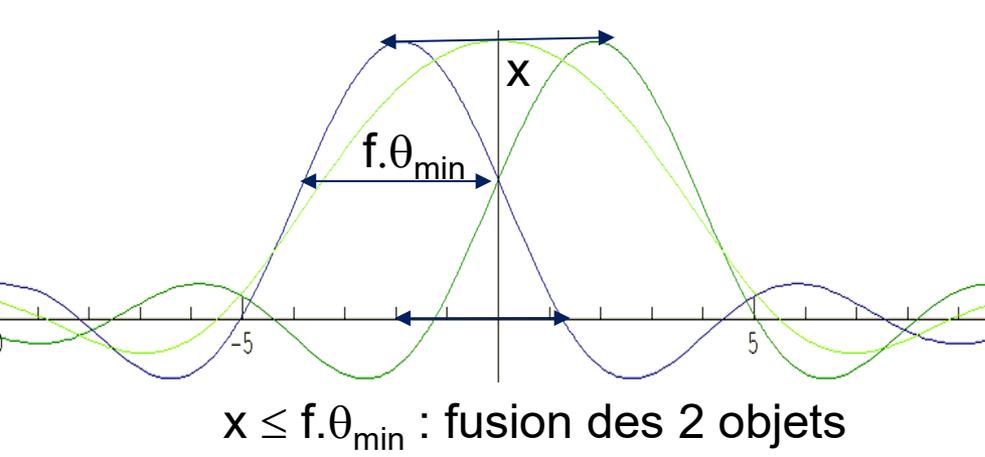
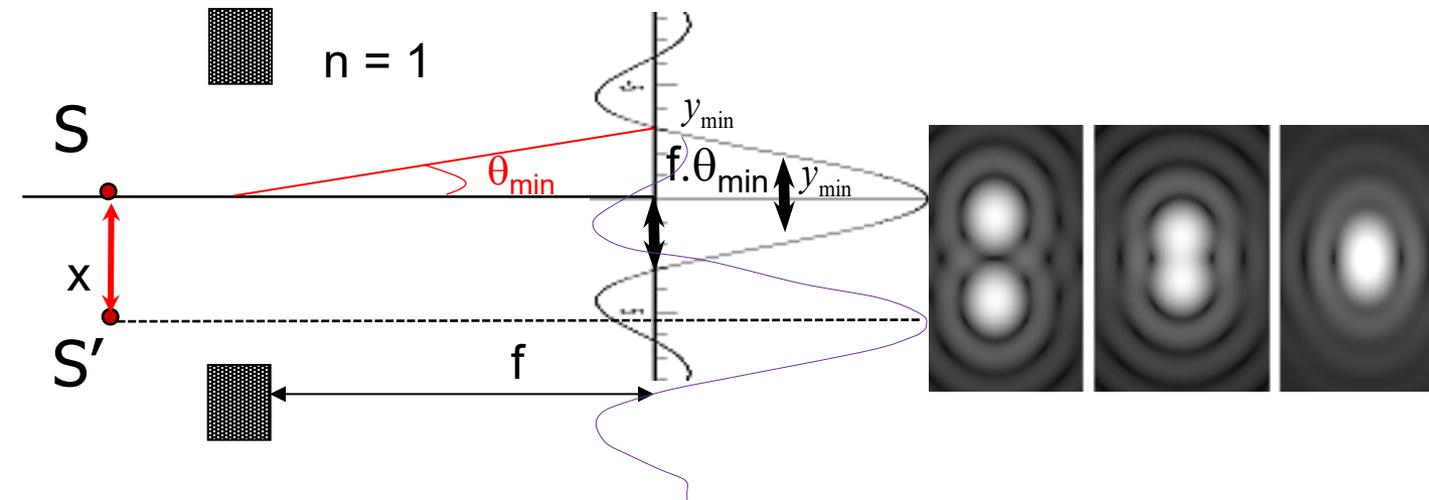
y_{\min} est la **résolution spatiale**

Plus le nombre d'ouverture $N = f/d$ est grand,
plus la diffraction dégrade la résolution ($y_{\min} \uparrow$)



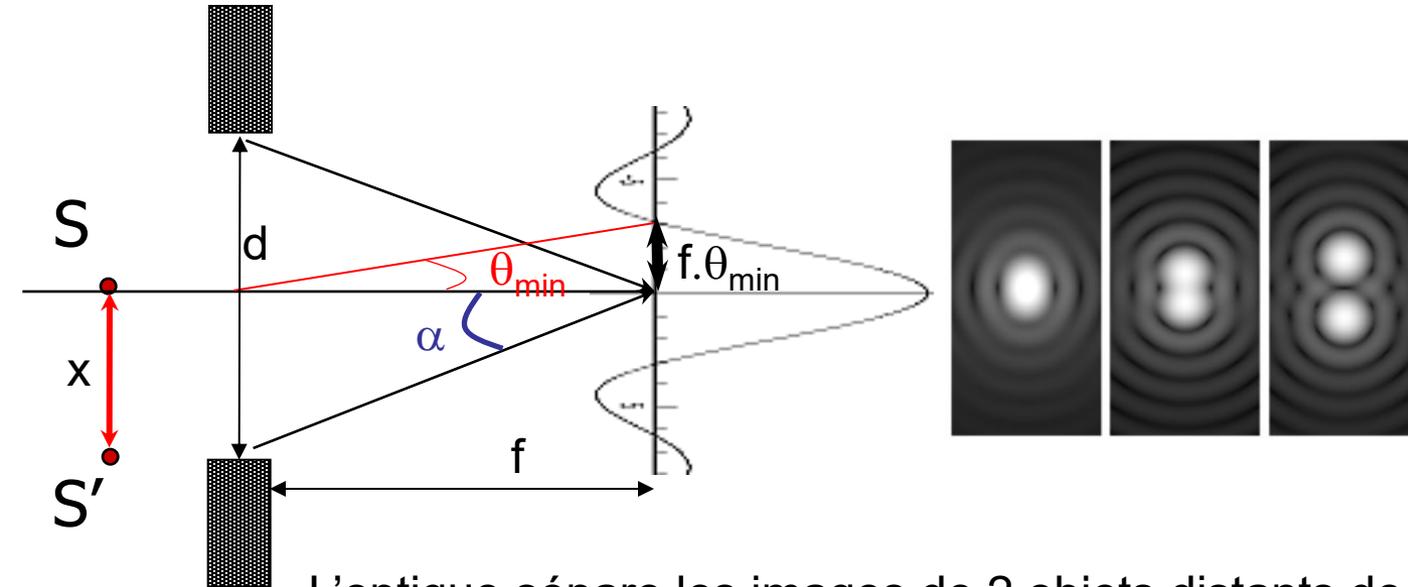
$N \downarrow$ et $d \uparrow$
 \emptyset tache \downarrow
résolution \uparrow

LA DIFFRACTION LIMITE LA RESOLUTION



Le diaphragme sépare les images si $x > LMH = f.\theta_{min} = 1,22.\lambda.f/d = 1,22. \lambda.N$

LA DIFFRACTION LIMITE LA RESOLUTION



L'optique sépare les images de 2 objets distants de $x > LMH = f \cdot \theta_{\min}$
 $LMH = R = \text{pouvoir séparateur} = \text{résolution}$

$$\sin \alpha \approx \text{tg} \alpha = \frac{d}{2f} = \frac{d}{2f} \Rightarrow \frac{f}{d} \approx \frac{1}{2 \sin \alpha}$$

Si on interpose une goutte d'huile d'indice n entre le diaphragme et l'écran de visualisation, il faut remplacer la longueur d'onde dans le vide λ par λ/n :

$$\lambda_n = c_n \cdot T = \frac{c}{n} \cdot T = \frac{\lambda}{n}$$

Pouvoir séparateur d'un instrument d'optique:

$$R = 1,22 \cdot \lambda \cdot \frac{f}{d} = \frac{0,61 \cdot \lambda}{\sin \alpha}$$

ou $\frac{0,61 \cdot \lambda}{n \cdot \sin \alpha}$ si le milieu image est d'indice n

LA DIFFRACTION LIMITE LA RESOLUTION

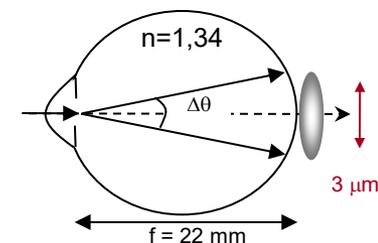
Résolution angulaire $\theta_{\min} = 1,22 \cdot \lambda/d$

Résolution spatiale $R = 1,22 \cdot \lambda f/d = 0,61 \cdot \lambda/(n \cdot \sin \alpha)$

- **Pupille** $d = 5 \text{ mm}$, $\lambda_n = 500/1,34 \text{ nm} \Rightarrow \theta_{\min} = 91 \mu\text{rad}$.
 $R = f \cdot \theta_{\min} = 2 \mu\text{m}$

- **Microscope** $d = 1 \text{ cm}$, $\lambda = 500 \text{ nm}$, $n \cdot \sin \alpha = 1,5$
 $\Rightarrow R = 0,2 \mu\text{m}$ et donc $f = 3,3 \text{ mm}$ et $\theta_{\min} = 61 \mu\text{rad}$

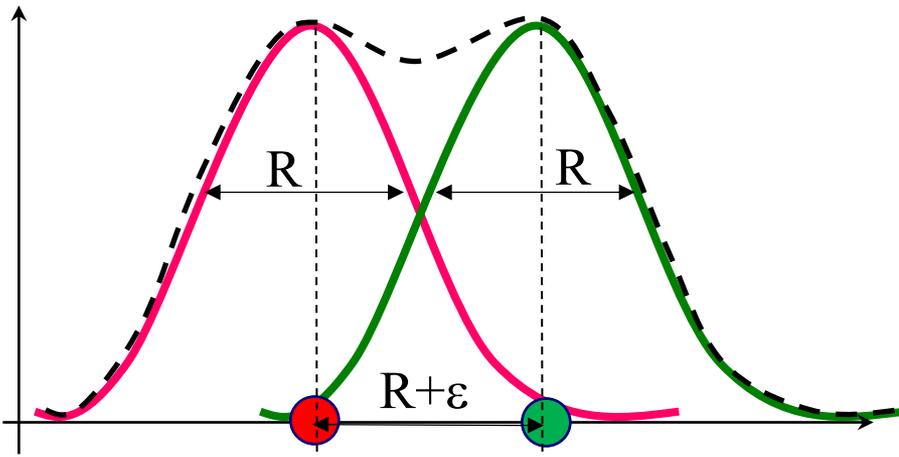
- Intérêt des optiques de **grand diamètre** (télescopes)
- intérêt des faibles λ (rayons X ou γ , ...)
- Intérêt d'un milieu de **n élevé** entre la lame et le microscope



RESOLUTION ET NUMERISATION



$$R = f \cdot \theta_{\min}$$



Théorème d'échantillonnage de Shannon:

Numérisation sans perte d'information

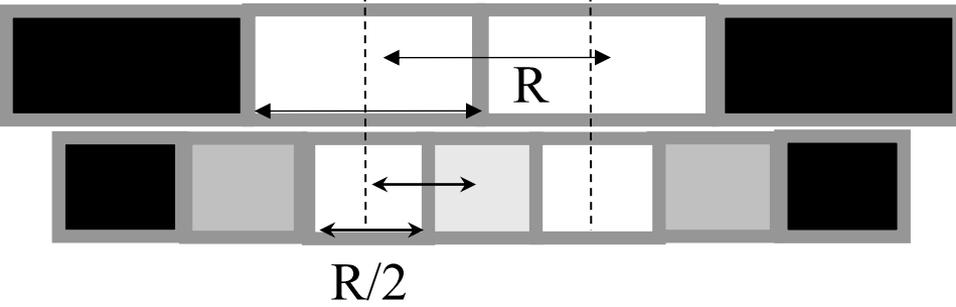


Dimension du pixel = $R/2$

Exemple: calcul du diamètre optimal des cônes de la rétine: $2 \mu\text{m}/2 = 1 \mu\text{m}$

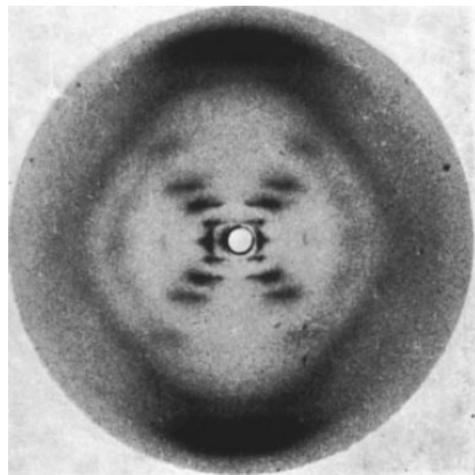
Données histologiques :

Bâtonnets : $2 \mu\text{m}$; Cônes : 1 à $3 \mu\text{m}$



APPLICATIONS DE LA DIFFRACTION

- Holographie
- **Détermination des structures moléculaires**
 - $\sin \theta \approx \lambda/d$ donne l'ordre de grandeur de d
 - La symétrie de la figure de diffraction reflète celle de l'objet diffractant
 - **Rayons X : $\lambda \approx \text{Å}$, adaptés à sonder les structures moléculaires**
 - L'analyse de Fourier des figures de diffraction générées par des molécules biologiques cristallisées permet d'en déduire la structure



R Franklin 1920-58

« photographie 51 »
RE Franklin & R Gosling.
Nature. 171,740-741. 1953



A structure of DNA
JD Watson & FHC Crick.
Nature. 171, 737-738. 1953
(parmi 5 articles)

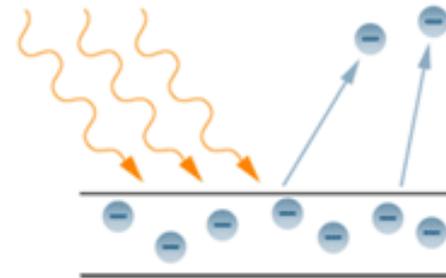
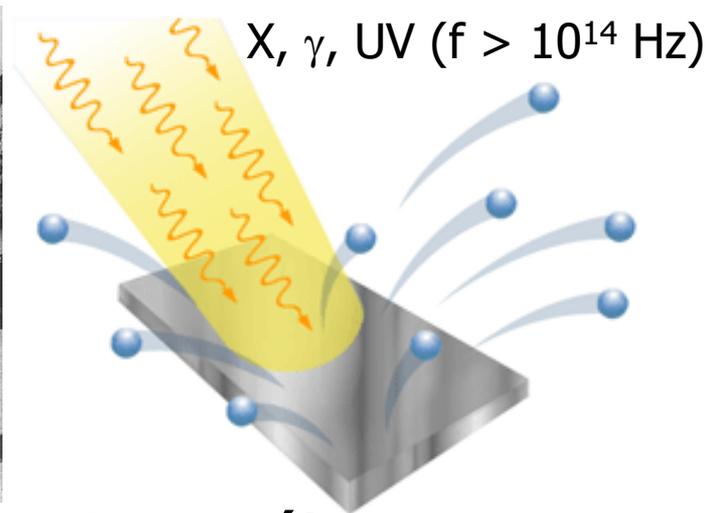
OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 4

- **Savoir :**
 - Définir des ondes cohérentes, interférence, diffraction.
 - Évaluer si des interférences sont possibles
 - Calculer un déphasage et une interférence dans des cas simples.
 - Manipuler la relation $\sin \theta_{\min} = N \cdot \lambda / b$
 - en déduire les caractéristiques de résolution angulaire des instruments optiques et les conditions de numérisation.

APPROCHE EXPERIMENTALE



↳ Pression de radiation: lumière \Rightarrow chocs de particules ?

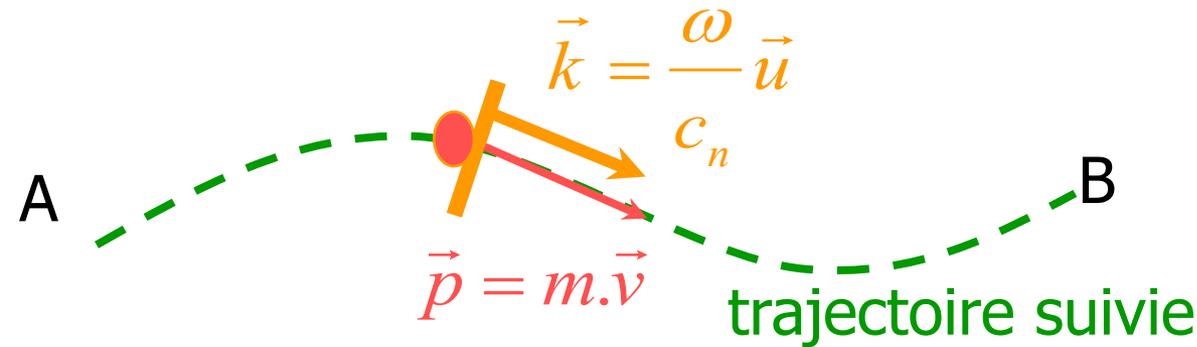


1905: effet photo-électrique seulement avec UV, X ou γ

↳ Lumière = Particules dont l'énergie dépend de f ?



DUALITE ONDE-CORPUSCULE



Problème : modéliser ensemble les deux caractéristiques de la lumière :

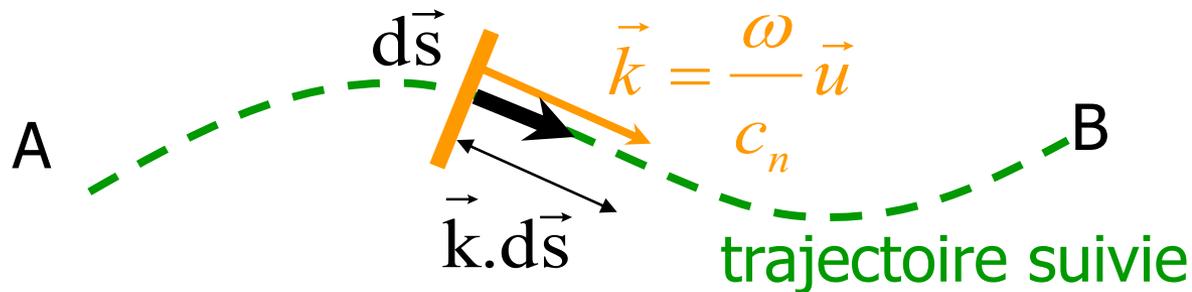
- ondulatoires : réflexion, réfraction, diffraction, interférences...
- corpusculaires : chocs, effet photo-électrique, effet Compton...

Idée : Modéliser via le principe de moindre action et l'analogie entre :

- | | | | |
|--------------------------|----------------|---|---------------------------------|
| • <u>ondulatoire</u> : | surface d'onde | / | vecteur d'onde \vec{k} |
| • <u>corpusculaire</u> : | masse | / | quantité de mouvement \vec{p} |

PRINCIPES DE MOINDRE ACTION

Aspect ondulatoire: principe de Fermat (1657)



1601-1665

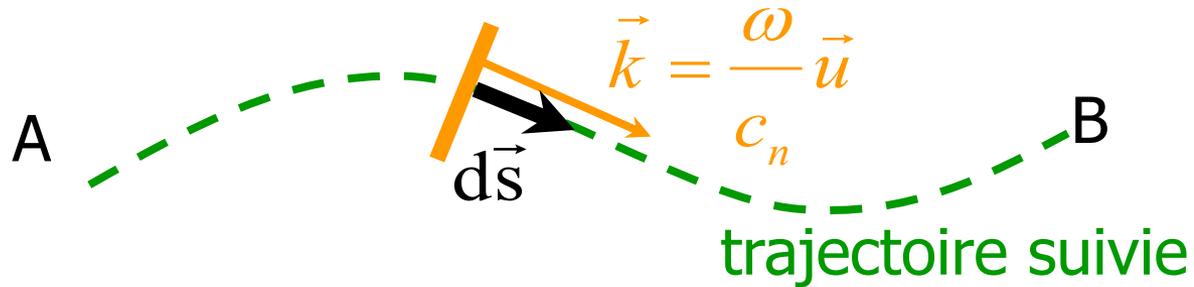
$$C = \int_A^B n \cdot ds \quad \text{chemin optique minimal}$$

$$C = \int_A^B n \cdot ds = \int_A^B \frac{c}{c_n} \cdot ds = \int_A^B \frac{c}{c_n} \frac{\omega}{\omega} \cdot ds = \frac{c}{\omega} \int_A^B \frac{\omega}{c_n} \cdot ds = \frac{c}{\omega} \int_A^B \vec{k} \cdot d\vec{s}$$

car $n = \frac{c}{c_n}$

PRINCIPES DE MOINDRE ACTION

Aspect ondulatoire: principe de Fermat (1657)



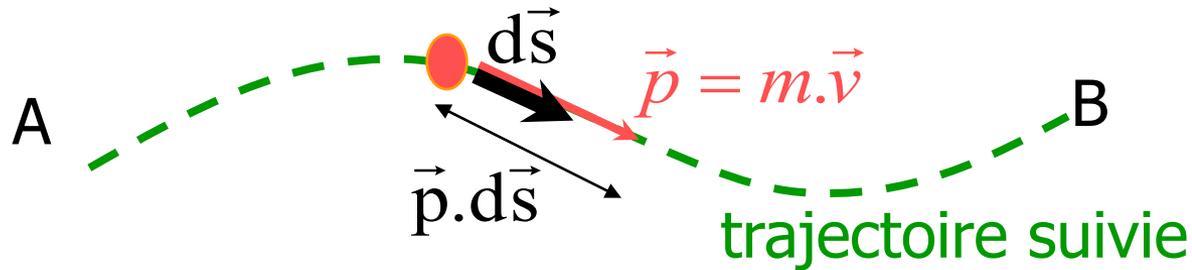
$$A = \int_A^B \vec{k} \cdot d\vec{s} \quad \text{minimale}$$



1601-1665

PRINCIPES DE MOINDRE ACTION

Aspect corpusculaire: principe de Maupertuis (1744)



$$A = \int_A^B \vec{p} \cdot d\vec{s} \quad \text{minimale}$$

Justifications :

$$m \text{ et } v \text{ constants} \Rightarrow \int_A^B p \cdot ds = \int_A^B m \cdot v \cdot ds = m \cdot v \cdot \int_A^B ds = m \cdot v \cdot (s_B - s_A)$$

$$E_c \text{ constant} \Rightarrow \int_A^B p \cdot ds = \int_A^B m \cdot v \cdot ds = \int_A^B m \cdot v \cdot \frac{ds}{dt} \cdot dt = \int_A^B m \cdot v^2 \cdot dt = 2 \cdot E_c \int_A^B dt = 2 \cdot E_c \cdot (t_B - t_A)$$

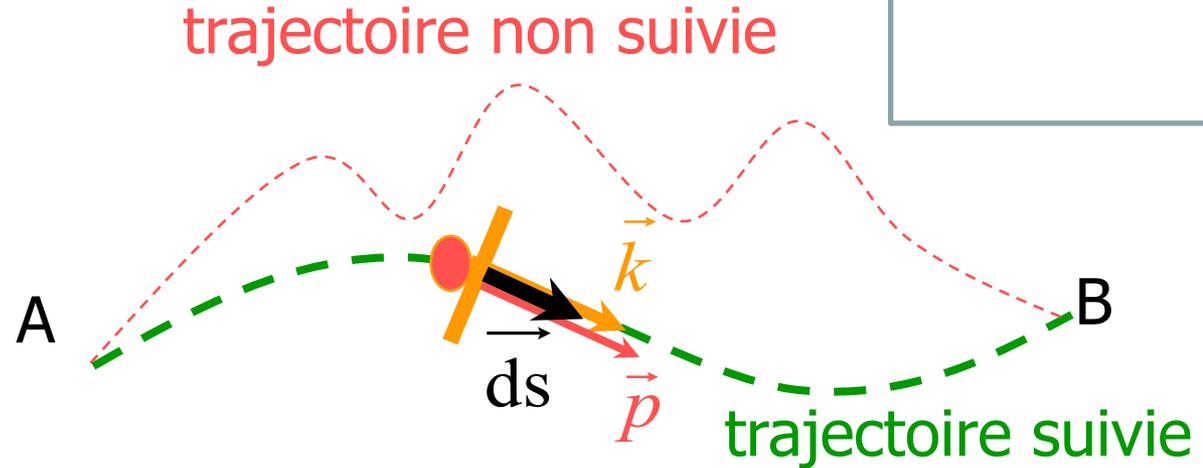


1698-1769

PRINCIPES DE MOINDRE ACTION

$$A = \int_A^B \vec{k} \cdot d\vec{s}$$

$$A' = \int_A^B \vec{p} \cdot d\vec{s}$$



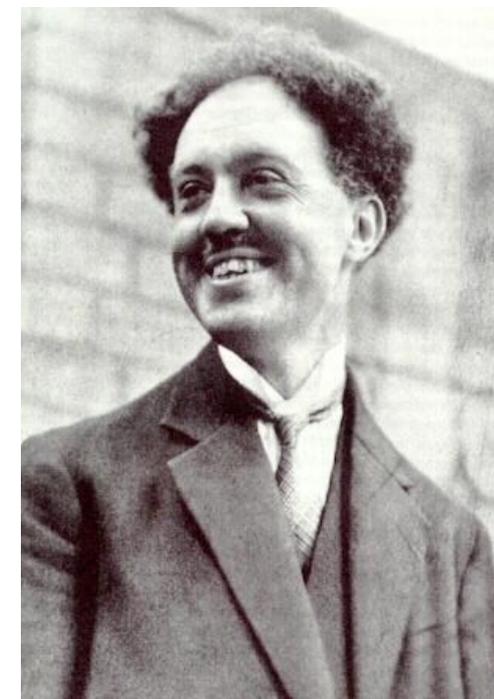
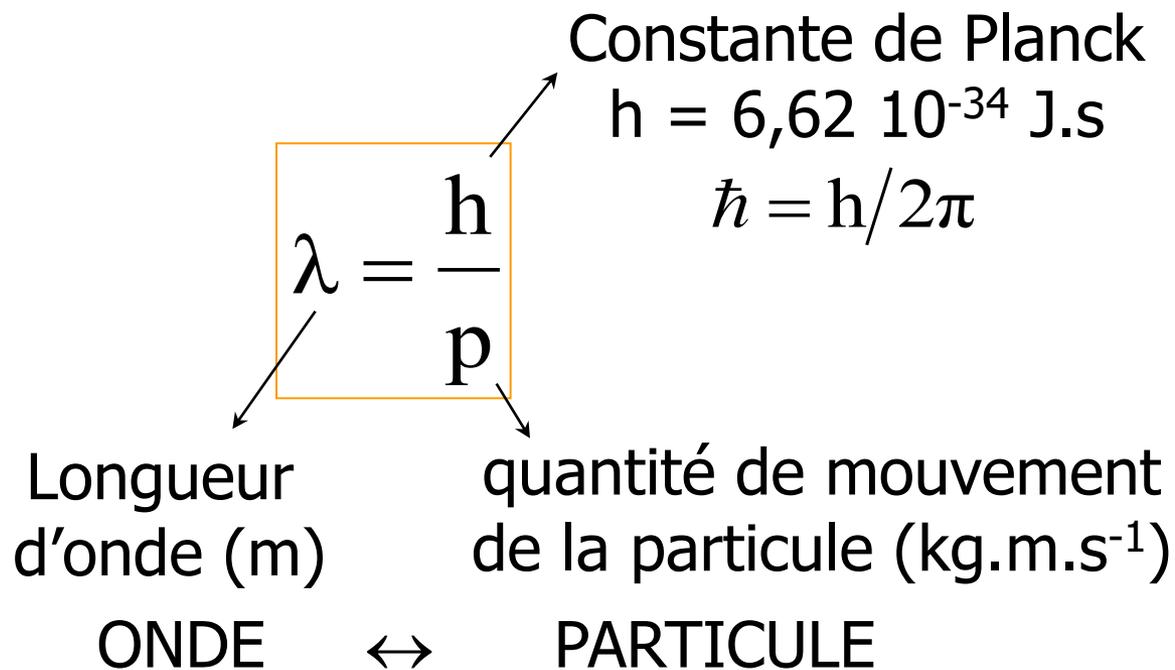
Description ondulatoire et corpusculaire de la lumière
 $\Rightarrow A$ et A' minimaux ensembles

Il suffit d'avoir \vec{p} et \vec{k} proportionnels :

$$\vec{p} = \hbar \cdot \vec{k}$$

RELATION DE LOUIS DE BROGLIE

$$p = \hbar \cdot k \Rightarrow p = \hbar \cdot \frac{\omega}{c_n} = \hbar \cdot \frac{2\pi}{\lambda_n} = \frac{h}{\lambda_n}$$



1892-1987

APPLICATION NUMERIQUE

- Sujet de 70 kg se déplaçant à 10 km/h

$$\lambda = \frac{6.62.10^{-34}}{70.10000/3600} = 3,4.10^{-36} \text{ m} \ll 10^{-18} \text{ m (électron)}$$

- Électron accéléré sous 100 V

$$\frac{1}{2} m.v^2 = e.V \Rightarrow m^2.v^2 = 2m.e.V \Rightarrow p = m.v = \sqrt{2.m.e.V} = 5,4.10^{-24} \text{ kg.m.s}^{-1}$$

$$\lambda = \frac{6.62.10^{-34}}{5,4.10^{-24}} = 1,2.10^{-10} \text{ m} \approx \text{dimensions atomiques}$$

Donc : comportement ondulatoire (diffraction) des électrons

Les électrons $\Rightarrow \uparrow$ résolution des microscopes ($\propto \lambda \downarrow / d$)

mais ce comportement ne peut pas se manifester pour un humain ...

3 CONSEQUENCES DE LA DUALITE O.C

- Relation du quantum d'Einstein
 - Que signifie $\lambda=h/p$ dans le cas d'un photon ($m=0$ mais $p\neq 0$) ?
- Relations d'incertitudes d'Heisenberg
 - Ou comment le hasard entre en jeu du fait de la dualité onde-corpuscule
- Quantification des grandeurs physiques
 - Ou l'on renonce à la continuité des grandeurs physiques

A VOTRE AVIS...

On dispose de deux horloges identiques parfaitement justes et synchronisées. L'une d'entre-elle est embarquée dans un avion fait un tour de la terre avant de revenir au sol où la seconde horloge est restée. On compare alors les temps enregistrées sur ces deux horloges.

Allez sur wooclap.com et utilisez le code **OMUE7**



1

Les deux horloges sont toujours synchronisées car elles sont parfaitement justes

0%

0



Cliquez sur l'écran projeté pour lancer la question

2

L'horloge restée au sol avance par rapport a celle qui a fait un tour du monde.

0%

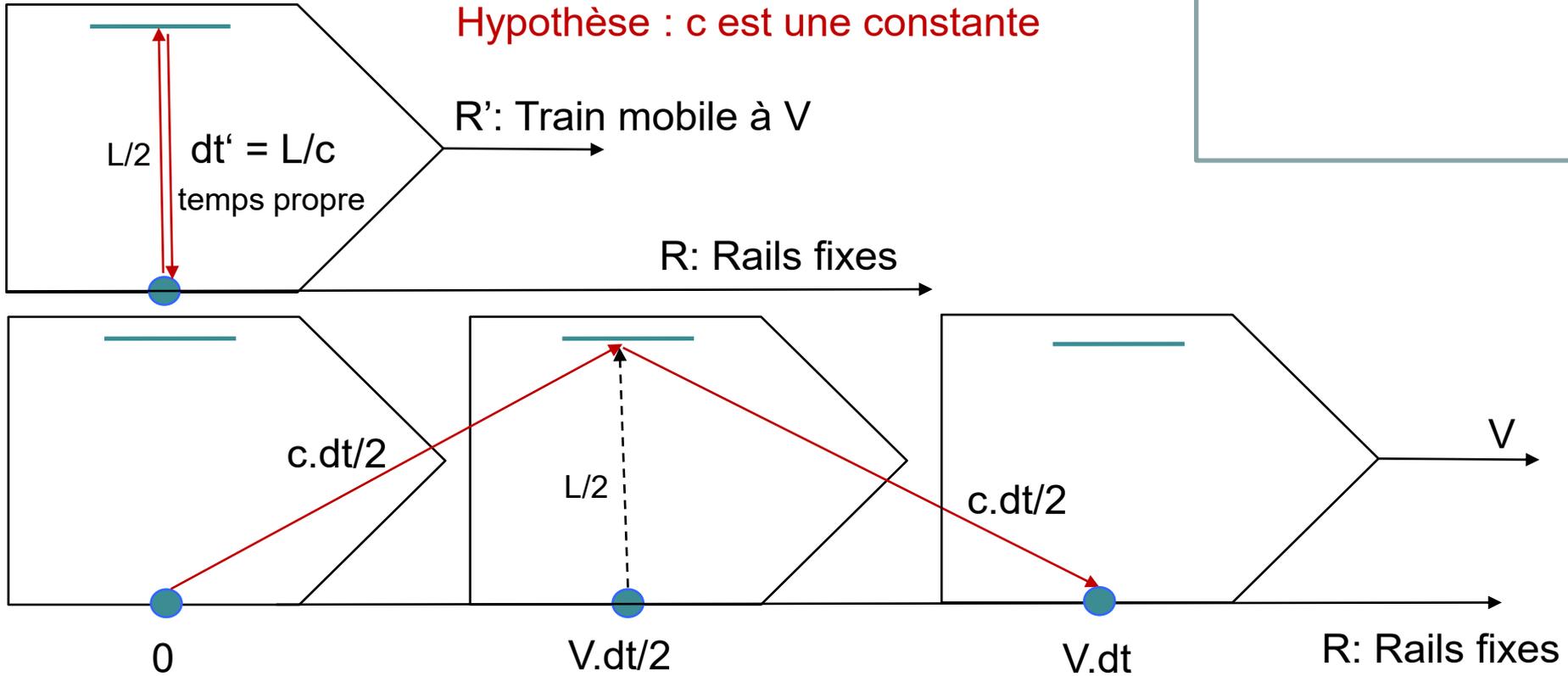
0

RELATIVITE RESTREINTE

Hypothèse : c est une constante

R': Train mobile à V

R: Rails fixes



$$\left(\frac{c \cdot dt}{2}\right)^2 = \left(\frac{V \cdot dt}{2}\right)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2 \Rightarrow dt^2 \cdot (c^2 - V^2) = L^2 = c^2 \cdot dt'^2 \Rightarrow dt^2 = \frac{c^2 \cdot dt'^2}{c^2 - V^2} = \frac{dt'^2}{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

$$dt = \frac{dt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \gamma \cdot dt' \quad \text{où } \gamma \geq 1$$

Exemple: $V = 0,87 \cdot c \Rightarrow \gamma = 2$

Si vue de l'intérieur du train, l'horloge bat toutes les ns ($dt' = L/c = 10^{-9}$ s), alors elle bat 2 fois plus lentement ($dt = 2$ ns), vue du sol.



IMPULSION & ENERGIE EN RELATIVITE

$$p = m \frac{dr}{dt'} = m \frac{dr}{dt} \frac{dt}{dt'} = m \frac{dr}{dt} \gamma \Rightarrow p = \gamma.m.V \quad \text{où} \quad \frac{dt}{dt'} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \gamma$$

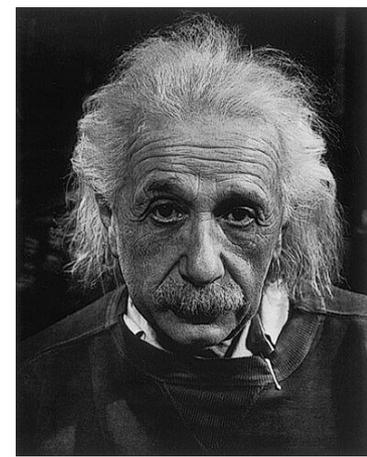
En particulier, $V = c \Rightarrow m = 0$

de plus, comme $(1 - \epsilon)^n \stackrel{\epsilon \rightarrow 0}{\approx} (1 - n.\epsilon)$

$$\gamma.m.c^2 = \frac{m.c^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = m.c^2 \cdot \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \stackrel{V \ll c}{\approx} m.c^2 \cdot \left(1 + \frac{V^2}{2c^2}\right) = m.c^2 + \frac{1}{2}mV^2 = E$$

Donc, en généralisant : $E = \gamma.m.c^2$

$$E = \gamma.m.c^2 = \frac{p}{V}.c^2 = p.c \quad \text{si} \quad V = c \quad \text{donc} \quad m = 0 \Rightarrow E = p.c$$



A Einstein
1879-1955

Remarque, plus généralement :

$$E^2 = \gamma^2 m^2 c^4 = m^2 c^4 (1 + \gamma^2 - 1) = m^2 c^4 \left(1 + \frac{1}{1 - \frac{V^2}{c^2}} - 1\right) = m^2 c^4 \left(1 + \frac{\frac{V^2}{c^2}}{1 - \frac{V^2}{c^2}}\right) = m^2 c^4 \left(1 + \gamma^2 \frac{V^2}{c^2}\right) \Rightarrow E^2 = m^2 c^4 + m^2 c^2 \gamma^2 V^2 \Rightarrow E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2$$



RELATION DU QUANTUM

Pour une particule (**PHOTON**) associée à une onde électromagnétique se déplaçant à la célérité de la lumière c :

$$M = \frac{m_{\text{repos}}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad \text{donc} \quad V = c \Rightarrow m_{\text{repos}} = 0$$

$$m_{\text{repos}} = 0 \Rightarrow E = p.c$$

La relation de L. de Broglie s'écrit dans ce cas particulier :

$$p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow$$

$$E = \frac{hc}{\lambda} = hf = \hbar.\omega$$

$$\hbar \stackrel{DEF}{=} \frac{h}{2\pi}$$

E : énergie du photon

ω , f et λ : pulsation, fréquence et longueur de l'OEM associée

c : célérité des OEM dans le vide;

h : constante de Planck, \hbar : constante de Planck réduite

RELATION DU QUANTUM

$$E = \frac{hc}{\lambda} = hf = \hbar \cdot \omega \quad \text{où} \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

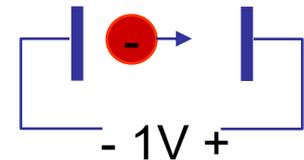
Électron-volt = énergie acquise
par un électron accéléré sous 1 V :

$$E = q \cdot V \quad \text{où} \quad q=e \quad \text{et} \quad V=1$$

$$1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

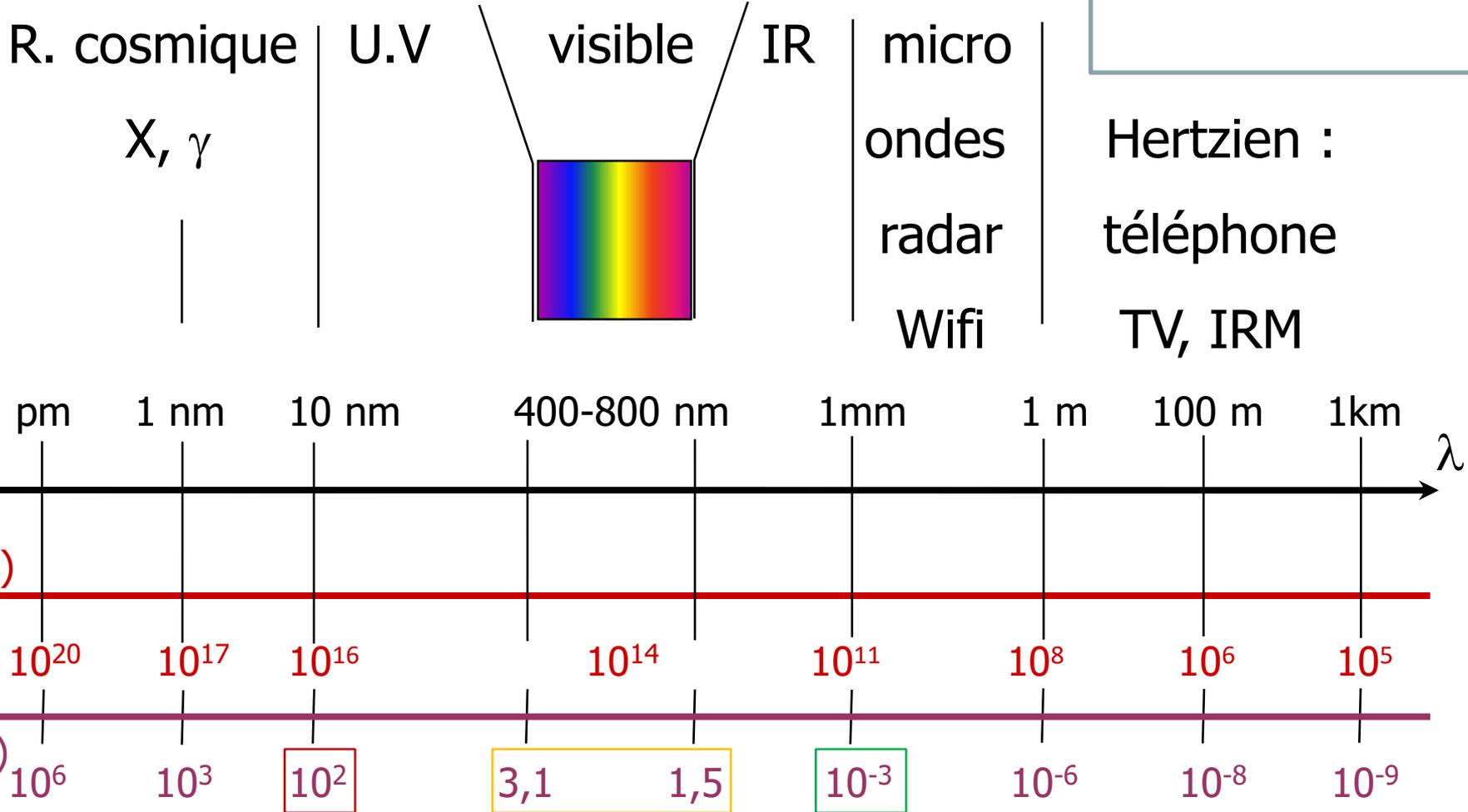
$$E(\text{eV}) = \frac{h \cdot c}{e \cdot \lambda(\text{nm}) \cdot 10^{-9}} \Rightarrow E(\text{eV}) = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 2,998 \cdot 10^8}{1,602 \cdot 10^{-19} \cdot \lambda(\text{nm}) \cdot 10^{-9}}$$

$$E(\text{eV}) = \frac{1240}{\lambda(\text{nm})}$$

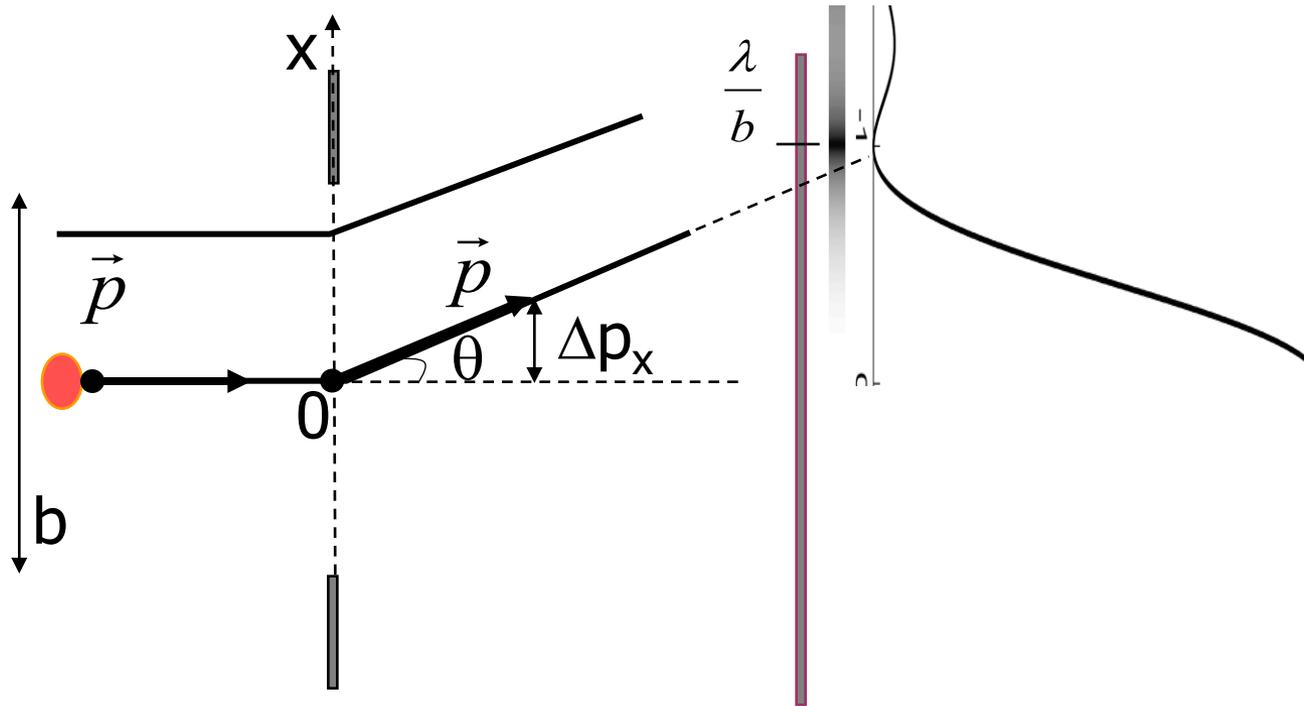


Attention: cette relation ne s'applique pas aux particules de masses au repos non nulles

CLASSIFICATION SIMPLIFIEE



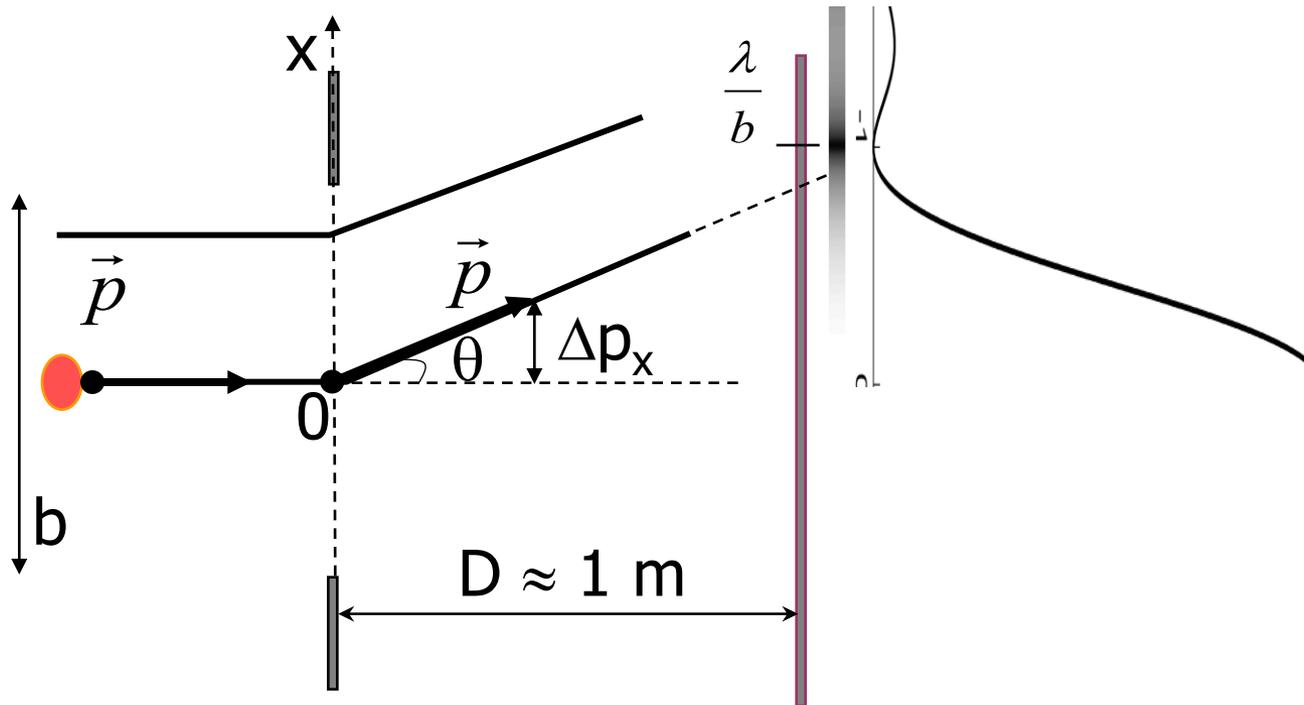
RETOUR SUR LA DIFFRACTION



La **même figure d'interférences** est enregistrée sur une plaque photographique lorsque les photons sont **émis un par un**

Interprétation ?

RETOUR SUR LA DIFFRACTION



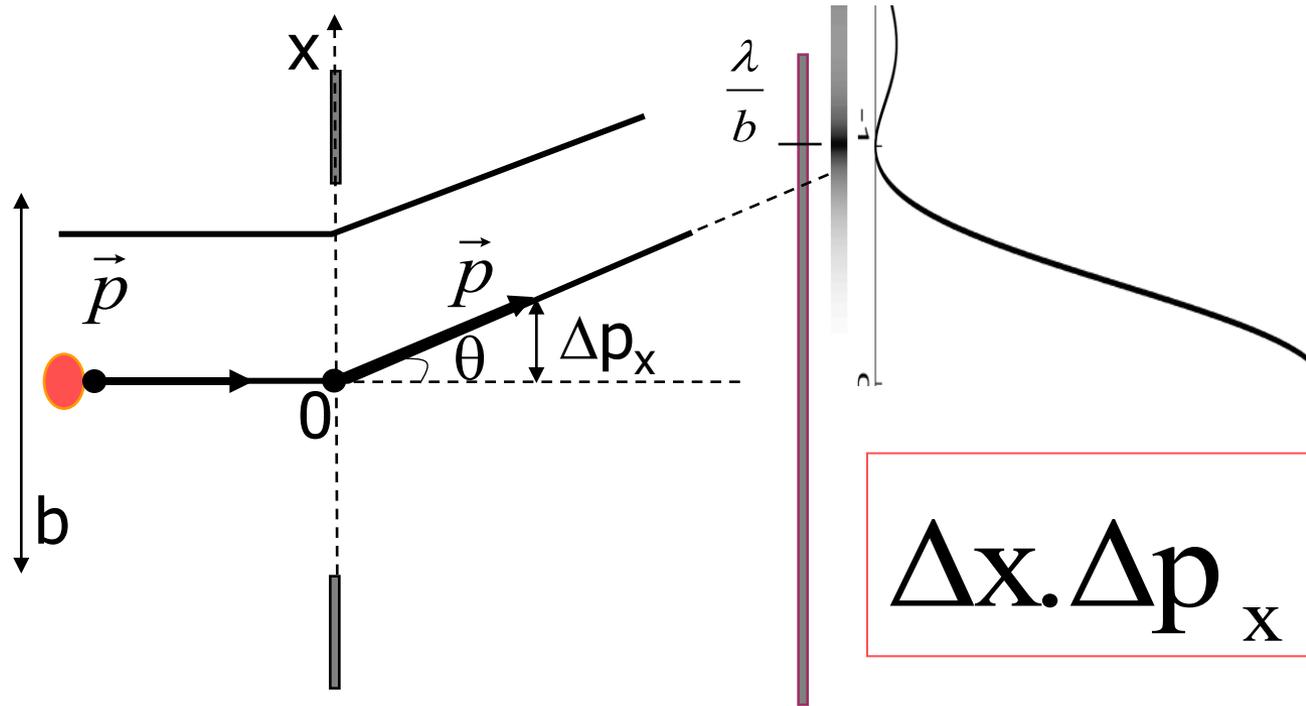
Incertitude sur la position du photon : $\Delta x = b$

Incertitude sur l'impulsion du photon : $\Delta p_x = p \cdot \sin \theta$

si θ petit et $D \approx 1\text{m}$, alors $p \cdot \sin \theta \approx p \cdot \theta \approx p \cdot \lambda/b$

Alors $\Delta x \cdot \Delta p_x \approx b \cdot p \cdot \lambda/b = p \cdot \lambda = h (\approx h/2\pi)$

RETOUR SUR LA DIFFRACTION



$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar \neq 0$$

L'incertitude sur la direction de diffraction de l'OEM se retrouve dans l'impossibilité de connaître avec une absolue précision à la fois la position et l'impulsion du photon

RELATIONS D'INCERTITUDE D'HEISENBERG

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$$

ΔE : énergie échangée lors
d'une interaction de durée Δt

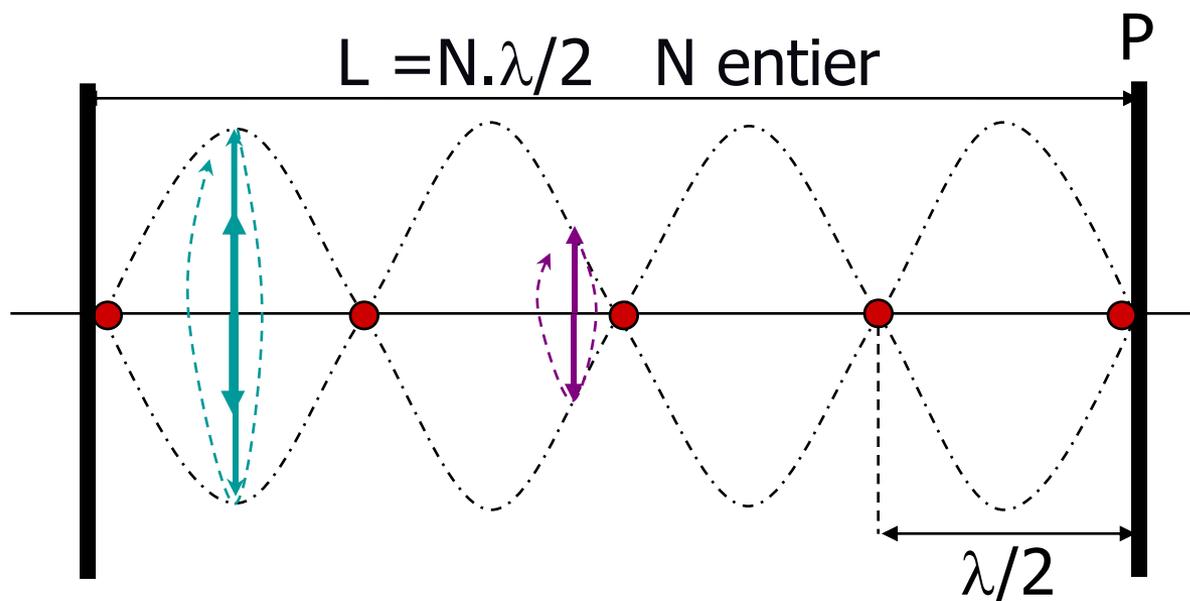


1901-1976

Pour calculer une trajectoire à partir de la relation fondamentale de la dynamique ($\Sigma f = ma$), il faut connaître exactement les positions et impulsions initiales, ce qui n'est pas le cas.

Donc, il n'y a pas de trajectoire définie à l'échelle des particules élémentaires, mais seulement des probabilités de présence p

QUANTIFICATION



Dualité Onde-particule \Rightarrow L. d'onde $\lambda = 2.L/N$ quantifiée
 \Rightarrow fréquence $f = c/\lambda = N.c/(2L)$ quantifiée
 \Rightarrow Énergie = $hf = N.h.c/(2L)$ quantifiée

Les grandeurs physiques ne varient pas continûment, mais par multiples d'une grandeur élémentaire: elles sont quantifiées.

OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 5

- **Savoir expliquer** pourquoi une modélisation duale ondulatoire et corpusculaire entraîne :
 - $\lambda = h/p$ et $E = hc/\lambda$ pour les particules de masses nulles
 - $\Delta x \cdot \Delta p_x$ borné inférieurement et la perte du concept de trajectoire
 - La quantification des grandeurs physiques
- **Savoir manipuler** :
 - Les relations $\lambda = h/p$ et $E = hc/\lambda$
 - Et les conséquences de $E = hc/\lambda$ sur la classification des REM
- **Connaître**: les ordres de grandeur limites en énergie des photons :
 - (X, γ) : $E > 10-100$ eV ; (visible) : $E = 1-3$ eV; (Hertzien) : $E < 1$ meV

LE MODELE STANDARD



BOSONS DE JAUGE (INTERACTIONS)

FERMIONS (MATIERE)

6 quarks ← → 6 leptons

u	c	t	$2e/3$
d	s	b	$-e/3$

e	μ	τ	$-e$
ν_e	ν_μ	ν_τ	0

+ 6 anti-quarks
+ 6 anti-leptons

paire/triplets :
HADRONS

ELECTRON

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

proton = (uud) $q = \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) \cdot e = e$

neutron = (udd) $q = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3}\right) \cdot e = 0$

INTERACTION	BOSON	CIBLE	PORTEE fm	l/l_f
FORTE	8 GLUONS	HADRON	1	1
ELECTRO-MAGNETIQUE	PHOTON	CHARGEE	∞	10^{-3}
FAIBLE	Z^0 W^+, W^-	TOUTE	10^{-3}	10^{-5}
GRAVITATION	(GRAVITON) ?	MASSIQUE	∞	10^{-38}



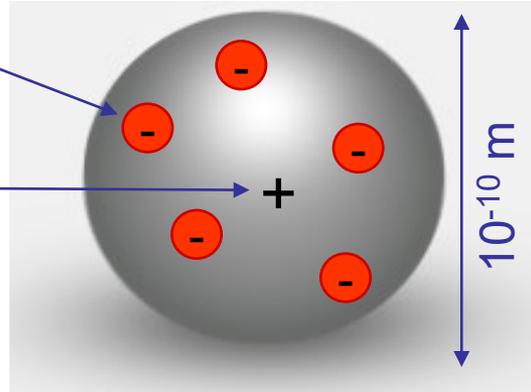
MODELES ATOMIQUES

- Modèle atomique de Thomson

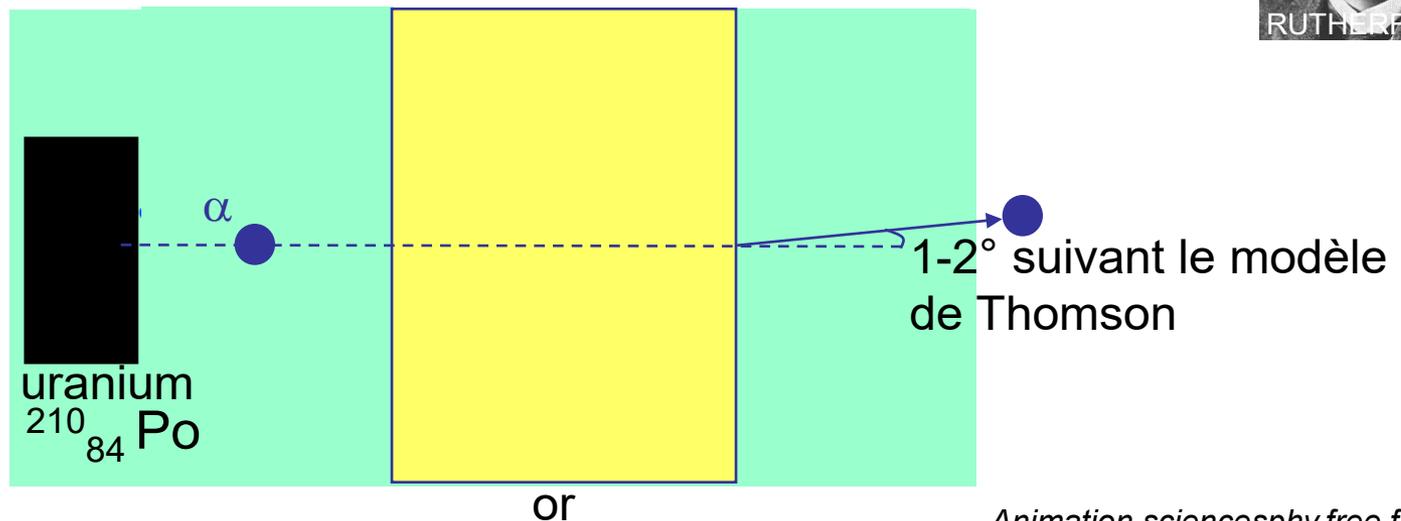
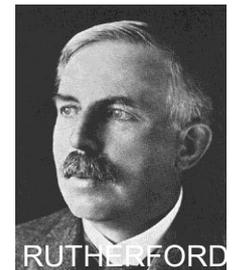
Z électrons
de charge $-e$

charge $+Ze$
uniforme

Atome neutre



- Expérience d'E. Rutherford (1911)



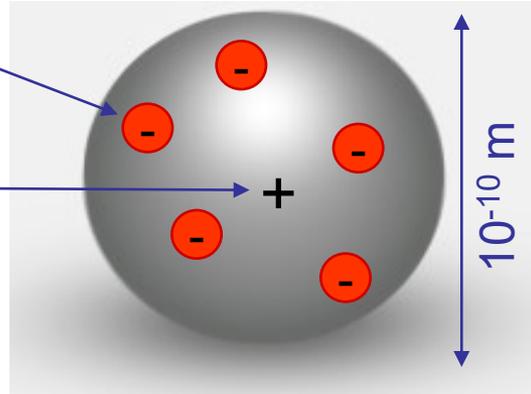
MODELES ATOMIQUES

- Modèle atomique de Thomson

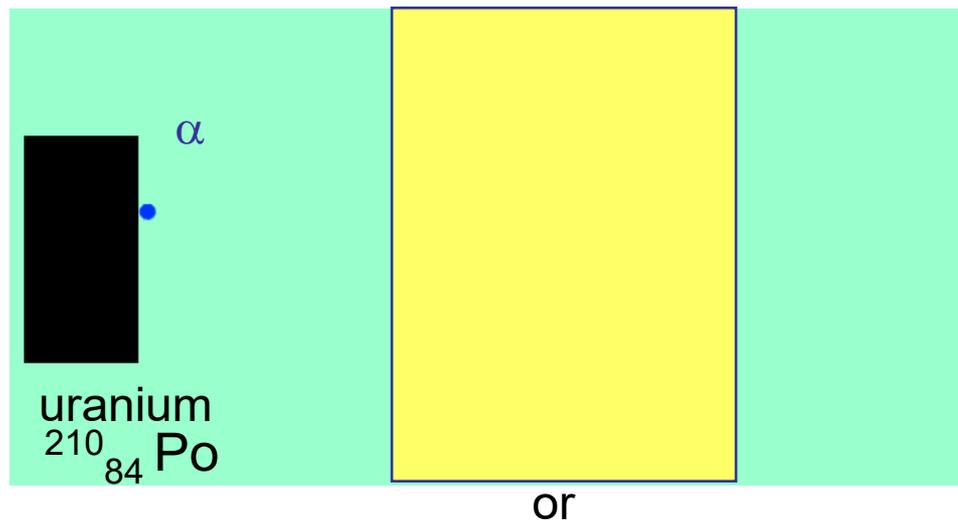
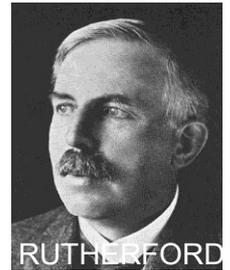
Z électrons
de charge $-e$

charge $+Ze$
uniforme

Atome neutre

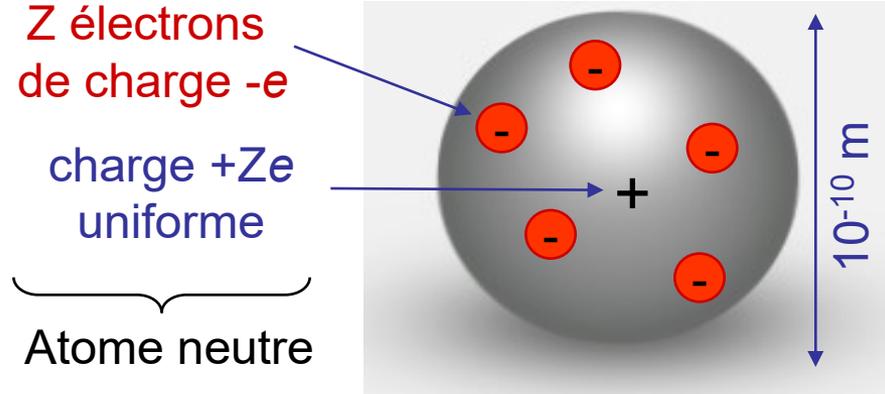


- Modèle atomique d'E. Rutherford (1911)

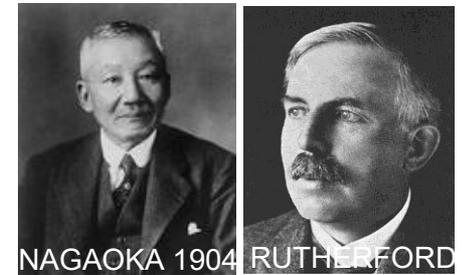
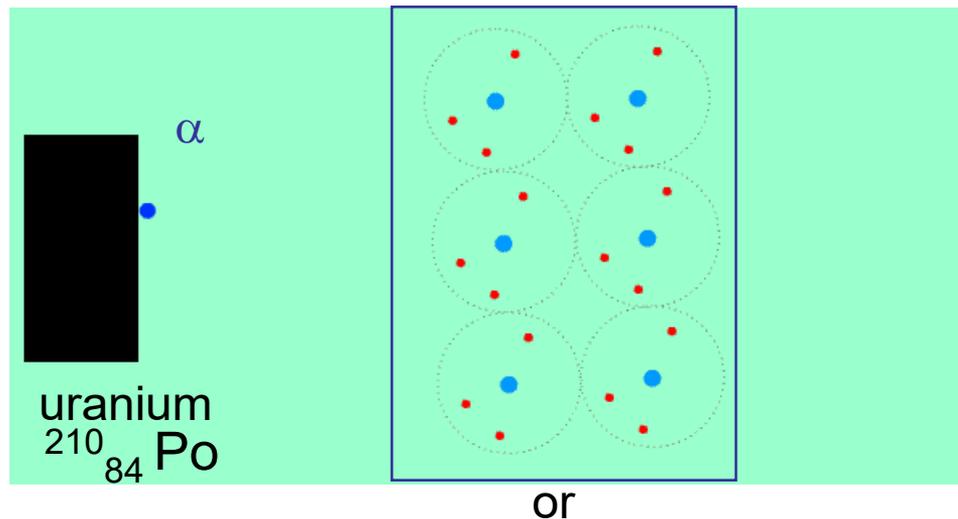


MODELES ATOMIQUES

- Modèle atomique de Thomson



- Modèle atomique d'E. Rutherford (1911)

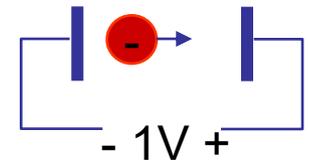


UNITES EN PHYSIQUE ATOMIQUE

- Energie : **électron-volt (eV)**

- 1 eV = énergie cinétique acquise par un électron qui passe, dans le vide, d'un point à un autre ayant un potentiel supérieur de 1 volt

- $1 \text{ eV} = e \cdot V = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$



- Masse :

- **Unité de masse atomique** = u

- $1 \text{ u} = \frac{1}{12}$ masse d'un atome de carbone 12: $1 \text{ u} = \frac{1}{12} \cdot \frac{12 \cdot 10^{-3}}{6,022 \cdot 10^{23}} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

- Au repos: $E = m \cdot c^2 \Rightarrow m = E/c^2$ en **MeV** ou MeV/c^2

$$1 \text{ u} = \frac{1,66 \cdot 10^{-27} \cdot (299\,792\,458)^2}{1,602 \cdot 10^{-19}} = 931 \text{ MeV}$$

MODELE ATOMIQUE DE RUTHERFORD

- **Atome** : ${}^A_Z X$

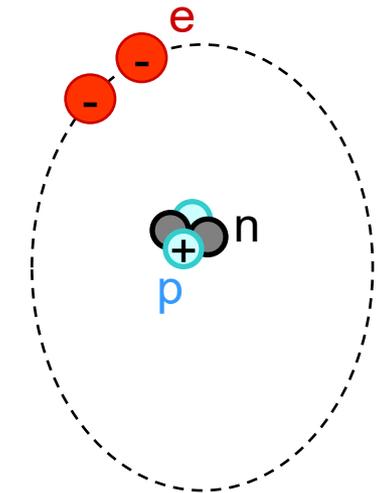
- Z = numéro atomique = Nb d'électrons et de protons
- A = nombre de masse = Nb de nucléons ($A=Z+N$)
- $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} = 0,511 \text{ MeV}$

$$\ll m_p = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \approx 938 \text{ MeV} < m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \approx 940 \text{ MeV}$$

- **ISOTOPE** : même Z *exemple* : ${}^1_1 \text{H}$ et ${}^2_1 \text{H}$

- **ISOBARE** : même A *exemple* : ${}^{40}_{19} \text{K}$ et ${}^{40}_{20} \text{Ca}$

- **ISOTONE** : même N *exemple* : ${}^{26}_{12} \text{Mg}$ et ${}^{27}_{13} \text{Al}$



- **Dimensions des nucléons** $r \approx 1,4 \text{ fm}$

- **Dimension du noyau** $R / \frac{4}{3} \pi R^3 \approx A \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow R \approx \sqrt[3]{A} \cdot r$

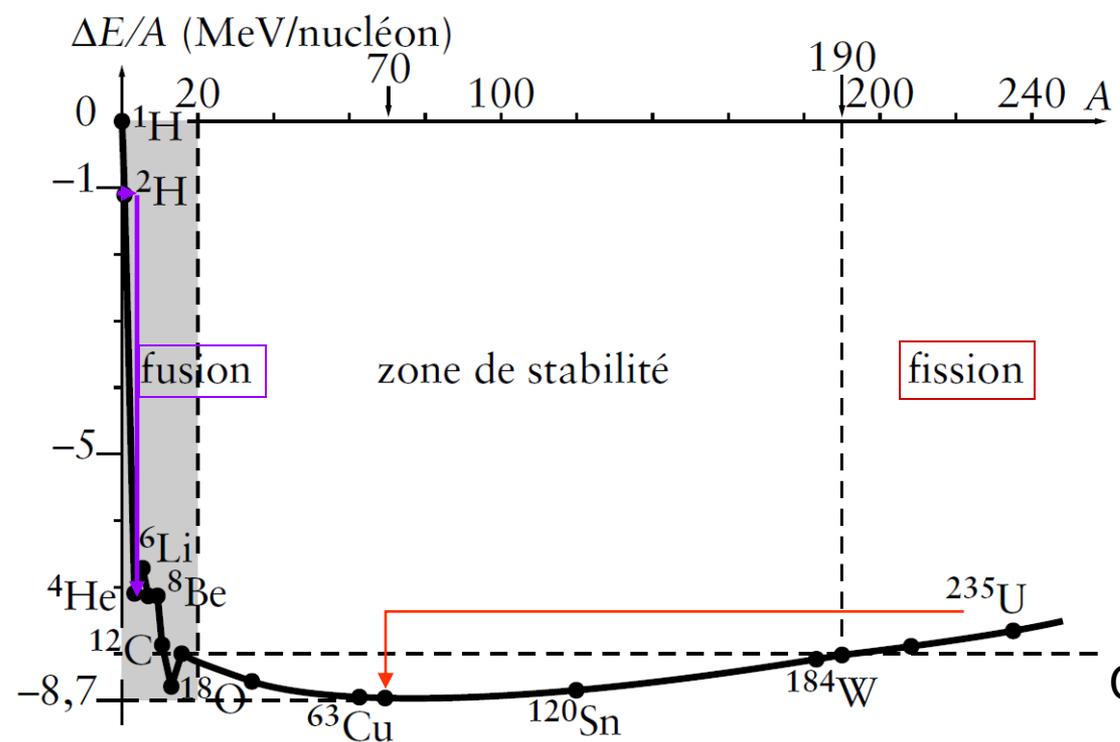
- $R < 257^{1/3} \cdot 1,4 < 10 \text{ fm} \Rightarrow$ interaction forte dans le noyau

MODELE ATOMIQUE DE RUTHERFORD

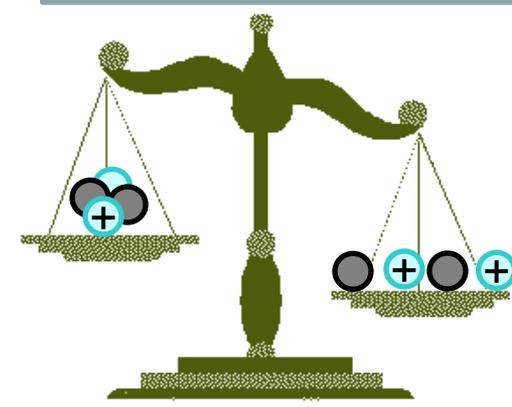
- Défaut de masse : $M({}_Z^A X) < Z.m_p + (A - Z).m_n$

Le défaut de masse correspond à une énergie de liaison nucléaire par interaction forte

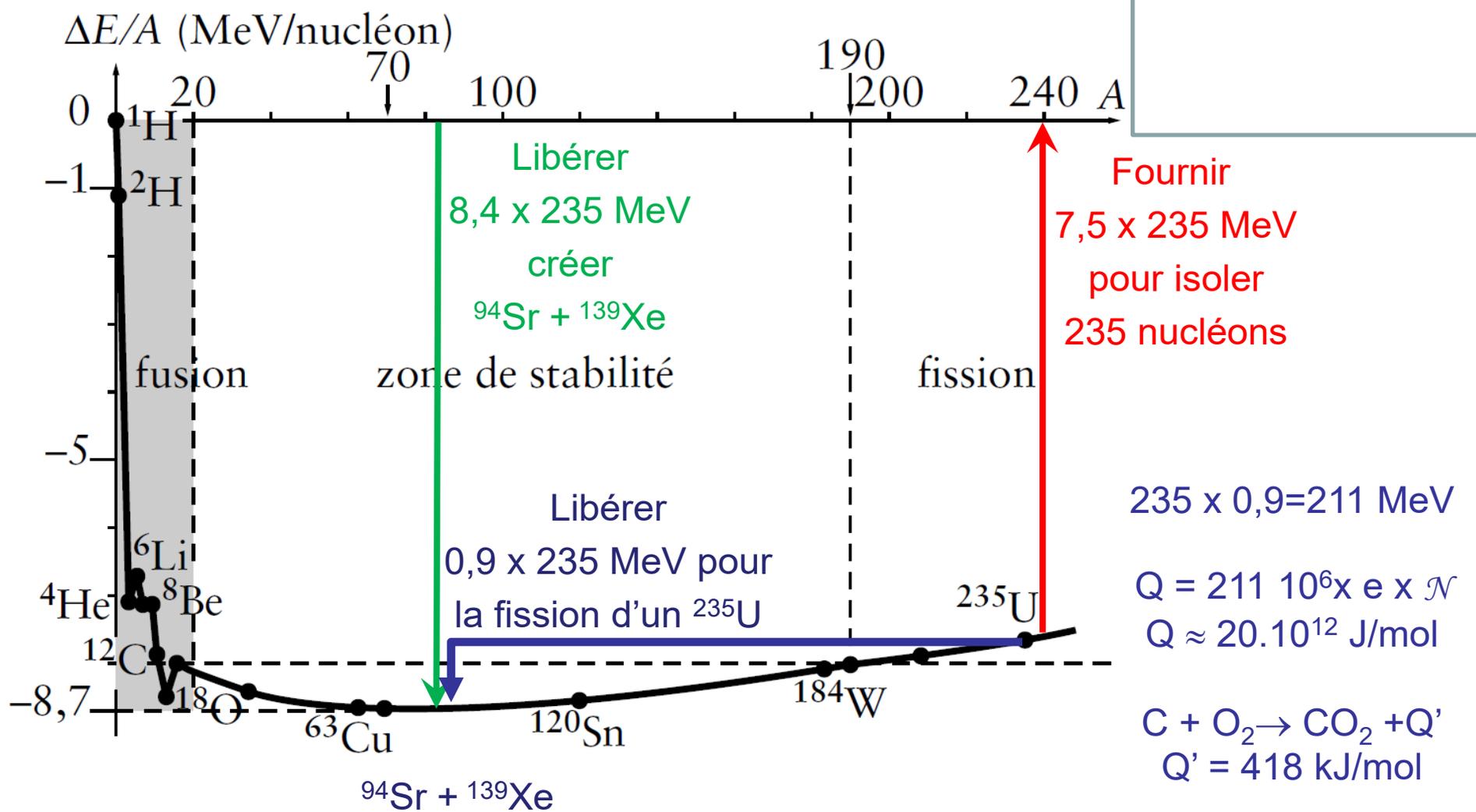
$$\Delta M = \frac{\Delta E}{c^2} = Z.m_p + (A - Z).m_n - M({}_Z^A X) > 0$$



Courbe d'Aston



ENERGIES DE FISSION ET FUSION

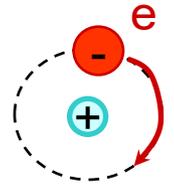


$Q/Q' = 48 \cdot 10^6$

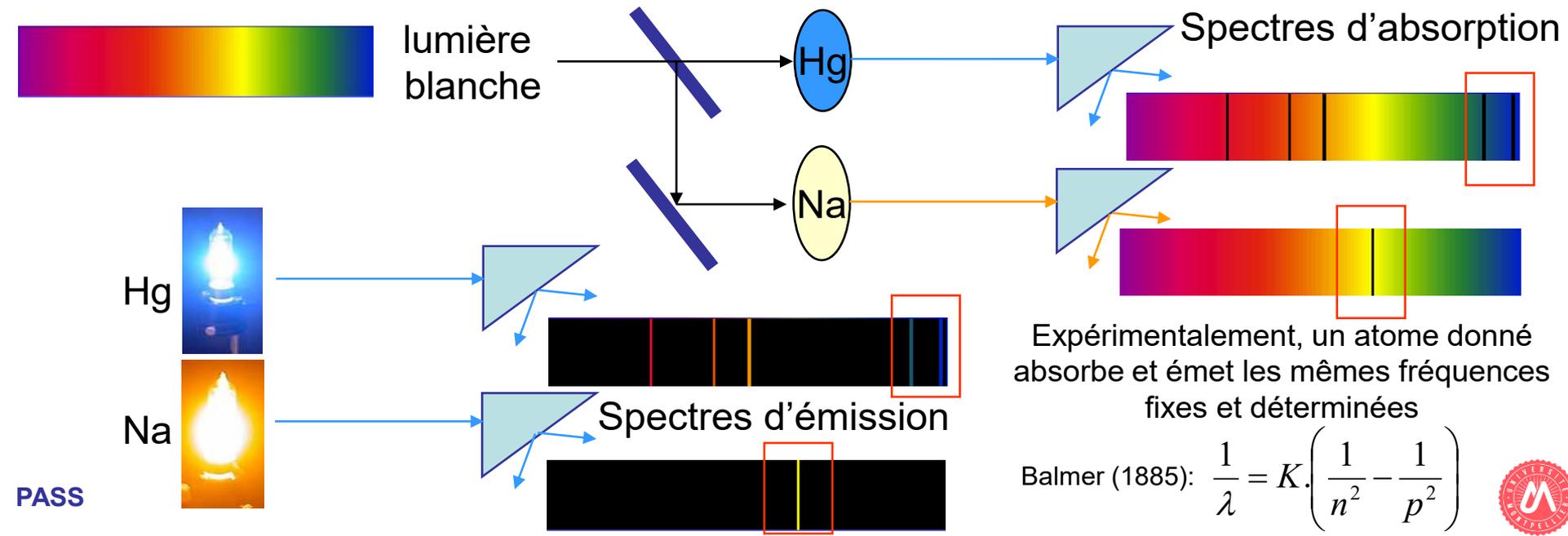


MODELE ATOMIQUE DE RUTHERFORD

- Un électron en orbite s'écraserait sur le noyau
 - mouvement accéléré (circulaire, de période T)
 - donc rayonne une onde électromagnétique $f=1/T$ (antenne)
 - donc **perd de l'énergie** et T diminue $\Rightarrow f \uparrow$



- et émettrait des fréquences continûment variables.



OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 6

- **Savoir définir :**
 - 4 interactions + hadrons (p,n) + leptons (e, ν)
 - Le modèle de Rutherford et ses limites
 - Isotope, isotone, isobare
- **Savoir manipuler**
 - Les unités atomiques de masse et d'énergie
 - Le défaut de masse ΔM

A VOTRE AVIS...

Vous avez appris en cours de chimie que les électrons atomiques ne pouvaient prendre que certains niveaux d'énergie discrets, ce qui a permis de construire le modèle des orbitales atomiques et des liaisons covalentes. Mais, pourquoi un électron atomique ne peut-il pas prendre un niveau d'énergie quelconque, à la manière d'un satellite en orbite ?

Allez sur **wooclap.com** et utilisez le code **OMUE7**



1

parce que l'électron est soumis à une force d'attraction électrostatique due à la charge électrique positive du noyau

0%

0



Cliquez sur l'écran projeté pour lancer la question

2

cela s'explique par la modélisation de l'électron au moyen d'une onde stationnaire.

0%

0

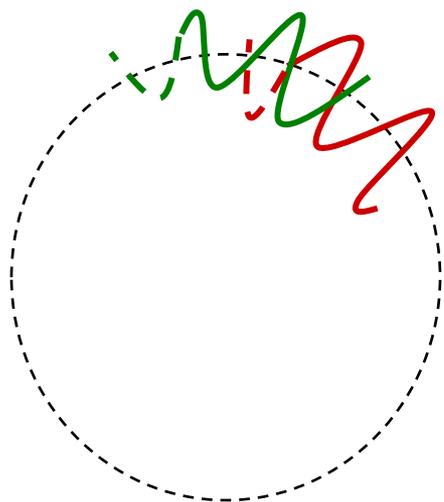


MODELE ATOMIQUE DE BOHR

- Dualité onde-électron \Rightarrow quantification

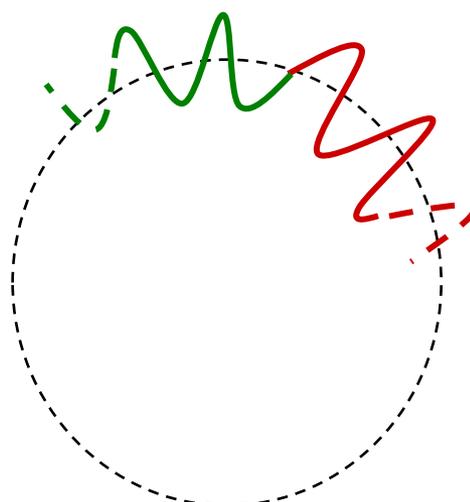
$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

- Quantification : $2\pi r = n\lambda$



$$2\pi r = k \frac{\lambda}{2}$$

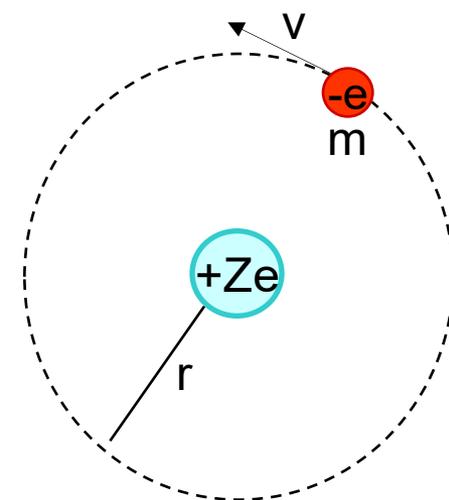
k entier impair



$$2\pi r = n\lambda$$

$k = 2.n$

hydrogénoïde : $1e^-$



MODELE ATOMIQUE DE BOHR

- Dualité onde-électron \Rightarrow quantification

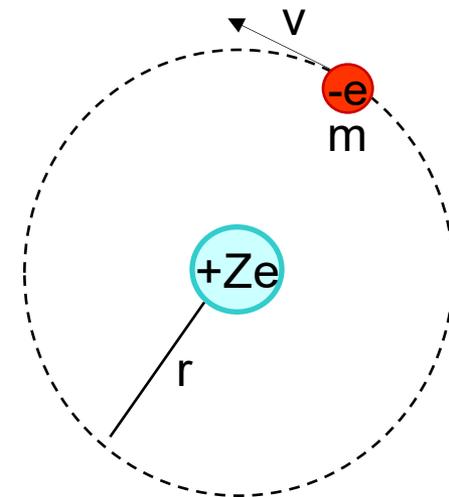
$$\left. \begin{array}{l} \lambda = \frac{h}{mv} \\ 2\pi r = n\lambda \end{array} \right\} \Rightarrow 2\pi r = \frac{nh}{mv}$$

- Quantification : $\Rightarrow mv r = n\hbar$ où $\hbar = \frac{h}{2\pi}$

- D'où la **quantification du M^t cinétique** de l'e⁻ :

$$\|\vec{L}\| = \|\vec{p} \wedge \vec{r}\| = mv r = n\hbar \text{ avec } n = 1, 2, \dots$$

hydrogéoïde : 1e⁻



MODELE ATOMIQUE DE BOHR

- Dualité onde-électron \Rightarrow quantification

- Quantification :
$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{mv} \\ 2\pi r &= n\lambda \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2\pi r = \frac{nh}{mv}$$

$$\Rightarrow mvr = n\hbar \text{ où } \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

- D'où la **quantification du M^t cinétique** de l'e⁻ :

$$\|\vec{L}\| = \|\vec{p} \wedge \vec{r}\| = mvr = n\hbar \text{ avec } n = 1, 2, \dots$$

- RFD :
$$\frac{k}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow (mv)^2 = \frac{km}{r}$$

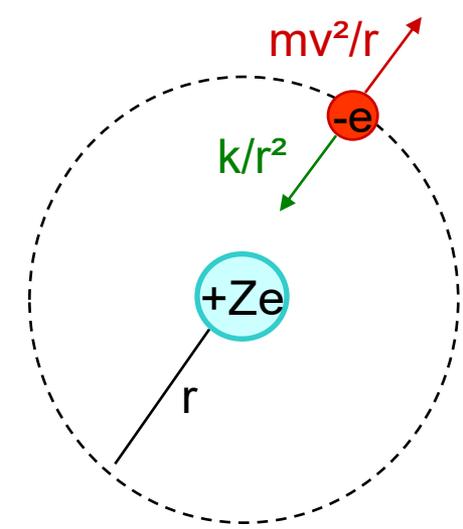
$$\text{mais } (mv)^2 = \left(\frac{n\hbar}{r}\right)^2$$

$$\Rightarrow r = n^2 \frac{\hbar^2}{km} = n^2 \cdot r_0$$

$$r_0 = \frac{0,53}{Z} 10^{-10} m$$



hydrogénoïde : 1e⁻



$$k = \frac{Z \cdot e^2}{4\pi\epsilon_0} = 2,3 \cdot 10^{-28} Z$$

quantification de rayon orbital



MODELE ATOMIQUE DE BOHR

- Energie cinétique de l'e⁻ :

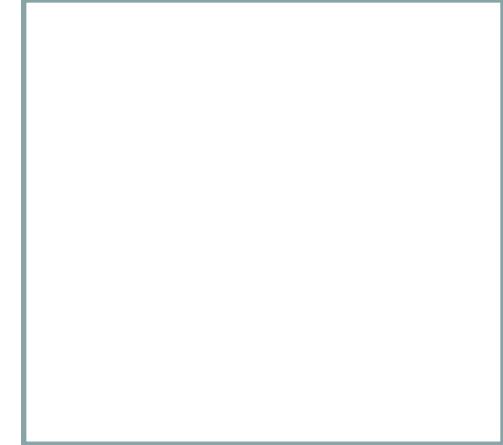
$$\left. \begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2}mv^2 \\ RFD \Rightarrow (mv)^2 &= \frac{km}{r} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_c = \frac{k}{2r}$$

- Energie potentielle de l'e⁻ :

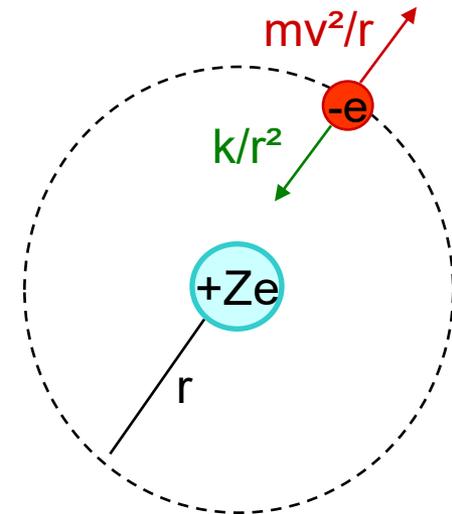
- En prenant E_p(∞)=0

$$E_p = -eV = -\frac{k}{r}$$

$$V = \frac{Z \cdot e}{4\pi\epsilon_0 r}$$



hydrogéoïde : 1e⁻



$$k = \frac{Z \cdot e^2}{4\pi\epsilon_0} = 2,3 \cdot 10^{-28} Z$$

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

- Energie cinétique de l'e⁻ :

$$\left. \begin{aligned} E_c &= \frac{1}{2}mv^2 \\ RFD \Rightarrow (mv)^2 &= \frac{km}{r} \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_c = \frac{k}{2r}$$

- Energie potentielle de l'e⁻ : $E_p = -eV = -\frac{k}{r}$

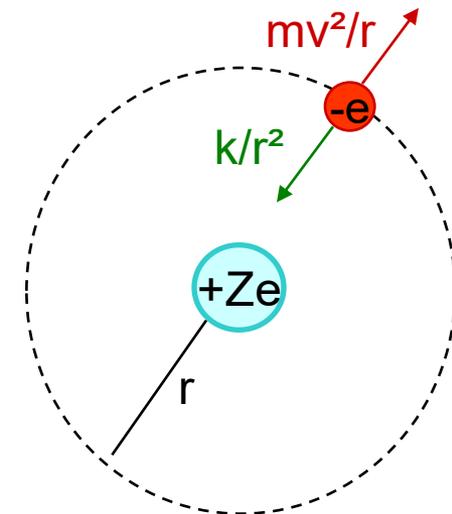
- En prenant $E_p(\infty)=0$

- Energie de l'électron : $E = E_c + E_p = -\frac{k}{2r}$

$$r = n^2 \frac{\hbar^2}{km} \Rightarrow E = -\frac{m}{2} \left(\frac{k}{\hbar} \right)^2 \frac{1}{n^2} \Rightarrow E = -\frac{me^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \frac{Z^2}{n^2}$$

$$E(eV) = -13,6 \cdot \frac{Z^2}{n^2}$$

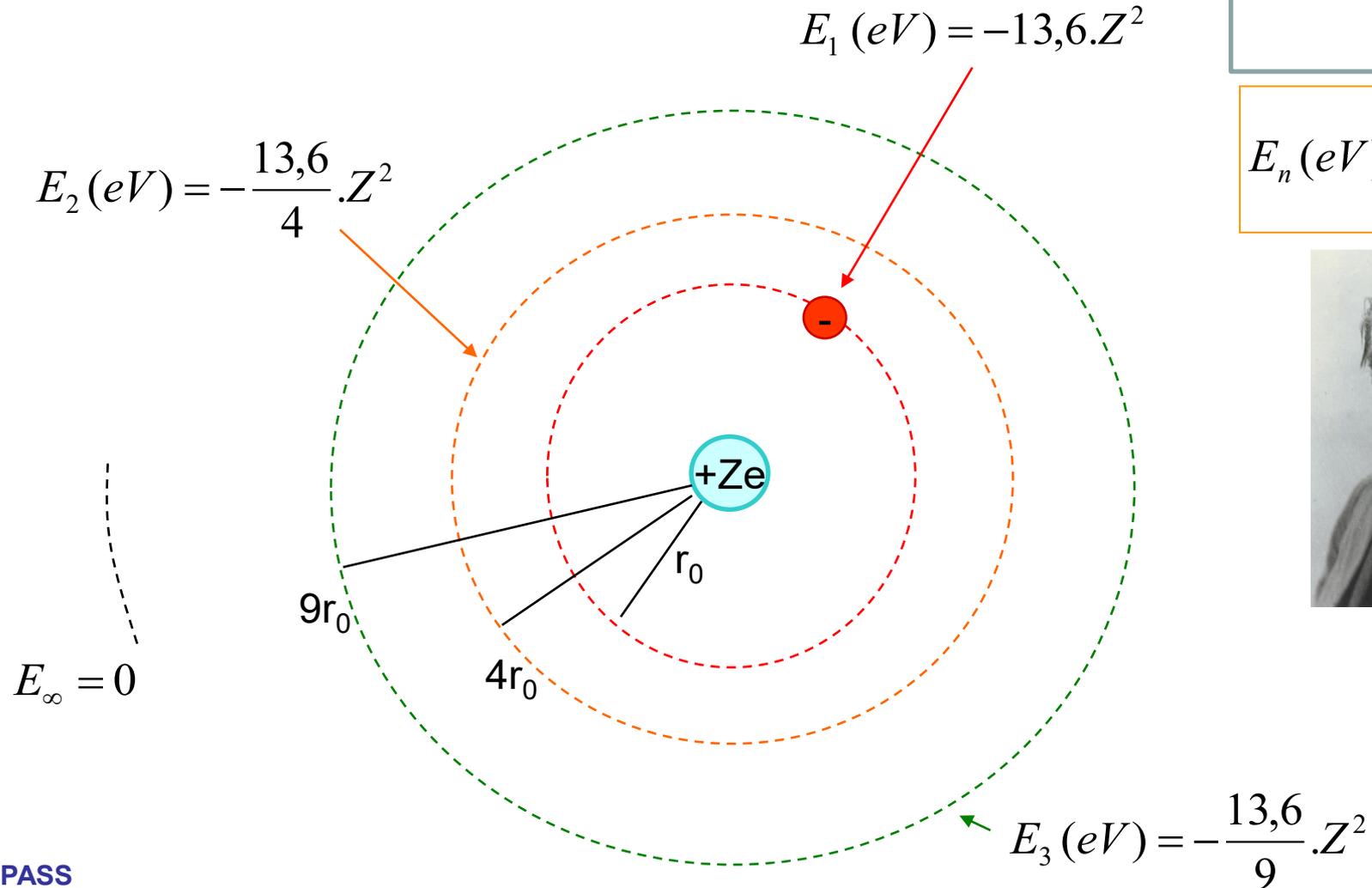
hydrogénoïde : 1e⁻



$$k = \frac{Z \cdot e^2}{4\pi\epsilon_0} = 2,3 \cdot 10^{-28} Z$$

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

Pour un atome hydrogénoïde (i.e à un électron)



$$E_n (eV) = -13,6 \cdot \frac{Z^2}{n^2}$$

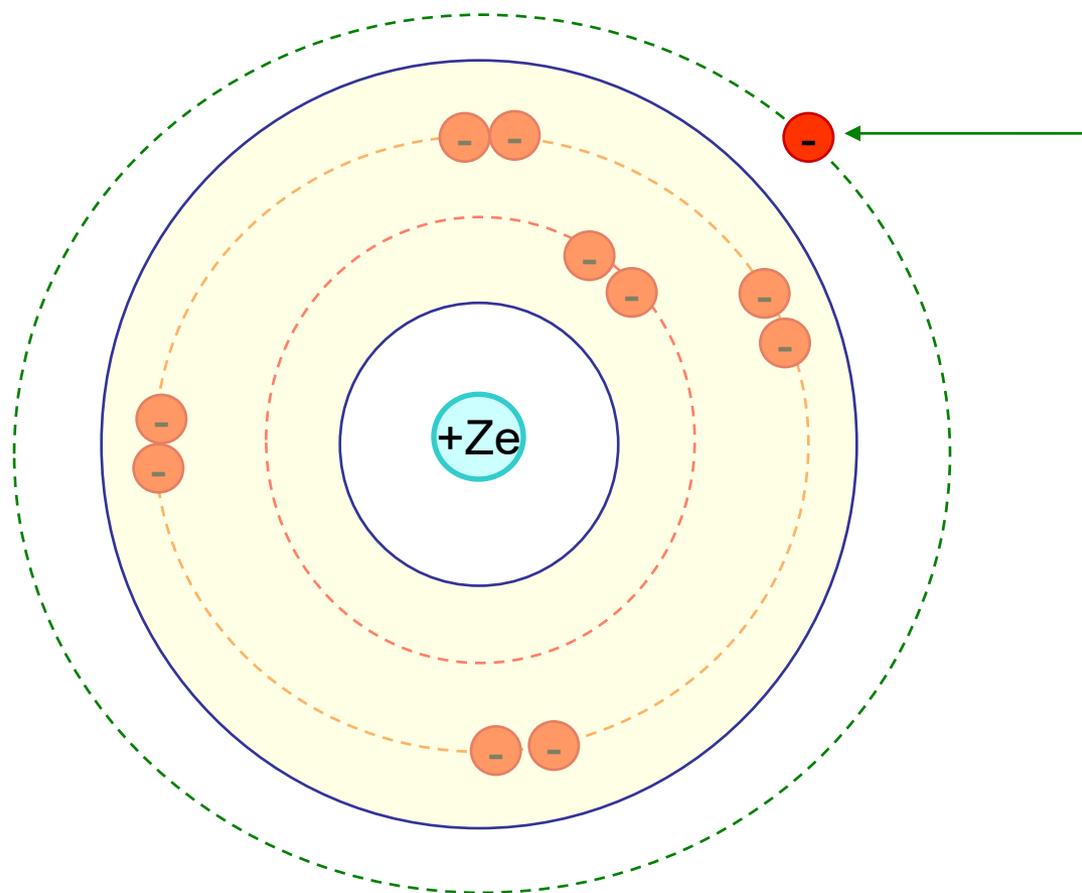


N. Bohr



MODELE ATOMIQUE DE BOHR

Pour un atome à plus d'un électron ($Z > 1$)



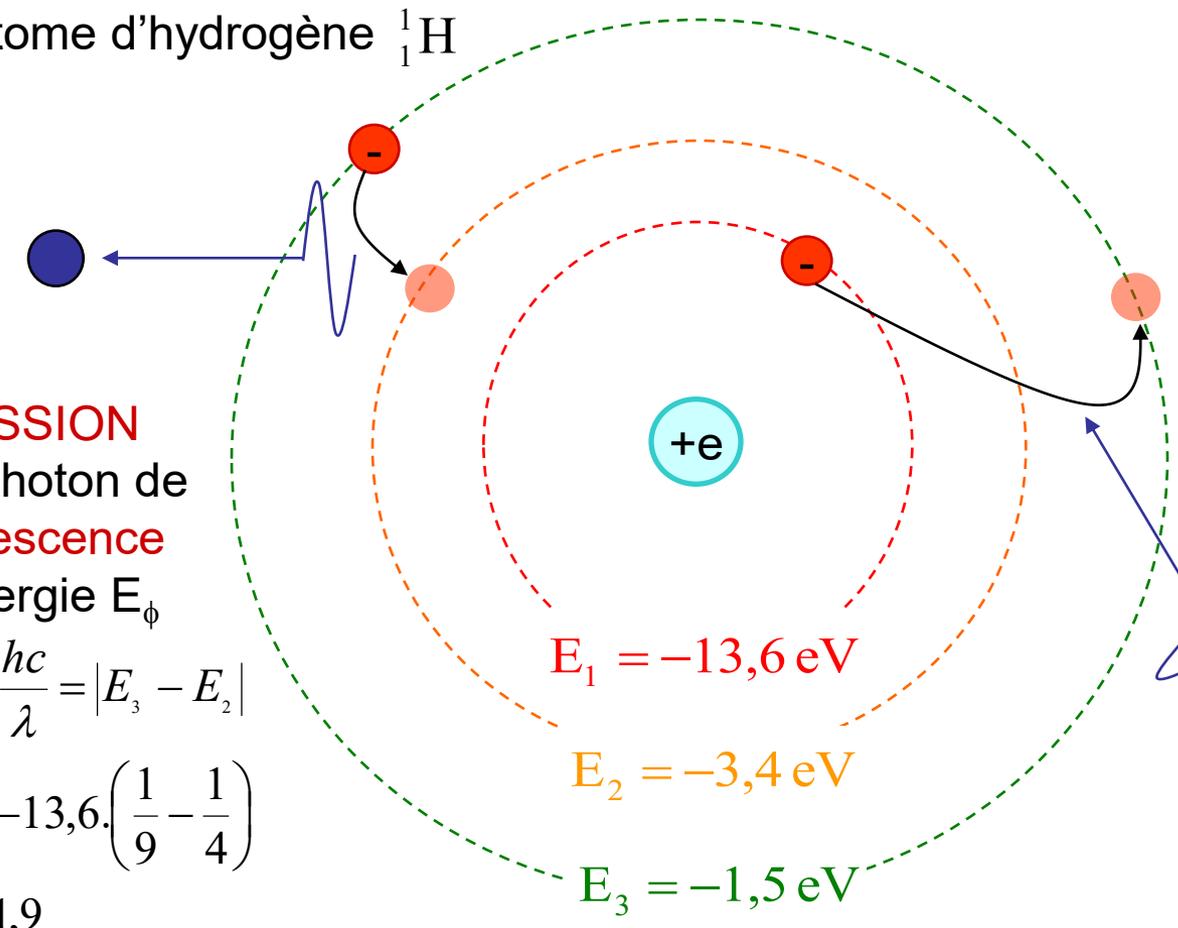
EFFET D'ÉCRAN :

la charge du noyau « vue »
par l'électron périphérique
semble diminuée de $\sigma \cdot e$

$$E_{n,\sigma} (eV) = -13,6 \cdot \frac{(Z - \sigma)^2}{n^2}$$

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

Pour l'atome d'hydrogène ${}^1_1\text{H}$



$$E_n (eV) = -13,6 \cdot \frac{1}{n^2}$$

EMISSION
d'un photon de
fluorescence
d'énergie E_ϕ

$$E_\phi = hf = \frac{hc}{\lambda} = |E_3 - E_2|$$

$$E_\phi (eV) = -13,6 \cdot \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{4} \right)$$

$$E_\phi (eV) = 1,9$$

ABSORPTION
d'un photon
d'énergie E_ϕ

$$E_\phi = hf = \frac{hc}{\lambda} = |E_3 - E_1|$$

$$E_\phi (eV) = -13,6 \cdot \left(\frac{1}{9} - 1 \right)$$

$$E_\phi (eV) = 12,1$$

Explique la formule de **Balmer** (1885) pour une transition $p \rightarrow n$ et aux spectres d'absorption/émission :

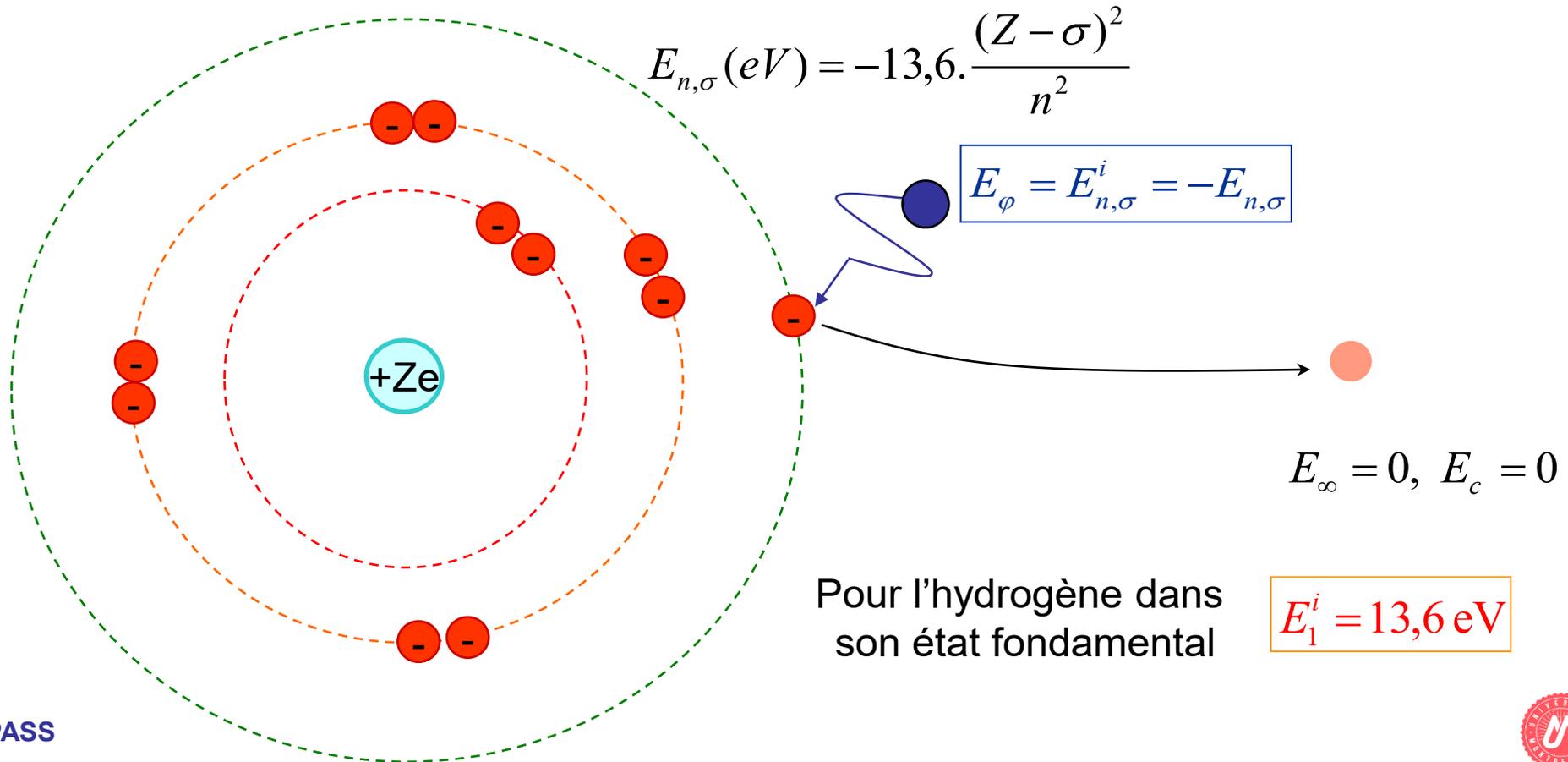
$$\frac{1}{\lambda} = K \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right) = - \frac{13,6 \cdot e}{h \cdot c} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right)$$

PASS



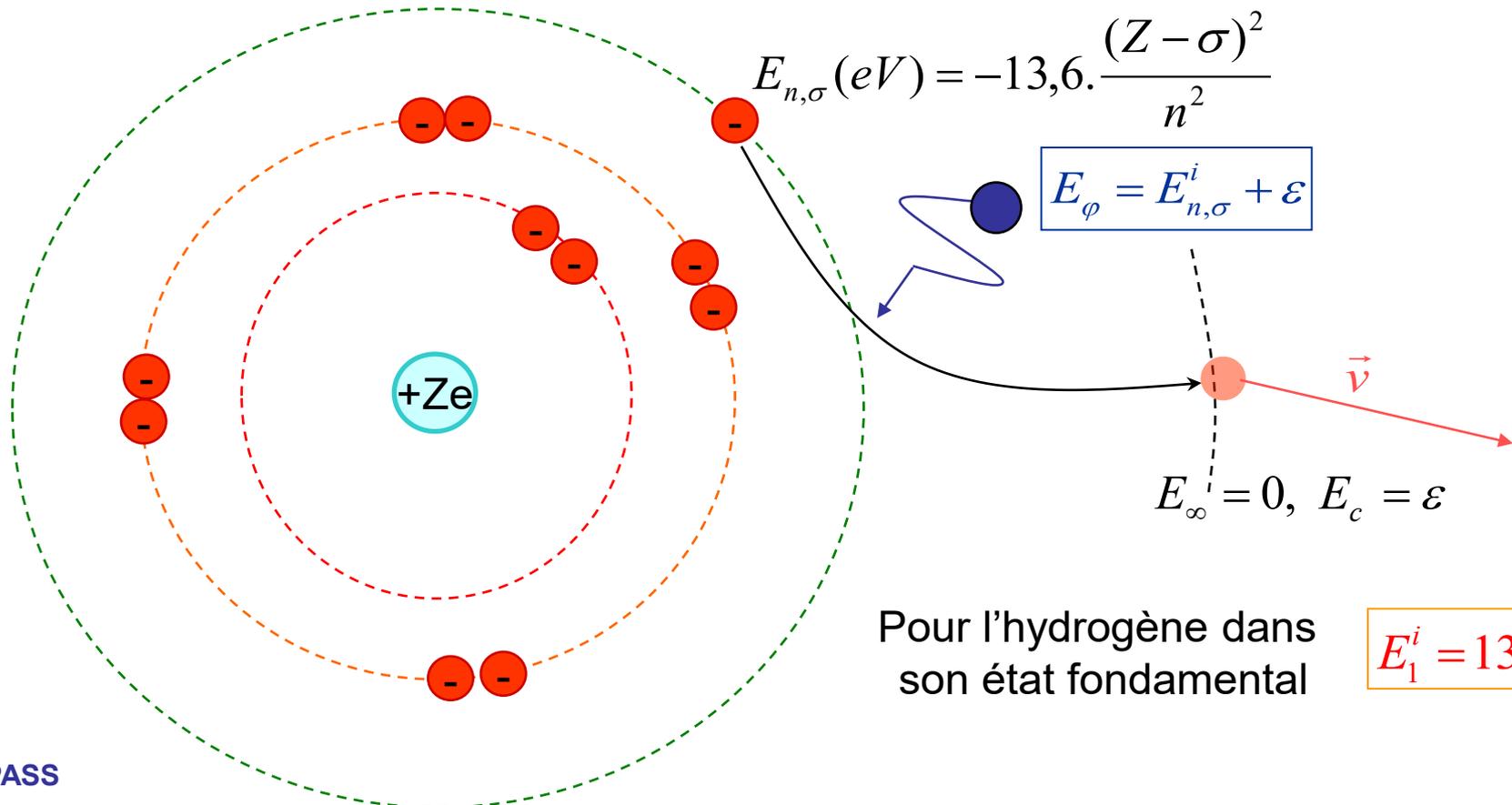
ENERGIE D'IONISATION $E_{n,\sigma}^i = -E_{n,\sigma}$

C'est l'énergie minimale nécessaire pour soustraire un électron atomique à l'influence électrostatique du noyau



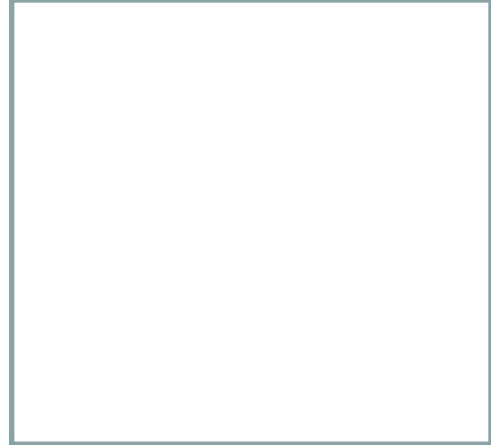
ENERGIE D'IONISATION $E_{n,\sigma}^i = -E_{n,\sigma}$

C'est l'énergie minimale nécessaire pour soustraire un électron atomique à l'influence électrostatique du noyau



Pour l'hydrogène dans son état fondamental

$$E_1^i = 13,6 \text{ eV}$$



LIMITES DU MODELE DE BOHR

- Le modèle de Bohr est semi-classique
 - est validé expérimentalement sur ${}^1_1\text{H}$ pour $E_n (\text{eV}) = -13,6/n^2$, mais pas pour $\|\vec{L}\| = n\cdot\hbar$
 - notion de «trajectoire» de l'électron incohérente
- Du fait des inégalités d'Heisenberg :
 - pas de trajectoires
 - seulement des probabilités de présence de l'e⁻
- Comment déterminer cette probabilité p ? :
 - hypothèse: p liée à une fonction ψ associée à l'e⁻

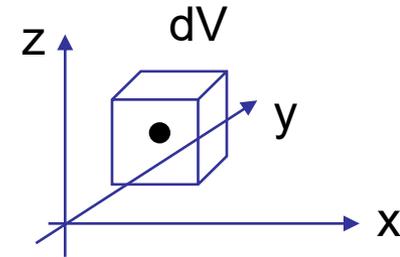
ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

FONCTION D'ONDE ET EQUATION DE SCHRODINGER

- **Interprétation de Copenhague** (M. Born, 1926) :

La **fonction d'onde** ψ d'une particule détermine sa probabilité de présence en

un lieu dV à l'instant t : $p = |\psi(x, y, z, t)|^2 dV$



- La fonction ψ peut être cherchée comme une OPS, $\psi(t, x) = \sin(\omega \cdot t - k \cdot x)$, avec la relation de Louis de Broglie $p = \hbar \cdot k$



E Schrödinger
1887-1961

UNE APPROCHE DE L'EQUATION DE SCHRODINGER

Hypothèse : Densité de probabilité $\psi(x) = \sin(\omega.t - k.x)$

$$\Rightarrow \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} [\sin(\omega.t - k.x)] = -k.\cos(\omega.t - k.x)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} [-k.\cos(\omega.t - k.x)] = -k^2.\sin(\omega.t - k.x)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k^2.\psi(x) = 0 \quad \text{mais } p = \hbar.k \Rightarrow k^2 = \left(\frac{p}{\hbar}\right)^2 = \left(\frac{m.v}{\hbar}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \left(\frac{m.v}{\hbar}\right)^2 . \psi(x) = 0$$

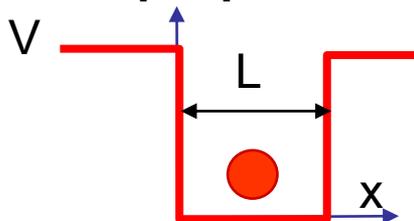
$$\Rightarrow \frac{\hbar^2}{2.m} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{m.v^2}{2} . \psi(x) = \frac{\hbar^2}{2.m} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + (E - V) . \psi(x) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(t, x)}{\partial x^2} + V.\psi = E.\psi} \quad \Rightarrow \quad \psi \Rightarrow p = |\psi(x, y, z, t)|^2 dV$$

EQUATION DE SCHRODINGER

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(t, x)}{\partial x^2} + V \cdot \psi = E \cdot \psi$$

Exemple pour un puits de potentiel : $V(x) = 0$ sauf si $x \in [0, L]$ où $V(x) = V$

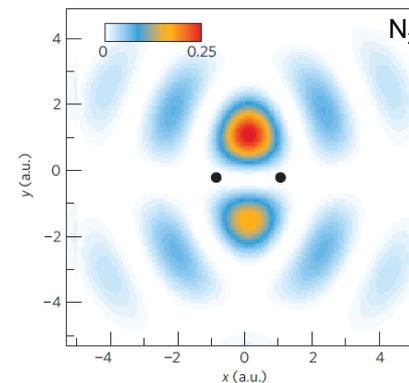


On trouve : $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(n \cdot \frac{\pi x}{l}\right)$ et $E_n = \frac{\hbar^2}{8ml^2} n^2$

En 3D, ψ et E dépendent de trois nombres entiers (n, l, m) : **nb. Quantiques**

Pour un électron dans un atome ($V \propto \frac{1}{r}$) : $\psi(n, l, m)$ avec :

	nombre quantique...	valeurs	grandeur quantifiée
n	principal	1, 2, ... (K, L, M, ...)	couche, énergie
l	secondaire	0, 1, ..., n-1 (s, p, d, f)	$\ \vec{L}\ = \ \vec{p} \wedge \vec{r}\ = \sqrt{l(l+1)}\hbar$ sous-couche, énergie (via σ)
m	magnétique	-l, ..., 0, ..., l	$L_z = m\hbar$
s	spin	$-\frac{1}{2}$ ou $+\frac{1}{2}$	$\sigma_z = s\hbar$



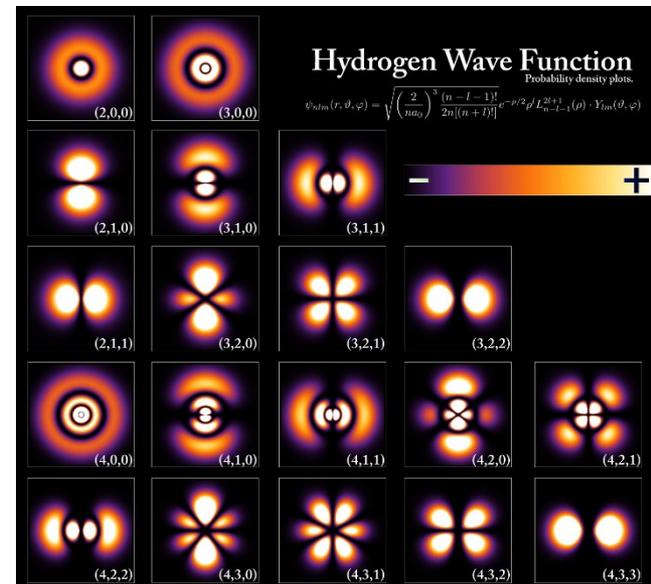
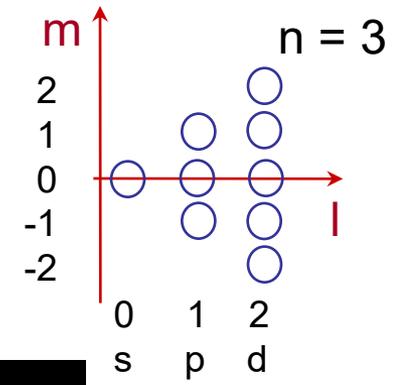
S. Haessler et al.
Nature Physics 2010;
6:200-206



EQUATION DE SCHRODINGER

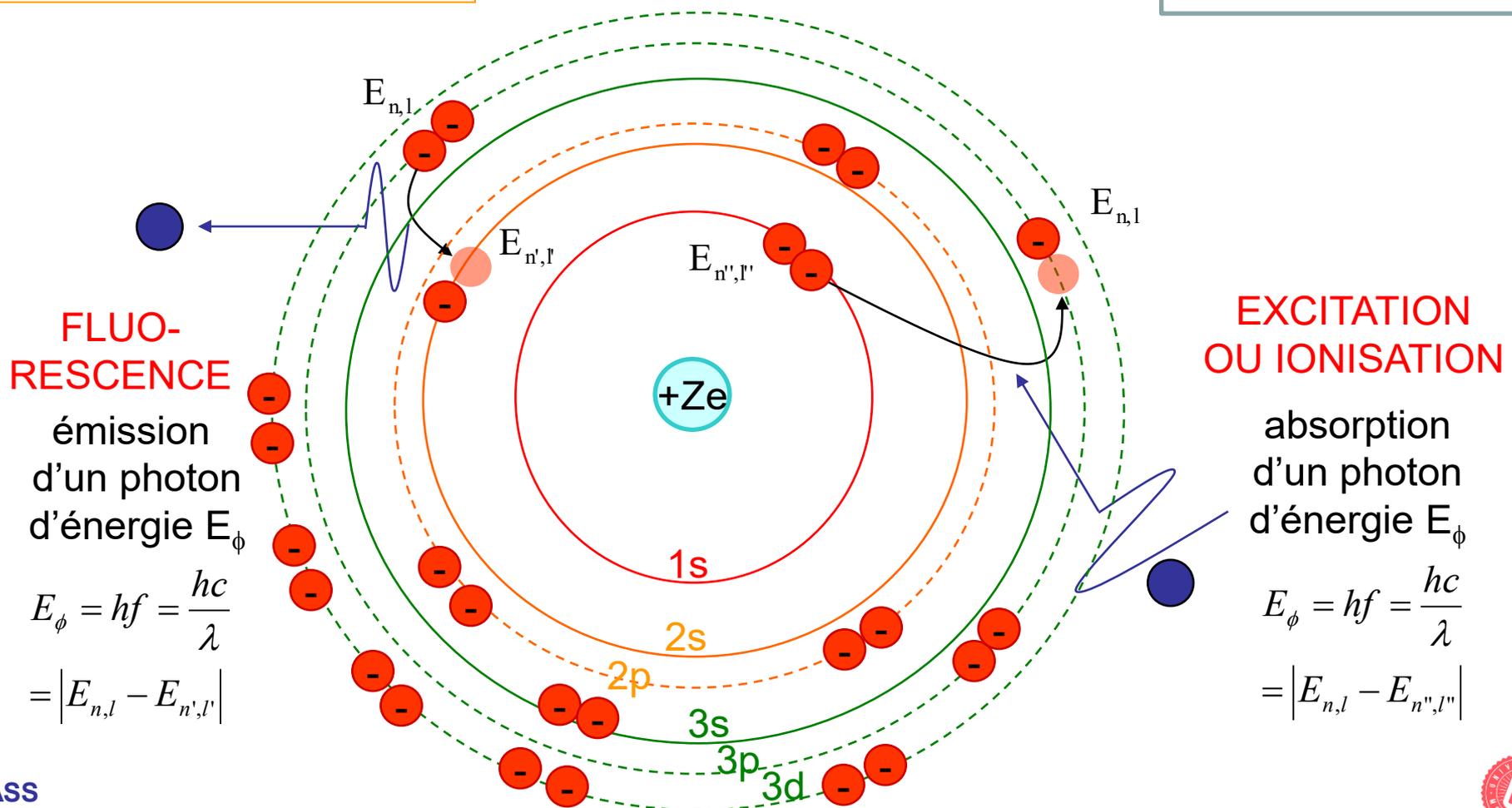
- Principe d'exclusion de Pauli (1925) :
un seul électron par quadruplet (n,l,m,s)
- Pour la couche n :
 - $0 \leq l \leq n-1 \Rightarrow n$ sous-couches
 - $-l \leq m \leq l \Rightarrow 2l+1$ cases
 - $S = \pm 1/2 \Rightarrow 2$ e⁻/case
 - au plus $2.n^2$ e⁻ sur la couche n

} n² cases



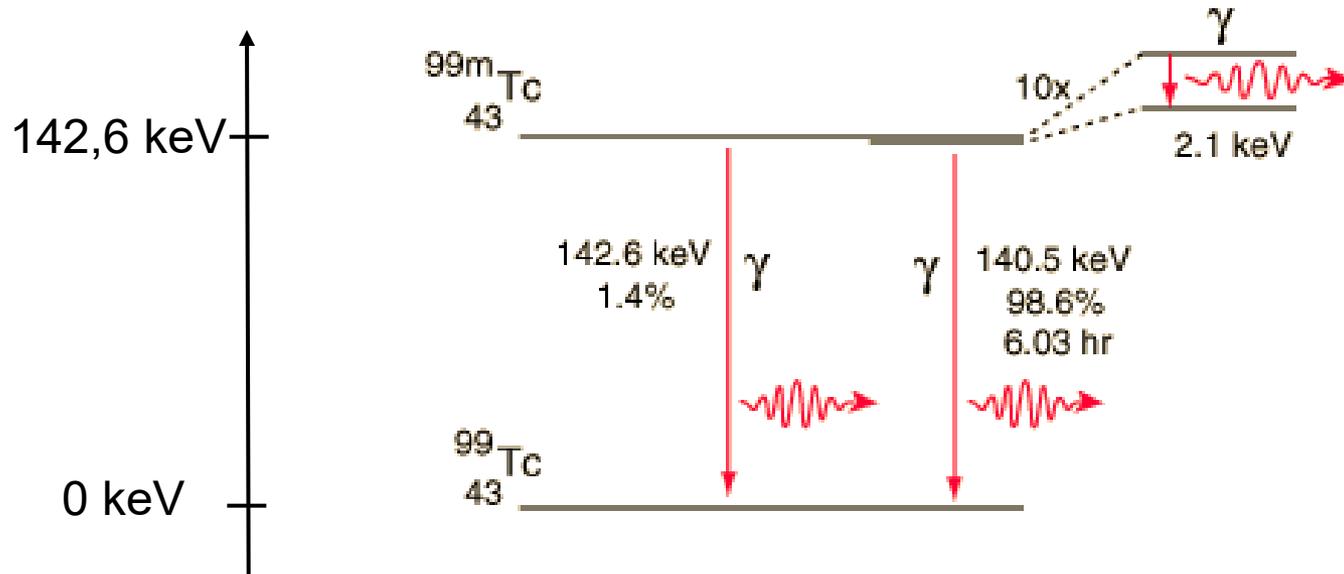
MODELE ATOMIQUE

$$E_{n,l} = -\frac{me^4}{8h^2\epsilon_0^2} \frac{(Z - \sigma(n,l))^2}{n^2}$$



MODELE NUCLEAIRE

- Nucléons: \pm même **modèle en couches**,
- **$E[n,l,j(m,s)]$** , j demi-entier pour quantifier les moments orbital et intrinsèque couplés des nucléons
- Un nucléon peut passer d'un niveau excité au niveau fondamental en émettant un **photon gamma (γ)**



OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 7

- **Connaître et savoir manipuler :**
 - Le modèle de Bohr-Sommerfeld
 - Remplissage des couches électroniques
 - Les énergies des électrons atomiques (hydrogéoïdes)

$$E_{n,l}(\text{eV}) = -13,6 \cdot \frac{(Z - \sigma(n,l))^2}{n^2}$$

- Les énergies d'ionisation, d'excitation, de fluorescence :

$$E_{n,l}^i = -E_{n,l}$$

$$E_{\uparrow n',l}^{n,l} = |E_{n,l} - E_{n',l}|$$

$$hf = E_{\downarrow n',l}^{n,l} = |E_{n,l} - E_{n',l}|$$

- Les niveaux d'énergie des nucléons

A VOTRE AVIS...

Qu'est-ce-qui peut rendre cancérigène un rayonnement auquel un sujet humain est exposé ?

Allez sur **wooclap.com** et utilisez le code **OMUE7**



1

sa capacité à ioniser des électrons engagés dans des liaisons covalentes

0%

0



Cliquez sur l'écran projeté pour lancer la question

2

l'échauffement des tissus par conversion en chaleur de l'énergie du rayonnement

0%

0

RAYONNEMENTS IONISANTS

Rayonnement ionisant, définition :

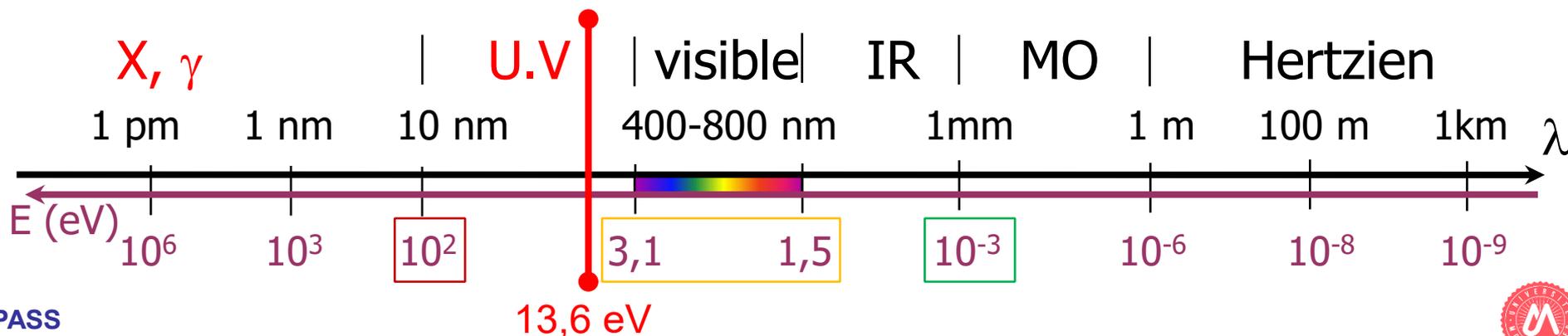
capable d'ioniser l'électron K de l'hydrogène.

Une particule est dite ionisante si son énergie dépasse **13,6 eV**

mais, **les énergies moyennes d'ionisation** sont plus élevées :

Dans l'eau : 32 eV

Dans l'air : 34 eV



RAYONNEMENTS IONISANTS

Rayonnement ionisant, définition :

capable d'ioniser l'électron K de l'hydrogène.

Une particule est dite ionisante si son énergie dépasse **13,6 eV**

mais, **les énergies moyennes d'ionisation** sont plus élevées :

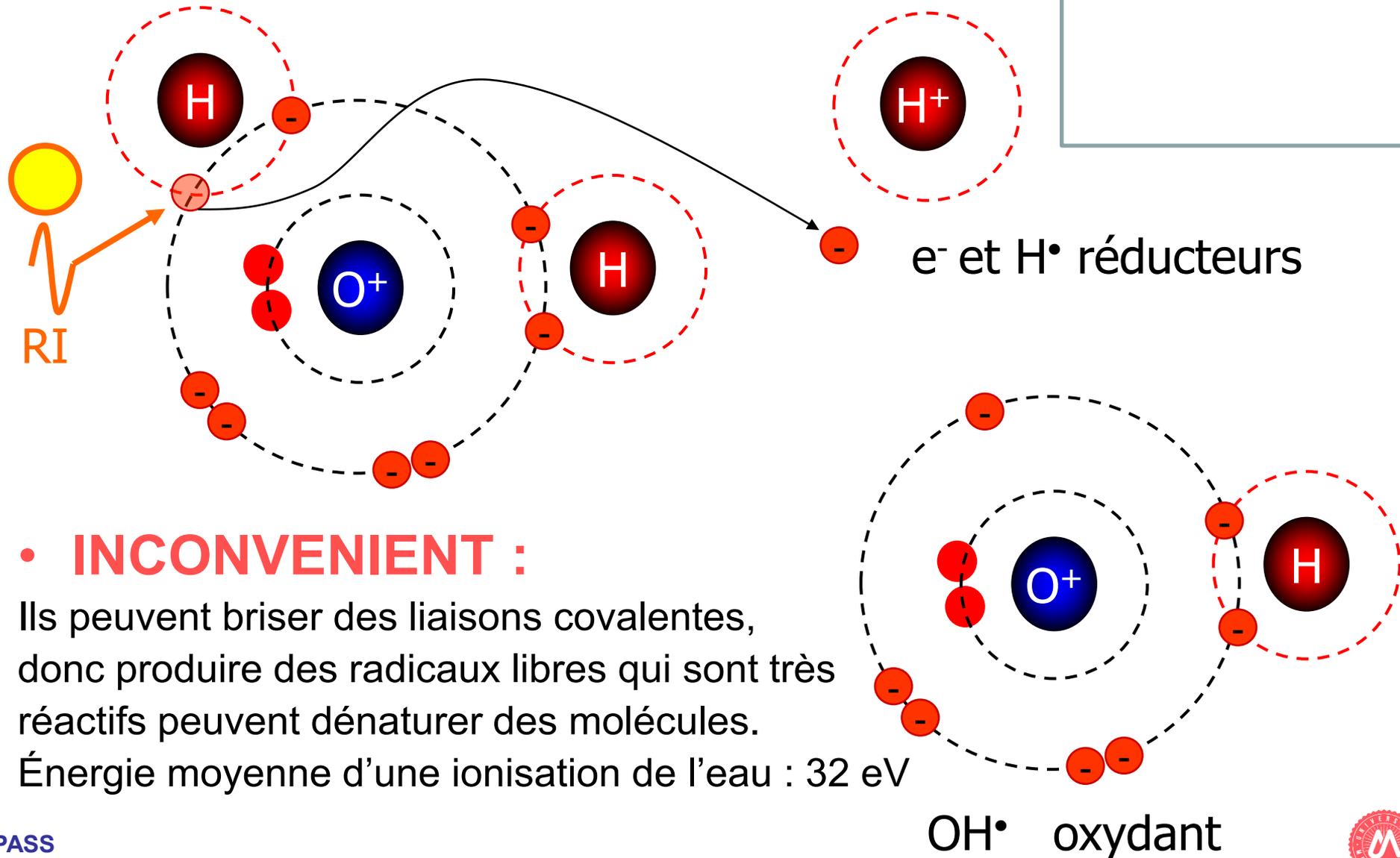
Dans l'eau : 32 eV

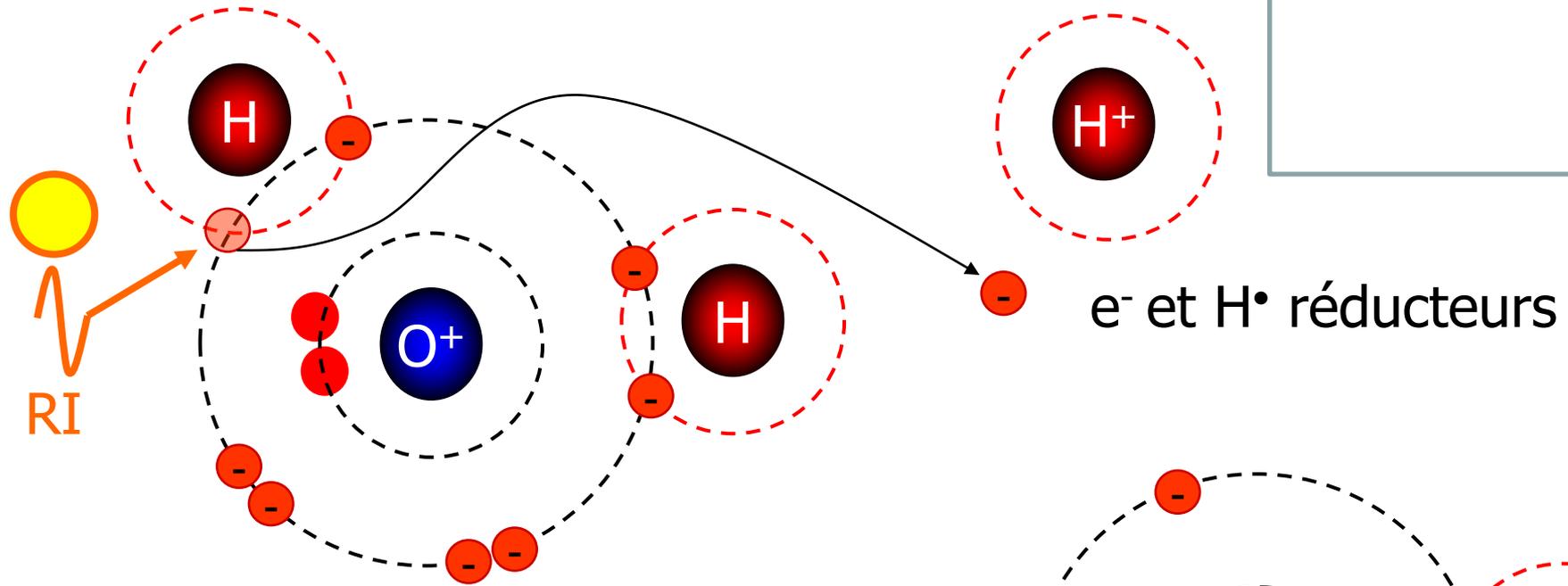
Dans l'air : 34 eV

Les particules ionisantes d'intérêt en santé sont :

Les neutrons, protons, électrons, alpha d'énergie $> 13,6$ eV
et leurs antiparticules

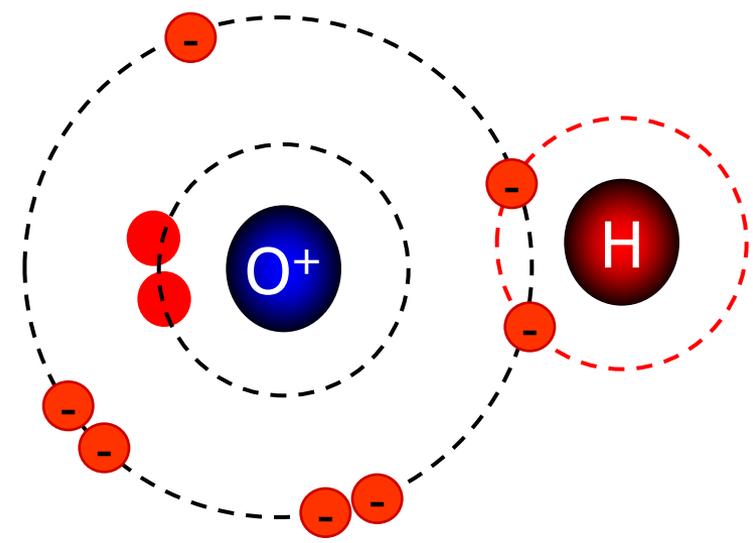
Les photons X et γ





• **AVANTAGE :**

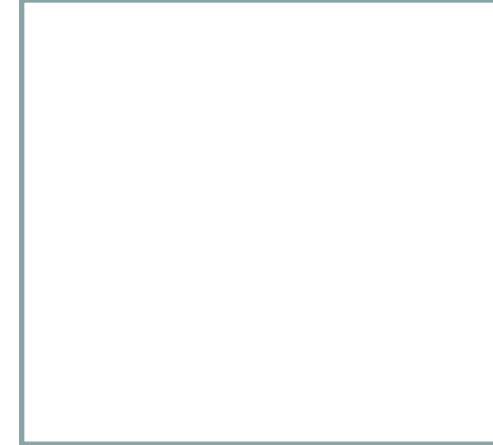
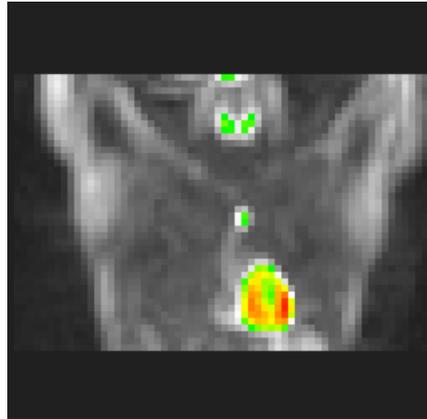
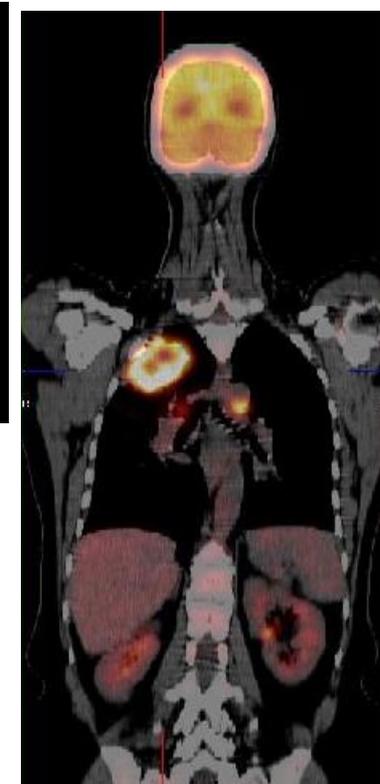
Ils peuvent être utilisés pour irradier des cellules pathologiques (cancers, Hyperthyroïdie...).



OH• oxydant



ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA PHOTONS IONISANTS

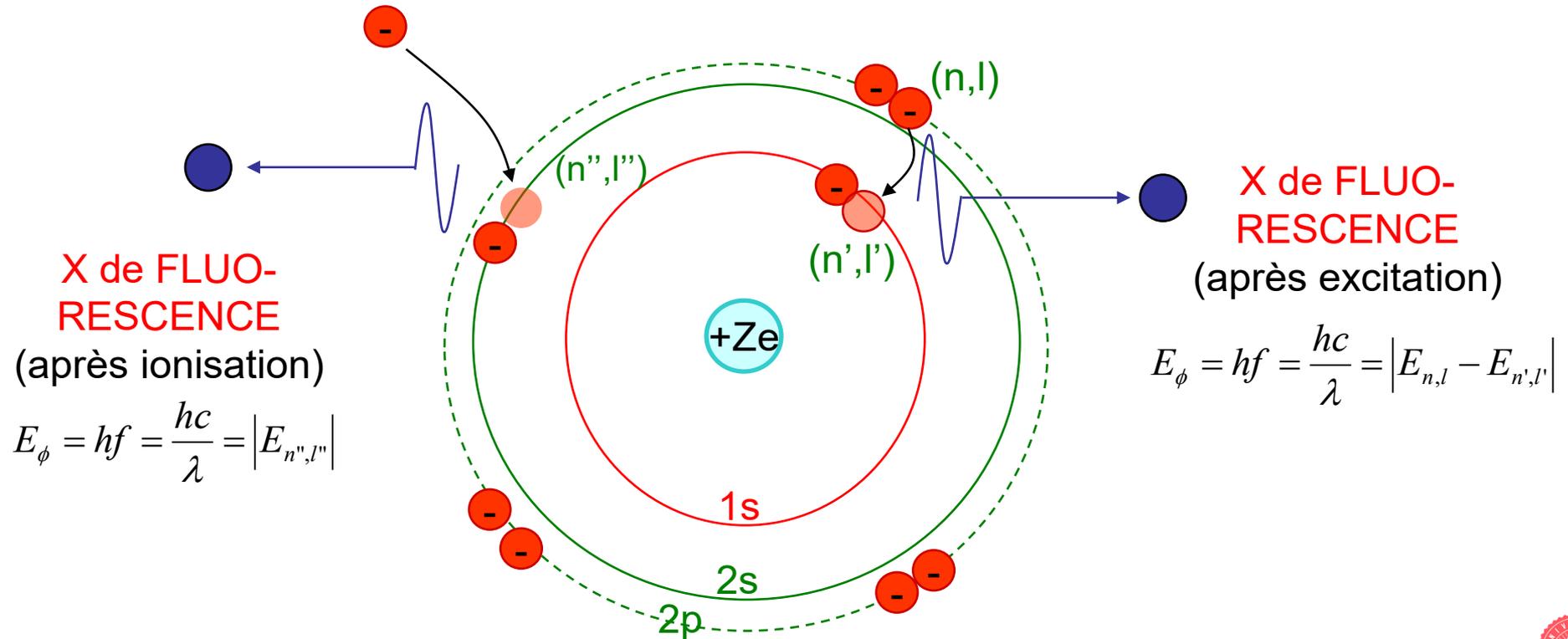


- **AVANTAGE :**

Les photons ionisants peuvent traverser la matière, donc permettre de sonder l'intérieur d'un organisme

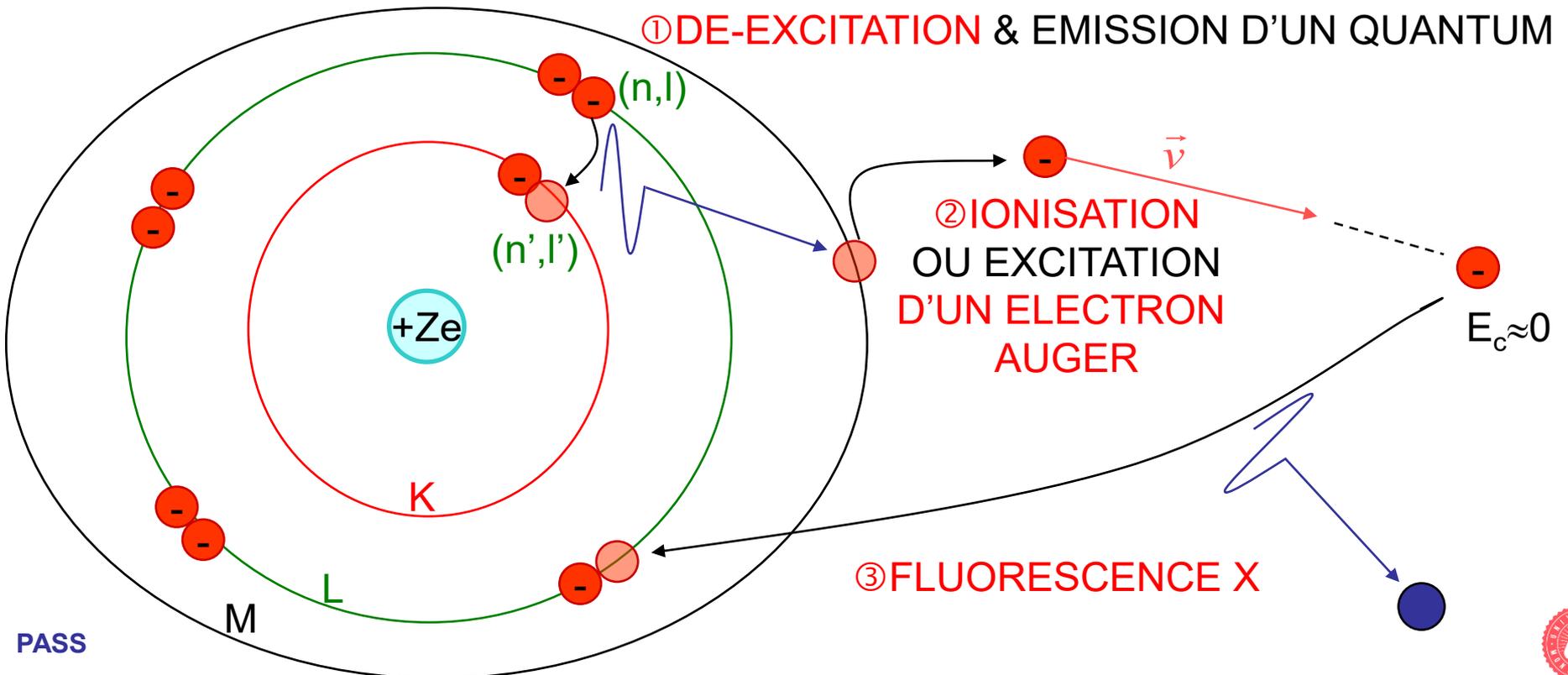
TRAITE
EN ED

- Dé-excitation d'électrons atomiques
 - **Fluorescence**, effet Auger, conversion interne
- Freinage d'électrons (bremsstrahlung)



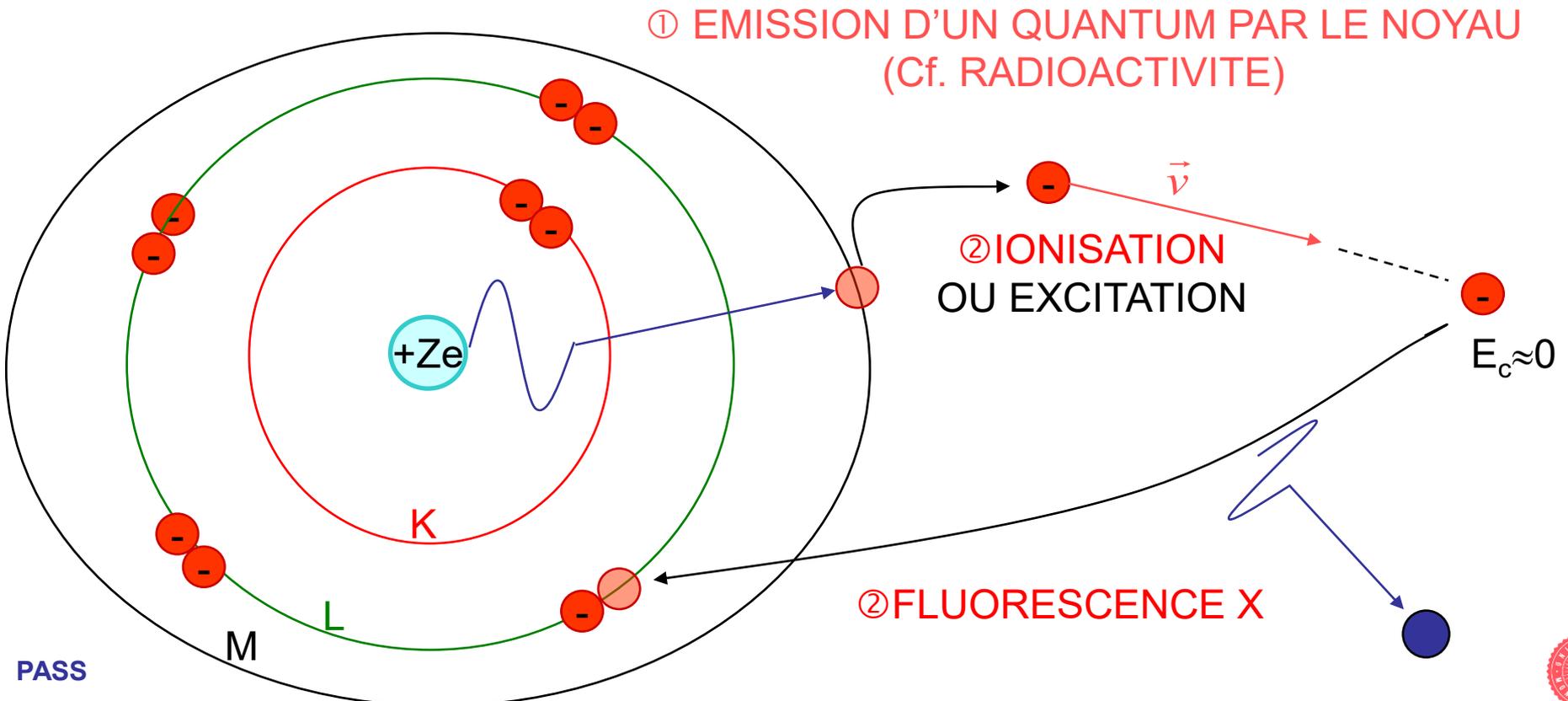
TRAITE
EN ED

- Dé-excitation d'électrons atomiques
 - Fluorescence, **effet Auger**, conversion interne
- Freinage d'électrons (bremsstrahlung)



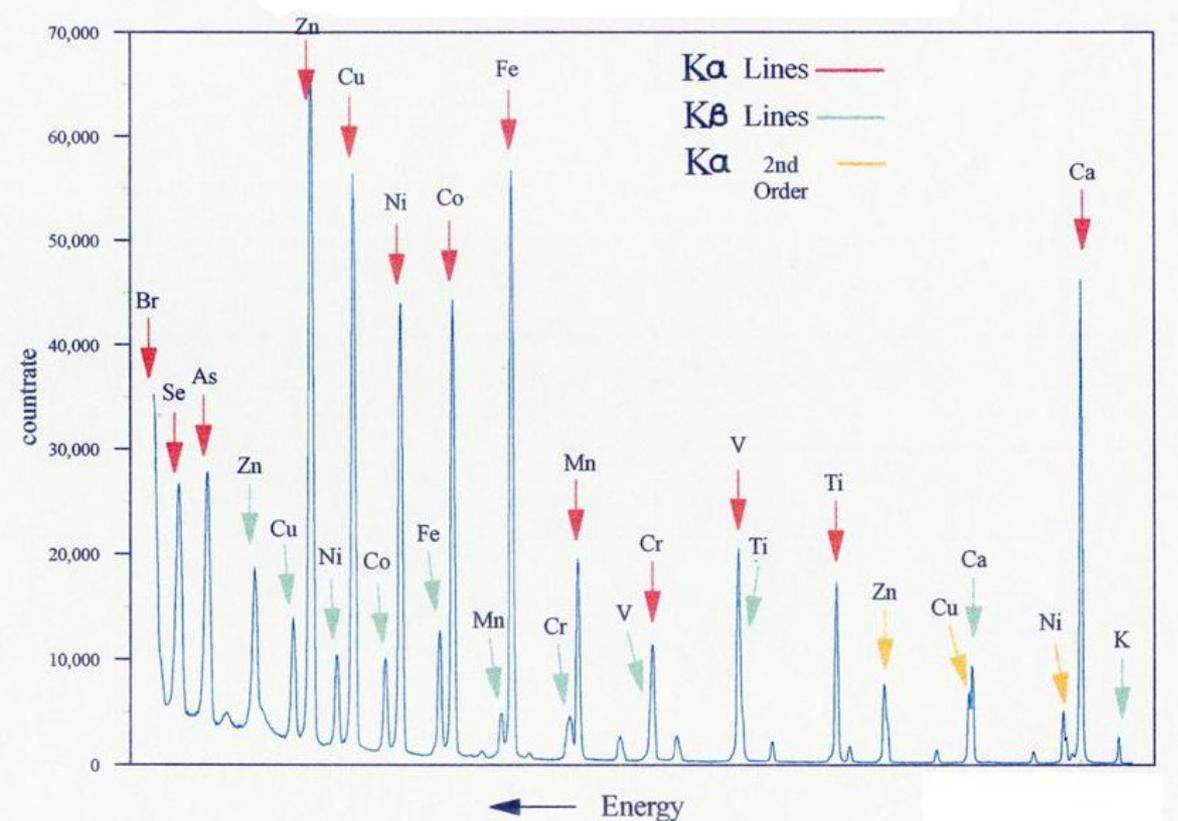
TRAITE
EN ED

- Dé-excitation d'électrons atomiques
 - Fluorescence, effet Auger, **conversion interne**
- Freinage d'électrons (Bremsstrahlung)



TRAITE
EN ED

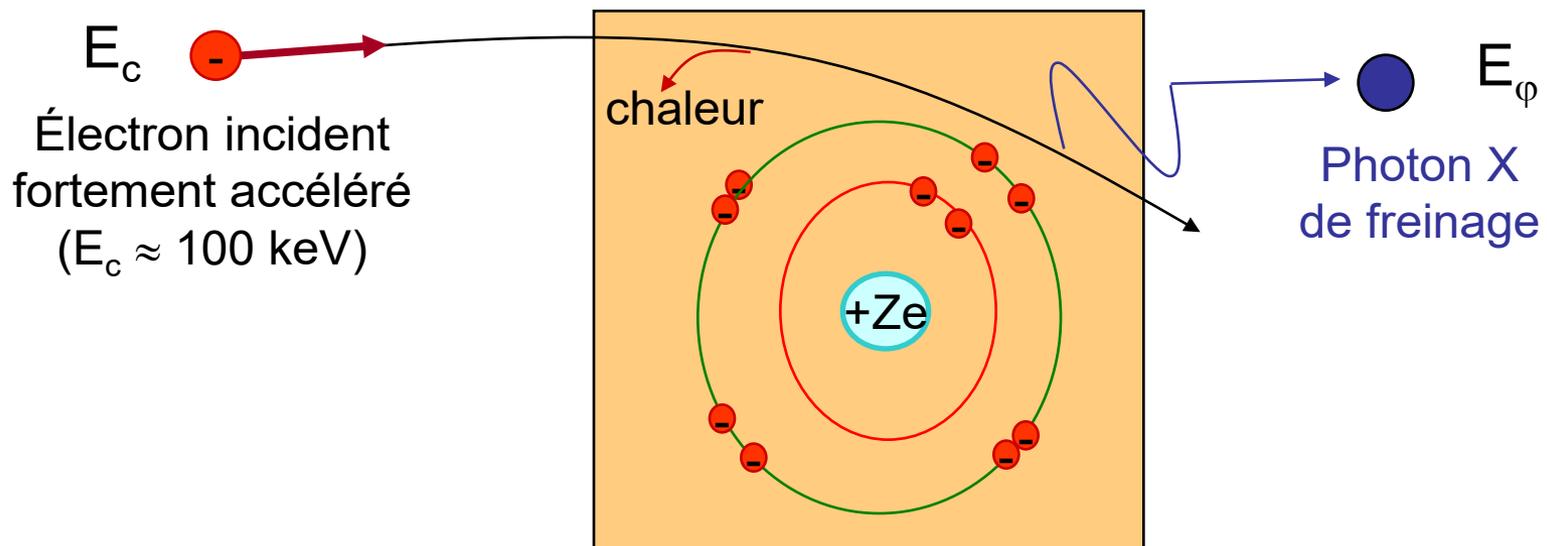
- Dé-excitation d'électrons atomiques
 - Fluorescence, effet Auger, **conversion interne**
- Freinage d'électrons (Bremsstrahlung)



Dans tous les cas donc, on observera un **spectre discret** de fluorescence permettant d'analyser la composition atomique massique d'un échantillon



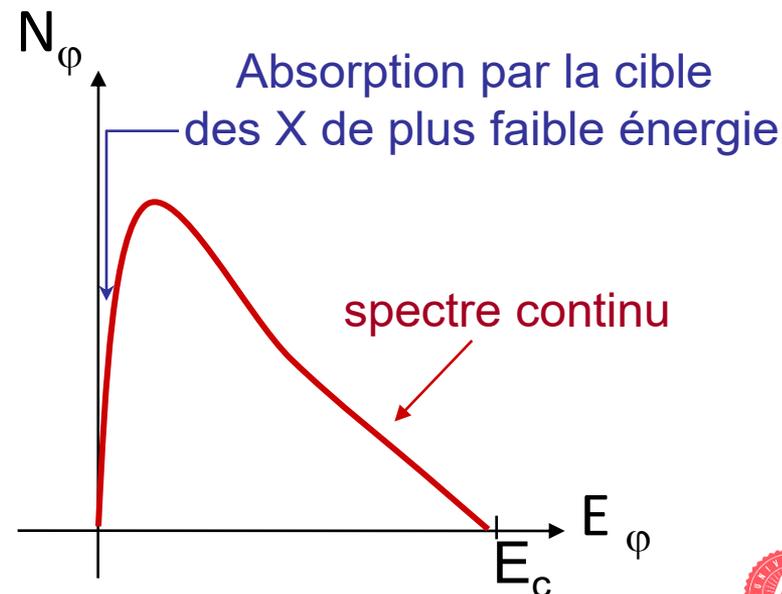
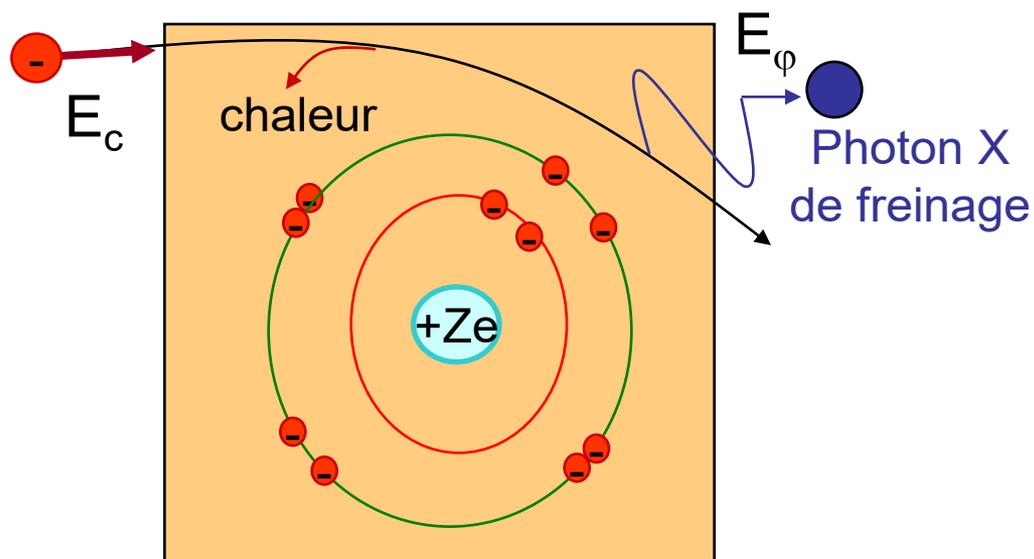
- Dé-excitation d'électrons atomiques
- Freinage d'électrons (bremsstrahlung)
 - Particule chargée décélérée par interaction électrostatique avec noyaux de la cible: émission d'un REM
 - Energie rayonnée $\propto a^2 \propto (Ze^2/mr^2)^2$ donc importante pour les e^-
 - La fraction de l' $E_c(e^-)$ rayonnée augmente avec $E_c(e^-)$ et Z^2 (le reste de l' $E_c(e^-)$ perdue l'est sous forme d'excitations et de chaleur)



PRODUCTION DE RAYONS X

TRAITE
EN ED

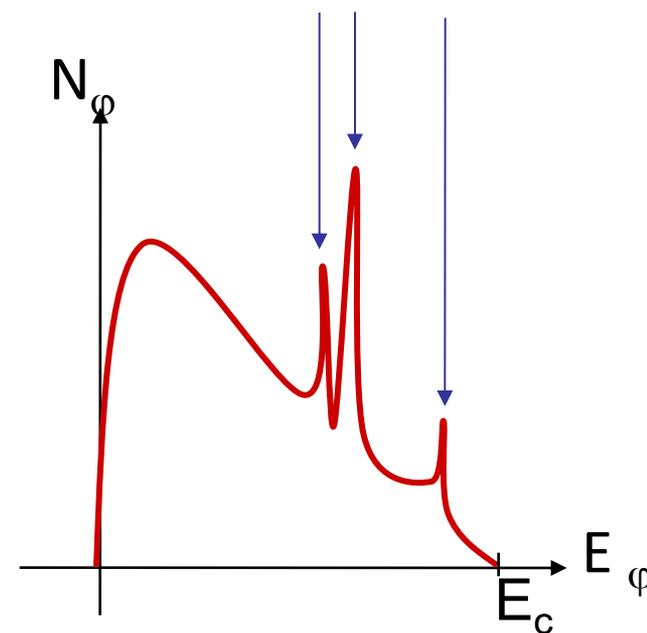
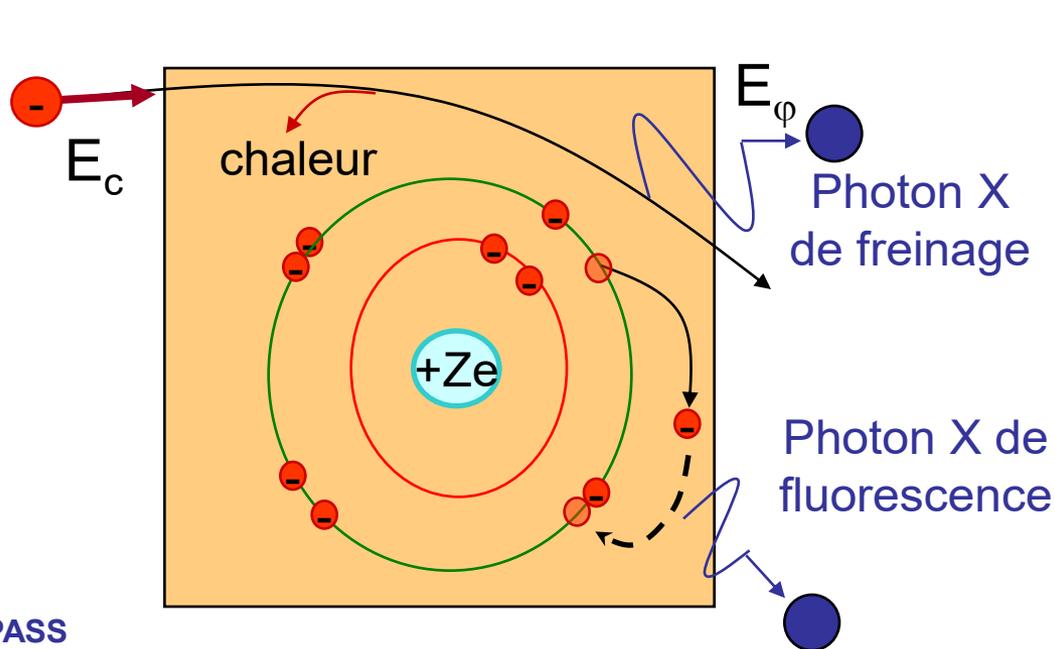
- Dé-excitation d'électrons atomiques
- Freinage d'électrons (bremsstrahlung)
 - L' $E_c(e^-)$ peut être intégralement fournie à un unique photon ($E_\phi = E_c$), ou fournie à plusieurs photons et perdue en partie sous forme de chaleur, d'où un **spectre continu** de rayonnement ($0 < E_\phi < E_c$)



PRODUCTION DE RAYONS X

TRAITE
EN ED

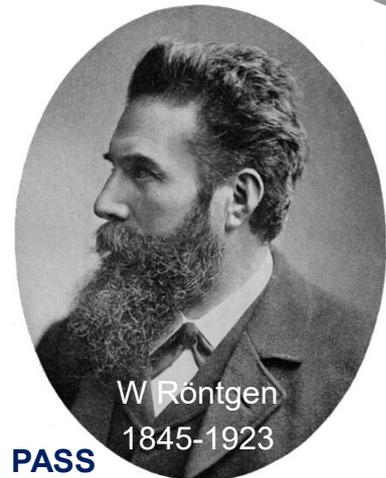
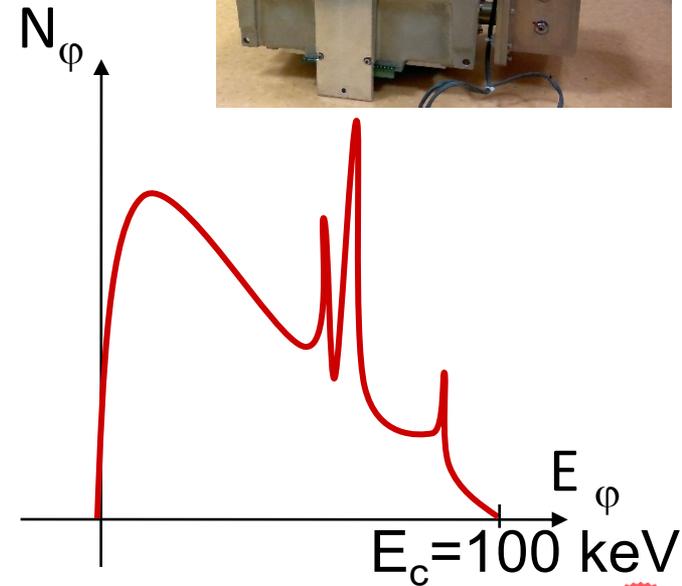
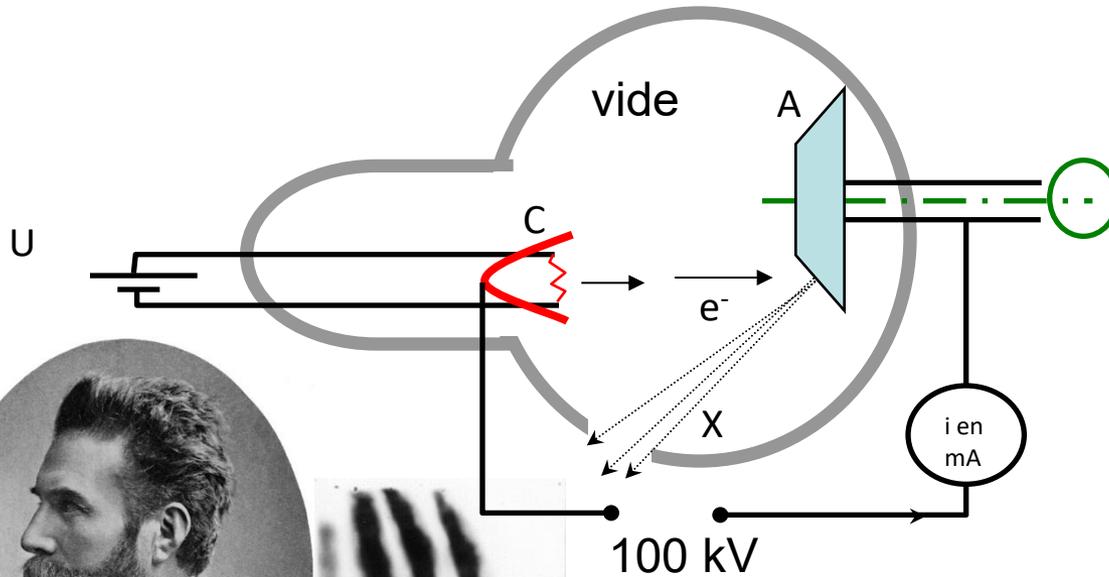
- Dé-excitation d'électrons atomiques
- Freinage d'électrons (bremsstrahlung)
 - L' $E_c(e^-)$ peut être intégralement fournie à un unique photon ($E_\phi = E_c$), ou fournie à plusieurs photons et perdue en partie sous forme de chaleur, d'où un spectre continu de rayonnement ($0 < E_\phi < E_c$)
 - Ionisations au sein de la cible \Rightarrow photons de fluorescence en sus



PRODUCTION DE RAYONS X

TRAITE
EN ED

- Dé-excitation d'électrons atomiques
- Freinage d'électrons (bremsstrahlung)
 - Applications : Le tube à rayons X des appareils de radiologie et les ostéodensitomètres bi-photoniques (DEXA).



OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 8

Savoir définir et caractériser :

- Un rayonnement ionisant ($E > 13,6 \text{ eV}$; $\lambda < 91 \text{ nm}$)
- L'énergie moyenne d'ionisation de l'eau (32 eV)
- La dangerosité des rayonnements ionisants
⇒ radicaux libres non spécifiques ⇒ altération de protéines
- L'intérêt des rayonnements ionisants
Thérapie, photons pénétrants (imagerie médicale)

Connaître, savoir caractériser et manipuler :

- Les modes de production des rayons X
Transitions électroniques et freinage
- Les spectres associés à ces phénomènes
- Les utilisations associés (tube à rayons X)

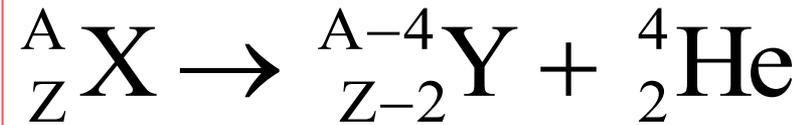
- Transformation d'un noyau « père » X en un noyau « fils » Y : ${}^A_ZX \rightarrow {}^{A'}_ZY + \text{particules}$
- Si noyau instable : $Z \neq N=A-Z$ ou $Z \geq 84$
- À condition :
 - D'un bilan énergétique positif : $E_d \geq 0$
 - De la conservation de la charge, de l'impulsion...
- 50 isotopes radioactifs naturels (périodes longues)
- tous les isotopes artificiels sont radioactifs

- Classement par interaction impliquée
 - **Interaction forte** : radioactivité alpha (α)
 - **Interaction faible** :
 - » radioactivité bêta (β)
 - » capture électronique
 - **Interaction EM** :
 - » radioactivité gamma (γ)
 - » conversion interne
 - » création de paires
- Loi de décroissance radioactive



RADIOACTIVITE ALPHA

- Emission d'un noyau d'hélium :



- Energie disponible :

$$E_d = M(X).c^2 - [M(Y) + M(\alpha)].c^2$$

$$E_d = [M(X) - M(Y) - M(\alpha)].c^2$$

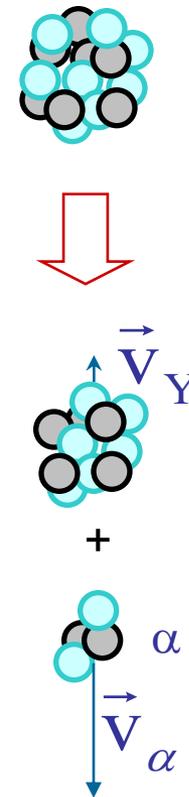
$$E_d = [\mathcal{M}(X) - Z.m_{e^-} - \mathcal{M}(Y) + (Z - 2).m_{e^-} - \mathcal{M}(\alpha) + 2.m_{e^-}].c^2$$

$$E_d = \mathcal{M}(X).c^2 - [\mathcal{M}(Y) + \mathcal{M}(\alpha)].c^2$$

avec $\mathcal{M}({}^A_Z X) = M({}^A_Z X) + Z.m_{e^-}$: masse atomique

et $M({}^A_Z X)$ masse nucléaire

- $E_d \geq 0 \Rightarrow A > 150$: concerne les isotopes lourds



Henri Becquerel

1852-1908

« Rayons uraniques »

en 1896

puis en 1898

E Rutherford (α, β)

RADIOACTIVITE ALPHA

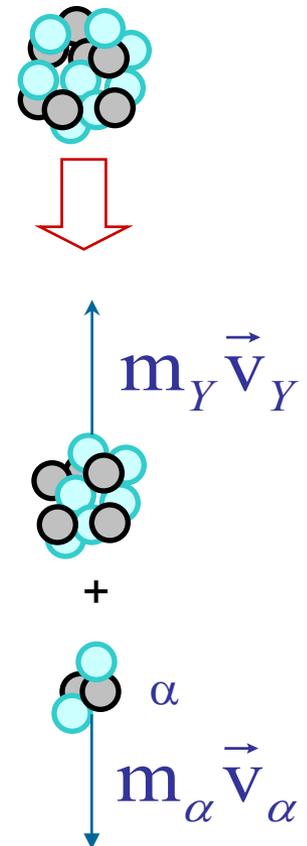
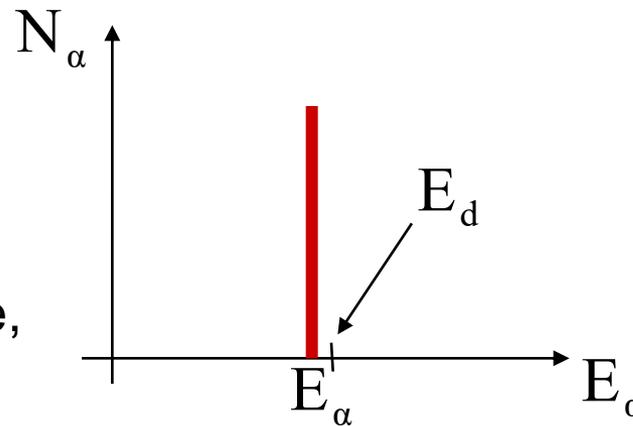
- **Spectre de raie unique** (approximation) :

$$m_{\alpha} v_{\alpha} = m_Y v_Y \Rightarrow (m_{\alpha} v_{\alpha})^2 = (m_Y v_Y)^2 \Rightarrow E_Y = \frac{m_{\alpha}}{m_Y} E_{\alpha}$$

$$E_d = E_Y + E_{\alpha} = E_{\alpha} \cdot \left(1 + \frac{m_{\alpha}}{m_Y} \right)$$

$$\text{donc : } E_{\alpha} = \frac{m_Y}{m_Y + m_{\alpha}} E_d$$

Énergie des α unique, précise,
et de peu inférieure à E_d



- Ordre de grandeur : $E_{\alpha} \approx 4-9 \text{ MeV}$, ionisant
- Applications : **radiothérapie** superficielle & métabolique

Radium 223 (métas de prostate)

- Transformations **isobariques** : même A

$Z > N = A - Z \Rightarrow \text{proton} \rightarrow \text{neutron}$

$Z < N = A - Z \Rightarrow \text{neutron} \rightarrow \text{proton}$

- 3 types de radioactivité isobarique :
 - radioactivité **bêta moins**
 - radioactivité **bêta plus**
 - **capture électronique**

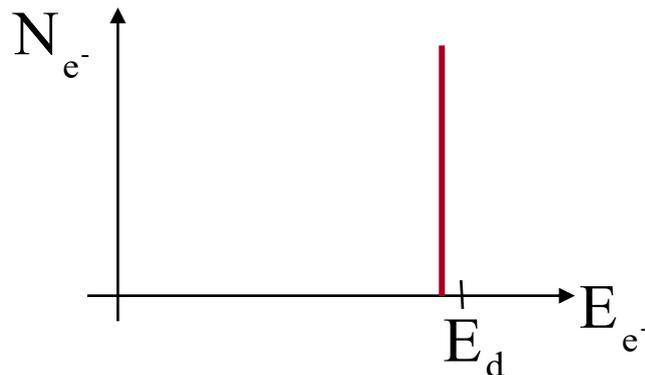
- Chadwick 1914 : émission d'électrons par des noyaux riches en neutrons



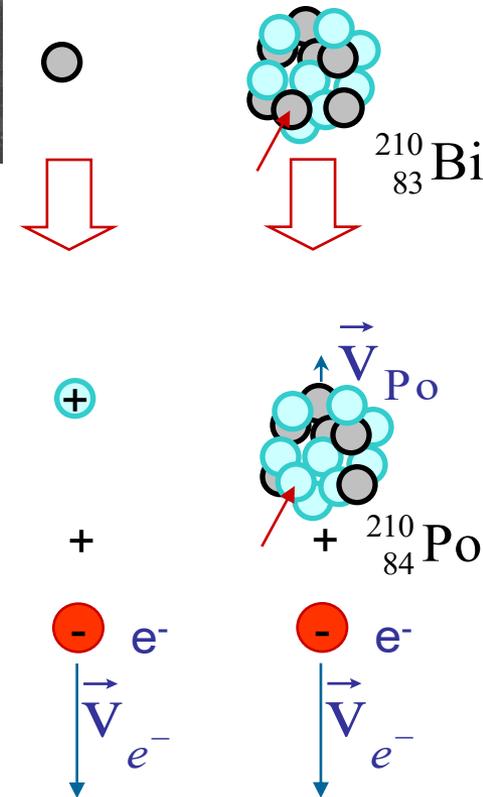
J Chadwick
1891-1974

- Energie disponible :

$$E_d = M(X).c^2 - [M(Y) + M(e^-)].c^2 = \mathcal{M}(X).c^2 - \mathcal{M}(Y).c^2$$

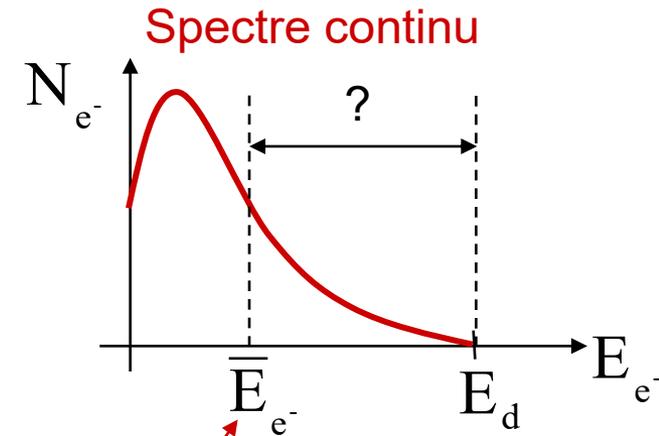
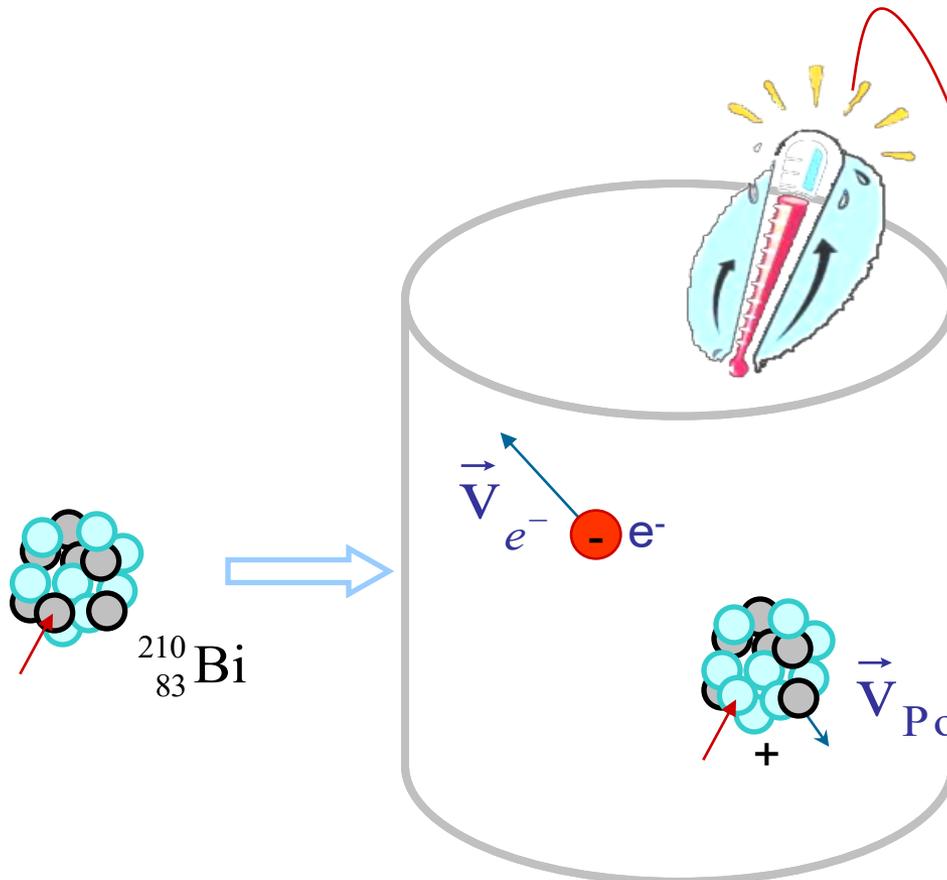


Spectre de raies ?



RADIOACTIVITE BETA MOINS

- Où est perdue l'énergie ?
 Ralentissement variable des e^- (1922, Meitner) ?



1925, Ellis et Wooster : calorimétrie

A VOTRE AVIS...

Quelles hypothèses pourraient expliquer que l'électron émis dans une désintégration bêta moins n'emporte pas presque toute l'énergie disponible pour la réaction ?

Allez sur wooclap.com et utilisez le code **OMUE7**



1

les électrons peuvent avoir perdu une partie de leur énergie dans le Bi et le Po sous forme de chaleur, avant d'être détectés.

0%

0



2

une partie variable de l'énergie disponible est acquise par le noyau de Po sous forme d'énergie cinétique

0%

0



3

une partie variable de l'énergie disponible est acquise par le noyau de Po et place ses nucléons dans un état excité

0%

0



4

une particule supplémentaire non détectée est émise avec l'électron et se partage avec ce dernier l'énergie disponible.

0%

0



RADIOACTIVITE BETA MOINS

Lettre ouverte au groupe de personnes radioactives à la réunion du Gauverein à Tübingen.
Zürich, 4 décembre 1930. Institut de physique de l'ETH Gloriastrasse Zürich.

Chères dames et messieurs radioactifs,

Comme le porteur de ces lignes, que je vous demande gracieusement d'écouter, vous l'expliquera plus en détail, à cause des statistiques "erronées" des noyaux N- et Li-6 et du spectre bêta continu, j'ai trouvé un **remède désespéré pour sauver** le "théorème d'échange" des statistiques et **la loi de conservation de l'énergie**. Il s'agit de la **possibilité qu'il existe dans les noyaux des particules électriquement neutres, que j'appellerai neutrinos**, de spin 1/2, qui obéissent au principe d'exclusion et qui diffèrent des quanta de lumière en ce qu'ils **ne se déplacent pas à la vitesse de la lumière**. **La masse des neutrinos devrait être du même ordre de grandeur que celle de l'électron et, en tout état de cause, ne devrait pas être supérieure à 0,01 masse de proton**. - **Le spectre bêta continu aurait alors un sens si l'on suppose que dans la désintégration bêta, en plus de l'électron, un neutrino est émis de telle sorte que la somme des énergies du neutrino et de l'électron soit constante**. Maintenant, il s'agit aussi de savoir quelles forces agissent sur les neutrinos. Pour moi, le modèle le plus probable pour le neutrino semble être, pour des raisons de mécanique ondulatoire (le porteur de ces lignes en sait plus), que le neutrino au repos est un dipôle magnétique avec un certain moment μ . Les expériences semblent exiger que l'effet ionisant d'un tel neutrino ne puisse pas être plus grand que celui d'un rayon gamma, et alors μ n'est probablement pas autorisé à être plus grand que $e \cdot (10^{-13} \text{ cm})$. Mais jusqu'à présent, **je n'ai pas osé publier quoi que ce soit à propos de cette idée**, et je me tourne d'abord vers vous, **chers radioactifs**, pour vous demander s'il est probable de trouver des preuves expérimentales de l'existence d'un tel neutrino s'il a la même capacité, ou peut-être une **capacité dix fois plus grande, de traverser [la matière] qu'un rayon gamma**. J'admets que mon remède peut sembler presque improbable car on aurait probablement vu ces neutrinos, s'ils existent, depuis longtemps. **Mais qui ne risque rien n'a rien, et la gravité de la situation**, due à la structure continue du spectre bêta, est éclairée par une remarque de mon honorable prédécesseur, M. Debye, qui me disait récemment à Bruxelles : **"Oh, il vaut mieux ne pas y penser du tout, comme à de nouveaux impôts"**. Il faut donc discuter sérieusement de chaque moyen de sauvetage. Ainsi, chers radioactifs, examinez et jugez. - **Malheureusement, je ne peux pas me présenter personnellement à Tübingen, car je suis indispensable ici à Zurich pour un bal dans la nuit du 6 au 7 décembre**. Avec mes meilleures salutations à vous, et aussi à Monsieur Beck, votre humble serviteur.

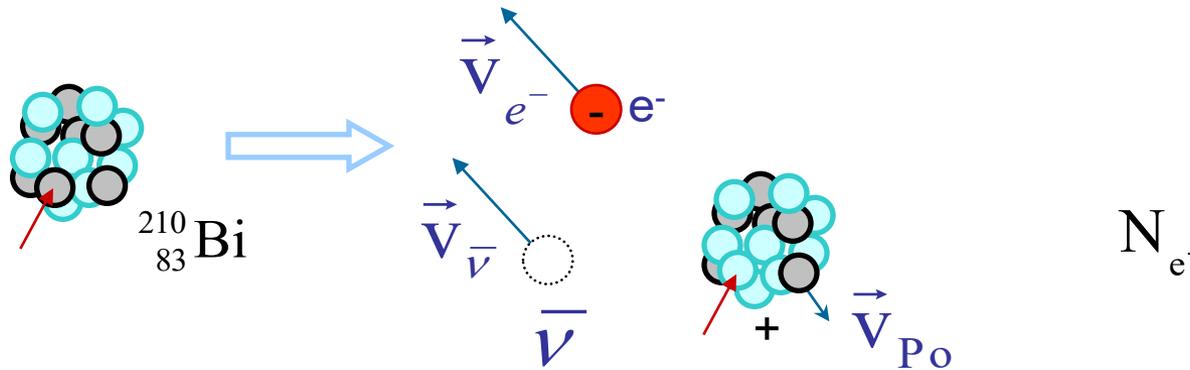
signé W. Pauli



RADIOACTIVITE BETA MOINS

- Où est perdue l'énergie ?

1931, Pauli: émission d'une particule non détectée ?



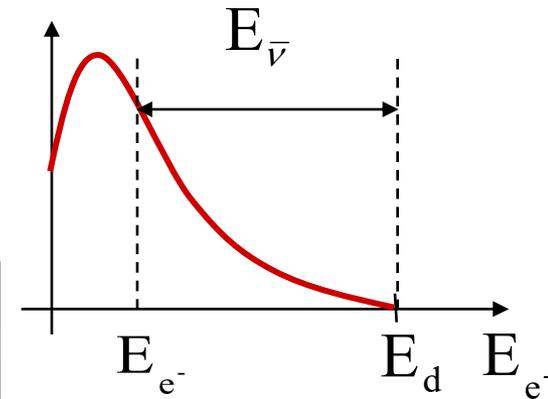
- Anti-neutrino** : $\bar{\nu}_e = \bar{\nu}$
 - Interaction/matière ≈ 0
 - charge nulle, $v \approx c$
 - $0,03 < m < 0,23 \text{ eV}$
 - observés en 1956



W. PAULI
1900-1958



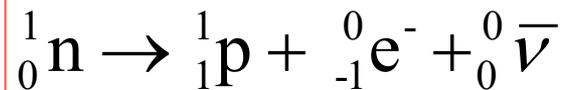
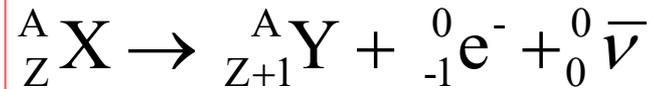
E. FERMI
1901-1954



Spectre continu
(pour l' e^- et le $\bar{\nu}$)

RADIOACTIVITE BETA MOINS

- Emission d'un **électron** et d'un $\bar{\nu}$:



- Energie disponible :

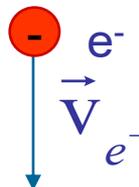
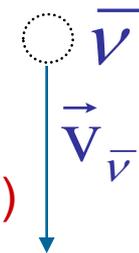
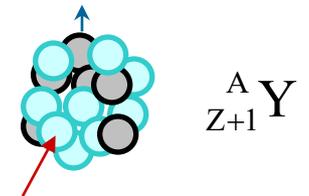
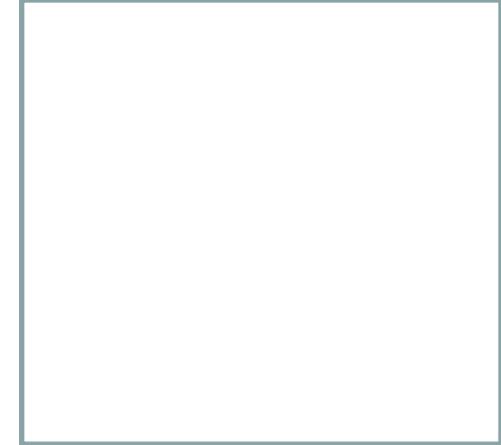
$$E_d = M(X).c^2 - [M(Y) + M(e^-)].c^2$$

$$E_d = \mathcal{M}(X).c^2 - \mathcal{M}(Y).c^2 = E_{e^-} + E_{\bar{\nu}}$$

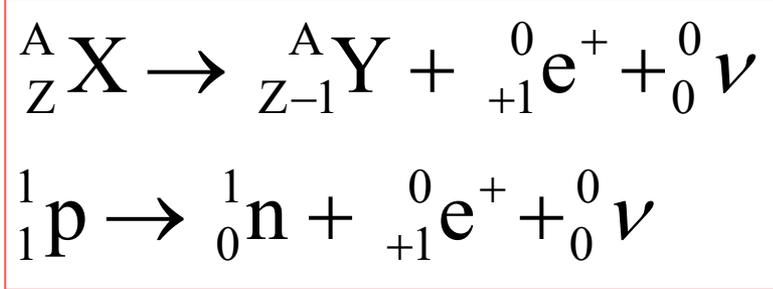
- Spectre **continu** pour l'électron, ionisant

- Applications : **Radiothérapie métabolique par l'e⁻**

- Traitement antalgique des métastases osseuses (${}^{153}_{62} \text{Sm}$, ${}^{89}_{38} \text{Sr}$)
- Hyperthyroïdies (${}^{131}_{53} \text{I}$)
- Cancers thyroïdiens (${}^{131}_{53} \text{I}$), cancers du foie (${}^{90}_{39} \text{Y}$)



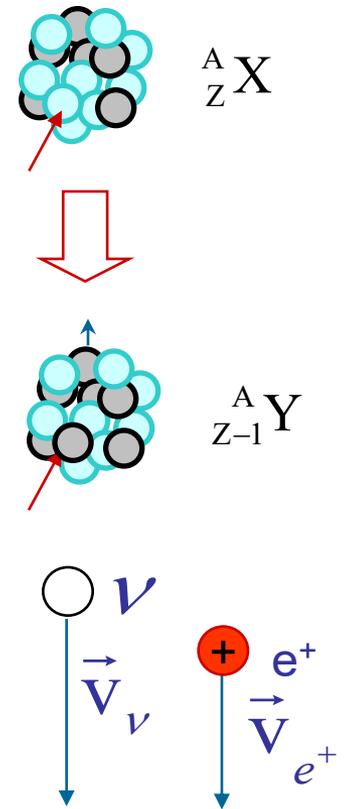
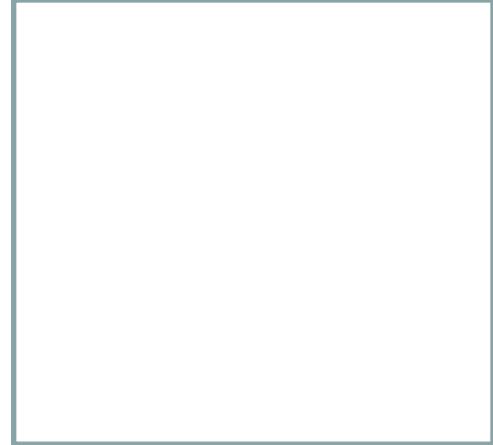
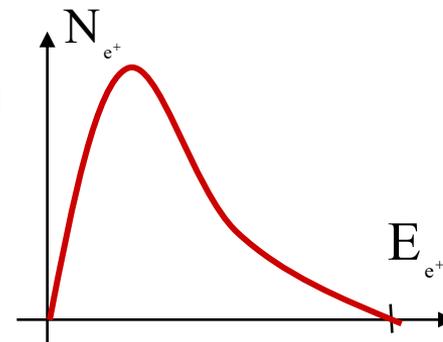
- Emission d'un **positon** et d'un **neutrino** par un noyau riche en protons :



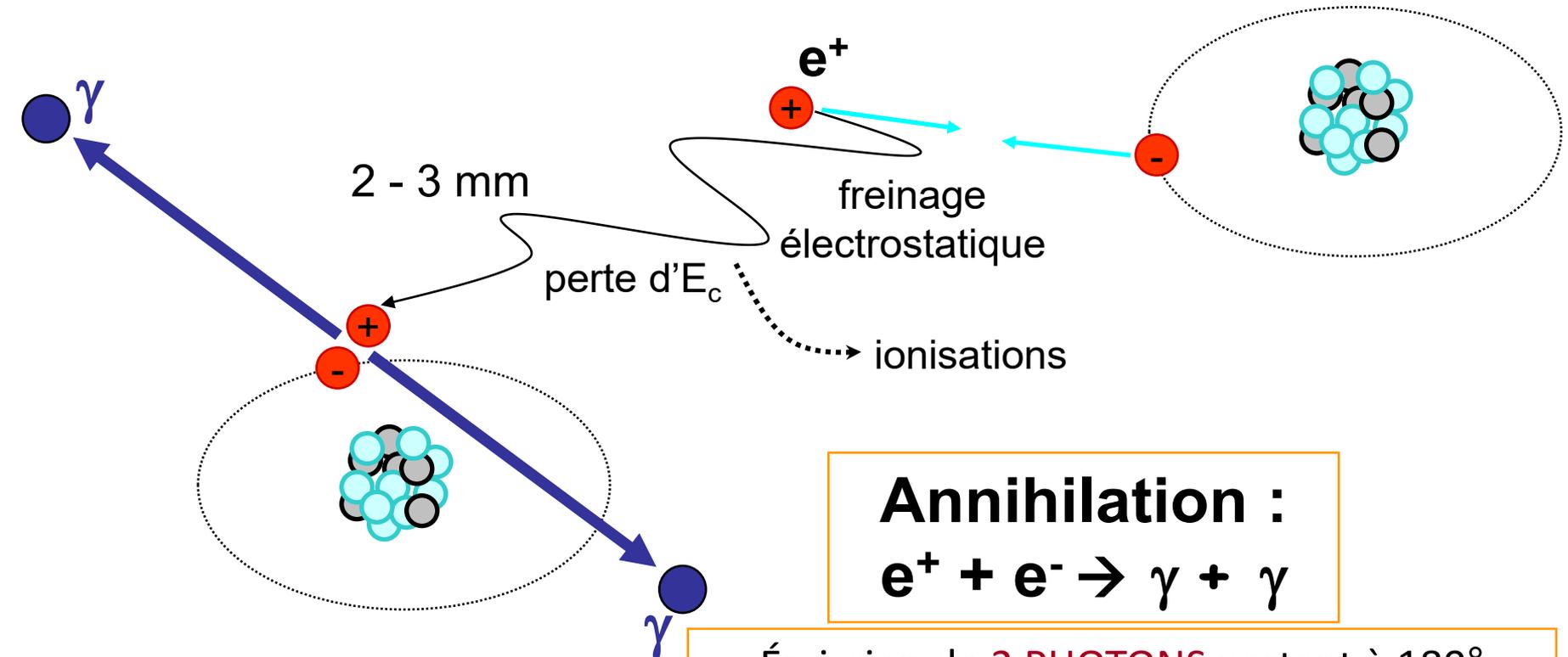
- Energie disponible :

$$E_d = [M(X) - M(Y) - m_e]c^2 = [\mathcal{M}(X) - \mathcal{M}(Y) - 2m_e]c^2$$

- Spectre **continu** du positon



- Devenir du positon : **annihilation** entre matière et anti-matière



Annihilation :
 $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$

Émission de **2 PHOTONS** partant à 180°
d'énergie $E = 511 \text{ keV} = m_e c^2$

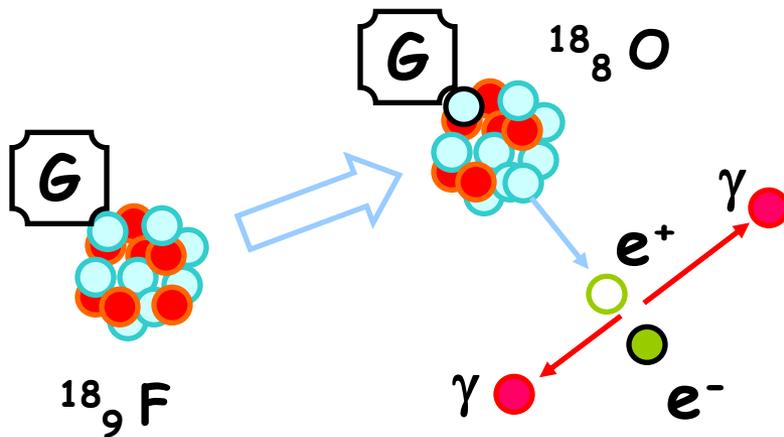
ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

RADIOACTIVITE BETA PLUS

- Application :

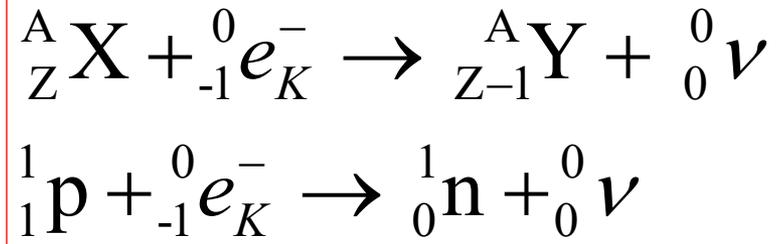


Tomographie
par
Émission de
Positons (TEP)
=
Scintigraphie
de coïncidence



CAPTURE ELECTRONIQUE

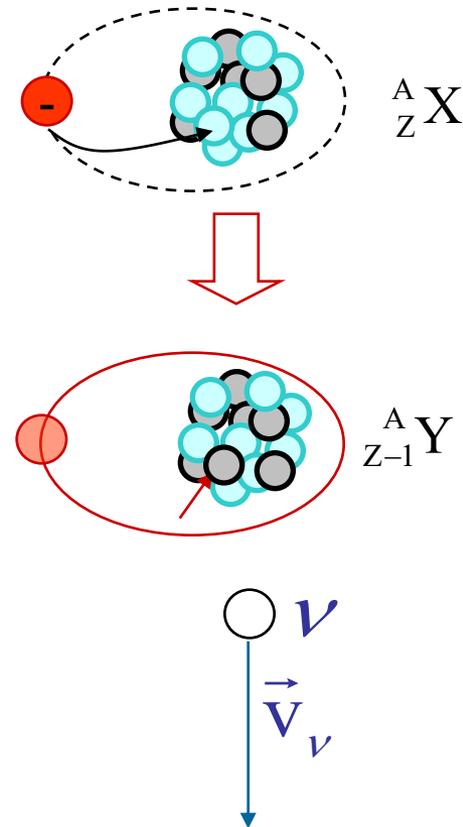
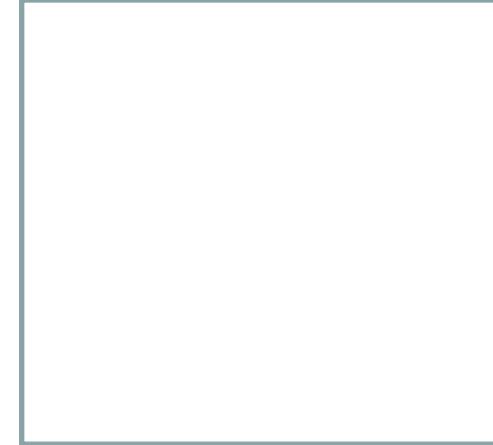
- Capture d'un électron atomique K par un noyau riche en protons :
 - En compétition avec β^+



- Energie disponible :

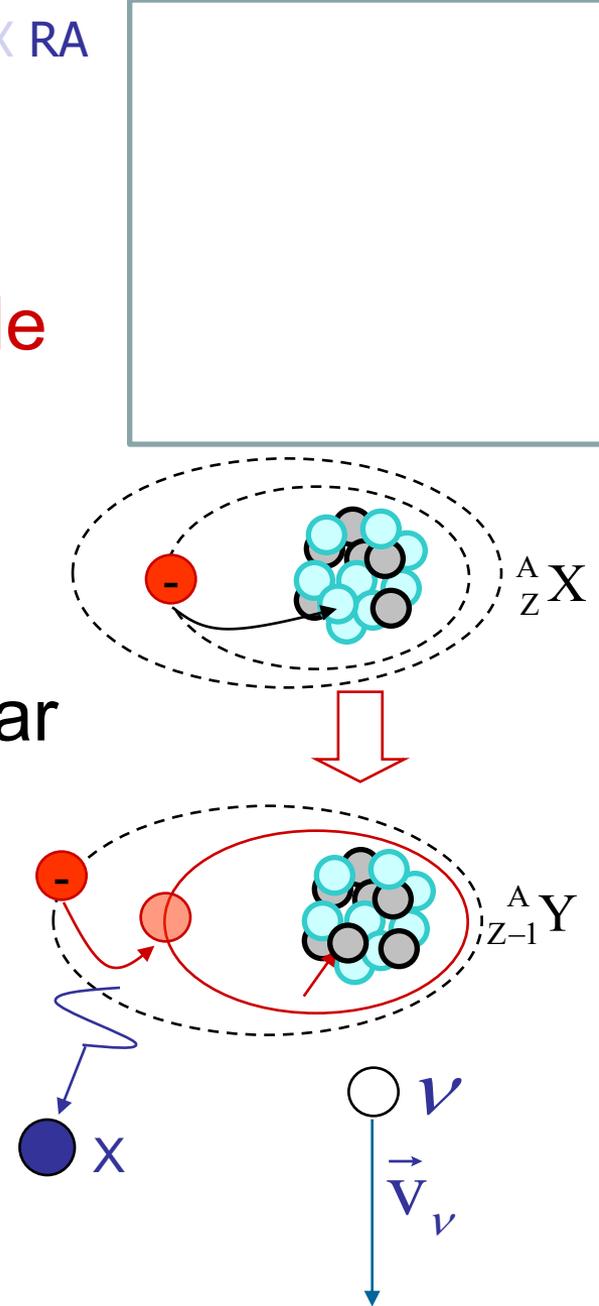
$$E_d = [M(X) + m_e - M(Y)]c^2 - E_K^i$$

$$E_d = [\mathcal{M}(X) - \mathcal{M}(Y)]c^2 - E_K^i$$



CAPTURE ELECTRONIQUE

- Il s'ensuit l'émission de photons X de fluorescence caractéristiques de l'atome fils Y
- Application : dosage de protéines par Radio-Immuno-Array (RIA) via un comptage X
 - Application : comptage à 35 keV pour de l' ^{125}I fixée sur la molécule à doser.



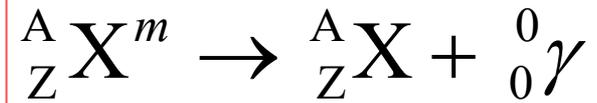
Il en existe 3 modes :

- Radioactivité gamma (γ)
- Conversion interne
- Création de paires





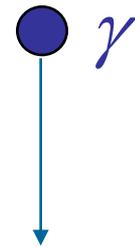
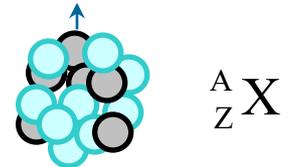
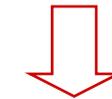
- Emission d'un **photon** :



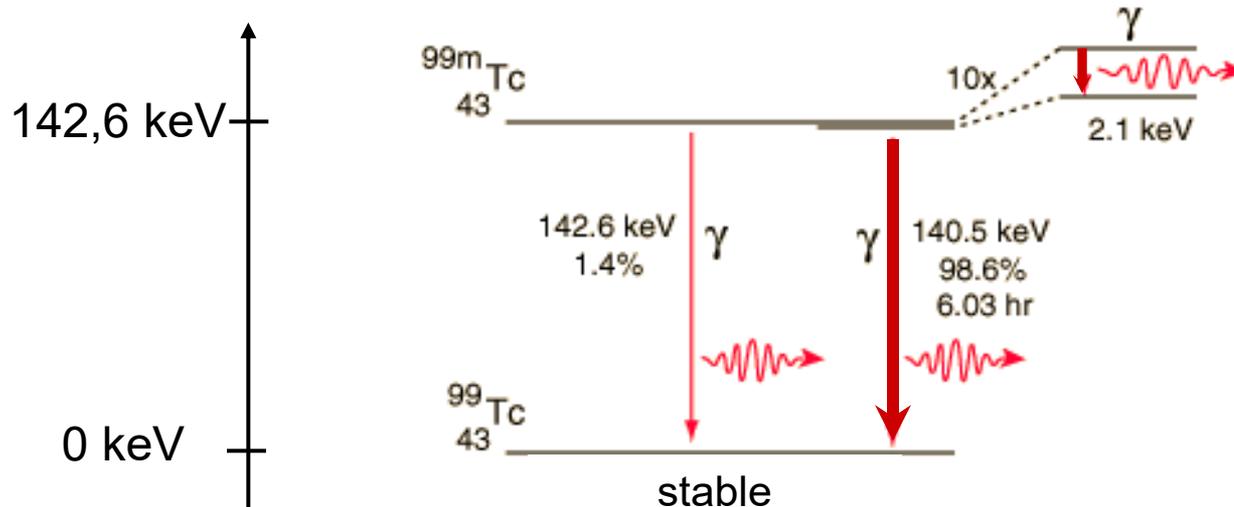
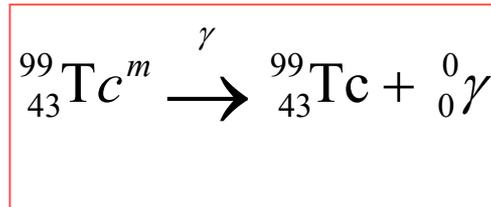
- Energie disponible :

$$E_d \approx E_\gamma = hf = \frac{hc}{\lambda} = [M({}^A_Z X^m) - M({}^A_Z X)]c^2$$

- Spectre **de raies**



- Applications : le technétium 99m



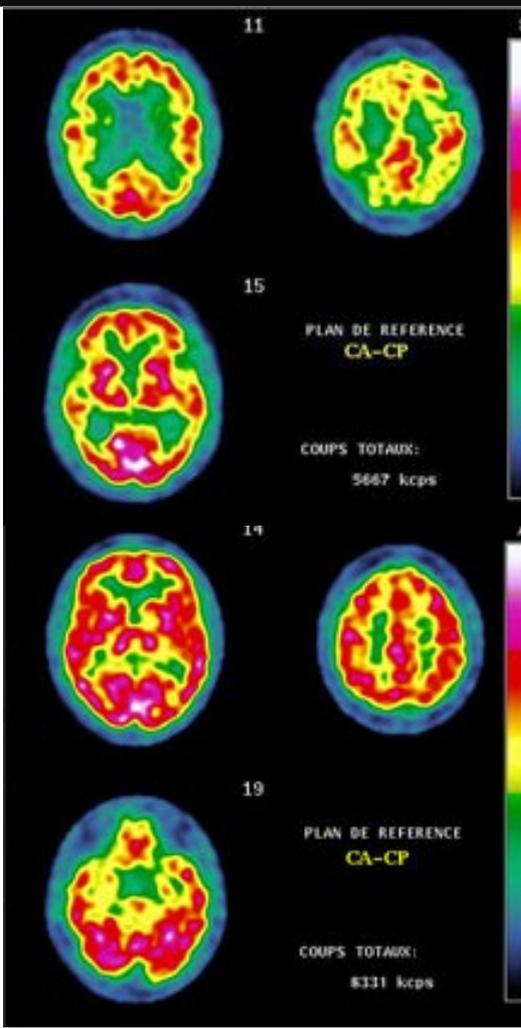
Scintigraphie
 d'émission
 mono-
 photonique :

Single
 Photon
 Emission
 Computed
 Tomography

- D'autres isotopes sont utilisés (${}_{53}^{123}\text{I}$ ou ${}_{53}^{131}\text{I}$, ${}_{36}^{81}\text{Kr}$, ${}_{49}^{111}\text{In}$, ${}_{81}^{201}\text{Tl}$...)



ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA RADIOACTIVITE GAMMA (SPECT)

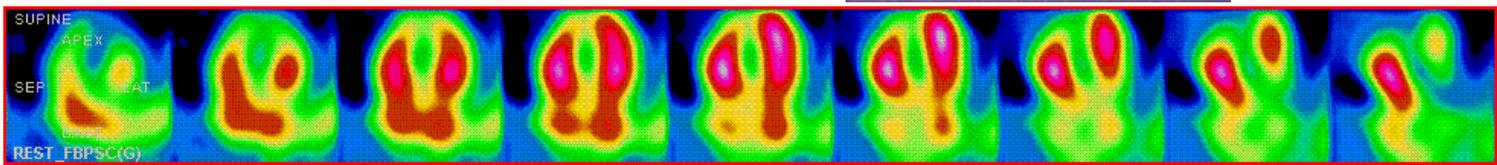
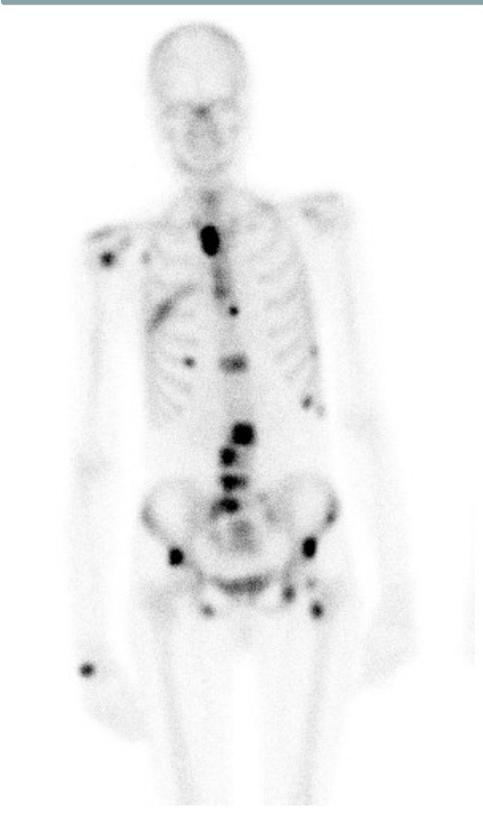
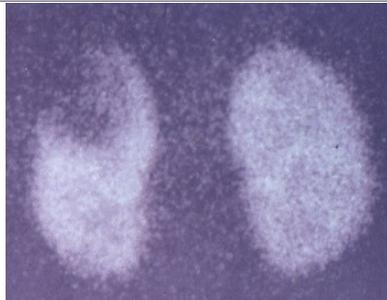
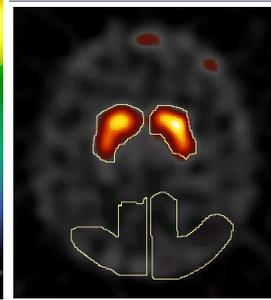


Exit Process Undo Manual Center Print Slices Splash Surfaces Splash3D Results Help 0 100

Dataset /home/vi PalRa (ECToolbox stress [64x64]x17x8

Label Contours Blur ED Cine Spin Inner Outer Both Interval 1 Rate 20 Zoom 6

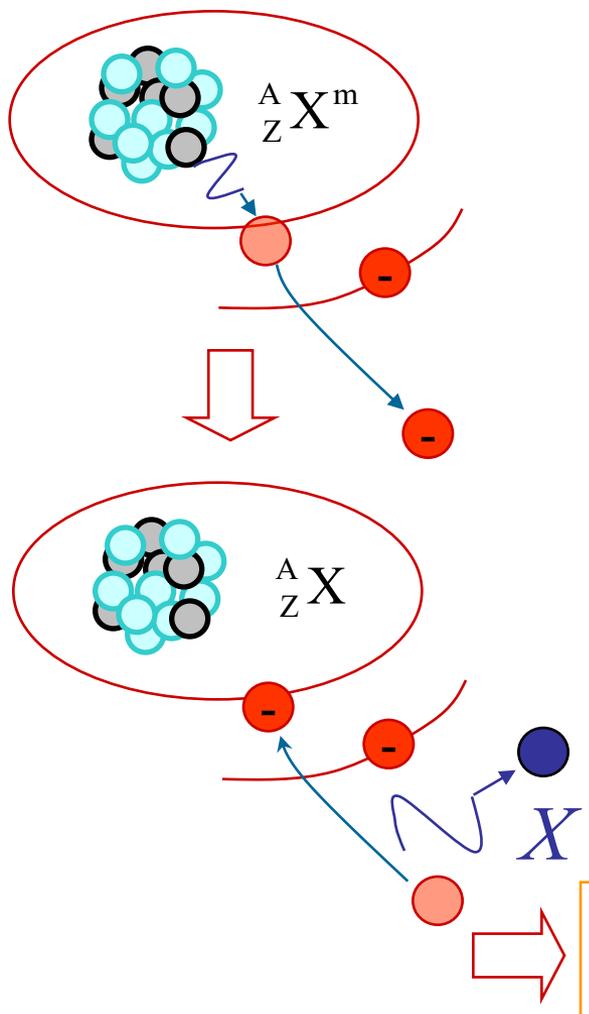
ED	ES	Perfusion (%)	Regional EF (%)																														
Motion (mm)	Thickening (%)	<table border="1"> <tr> <td>Name</td> <td>PalRa (ECToolbox Abr</td> </tr> <tr> <td>Pat ID</td> <td>376162</td> </tr> <tr> <td>Study</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Dataset</td> <td>stress</td> </tr> <tr> <td>Date</td> <td>02/20/1996 15:33:43</td> </tr> <tr> <td>Matrix</td> <td>64x64</td> </tr> <tr> <td>Slices</td> <td>17</td> </tr> <tr> <td>Intervals</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>Mm/Vox</td> <td>6.37</td> </tr> <tr> <td>Counts</td> <td>386</td> </tr> <tr> <td>Volume</td> <td>105ml [1]</td> </tr> <tr> <td>EDV</td> <td>108ml [8]</td> </tr> <tr> <td>ESV</td> <td>43ml [4]</td> </tr> <tr> <td>SV</td> <td>64ml</td> </tr> <tr> <td>EF</td> <td>60%</td> </tr> </table>		Name	PalRa (ECToolbox Abr	Pat ID	376162	Study		Dataset	stress	Date	02/20/1996 15:33:43	Matrix	64x64	Slices	17	Intervals	8	Mm/Vox	6.37	Counts	386	Volume	105ml [1]	EDV	108ml [8]	ESV	43ml [4]	SV	64ml	EF	60%
Name	PalRa (ECToolbox Abr																																
Pat ID	376162																																
Study																																	
Dataset	stress																																
Date	02/20/1996 15:33:43																																
Matrix	64x64																																
Slices	17																																
Intervals	8																																
Mm/Vox	6.37																																
Counts	386																																
Volume	105ml [1]																																
EDV	108ml [8]																																
ESV	43ml [4]																																
SV	64ml																																
EF	60%																																
<table border="1"> <tr> <th colspan="2">Volume (ml) / Interval</th> </tr> <tr> <td>1</td> <td>105</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>45</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>45</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>60</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>80</td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>100</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>105</td> </tr> </table>		Volume (ml) / Interval		1	105	2	60	3	45	4	45	5	60	6	80	7	100	8	105	<table border="1"> <tr> <td>8 [ED]</td> <td>ANT</td> <td>ANT</td> </tr> <tr> <td>BASE</td> <td>SEPT</td> <td>SEPT</td> </tr> <tr> <td>APE</td> <td>BASE</td> <td>APE</td> </tr> <tr> <td>INF</td> <td>INF</td> <td>INF</td> </tr> </table>		8 [ED]	ANT	ANT	BASE	SEPT	SEPT	APE	BASE	APE	INF	INF	INF
Volume (ml) / Interval																																	
1	105																																
2	60																																
3	45																																
4	45																																
5	60																																
6	80																																
7	100																																
8	105																																
8 [ED]	ANT	ANT																															
BASE	SEPT	SEPT																															
APE	BASE	APE																															
INF	INF	INF																															



PASS

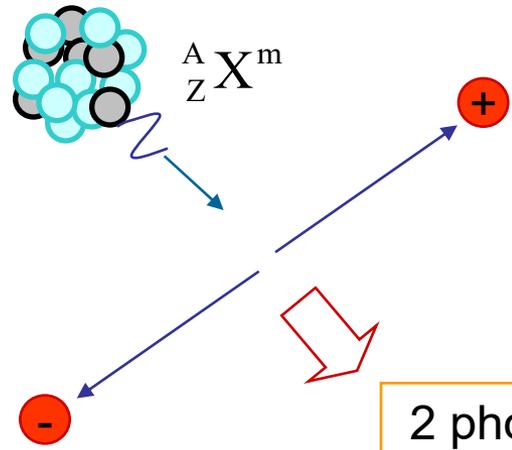


• Conversion interne



Création de paires

Si $E_d > 1,02 \text{ MeV}$



2 photons γ de 511 keV
(annihilation du e^+)
+
fluorescence X du fait
des ionisations de l' e^-
et du e^+

OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 9

Pour chaque réaction radioactive :

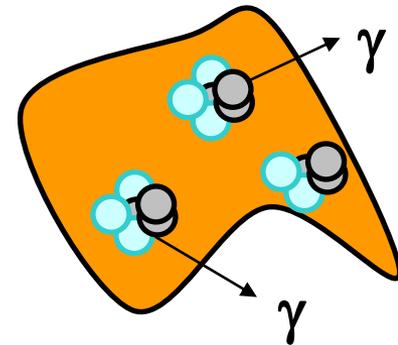
Savoir définir et caractériser

- La transformation nucléaire (équation de réaction)
- Le type (α, β, γ) et le mode ($\beta^+, \beta^-, CE, CI, CP$)
- Les conditions nécessaires à une désintégration
- Le spectre
- Les applications dans les domaines de la santé

Savoir calculer et exploiter :

- Le bilan énergétique d'une réaction (E_d)
- L'allure du spectre

- **N** = Nombre de noyaux radioactifs
 λ = proba. qu'un isotope se désintègre/sec
 $\lambda = (-dN/N)/dt$, soit en moyenne $\bar{C} = -\Delta N = \lambda.N.\Delta t$
- **$P(C_{\Delta t} = n)$** : probabilité de mesurer $n \neq \bar{C}$ photons issus de désintégrations dans un intervalle de temps Δt
- Le phénomène de désintégration est aléatoire
 - **sans mémoire** : désintégrations indépendantes
 - **stationnaire** : proba(désintégration entre t et $t+\Delta t$) ne dépend que de Δt , et pas de t .
 - **rare** $\lambda \ll 1$

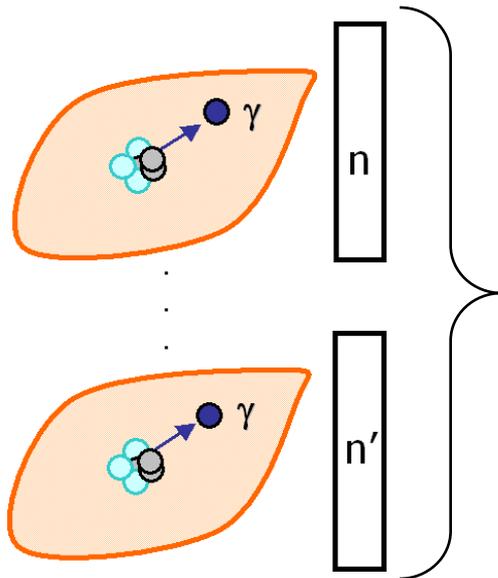


\bar{C} photons γ

- Processus **sans mémoire, stationnaire, rare**



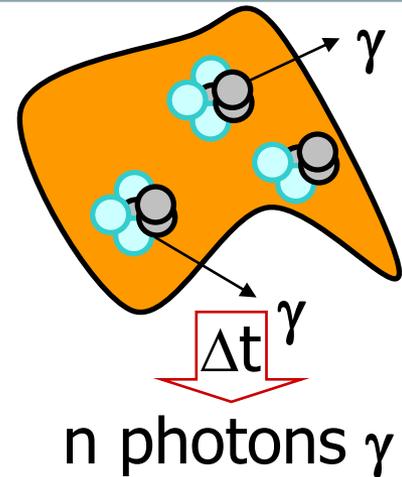
Processus **POISSONNIEN** (1711,1837)



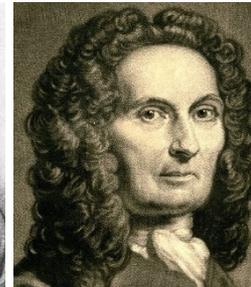
$\bar{C} = \lambda.N.\Delta t$
 comptage moyen sur un grand
 nombre d'expériences identiques

$$P(C_{\Delta t} = n) = e^{-\bar{C}} \frac{(\bar{C})^n}{n!}$$

$$P(C_{\Delta t} = n) = e^{-\lambda N \Delta t} \frac{(\lambda N \Delta t)^n}{n!}$$



S.D. POISSON
 1781-1840



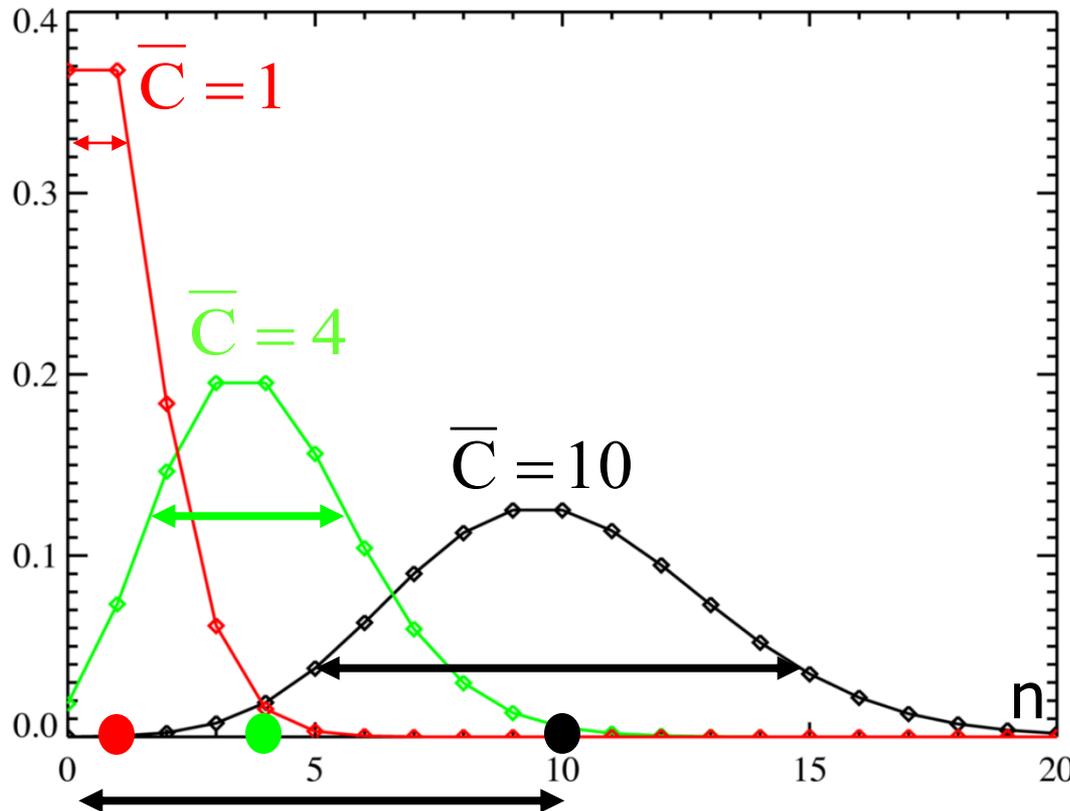
A de Moivre
 1667-1754

- Processus **sans mémoire, stationnaire, rare**



Processus **POISSONNIEN**

$P(C_{\Delta t}=n)$



Propriété essentielle
 d'une statistique de Poisson :

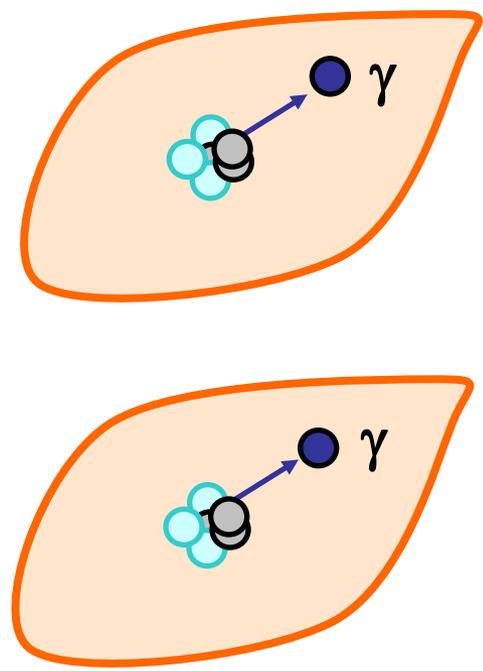
$$\bar{C} = \lambda N \Delta t = \sigma^2$$

$$\Rightarrow \frac{S}{B} = \frac{\bar{C}}{\sigma} = \frac{\bar{C}}{\sqrt{\bar{C}}}$$

$$\frac{S}{B} = \sqrt{\bar{C}}$$

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

Processus aléatoire suivant une loi de Poisson : $\sigma^2 = \bar{C}$

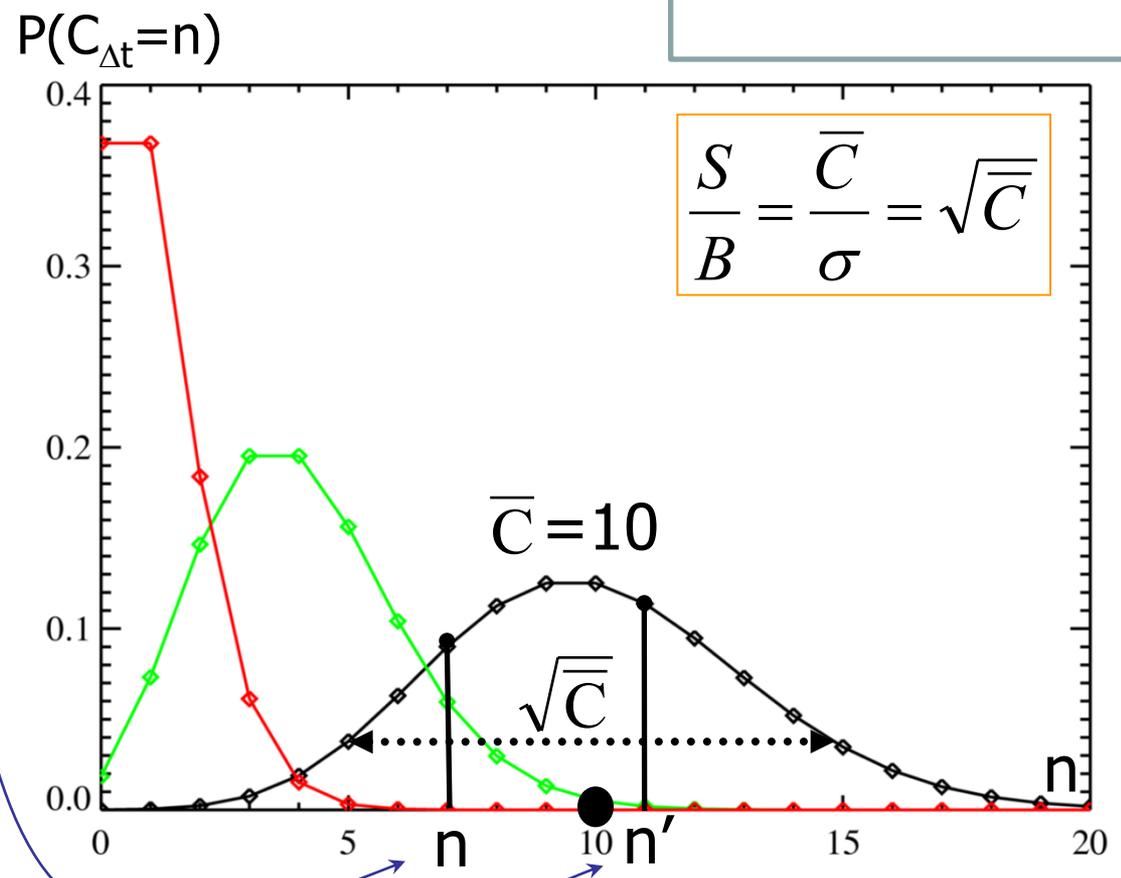


n

n'

$$C \in [\bar{C} - \sqrt{\bar{C}}, \bar{C} + \sqrt{\bar{C}}]$$

$$p = 68,3\%$$



« tirage au sort » suivant P



LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE



Le taux de comptage est 5 fois plus élevé sur l'image de gauche, donc le rapport S/B est plus de 2 fois meilleur ($\sqrt{5}=2,24$)

$$\frac{S}{B} = \sqrt{C} \text{ est multiplié par } 2,24$$

12 cm/min 60 cm/min

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

- N_0 = nombre initial de noyaux radioactifs
- $N(t)$ = nombre de noyaux non encore désintégrés à t
- λ = probabilité qu'un isotope se désintègre/sec

$$\frac{dN(t)}{N(t)} \stackrel{\text{def}}{=} -\lambda \cdot dt$$

Si $dt \rightarrow 0$, $N'(t) = \frac{N(t + dt) - N(t)}{dt} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{dN(t)}{dt}$

$$\Rightarrow dN(t) = N'(t) \cdot dt \Rightarrow \frac{dN(t)}{N(t)} = \frac{N'(t)}{N(t)} dt = [\ln N(t)]' \cdot dt \stackrel{\text{def}}{=} -\lambda \cdot dt$$

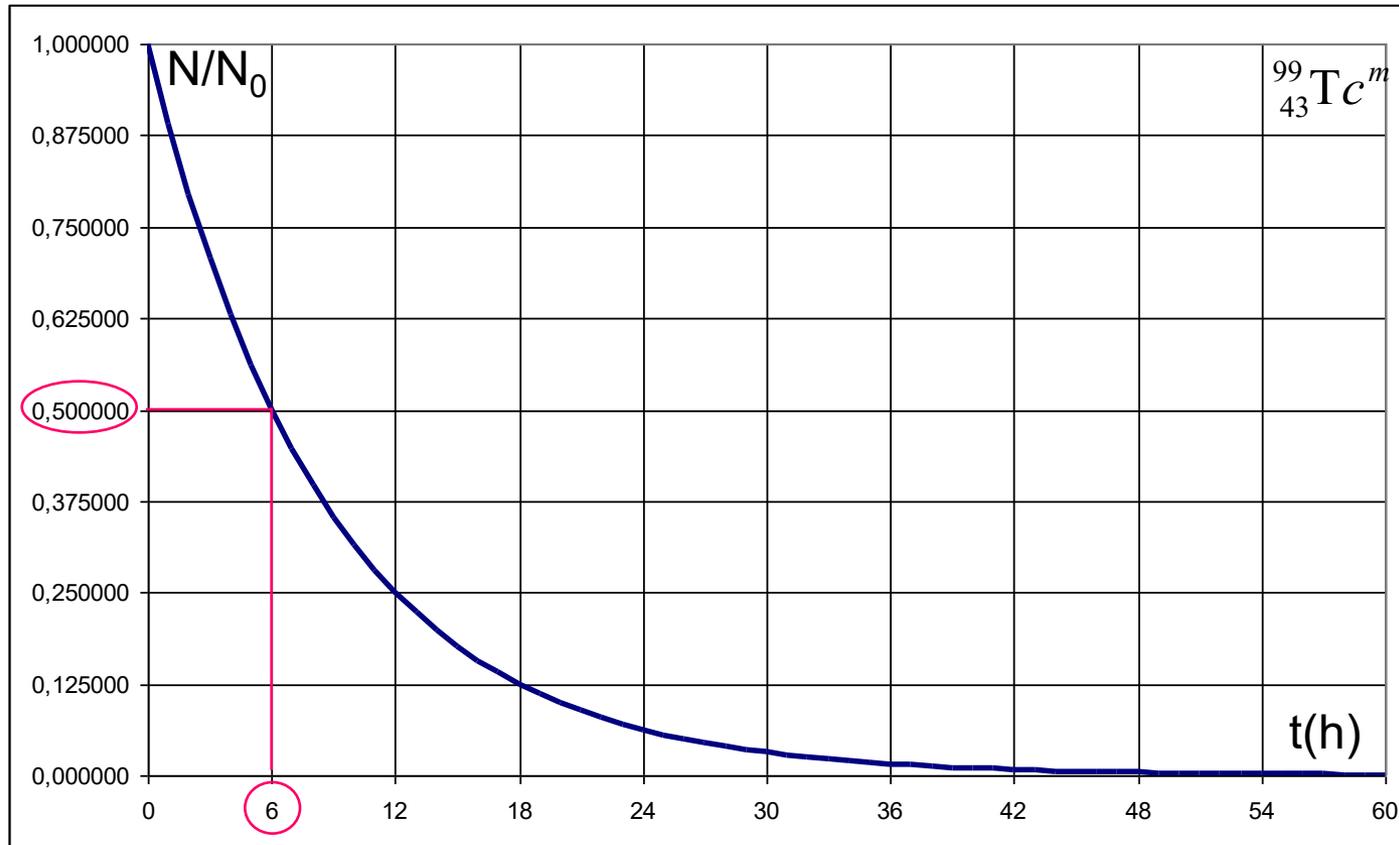
donc $[\ln N(t)]' = -\lambda$
 en intégrant : $\ln N(t) = -\lambda \cdot t + K$
 et donc $N(t) = e^{-\lambda \cdot t + K} = e^K \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

$N_0 \stackrel{\text{def}}{=} N(t = 0)$:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda \cdot t}$$



LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE



Période : durée moyenne nécessaire à la désintégration de la moitié des noyaux d'un échantillon

$$N(T) = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda \cdot T} \Rightarrow \ln 2 = \lambda \cdot T \Rightarrow T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

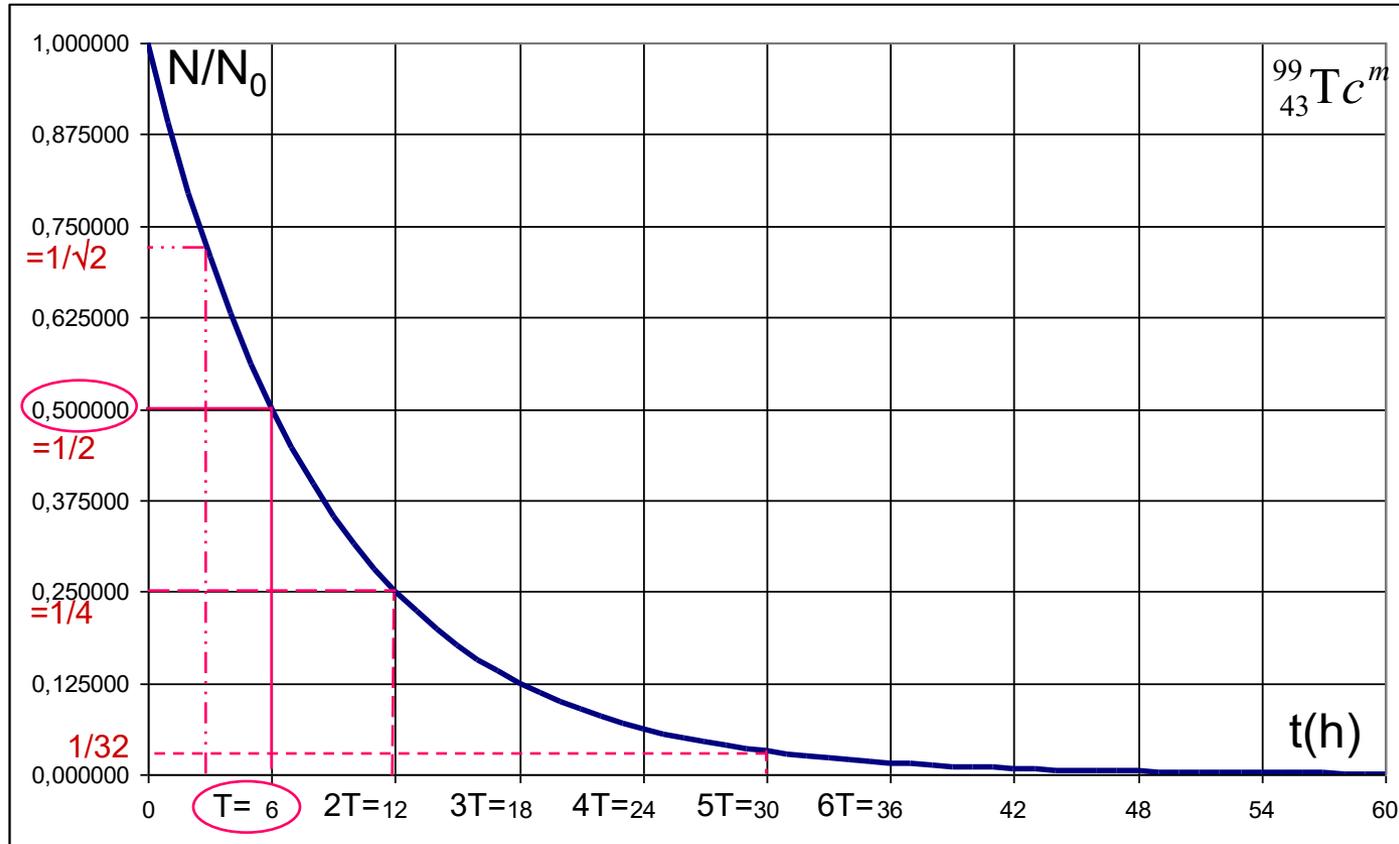
$$N(t) = N_0 e^{-\lambda \cdot t}$$

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0,69}{\lambda}$$

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} \cdot t}$$

$$N(t) = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}}$$

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE



Dix périodes sont nécessaires pour diminuer le nombre de noyaux radioactifs d'un facteur supérieur à 1000 ($2^{10}=1024$)

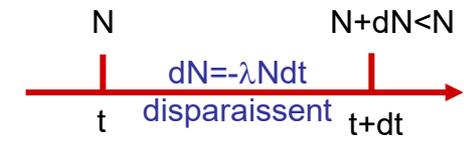
$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0,69}{\lambda}$$

$$N(t) = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}}$$

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

Vie moyenne τ d'un isotope avant désintégration:

A l'instant t , il reste $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ noyaux radioactifs parmi lesquels, en moyenne, $dN(t) = \lambda \cdot N(t) \cdot dt$ se désintégreront entre t et $t+dt$, donc auront « vécu radioactifs » t secondes.



$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_{t=0}^{\infty} t \cdot dN(t) = \frac{1}{N_0} \int_{t=0}^{\infty} t \cdot \lambda N(t) \cdot dt = \frac{1}{N_0} \int_{t=0}^{\infty} t \cdot \lambda N_0 e^{-\lambda t} dt = \lambda \int_{t=0}^{\infty} t \cdot e^{-\lambda t} dt$$

Intégration par parties : $\int d(u \cdot v) = [uv] = \int v \cdot du + u \cdot dv \Rightarrow \int u \cdot dv = [uv] - \int v \cdot du$

$$\int_{t=0}^{\infty} t \cdot e^{-\lambda t} dt = \left[-\frac{t}{\lambda} e^{-\lambda t} \right]_0^{\infty} - \int_0^{\infty} -\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \left[\frac{e^{-\lambda t}}{-\lambda} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda^2}$$

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_{t=0}^{\infty} t \cdot dN = \lambda \int_{t=0}^{\infty} t \cdot e^{-\lambda t} dt = \lambda \cdot \frac{1}{\lambda^2} \Rightarrow \tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T}{\ln 2}$$

${}^{99}_{43}\text{Tc}^m : \tau \approx 8,7 \text{ h}$



ACTIVITE

- Activité^{DEF} = nombre de désintégrations par seconde au sein d'un échantillon
- Unité SI: Becquerel (Bq) : 1 Bq = désintégration/sec.
- Autre unité: curie (Ci) : 1 mCi = 37 MBq

$$A(t) = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \left| \frac{d}{dt} N_0 e^{-\lambda t} \right| = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

- donc l'activité est proportionnelle à $N(t)$, nombre de noyaux non encore désintégrés :

$$A(t) = \lambda \cdot N(t)$$

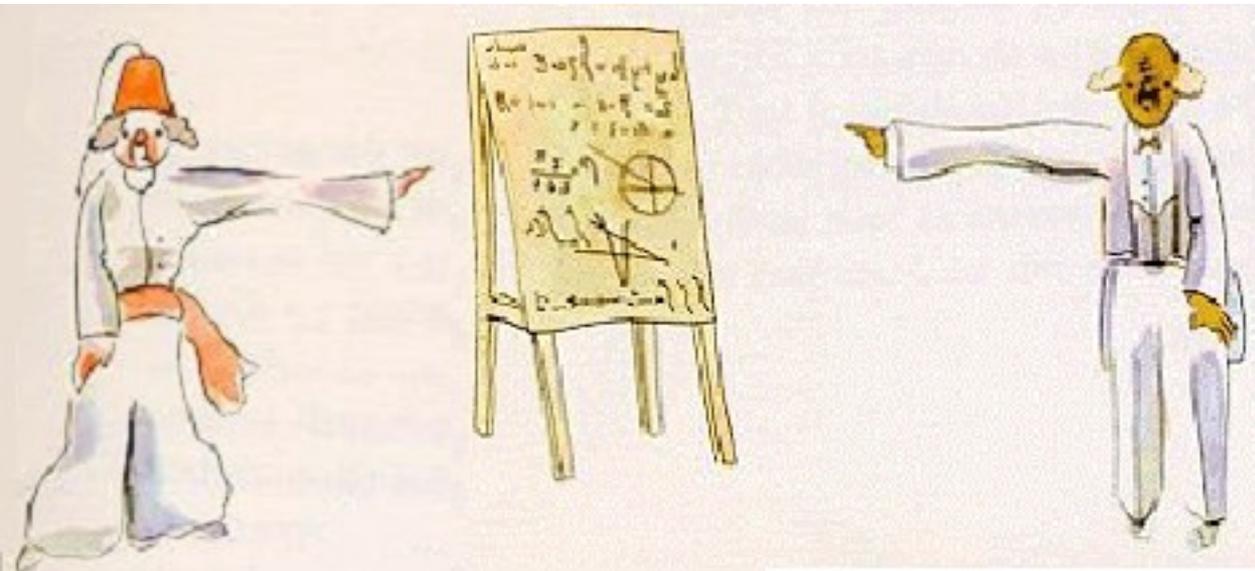
OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 10

Savoir :

- Définir une statistique de Poisson
Aléatoire, sans mémoire, stationnaire, rare
- L'associer aux désintégration radioactives
- Caractériser sa variance = moyenne
- Caractériser un équilibre séculaire

Savoir manipuler et utiliser :

- Les taux de comptages en scintigraphie ($S/B = \sqrt{N}$)
- La loi de décroissance : $N(t) = N_0 e^{-\lambda \cdot t} = N_0 \cdot 2^{-t/T}$
- Les définitions de λ , T , τ .
- L'activité en Bq : $A(t) = \lambda \cdot N(t)$



Si vous avez la curiosité d'approfondir un peu ce cours, je vous conseille un ouvrage remarquablement bien adapté à l'étude de la physique pour des professionnels de santé :

Physique pour les sciences de la vie (tome 1: la physique et ses méthodes; tome 2: la matière; tome 3: les ondes)
A. Bouyssy, M. Davier, B. Gatty. DIA Université. Belin, 1988.

<https://www.radiofrance.fr/franceculture/podcasts/serie-douze-cles-pour-la-physique>

Je vous remercie pour votre attention
et vous souhaite tout le succès que vous mériterez pour la suite de l'année

ELEMENTS DU COURS EXPLIQUES EN ED (donc au programme de l'examen PASS)

- 1 – Rappels de lycée : forces, travail, champs, énergie.
- 2 – Impédance acoustique et célérité du son.
- 3 – Exercice élémentaire de manipulation des équations de Maxwell pour caractériser le champ électromagnétique.
- 4 – Exemples de chemins optiques.
- 5 – Exercice utile de manipulation de l'équation du dioptre sphérique permettant d'étendre cette dernière à une lentille mince.

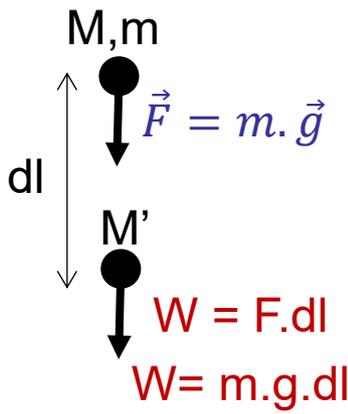
RAPPELS DE PHYSIQUE: FORCE & TRAVAIL

TRAITE EN ED

- Une force \vec{F} est ce qui fait varier la quantité de mouvement d'un mobile dans le temps: $\vec{F} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{d\vec{p}}{dt}$.

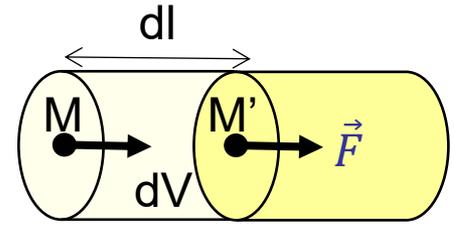
Si $v \ll c$ et m constant: $\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \cdot \frac{d(\vec{v})}{dt} = m \cdot \vec{a}$

- Le travail W est l'énergie échangée lorsque le point d'application d'une force se déplace :



$$dW \stackrel{\text{def}}{=} \vec{F} \cdot \vec{dl} = F \cdot dL \cdot \cos(\widehat{\vec{F}, \vec{dl}})$$

$$W_{L=M \rightarrow M'} = \int_M^{M'} \vec{F} \cdot \vec{dl}$$



$F = P \cdot S$
 $dW = F \cdot dl = P \cdot S \cdot dl$
 $dW = P \cdot dV$

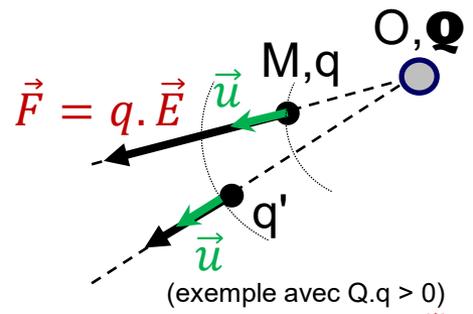
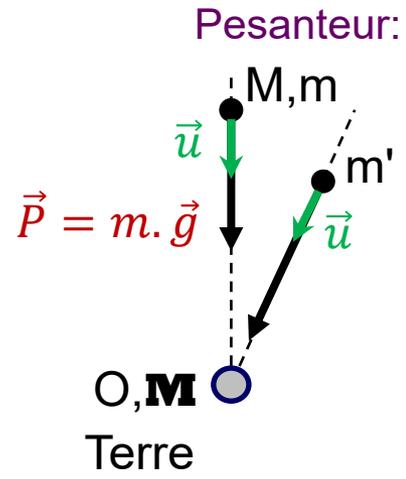


RAPPELS DE PHYSIQUE: FORCE CENTRALE

TRAITE
EN ED

- Certaines forces se décomposent en $\vec{F} := s \cdot \vec{C}$ où $s \in \mathbb{R}$ caractérise l'objet qui subit la force (s = m ou q, masse ou charge d'une particule), et $\vec{C}(x, y, z)$ est un **champ vectoriel** ($\vec{C} = \vec{g}$ ou \vec{E} pour la gravitation ou l'électrostatique).

- Une force est **centrale** si il existe un point fixe O tel qu'à tout instant, la force observée en tout point M est portée par la direction (MO)



RAPPELS DE PHYSIQUE: GRAVITE ET ELECTROSTATIQUE

TRAITE EN ED

- Les forces de gravité et électrostatique sont des cas particuliers de forces centrales créés par un champ vectoriel où :

$$\vec{C} = K \cdot \frac{\vec{u}}{r^2} \quad \text{avec} \quad \vec{u} = \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|} \quad \text{et} \quad \vec{r} = \pm \overrightarrow{M0}$$

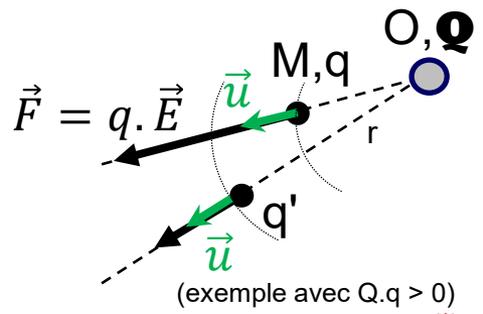
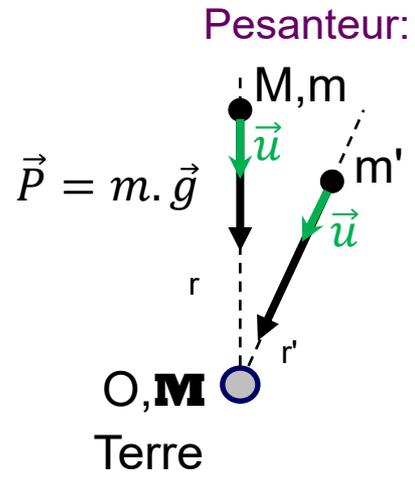
$$\vec{F} = s \cdot K \cdot \frac{\vec{u}}{r^2}$$

s = masse ou charge électrique du mobile M.

K > 0 dépend de la source du champ et du milieu:

Gravitation: $K = \mathcal{G} \cdot \mathbf{M}$ ($\mathcal{G} = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$)

Electrostatique: $K = \frac{\mathcal{F}}{\epsilon_r} \cdot \mathbf{Q}$ ($\mathcal{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$)



RAPPELS DE PHYSIQUE: Potentiel, Energie potentielle d'un champ central en 1/r²

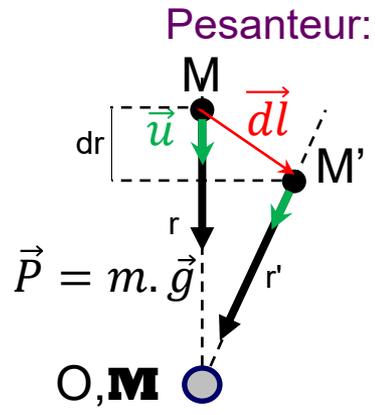
TRAITE EN ED

- Gravitation/Electrostatique: $\vec{F} := s \cdot K \cdot \frac{\vec{u}}{r^2}$:

$$W_{M \rightarrow M'} = \int_M^{M'} \vec{F} \cdot d\vec{l} = K \cdot s \cdot \int_M^{M'} \frac{\vec{u} \cdot d\vec{l}}{r^2} = K \cdot s \cdot \int_M^{M'} \frac{dr}{r^2} = K \cdot s \cdot \left[-\frac{1}{r} \right]_r^{r'} = K \cdot s \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) = E_P(M) - E_P(M')$$

W independant du chemin suivi entre M et M'.

Force conservative (pour l'energie: $E_c + E_p = cste$)



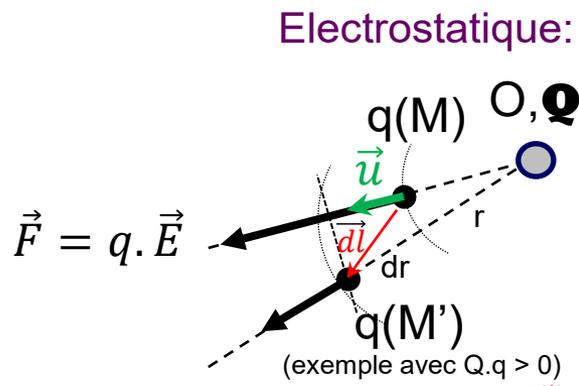
Force electrostatique ou de gravitation :

Force centrale: $\vec{F} := s \cdot \vec{C}$ avec $\vec{C} := K \cdot \frac{\vec{u}}{r^2}$

$E_P = s \frac{K}{r} := s \cdot V$ avec $V := \frac{K}{r}$

Electrostatique: $s = q$ $K = \frac{F}{\epsilon_r} \cdot Q$

Gravitation: $s = m$ $K = G \cdot M$

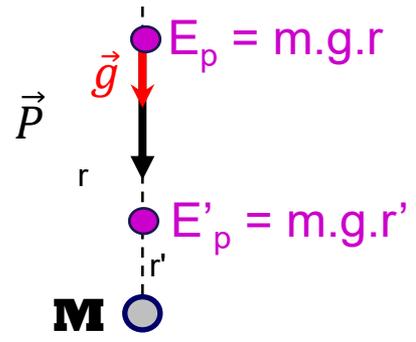


RAPPELS DE PHYSIQUE: SYNTHESE

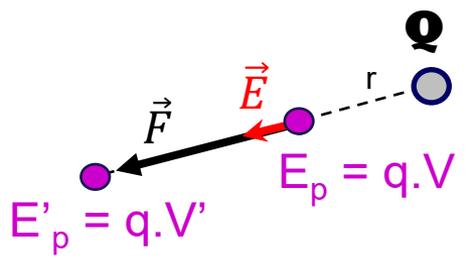
TRAITE
EN ED
(SYNTHESE)

	PESANTEUR	ELECTROSTATIQUE
Source	Masse de la terre M	Charge Q
s	Masse de la particule m	Charge de la particule q
$\vec{C} = K \cdot \frac{\vec{u}}{r^2}$	$\vec{g} = (G \cdot M) \cdot \frac{\vec{u}}{r^2}$	$\vec{E} = \left(\frac{\mathcal{F}}{\epsilon_r} \cdot Q \right) \cdot \frac{\vec{u}}{r^2}$
$V = K/r$	$G \cdot M \cdot \frac{1}{r} = g \cdot r$	$\frac{\mathcal{F}}{\epsilon_r} \cdot Q \cdot \frac{1}{r} = E \cdot r$
$E_p = s \cdot V$	$m \cdot G \cdot M \cdot \frac{1}{r} = m \cdot g \cdot r = m \cdot V$	$q \cdot \frac{\mathcal{F}}{\epsilon_r} \cdot Q \cdot \frac{1}{r} = q \cdot E \cdot r = q \cdot V$
$\vec{F} = s \cdot \vec{C}$	$\vec{P} = m \cdot \vec{g} = G \cdot M \cdot m \cdot \frac{\vec{u}}{r^2}$	$\vec{F} = q \cdot \vec{E} = \frac{\mathcal{F}}{\epsilon_r} \cdot Q \cdot q \cdot \frac{\vec{u}}{r^2}$
Constantes	$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$	$\mathcal{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

Pesanteur:



Electrostatique:



(Exemple avec Q et q positifs)

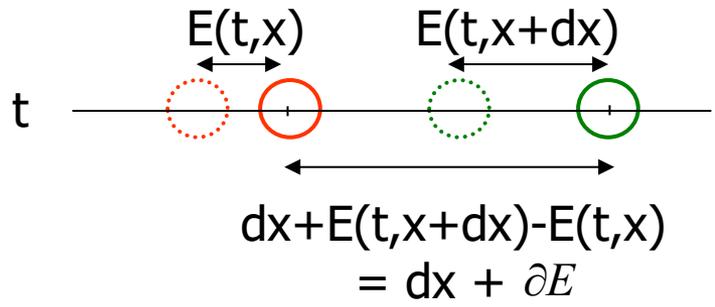
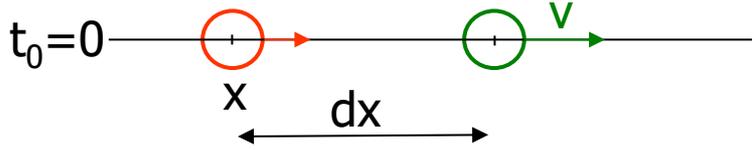
Remarque : $-\frac{d}{dr}(E_p) = -\frac{d}{dr}\left(\frac{K \cdot s}{r}\right) = -K \cdot s \cdot \frac{d}{dr}\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{K \cdot s}{r^2} = F$

Une force centrale en $1/r^2$ « dérive de l'énergie potentielle »



SON = ONDE DE PRESSION

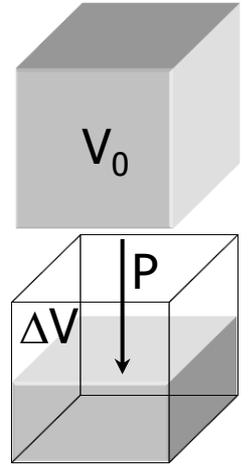
TRAITE EN ED



Compressibilité

$$\chi = -\frac{1}{P} \frac{\Delta V}{V_0}$$

en Pa⁻¹, exprimant la diminution relative de distance (ou de volume) par Pascal de surpression apporté



$$\left. \begin{aligned}
 P &= -\frac{1}{\chi} \frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{1}{\chi} \frac{\partial}{\partial x} \left[A \cdot \sin \left(\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c} \right) \right) \right] = \frac{A \cdot \omega}{\chi \cdot c} \cdot \cos \left(\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c} \right) \right) \\
 v &= \frac{\partial}{\partial t} \left[A \cdot \sin \left(\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c} \right) \right) \right] = A \cdot \omega \cdot \cos \left(\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c} \right) \right) \text{ vitesse de vibration}
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P = \frac{1}{\chi \cdot c} \cdot v = Z \cdot v$$

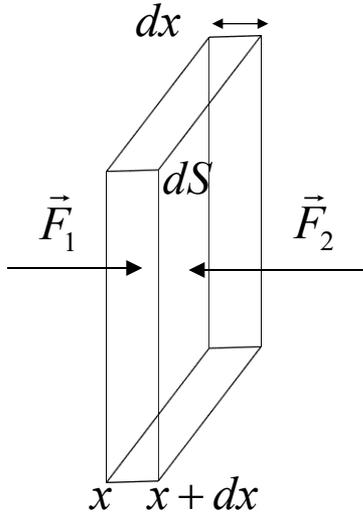
Z = L'impédance acoustique du milieu (kg.m⁻²s⁻¹)
 La pression est une OPS déphasée (de 90°) par rapport à la position E



IMPEDANCE ET CELERITE

TRAITE
EN ED

On applique la relation fondamentale de la dynamique à une tranche de milieu de propagation de masse volumique ρ , de surface dS et d'épaisseur dx .



$$m \cdot \frac{dv}{dt} = F_1 - F_2 = [P(x) - P(x + dx)] \cdot dS = -\frac{\partial P}{\partial x} \cdot dx \cdot dS$$

$$P = Z \cdot v = Z \cdot A \cdot \omega \cdot \cos\left(\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{Z \cdot A \cdot \omega^2}{c} \sin\left(\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

$$\Rightarrow m \cdot \frac{dv}{dt} = -\frac{Z A \omega^2}{c} \sin\left(\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \cdot dx \cdot dS$$

$$\text{mais } v = A \cdot \omega \cdot \cos\left(\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial t} = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin\left(\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right), \text{ donc}$$

$$m = \rho \cdot dS \cdot dx = \frac{Z}{c} dx \cdot dS \Rightarrow \boxed{Z = \rho \cdot c}$$

Conséquence: $Z = \rho \cdot c = \frac{1}{\chi \cdot c} \Rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{\chi \cdot \rho}}$



Loi de Laplace
1749-1827

pour de l'air à 20°C et 1 atm: $\rho = 1,204 \text{ kg/m}^3$ et $\chi = 7,04 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}^{-1}$

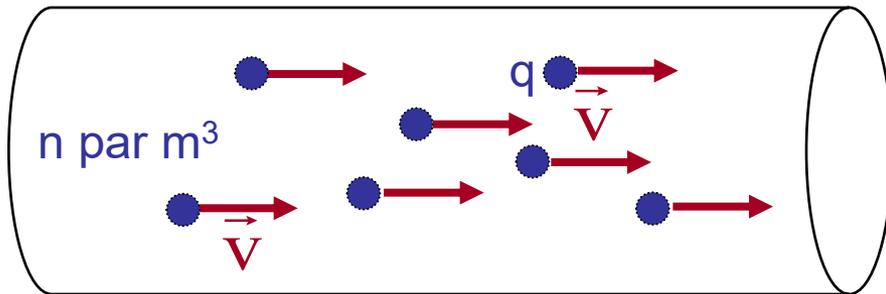
$$\Rightarrow c = 1/\sqrt{\chi \cdot \rho} = 343 \text{ m/s} \text{ et } Z = \rho \cdot c = 413 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$$

DENSITES DE CHARGES ET DE COURANTS

Soient n particules par unité de volume, de charge q et de vitesse v . On définit :

TRAITE
EN ED

- la densité de charge $\rho = n \cdot q$ en $C \cdot m^{-3}$
- la densité de courant $j = n \cdot q \cdot v = \rho \cdot v$ en $A \cdot m^{-2}$



Le principe de conservation de la charge donne un lien entre ces deux densités :

$$\vec{j} = j \cdot \vec{e}_x \Rightarrow \frac{\partial j}{\partial x} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

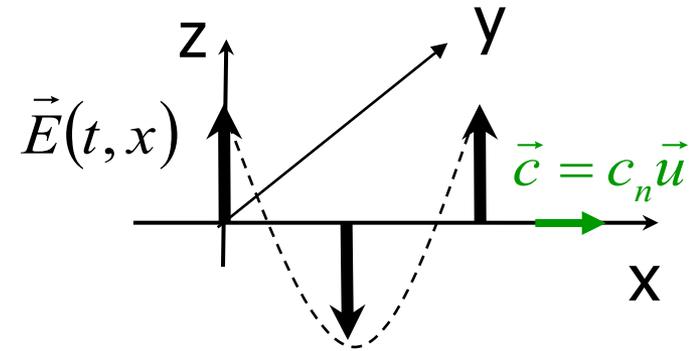
LES EQUATIONS DE MAXWELL DANS LE VIDE

APPLICATION :

TRAITE
EN ED

- Soit une onde électrique

$$\vec{E}(t, x) = (0, 0, E_0 \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right])$$



- 1° relation de couplage de Maxwell :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \end{pmatrix} = -\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{\partial E_z}{\partial x} \\ 0 \end{pmatrix} = -\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} \Rightarrow B_x = B_z = 0 \text{ et } \frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial B_y}{\partial t}$$

seul B_y est non nul

LES EQUATIONS DE MAXWELL DANS LE VIDE

TRAITE
EN ED

$$\vec{E}(t, x) = \left(0, 0, E_0 \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right] \right)$$

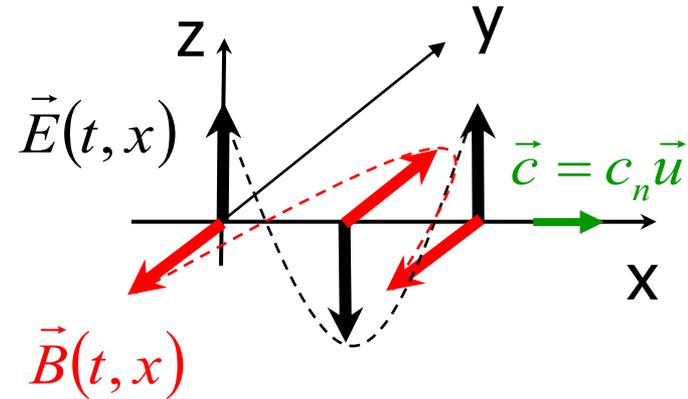
Maxwell $\Rightarrow B_x = B_z = 0$ et

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\frac{1}{c_n} \omega E_0 \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right]$$

$$\Rightarrow B_y = -\frac{1}{c_n} E_0 \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right]$$

$$\vec{B}(t, x) = \left(0, -B_0 \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right], 0 \right)$$

avec $B_0 = \frac{1}{c_n} E_0$



Généralisation : $\vec{B} = \frac{1}{c_n} \vec{u} \wedge \vec{E}$

CELERITE DE LA LUMIERE

Dans notre cas particulier

$$\begin{cases} \vec{E}(t, x) = (0, 0, E_0 \sin[\omega(t - \frac{x}{c_n})]) \\ \vec{B}(t, x) = (0, -\frac{E_0}{c_n} \sin[\omega(t - \frac{x}{c_n})], 0) \end{cases}$$

4° équation de Maxwell (en l'absence de courant):

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \\ \frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \end{pmatrix} = \varepsilon\mu \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} \end{pmatrix} = \varepsilon\mu \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_z \end{pmatrix} \Rightarrow \frac{\partial B_y}{\partial x} = \varepsilon\mu \frac{\partial E_z}{\partial t}$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial x} = \varepsilon\mu \frac{\partial E_z}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{E_0}{c_n} \sin[\omega(t - \frac{x}{c_n})] \right) = \varepsilon\mu \frac{\partial}{\partial t} \left(E_0 \sin[\omega(t - \frac{x}{c_n})] \right) \Rightarrow \left(\frac{\omega}{c_n} \right) \cdot \left(\frac{E_0}{c_n} \right) = \varepsilon\mu \cdot \omega \cdot E_0$$

$$c_n = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

UN EXEMPLE DE CHEMIN OPTIQUE MAXIMAL

TRAITE
EN ED

On place dans le vide ($n=1$) un miroir sphérique de rayon 1 centré à l'origine d'un repère (O,X,Y,Z) . Un rayon issu de A se réfléchit en B sous un angle d'incidence et de réflexion de 45° et atteint le point C. Le chemin optique effectivement suivi entre A et C vaut $L(ABC)=2.\sqrt{2}$.

Calculons la longueur d'un autre chemin optique $L(AMC)$.
Notons $x \in [0,2]$ la distance entre A et la projection M' de M sur le diamètre $[A,C]$.

Les triangles AMM' , $M'MC$ et AMC sont rectangles

$$AM^2 = MM'^2 + x^2$$

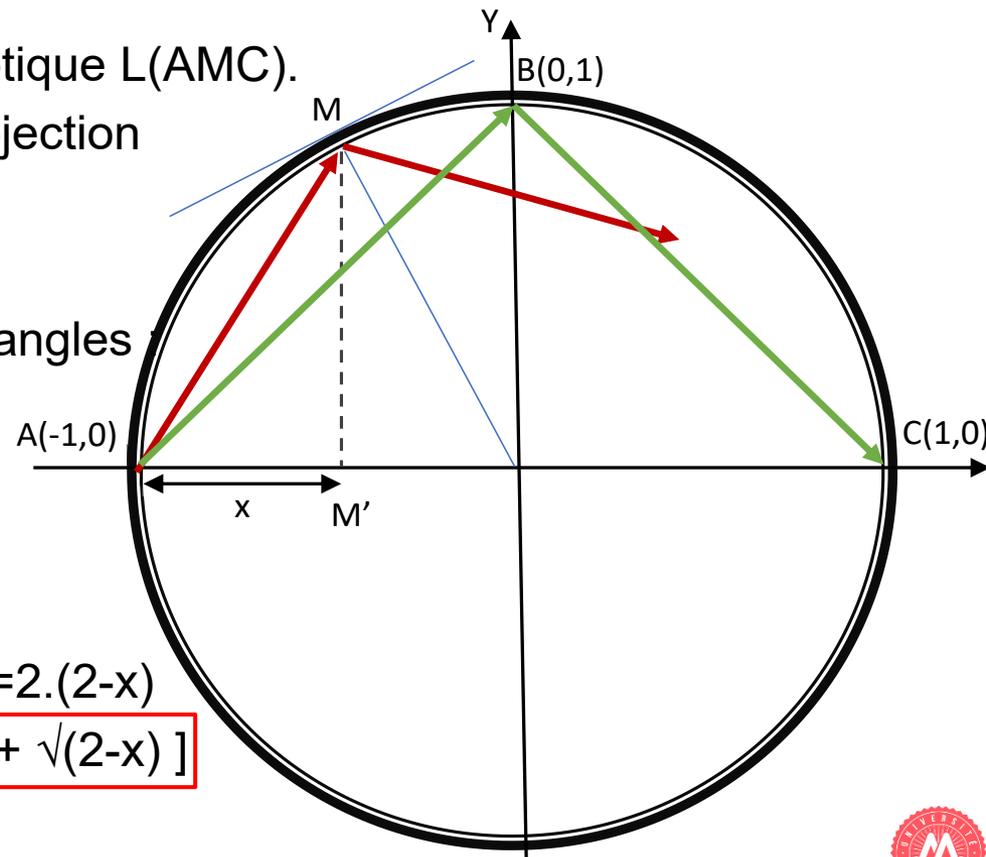
$$MC^2 = MM'^2 + M'C^2 = MM'^2 + (2-x)^2$$

$$AM^2 + MC^2 = AC^2 = 4$$

$$\text{Donc } 2 MM'^2 + x^2 + (2-x)^2 = 4 \Rightarrow MM'^2 = x.(2-x)$$

$$\text{et } AM^2 = MM'^2 + x^2 = 2.x \text{ et } MC^2 = MM'^2 + (2-x)^2 = 2.(2-x)$$

$$\text{Soit } L(AMC) = \sqrt{2.x} + \sqrt{2.(2-x)} = \sqrt{2}.[\sqrt{x} + \sqrt{2-x}]$$



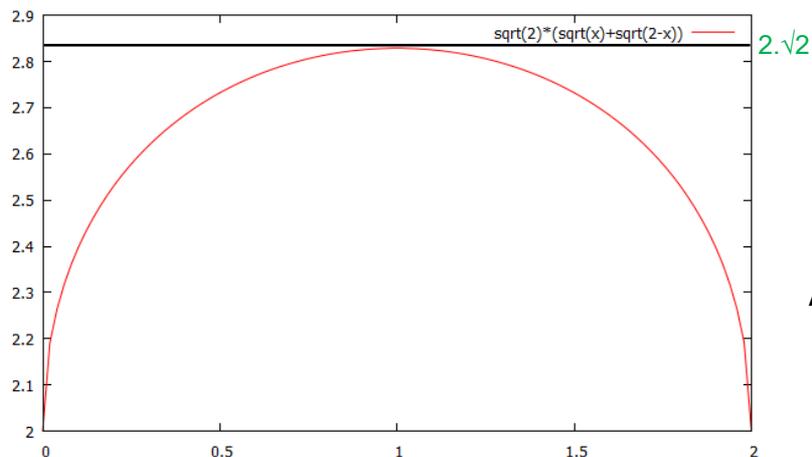
UN EXEMPLE DE CHEMIN OPTIQUE MAXIMAL

TRAITE
EN ED

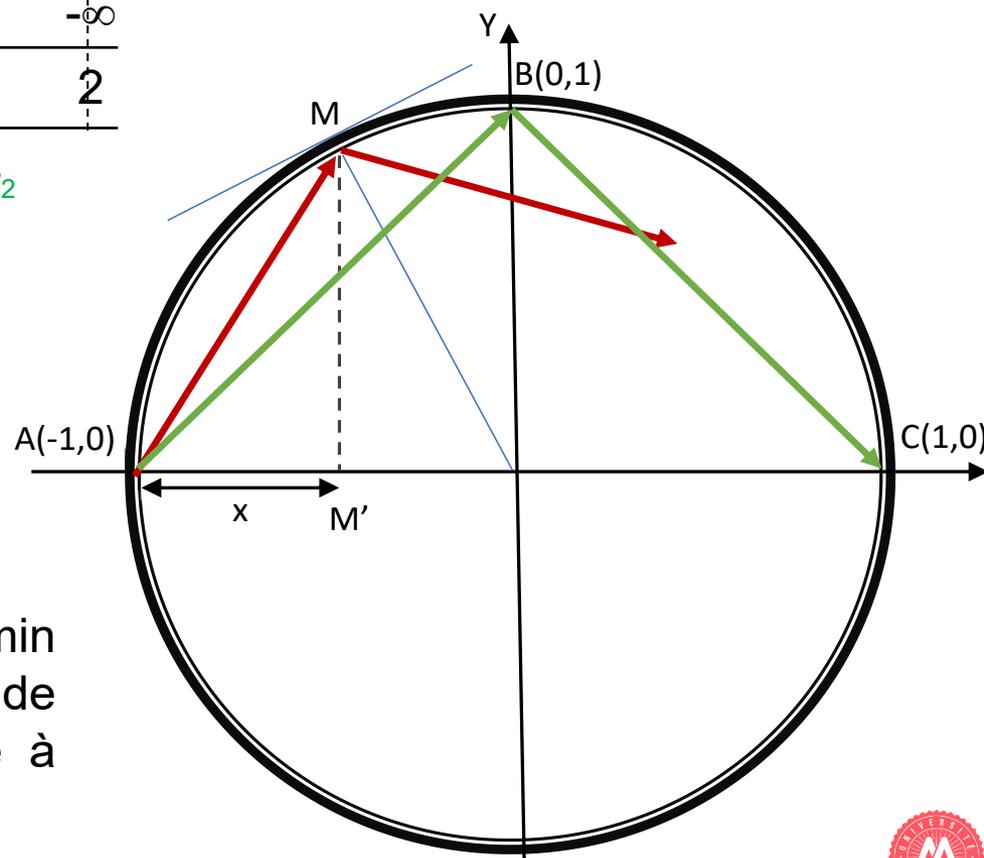
Etudions la fonction $L(x) = \sqrt{2} \cdot [\sqrt{x} + \sqrt{2-x}]$ pour $x \in [0, 2]$.

Sa dérivée est $L'(x) = \sqrt{2} \cdot [1/(2\sqrt{x}) - 1/(2\sqrt{2-x})]$:

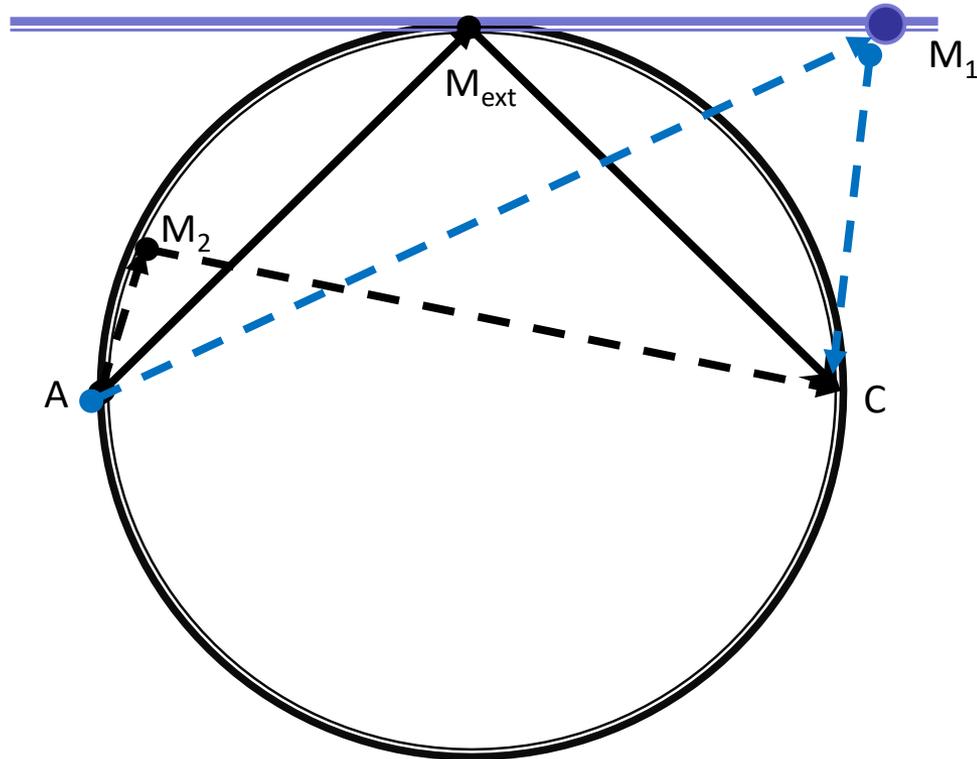
x	0		1		2
L'(x)	$+\infty$	+	0	-	$-\infty$
L(x)	2	\nearrow	$2\sqrt{2}$	\searrow	2



Avec un tel miroir sphérique, le chemin optique effectivement suivi est donc de longueur $L(ABC)$ maximale, supérieure à tout autre chemin $L(AMC)$.



UN EXEMPLE DE CHEMIN OPTIQUE MAXIMAL ET MINIMAL



TRAITE
EN ED

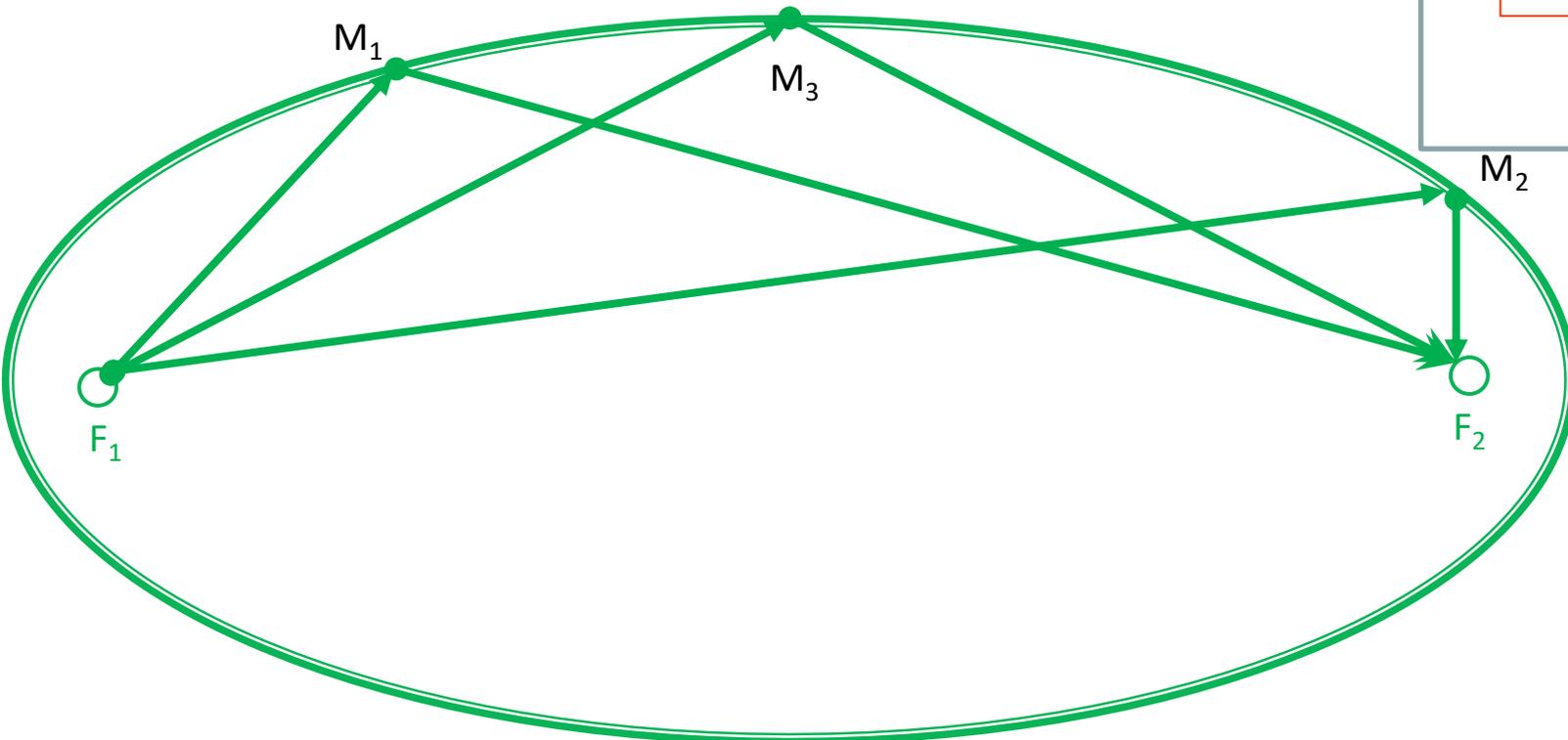
Pour (A,C) un diamètre, pour tout point M_2 du miroir sphérique $L(AM_2C) < L(AM_{ext}C)$

Pour tout point M_1 du miroir plan $L(AM_1C) > L(AM_{ext}C)$

L'unique chemin optique suivi entre A et C est un maximum dans le cas du miroir sphérique et un minimum pour le miroir plan, dans tous les cas un extremum où $\delta L=0$

UN EXEMPLE DE CHEMIN OPTIQUE CONSTANT ENTRE LES 2 FoyERS D'UNE ELLIPSE

TRAITE
EN ED



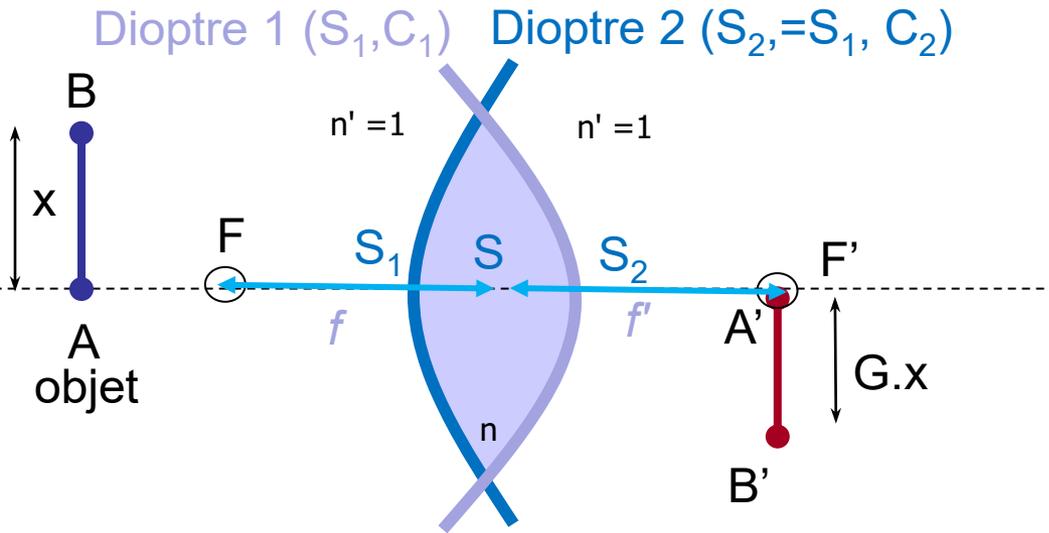
Pour tous points M_1 et M_2 d'une ellipse de foyers F_1 et F_2 ,

$$L(F_1 M_1 F_2) = L(F_1 M_2 F_2).$$

Le chemin optique suivi entre ces deux foyers et tout point du miroir elliptique est constant ($\delta L = 0$): Tous les points de réflexion sur l'ellipse sont possibles, et tous les rayons lumineux associés.

5 FORMULE DE CONJUGAISON ET GRANDISSEMENT D'UNE LENTILLE MINCE ($S_1=S_2=S$)

TRAITE
EN ED



Le grandissement est défini par:

$$G = \frac{A'B'}{AB} = \frac{SA'}{SA}$$

$$\Pi_1 = \frac{n-1}{SC_1} = \frac{n}{SA''} - \frac{1}{SA} \quad \text{et} \quad \Pi_2 = \frac{1-n}{SC_2} = \frac{1}{SA'} - \frac{n}{SA''}$$

en notant A'' l'image de A par le 1^o dioptre

$$\Pi = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{SC_1} - \frac{1}{SC_2} \right) = \frac{1}{SA'} - \frac{1}{SA} = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}$$

est donc la formule de conjugaison d'une lentille mince avec

$$f' = SF' = -f = -SF$$

$$\text{donc: } \frac{1}{SA'} - \frac{1}{SA} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{SA}{SA'} = \frac{1}{G} = \frac{SA}{f'} + 1 = \frac{SA + SF'}{f'} = \frac{SA - SF}{f'} = \frac{FA}{f'}$$

soit:

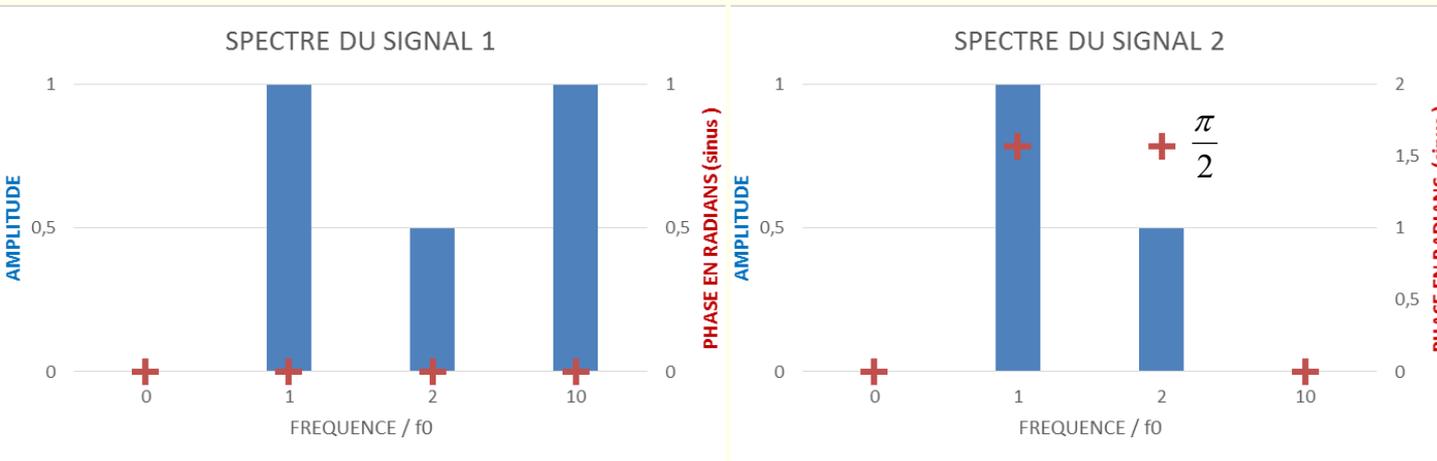
$$G = \frac{1}{FA} \cdot f'$$



QCM TYPES

PASS

EXERCICE D'APPLICATION



Connaissance
Réflexion
Les deux

- A. Le point (0,0) est centre de symétrie du graphe du signal 1 (signal impair) .

$$s1(t) = \sin(t) + \frac{1}{2} \sin(2.t) + \sin(10.t)$$

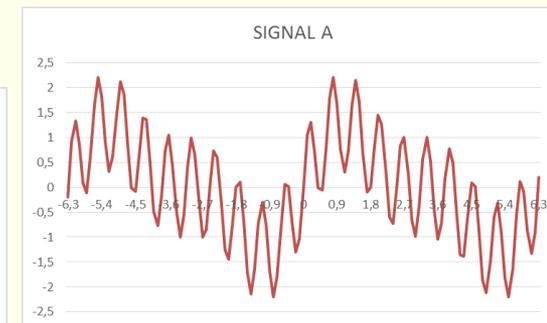
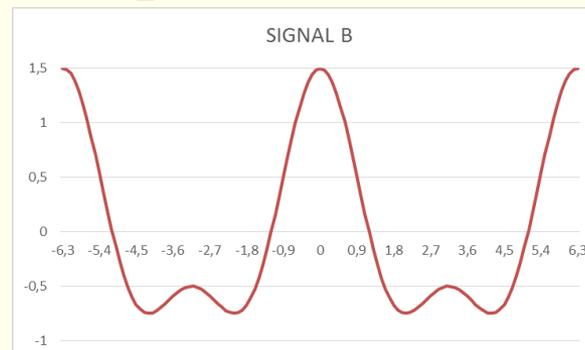
- B. L'axe des ordonnées est axe de symétrie du graphe du signal 2 (signal pair).

$$s2(t) = \sin\left(t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2} \sin\left(2.t + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(t) + \frac{1}{2} \cos(2.t)$$

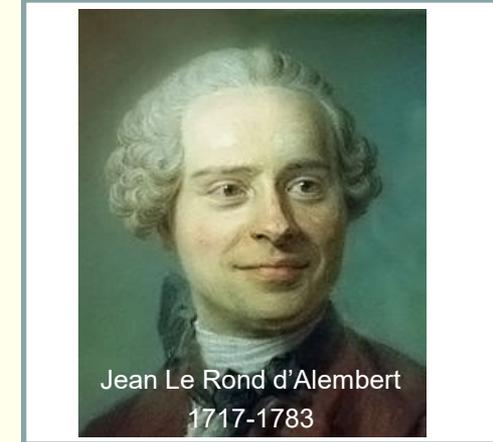
- C. Le signal A peut correspondre au spectre 1.

- D. Le signal 2 est le signal 1

PASS avancé de 1,57 secondes.



EQUATION DE D'ALEMBERT



Montrez que la connaissance de la fonction $g(t,x)$ caractéristique d'une onde progressive périodique quelconque permet d'en déduire la célérité de cette onde.

Il suffit de le démontrer sur l'une des composantes harmoniques de l'OP qui s'écrit en toute généralité : $g(t, x) = A \sin \left[\omega \left(t \pm \frac{x}{c} \right) \right]$

On calcule la **dérivée partielle** $\frac{\partial g(t, x)}{\partial x}$ d'une fonction $g(t,x)$ suivant la variable x est la dérivée de g par rapport à x calculée en supposant constante l'autre variable t .

La **dérivée partielle seconde** est notée : $\frac{\partial^2 g(t, x)}{\partial x^2}$

$$g(t, x) = A \sin \left[\omega \left(t \pm \frac{x}{c} \right) \right] \Rightarrow \frac{\partial g}{\partial x} = \pm \left(\frac{\omega}{c} \right) \cdot A \cos \left[\omega \left(t \pm \frac{x}{c} \right) \right] \text{ et } \frac{\partial g}{\partial t} = \omega \cdot A \cos \left[\omega \left(t \pm \frac{x}{c} \right) \right]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial^2 g(t, x)}{\partial x^2} = - \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \cdot g(t, x) \\ \frac{\partial^2 g(t, x)}{\partial t^2} = - \omega^2 \cdot g(t, x) \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 g(t, x)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 g(t, x)}{\partial t^2}}$$

Equation de d'Alembert caractéristique d'une onde progressive, permet de calculer c à partir d'une modélisation de l'onde

Connaissance

Réflexion

Les deux



CONCOURS PACES 2011

Dans un milieu de propagation homogène, on considère une onde électromagnétique plane caractérisée par le champ électrique $(E_x, E_y, E_z) = (0, 0, 100.\sin[628.(t-0,5.10^{-8}.y)])$ dans le repère orthonormé direct (O,x,y,z) .

Connaissance

Réflexion

Les deux

A. Le champ électromagnétique se déplace le long de la direction y.

$$E_z(t, y) = E_0 \sin\left[\omega.\left(t - \frac{y}{c_n}\right)\right]$$

B. Le champ électromagnétique est une radiation de fréquence 100 Hz.

$$\omega = 628 = 2\pi f \Rightarrow f = 100 \text{ Hz}$$

C. Le champ électrique est polarisé rectilignement suivant la direction y.

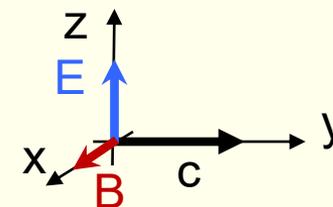
Non, suivant z

D. Les composantes en y et z du champ magnétique sont nulles à tout instant.

$$\vec{B} = (1/c_n).\vec{u} \wedge \vec{E} \Rightarrow B_x(t, y) = B_0 \sin\left[\omega.\left(t - \frac{y}{c_n}\right)\right]$$

E. L'indice de réfraction du milieu de propagation est 1,5.

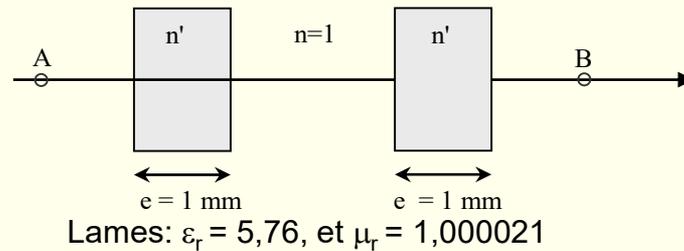
$$\frac{\omega}{c_n} = \frac{2\pi f}{c_n} = 628.0,5.10^{-8} = \frac{628}{2.10^8} = \frac{2\pi.100}{2.10^8} \Rightarrow n = \frac{c}{c_n} = \frac{3.10^8}{2.10^8} = 1,5$$



CONCOURS PACES 2013

Comprendre que L est un « équivalent de distance dans le vide », au sens où :

$$L = n.(AB) = \frac{c}{c_n} . (AB) \Rightarrow t = \frac{(AB)}{c_n} = \frac{L}{c}$$



A. L'indice de réfraction des lames est $n' = 2,4$

B. La célérité du rayonnement laser dans les lames est de 2.10^8 m/s

C. La variation de chemin optique induite par l'introduction des deux lames est de 4,8 mm

D. Après introduction des deux lames, la lumière arrive en B avec 9.10^{-12} s de retard

E. La variation de phase induite par l'introduction des deux lames est inversement proportionnelle à λ .

$$n' = \frac{c}{c_n} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} = \sqrt{5,76 \cdot 1,000021} = 2,40$$

$$c_n = \frac{c}{n'} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,4} = 1,25 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$\Delta L = 2 \cdot (n' - 1) \cdot e = 2,8 \text{ mm}$$

$$\frac{2,8 \cdot 10^{-3}}{c} = 9,3 \cdot 10^{-12} \text{ s}$$

$$\Delta \varphi = \frac{\omega}{c} \Delta L = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L$$

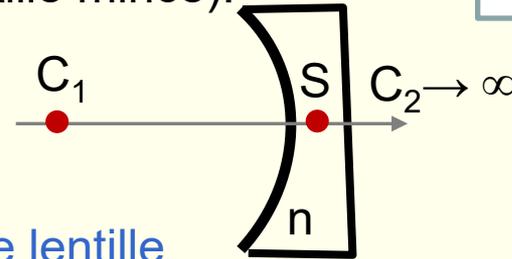
Connaissance

Réflexion

Les deux

CONCOURS PACES 2016-2017

Une lentille de verre ($n=1,8$) est constituée d'un dioptre divergent de $R_1=80$ cm et d'un dioptre plan. On considère que les sommets des 2 dioptres sont confondus (lentille mince).



Connaissance
Réflexion
Les deux

1- Donnez la formule de conjugaison de cette lentille

$$\left. \begin{aligned} \frac{n-1}{SC_1} &= \frac{n}{SA''} - \frac{1}{SA} \\ \frac{1-n}{SC_2} &= 0 = \frac{1}{SA'} - \frac{n}{SA''} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{n-1}{SC_1} = \frac{1}{SA'} - \frac{1}{SA}$$

2- Calculez la puissance de cette lentille

$$\Pi = \frac{n-1}{SC_1} = -\frac{0.8}{80 \cdot 10^{-2}} = -1 \text{ Dp} \quad (SC_1 = -R_1)$$

3- Calculez la focale image de cette lentille

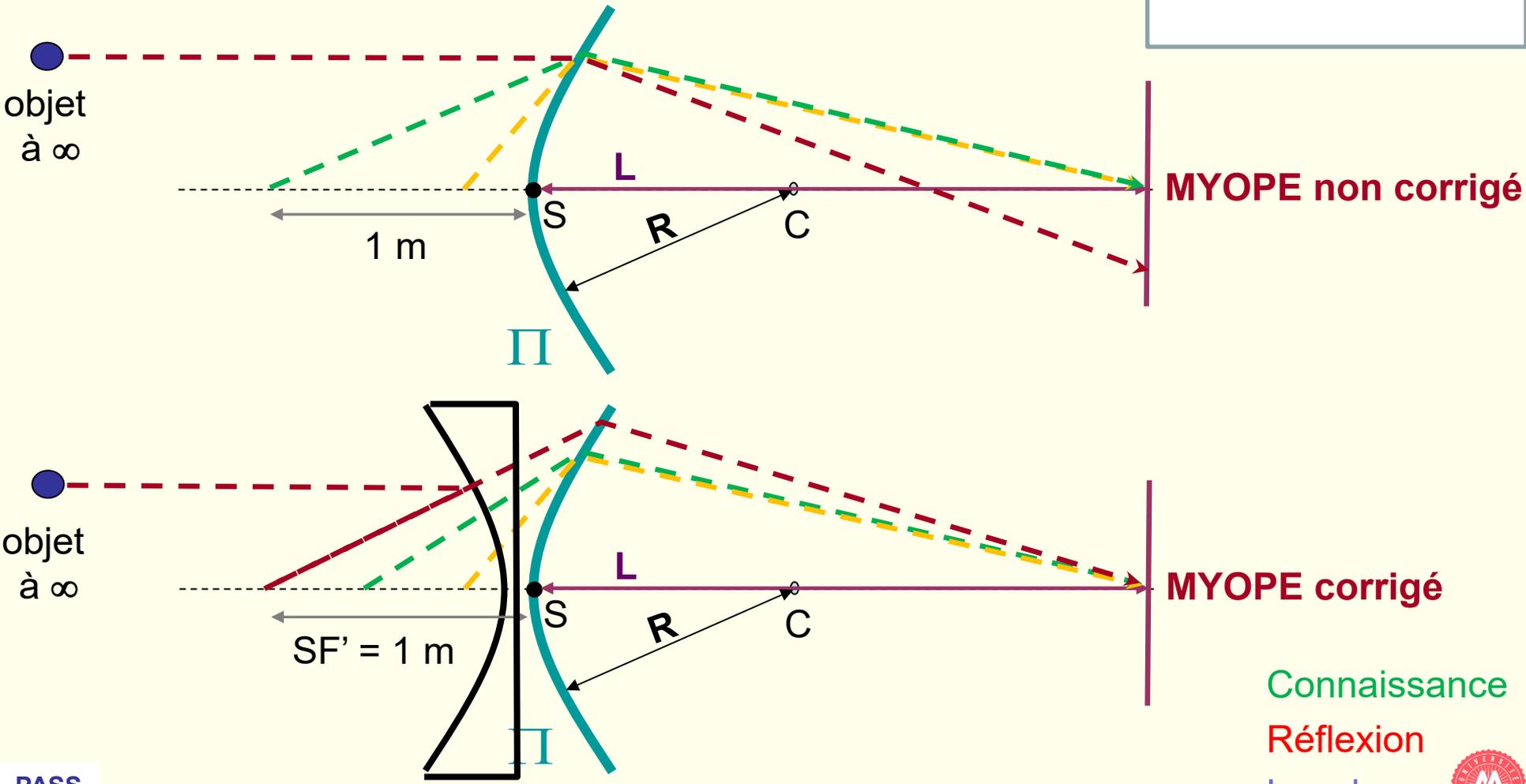
$$\Pi = -1 = \frac{1}{SF'} \Rightarrow SF' = -1 \text{ m}$$

4- Calculez le grandissement d'un objet placé à 1 m en amont de cette lentille

$$\frac{1}{G} = \left| \frac{SA}{SA'} \right| = |\Pi \cdot SA + 1| = |(-1) \cdot (-1) + 1| = 2$$

AMETROPIES SPHERIQUES

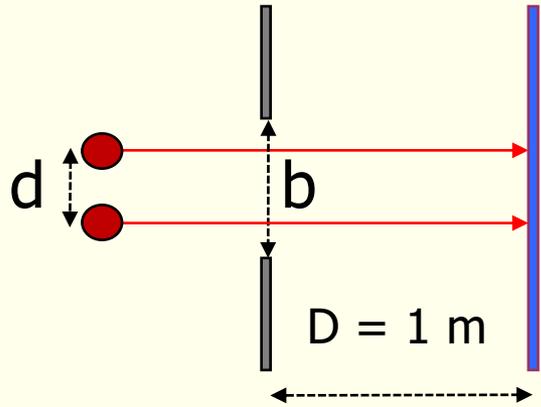
Quelle correction proposer à un patient myope qui voit flou tout objet situé au-delà d'un mètre de son œil ?



Connaissance
Réflexion
Les deux



EXERCICE D'APPLICATION



Ecran éloigné où se forment les images de 2 sources identiques de $\lambda = 500 \text{ nm}$ après traversée d'une fente carrée de largeur $b = 0,5 \text{ mm}$.



Connaissance
Réflexion
Les deux

A. La distance entre le premier minimum et le maximum principal est de l'ordre de 1 mm.

$$\sin \theta_{\min} = \frac{\lambda}{b} \approx \text{tg } \theta_{\min} = \frac{x_{\min}}{D} = x_{\min} = \frac{500 \cdot 10^{-9}}{0,5 \cdot 10^{-3}} = 1 \text{ mm}$$

B. La largeur à mi-hauteur de la tache de diffraction (maximum principal) est de l'ordre de 1 mm.

$$LMH \approx x_{\min} = 1 \text{ mm}$$

C. Si $D = 3 \text{ m}$, la distance entre le 2 maxima est de l'ordre de 3 mm.

$$x = D \cdot \frac{\lambda}{b} = 3 \cdot 1 \text{ mm} = 3 \text{ mm}$$

D. Si $D = 1 \text{ m}$, Les 2 images seront indiscernables si $d < 1 \text{ mm}$.

Fusion des 2 pics d'intensité (intersection à plus de 50% de l'intensité maximale)...

E. Si $D = 3 \text{ m}$, Les 2 images seront indiscernables si $d < 1 \text{ mm}$.

PASS

Indépendante du grandissement



EXERCICE D'APPLICATION

Les énergies d'ionisation de la raie K, d'une raie L et d'une raie M d'un atome à plusieurs électrons sont :

$$E_i^K = 3 \text{ keV}, \quad E_i^L = 0,3 \text{ keV} \quad \text{et} \quad E_i^M = 0,03 \text{ keV}.$$

Connaissance

Réflexion

Les deux

- A. La transition L→K émet un photon X de $\lambda = 0,46 \text{ nm}$.

$$|3 - 0,3| \cdot 10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 4,32 \cdot 10^{-16} = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4,32 \cdot 10^{-16}} = 0,46 \text{ nm}$$

- B. La transition L→M nécessite l'absorption d'un photon d'énergie 0,27 keV.

$$|0,3 - 0,03| = 0,27 \text{ keV}$$

- C. La transition M→K émet un photon de fréquence $718 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$

$$|3 - 0,03| \cdot 10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 4,752 \cdot 10^{-16} = hf \Rightarrow f = \frac{4,752 \cdot 10^{-16}}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 717,8 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

- D. La transition M→L peut provoquer une ionisation sur la couche K.

- E. La transition L→K peut provoquer une ionisation sur la couche M.

Concours PACES 2011

Un tube à rayons X dont l'anode est en tungstène est utilisé avec une tension d'accélération des électrons de 150 kV.

Les énergies d'ionisation des couches K ($n=1, l=0$), L ($n=2, l=0$) et M ($n=3, l=0$) de l'atome de tungstène sont respectivement 69,5 keV, 12,1 keV et 2,8 keV.

- A. L'énergie véhiculée par le rayonnement X produit est principalement le fait d'un rayonnement de freinage.
- B. Le spectre du rayonnement X produit est un spectre continu au sein duquel peuvent être observées des raies surajoutées d'énergie 66,7 keV et 57,4 keV.
- C. L'énergie véhiculée par le rayonnement X produit est principalement le fait de photons de 9,3 keV.
- D. Une raie unique est observée à 9,3 keV dans le spectre du rayonnement X produit.
- E. S'il est focalisé sur un tissu humain vivant, le rayonnement X produit par ce tube est capable de créer des radicaux libres.
- F. L'énergie des photons émis varie entre 0 et 175 keV
- G. Des photons X non ionisants prédominent dans le rayon X observé

Connaissance

Réflexion

Les deux

$$69,5 - 2,8 = 66,7$$

$$69,5 - 12,1 = 57,4$$

$$12,1 - 2,8 = 9,3$$

pas unique

entre 0 & 150 keV

autoabsorbés

EXERCICE

Pour réaliser une scintigraphie osseuse, on administre par voie intraveineuse 3,8 ng de $^{99}_{43}\text{Tc}^m$ ($T = 6 \text{ h}$) à un patient.

1- Déterminer le nombre de moles de molybdène nécessaire à sa production

$$1 \text{ mole} \equiv 99 \text{ g} \Rightarrow 3,8 \text{ ng} \equiv \frac{3,8 \cdot 10^{-9}}{99} = 38,4 \cdot 10^{-12} \text{ moles de } ^{99}_{43}\text{Tc}^m \text{ ou de } ^{99}_{42}\text{Mo}$$

2- Déterminer l'activité injectée

$$38,4 \cdot 10^{-12} \text{ moles} = 23 \cdot 10^{12} \text{ atomes. } A = \lambda N = \frac{\ln 2}{T} N = \frac{\ln 2}{6 \cdot 60 \cdot 60} 23 \cdot 10^{12} = 741 \text{ MBq} = 20 \text{ mCi}$$

3- Déterminer la vie moyenne de ce radio-isotope

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T}{\ln 2} = 8,6 \text{ h} = 8 \text{ h } 39 \text{ min}$$

4- Quelle conséquence aurait l'administration d'une activité 4 fois plus faible

4 fois moins de photons détectés et S/B divisé par 2

En supposant l'absence de toute élimination de cet isotope:

5- Combien de photons gamma seront émis dans l'organisme du patient ? $23 \cdot 10^{12}$

6- Quelle % d'activité persistera 24h après l'injection ?

$$t = 24 \text{ h} = 4 \cdot T \Rightarrow A = \frac{A_0}{2^{\frac{t}{T}}} = \frac{A_0}{2^4} = \frac{A_0}{16} = 6,25\% \cdot A_0$$

CAPTURE ELECTRONIQUE (PACES 2013)

On observe l'apparition de manganèse ${}^{55}_{25}\text{Mn}$ (masse atomique de 54,938 047 u) au sein de fer ${}^{55}_{26}\text{Fe}$ (masse atomique 54,938 296 u), sans émission de particule chargée positivement ($1 \text{ u} = 931,5 \text{ Mev}/c^2$).

On donne: $E_i^{1s}({}^{55}_{26}\text{Fe}) = 7,11 \text{ keV}$ et $E_i^{1s}({}^{55}_{25}\text{Mn}) = 6,54 \text{ keV}$

$E_i^{2s}({}^{55}_{26}\text{Fe}) = 0,85 \text{ keV}$ et $E_i^{2s}({}^{55}_{25}\text{Mn}) = 0,77 \text{ keV}$

$E_i^{2p}({}^{55}_{26}\text{Fe}) = 0,72 \text{ et } 0,71 \text{ keV}$ et $E_i^{2p}({}^{55}_{25}\text{Mn}) = 0,65 \text{ et } 0,64 \text{ keV}$

Connaissance

Réflexion

Les deux

1- Ecrire la réaction en cause ${}^{55}_{26}\text{Fe} + {}^0_{-1}e_K^- \rightarrow {}^{55}_{25}\text{Mn} + {}^0_0\nu$

2- Calculer l'énergie emportée par la particule émise

$$E_d = [\mathfrak{m}({}^{55}_{26}\text{Fe}) - \mathfrak{m}({}^{55}_{25}\text{Mn})] \cdot c^2 - E_K^i({}^{55}_{26}\text{Fe})$$

$$= [54,938296 - 54,938047] \cdot 931,5 - 7,11 \cdot 10^{-3} = 224,83 \text{ keV}$$

3- Calculer l'énergie des photons émis après la réaction

(hors Auger sur M) $L1 \rightarrow K : 6,54 - 0,77 = 5,77 \text{ keV}$

$L2 \rightarrow K : 6,54 - 0,65 \text{ ou } 0,64 = 5,89 \text{ keV ou } 5,90 \text{ keV}$

$L2 \rightarrow L1 : 0,77 - 0,65 \text{ ou } 0,64 = 0,12 \text{ keV ou } 0,13 \text{ keV}$

Fluorescence X

