UE 7 : PHYSIQUE ET BIOPHYSIQUE

ONDE & MATIERE : PREAMBULE

Prête au vrai maintenant une **oreille attentive**,
Nette de tout souci, **aiguise ton esprit**,
Et mes dons, apprêtés avec un soin fidèle,
Garde d'en faire fi avant d'y rien comprendre,
Car je vais t'exposer les hautes lois du ciel
Et des dieux, dévoiler **d'où procèdent les choses.**

Quod super est, vacuas auris animumque sagacem
semotum a curis adhibe veram ad rationem,
ne mea dona tibi studio disposta fideli,
intellecta prius quam sint, contempta relinquas.
nam tibi de summa caeli ratione deumque
disserere incipiam et rerum primordia pandam.

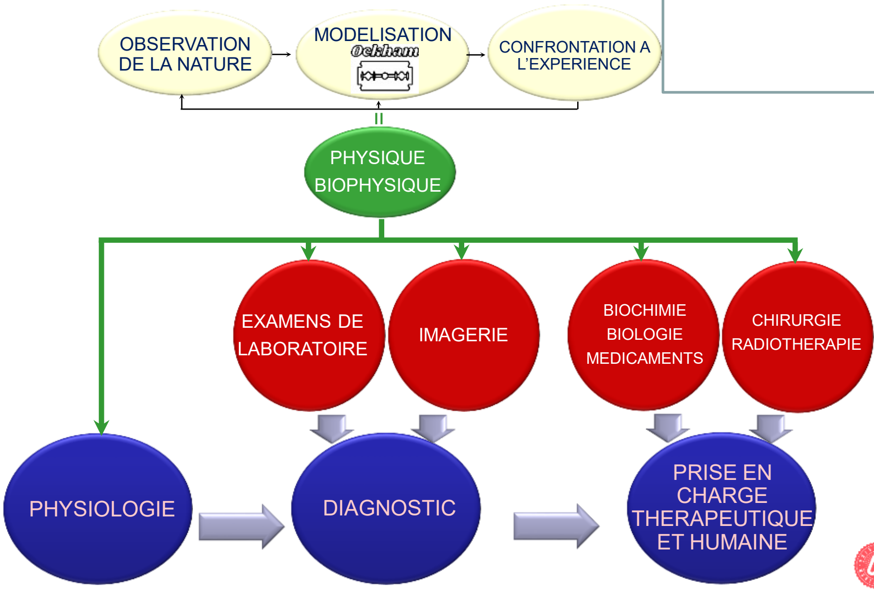
Lucrèce (1° siècle avant JC), De la nature des choses, Chant 1
Vers 50-55. Traduction d'Olivier Sers, Belles lettres, Paris, 2012.

« Le penseur de Tobyl »
Région de Qostanaï, Kazakhstan.

PASS

UE 7 : PHYSIQUE ET BIOPHYSIQUE

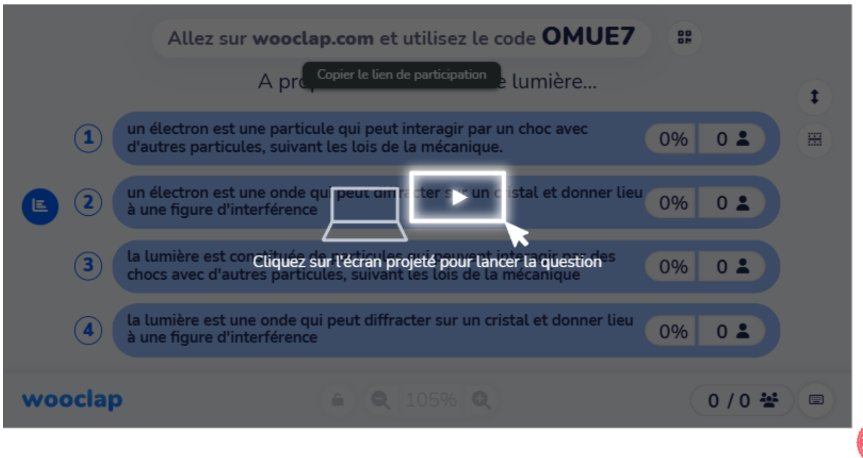
SOIGNER AU XXI° SIECLE



PASS

UE 7 : PHYSIQUE ET BIOPHYSIQUE

WOOCLAP 1



PASS

UE 7 : PHYSIQUE ET BIOPHYSIQUE

MODELE: ONDE ou PARTICULE ?

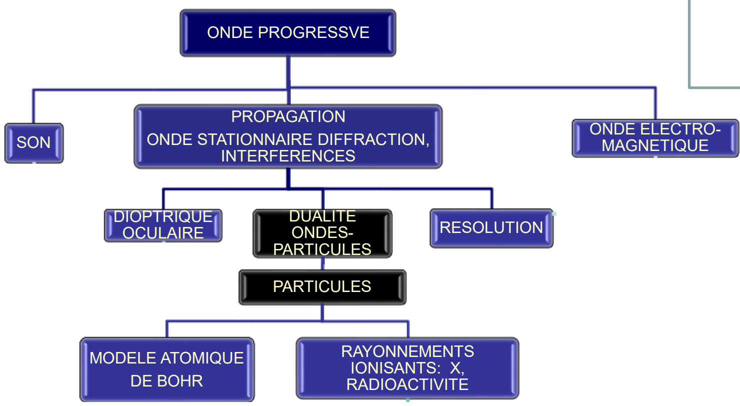
ATOME / DISCONTINU

ONDE / CONTINU

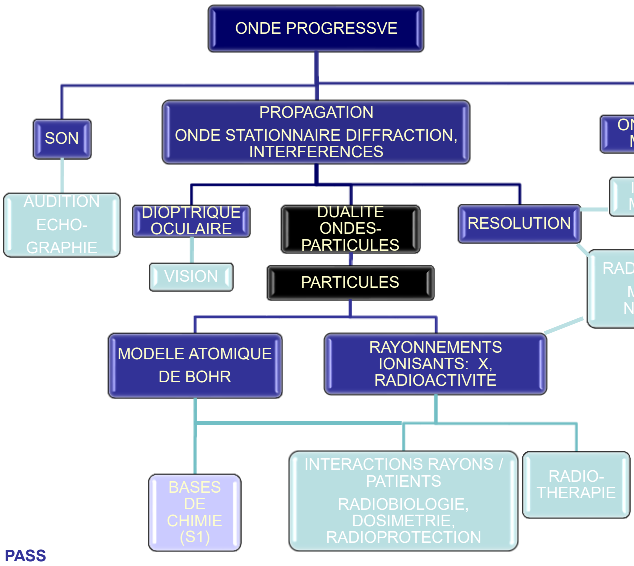
PASS

ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

ONDES ET MATIERE: PROGRAMME



ONDES ET MATIERE: OBJECTIFS



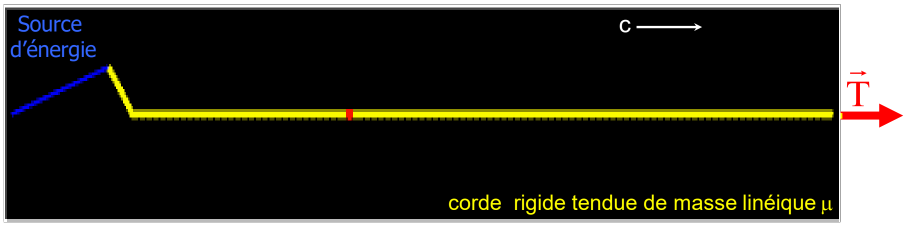
TRAITE EN 2° ANNEE EN FONCTION DES FILIERES

ONDE PROGRESSIVE: DEFINITION

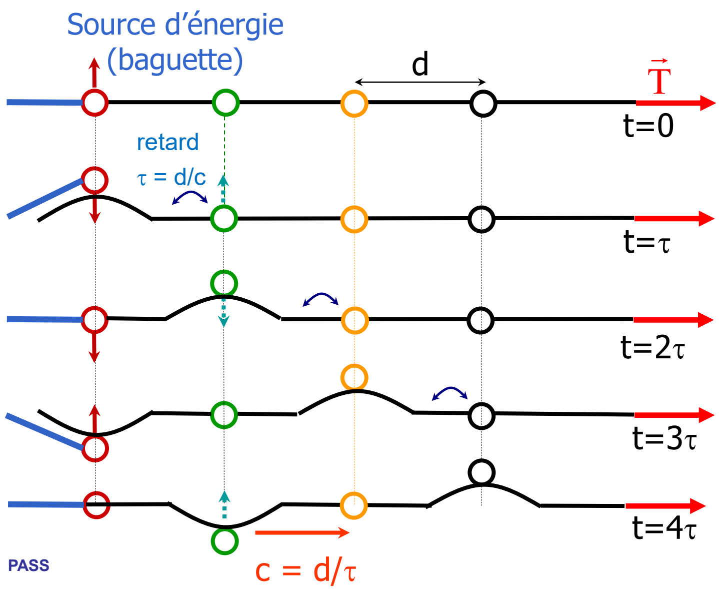
Propagation d'une perturbation des caractéristiques physiques du milieu

modification locale de position, pression, température, champ électrique, magnétique,…

Exemple : propagation d'une modification périodique de la position verticale d'une corde



ONDE PROGRESSIVE: CORDE VIBRANTE

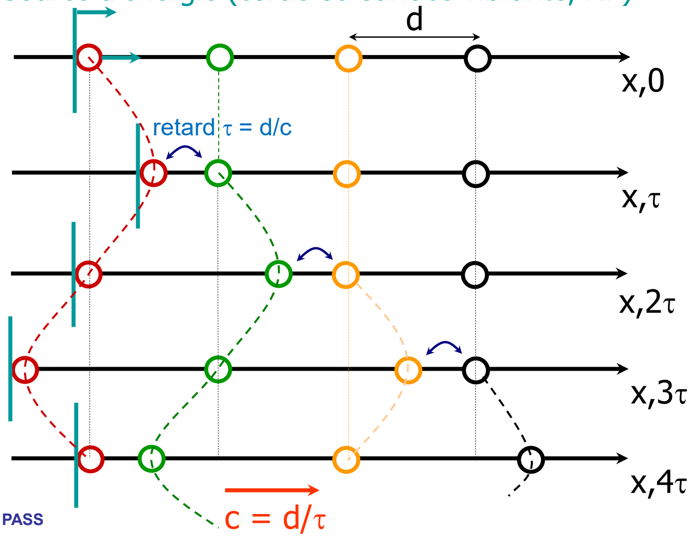


Onde progressive scalaire de vibration transversale

PASS

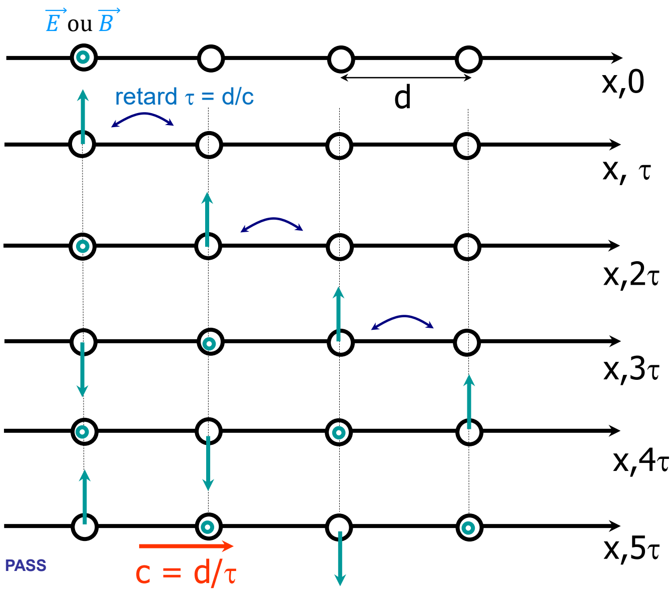
ONDE PROGRESSIVE: SON

Source d'énergie (corde ou surface vibrante, HP)



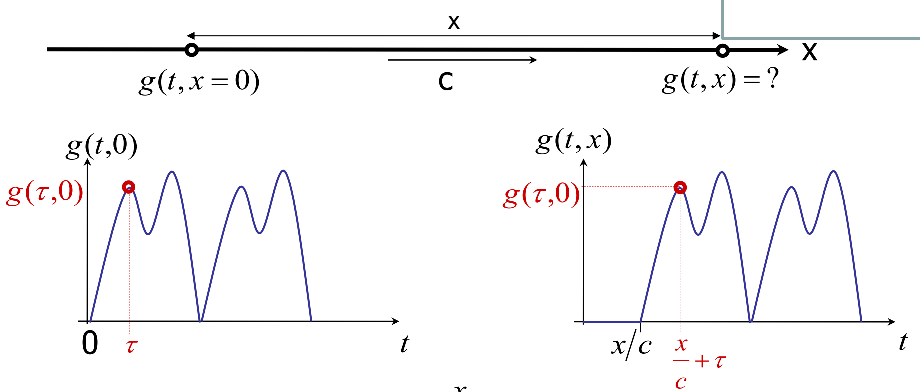
Son
=
Onde
progressive
scalaire
de vibration ou
de surpression
longitudinale

ONDE PROGRESSIVE: LUMIERE



Lumière
=
champ
électromagnétique
=
Onde progressive
vectorielle
transversale

ONDE PROGRESSIVE: MODELISATION



$$g(\tau + \frac{x}{c}, x) = g(\tau, 0)$$

$$\boxed{g(t, x) = g(t - \frac{x}{c}, 0)}$$

ONDE PROGRESSIVE SINUSOIDALE

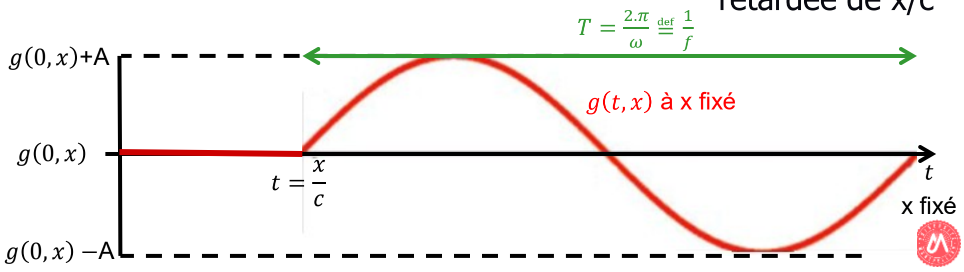
c

$g(t,0) = g(0,0) + A\sin(\omega.t)$ $\qquad$ $g(t,x) = ?$ $\qquad$ x

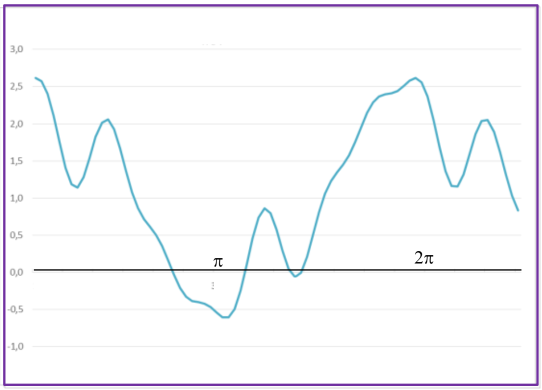
$$g(t,x) = g(0,x) + A\sin\left[\omega.\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]$$

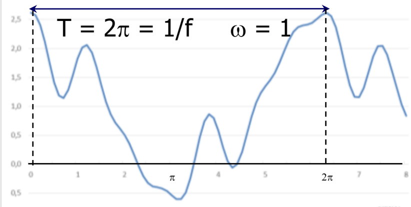
grandeur physique avant la perturbation

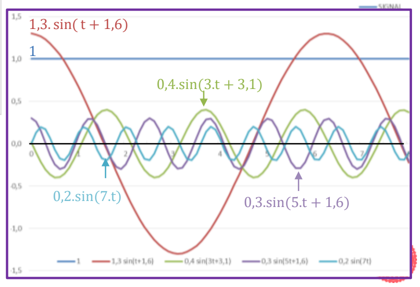
perturbation retardée de x/c



DECOMPOSITION EN OPS







$g(t) = 1 + 1{,}3.\sin(t + 1{,}6)$

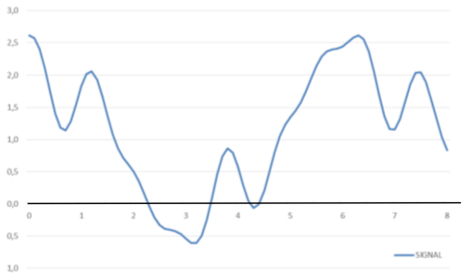
$g(t) = 1 + 1{,}3.\sin(t + 1{,}6) + 0{,}4.\sin(3.t + 3{,}1)$

$g(t) = 1 + 1{,}3.\sin(t + 1{,}6) + 0{,}4.\sin(3.t + 3{,}1) + 0{,}3.\sin(5.t + 1{,}6)$

$g(t) = 1 + 1{,}3.\sin(t + 1{,}6) + 0{,}4.\sin(3.t + 3{,}1) + 0{,}3.\sin(5.t + 1{,}6) + 0{,}2.\sin(7.t)$

PASS

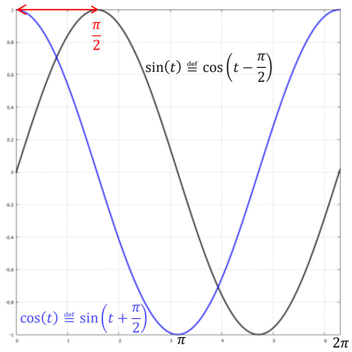
DECOMPOSITION EN OPS



$$g(t) = 1 + 1{,}3.\cos(t) + 0{,}4.\cos(3.t + 1{,}6) + 0{,}3.\cos(5.t) + 0{,}2.\cos(7.t - 1{,}6)$$

$$g(t) = 1 + 1{,}3.\sin(t + 1{,}6) + 0{,}4.\sin(3.t + 3{,}1) + 0{,}3.\sin(5.t + 1{,}6) + 0{,}2.\sin(7.t)$$

$$\begin{aligned} g(t) &= A_0 + A_1 \cos[\omega t + \varphi_1] + A_2 \cos[(2\omega)t + \varphi_2] + \dots \\ &= A_0 + A_1 \sin\left[\omega t + \varphi_1 + \frac{\pi}{2}\right] + A_2 \sin\left[(2\omega)t + \varphi_2 + \frac{\pi}{2}\right] + \dots \end{aligned}$$



$$\boxed{g(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos[(n\omega)t + \varphi_n] = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin[(n\omega)t + \varphi'_n]} \qquad \varphi'_n = \varphi_n + \frac{\pi}{2}$$

PASS

ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

SERIE DE FOURIER : CAS GENERAL

Pour toute fonction g(t) intégrable de période $T=2\pi/\omega$:

$$g(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left[(n\omega)t + \varphi_n\right]$$

J FOURIER 1768-1830

Les composantes de cette somme sont les harmoniques de fréquence $f_n = n.f = n.\omega/(2\pi)$

Onde portant une fréquence unique: sinusoïdale = pure = monochromatique = radiation
Onde caractérisée par une somme d'harmoniques : onde complexe = polychromatique

On montre (cf. polycopié) que les coefficients A_n et φ_n se calculent suivant :

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \text{ sauf } A_0 = \frac{a_0}{2} \qquad\qquad a_n = \frac{2}{T}\int_0^T g(t).\cos(n\omega t).dt$$

avec

$$tg\varphi_n = -\frac{b_n}{a_n} \qquad\qquad b_n = \frac{2}{T}\int_0^T g(t).\sin(n\omega t).dt$$

PASS

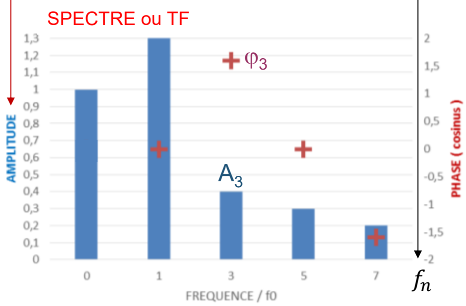
SPECTRE D'UNE ONDE COMPLEXE

$$g(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos[(n\omega)t + \phi_n]$$

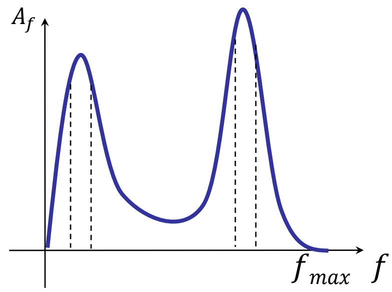
amplitude de l'harmonique n

harmonique n de fréquence $n.\frac{\omega}{2\pi} = n.f = f_n$

Phase de l'harmonique n



Généralisation :



Spectre discret

Spectre continu

CARACTERISTIQUES D'UNE RADIATION

$$g(t,x) = A.\sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]$$

- Célérité c, dans ce cas, propagation dans la direction x positifs
- Amplitude = A (même unité que la grandeur g)
- Pulsation propre : ω en rad/s
- Fréquence f en Hertz (Hz = s^{-1}) : $\boxed{\omega = 2\pi f}$

  ω ou f sont la même grandeur (dans deux unités différentes).

  Elles déterminent la nature de l'onde et ses modes d'interaction avec l'environnement…

CARACTERISTIQUES D'UNE RADIATION

$$g(t,x) = A.\sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]$$

- Périodes

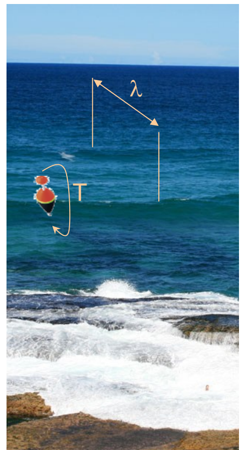
  – Par rapport au temps : $\boxed{T = 1/f = 2\pi/\omega}$ en s
    - Pour x fixé, $g(t,x) = g(t+T,x)$

  – Par rapport à l'espace : longueur d'onde

$$A.sin\left[\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)\right] = A.sin\left[\omega\left(t-T-\frac{x}{c}\right)\right] = A.sin\left[\omega\left(t-\frac{c.T+x}{c}\right)\right]$$

pour t fixé, $g(t,x) = g(t,x + c.T) = g(t,x+\lambda)$

  - $\boxed{\lambda = c.T = \frac{c}{f} = \frac{2\pi c}{\omega}}$
  - λ est la distance parcourue par l'onde en T secondes.



CARACTERISTIQUES D'UNE RADIATION

$$g(t,x) = A.\sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] = A.\sin[\omega\, t - \varphi]$$

$$g'(t,x) = A.\sin[\omega'\, t - \varphi']$$

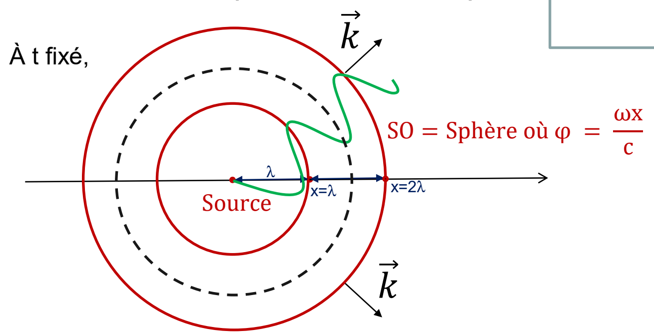
- Phase : $\boxed{\varphi = \frac{\omega x}{c} = \frac{2\pi f x}{c} = \frac{2\pi x}{\lambda}}$

- Surfaces d'onde : surfaces connexes (sphères, plans) contenant l'ensemble des points de même phase

- Vecteur d'onde $\vec{k}$: vecteur perpendiculaire aux surfaces d'ondes de norme : $\boxed{\left\|\vec{k}\right\| \stackrel{\text{def}}{=} k = \frac{\omega}{c} = \frac{\varphi}{x}}$ soit $g(t,x) = A.\sin(\omega t - kx)$

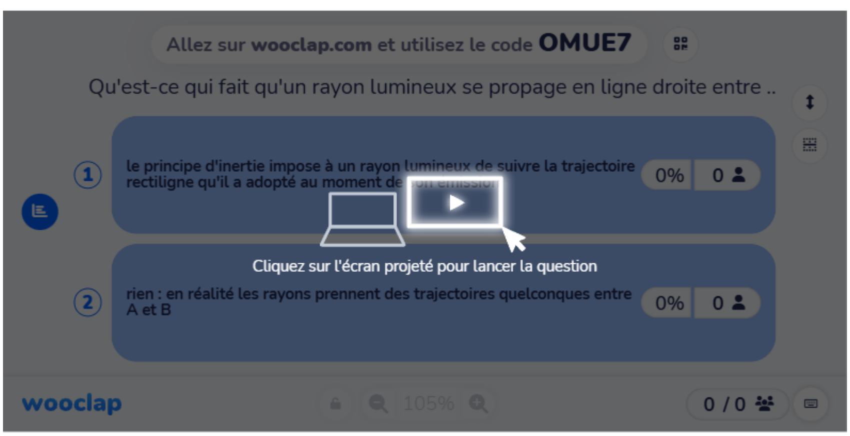
CARACTERISTIQUES D'UNE RADIATION

Exemple pour une source ponctuelle isotrope:



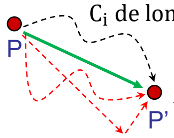
- Deux radiations g et g' sont cohérentes si :
  - $\lambda = \lambda'$ (donc $f = f'$ et $\omega = \omega'$)
  - leur différence de phase $\varphi - \varphi'$ est constante dans le temps

WOOCLAP 2



PRINCIPE DE MOINDRE ACTION

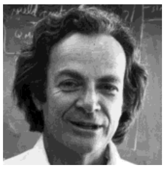
Un rayon lumineux visible ($\omega \approx 10^{14} \mathrm{rad/s}$) émis en P est reçu en P' :



$\mathrm{C_i}$ de longueur $\mathrm{x_i} \Longrightarrow$ retard en P'de $\mathrm{t_i} = \dfrac{\mathrm{x_i}}{\mathrm{c}}$

$$A(P',t) = A.\sum_{\text{chemins i}} \sin\left[\omega.\left(t - \frac{x_i}{c}\right)\right] = A.\underbrace{\sum_{\text{chemins i}} \sin[\omega.t - \omega.t_i]}_{}$$

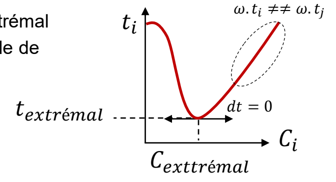
$$= 0 \text{ si } \omega.t_i \text{ varie beaucoup entre les } C_i$$



R Feynman 1918-1988

$$\Longrightarrow A(P') = A.\sin[\omega.t - \omega.t_{extremal}]$$

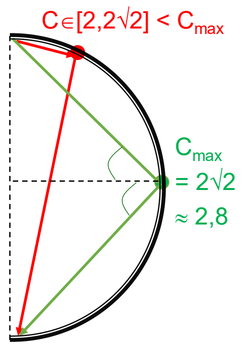
Seule la trajectoire parcourue en un temps extrémal (minimum ou maximum) contribue à l'amplitude de l'onde en P'.



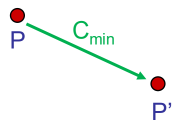
Principe de Moindre Action: Une onde (rayon lumineux) suit la trajectoire parcourue en un temps extrémal.

Suggestion de lecture pour l'été: R. Feynman, « lumière et matière, une étrange histoire », Points Sciences

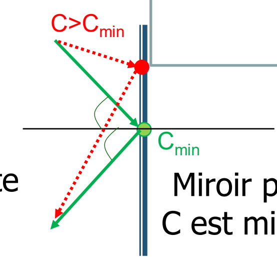
PRINCIPE DE MOINDRE ACTION :



Miroir sphérique de rayon 1 : C est maximal

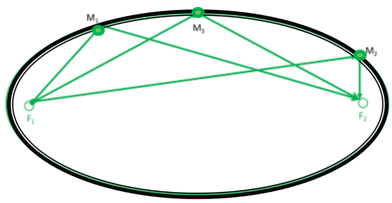


Milieu homogène : C est une ligne droite



Miroir plan : C est minimal

TRAITE EN ED 2



Miroir elliptique : C constant entre les foyers

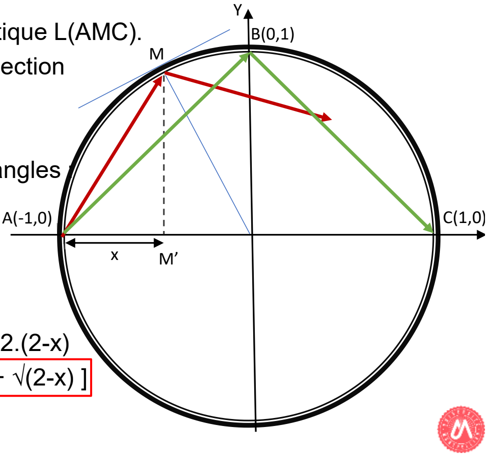
TRAITE EN ED 2

EXEMPLE DE CHEMIN OPTIQUE MAXIMAL

On place dans le vide (n=1) un miroir sphérique de rayon 1 centré à l'origine d'un repère (O,X,Y,Z). Un rayon issu de A se réfléchi en B sous un angle d'incidence et de réflexion de 45° et atteint le point C. Le chemin optique effectivement suivi entre A et C vaut $L(ABC)=2.\sqrt{2}$.

Calculons la longueur d'un autre chemin optique L(AMC).

Notons $x \in [0,2]$ la distance entre A et la projection M' de M sur le diamètre [A,C].



Les triangles AMM',M'MC et AMC sont rectangles

$AM^2=MM'^2+x^2$

$MC^2=MM'^2+M'C^2=MM'^2+(2-x)^2$

$AM^2+MC^2=AC^2=4$

Donc $2\ MM'^2+x^2+(2-x)^2=4 \Rightarrow MM'^2=x.(2-x)$

et $AM^2 = MM'^2+x^2=2.x$ et $MC^2=MM'^2+(2-x)^2=2.(2-x)$

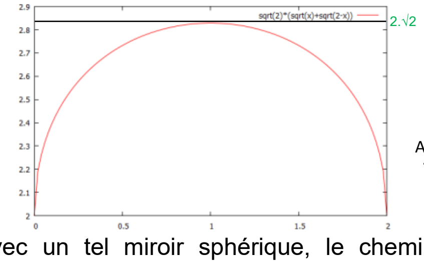
Soit $\boxed{L(AMC) = \sqrt{(2,x)} + \sqrt{[2.(2-x)]} = \sqrt{(2)}.[\sqrt{x} + \sqrt{(2-x)}\ ]}$

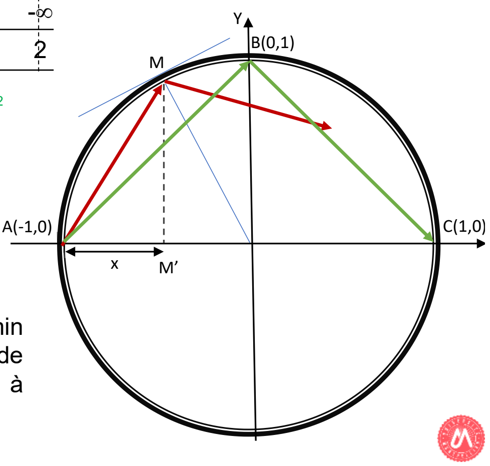
EXEMPLE DE CHEMIN OPTIQUE MAXIMAL

TRAITE EN ED 2

Etudions la fonction L(x) = √(2).[√x + √(2-x)] pour x∈ [0,2].
Sa dérivée est L'(x) = √(2).[1/(2.√x) -1/(2.√(2-x))] :

x	0		1		2
L'(x)	+∞	+	0	-	-∞
L(x)	2	↗	2.√2	↘	2

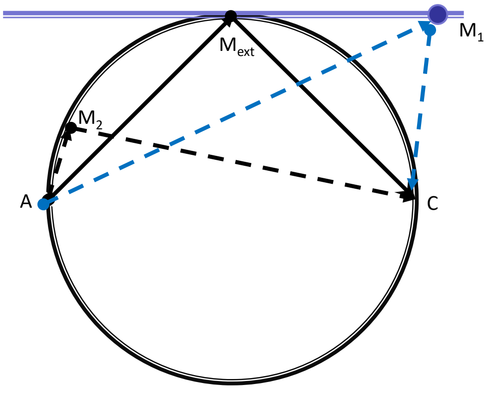




Avec un tel miroir sphérique, le chemin optique effectivement suivi est donc de longueur L(ABC) maximale, supérieure à tout autre chemin L(AMC).

CHEMINS OPTIQUES MAXIMUM ET MINIMUM

TRAITE EN ED 2



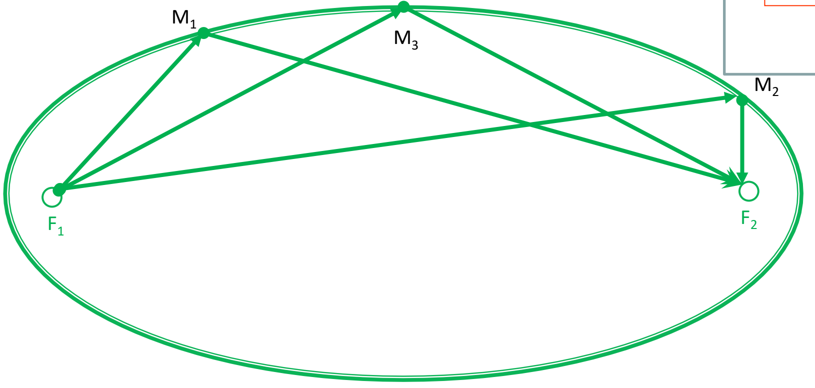
Pour (A,C) un diamètre, pour tout point M_2 du miroir sphérique $L(AM_2C) < L(AM_{ext}C)$
Pour tout point M_1 du miroir plan $L(AM_1C) > L(AM_{ext}C)$

L'unique chemin optique suivi entre A et C est un maximum dans le cas du miroir sphérique et un minimum pour le miroir plan, dans tous les cas un extremun où $\delta L=0$

ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

EXEMPLE DE CHEMIN OPTIQUE CONSTANT ENTRE LES 2 FOYERS D'UNE ELLIPSE

TRAITE
EN ED 2



Pour tous points M_1 et M_2 d'une ellipse de foyers F_1et F_2,

$L(F_1M_1F_2) = L(F_1M_2F_2)$.

Le chemin optique suivi entre ces deux foyers et tout point du miroir elliptique est constant ($\delta L=0$): Tous les points de réflexion sur l'ellipse sont possibles, et tous les rayons lumineux associés.

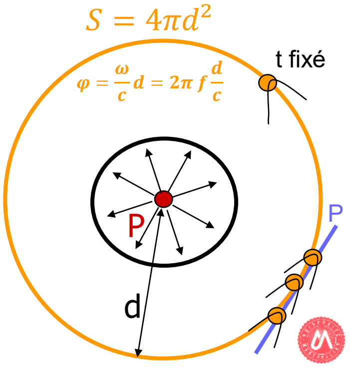
ONDE SPHERIQUE ET LOI EN 1/d²

Une source ponctuelle émettant de façon isotrope produit une onde sphérique.

A une distance d de la source, la puissance émise P se répartit uniformément sur la surface d'une sphère de rayon d :

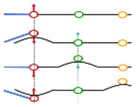
$$\boxed{I(W/m^2) = \frac{P}{4\pi}\frac{1}{d^2}}$$

La puissance surfacique reçue à la distance d varie donc comme $1/d^2$



PASS

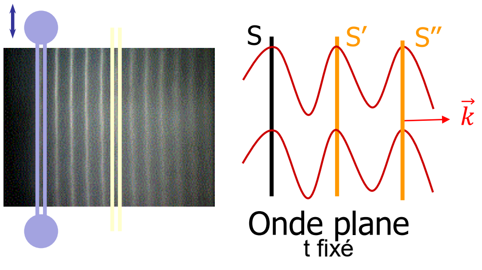
PRINCIPE DE HUYGENS-FRESNEL

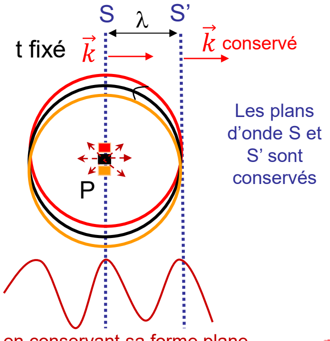


Tout point atteint par une onde issue d'une source se comporte comme une nouvelle source ponctuelle isotrope

Principe de Huygens-Fresnel : chaque point d'une surface d'onde S agit comme une source ponctuelle émettant en phase

Cas d'une onde plane (S = plan) :





La surface d'onde se déplace dans la direction de propagation de l'onde en conservant sa forme plane,
Le vecteur d'onde conserve sa direction, son sens et sa norme.

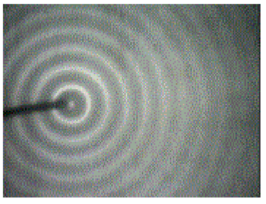
PRINCIPE DE HUYGENS-FRESNEL

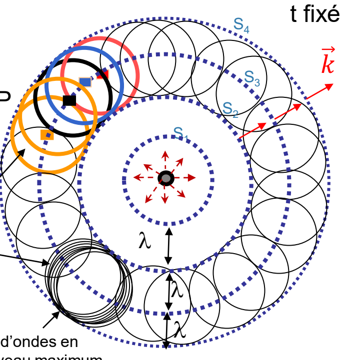
Principe de Huygens-Fresnel : chaque point d'une surface d'onde S agit comme une source ponctuelle émettant en phase

Cas d'une onde sphérique (S = sphère) :

C Huygens
1629-1695

A Fresnel
1788-1827



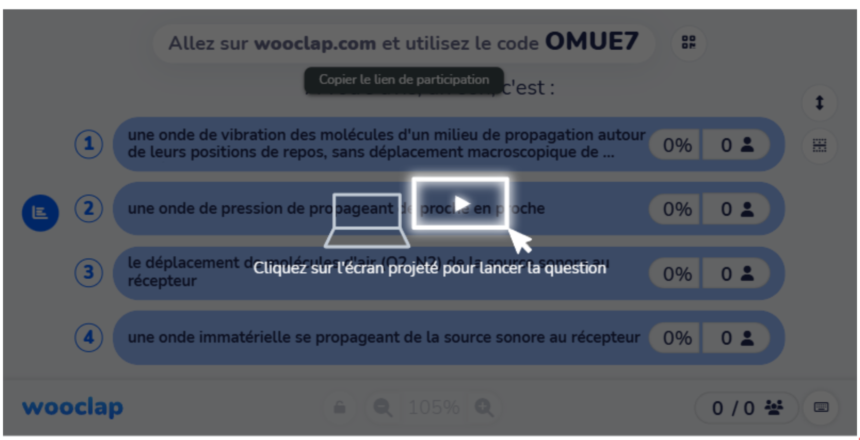


La surface d'onde se déplace dans la direction de propagation de l'onde en conservant sa forme sphérique,
Le vecteur d'onde conserve sa direction, son sens et sa norme.

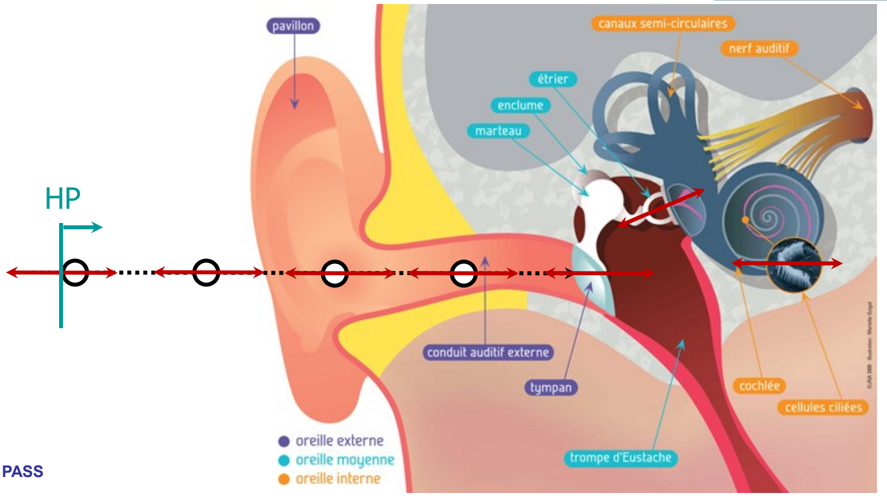
OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 1

- Savoir définir : onde progressive, onde pure, onde complexe, harmoniques, spectres et ondes cohérentes.
- Savoir manipuler les caractéristiques d'une onde : ω, f, T, λ, ϕ, S_{onde}, $\vec{k}$
- Savoir modéliser une onde pure :
  - $g(t,x) = A.\sin[2\pi.f(t-x/c)]$
  - Savoir manipuler ce modèle
- Savoir utiliser le principe d'Huygens-Fresnel
- Savoir exploiter la loi en 1/d² à des fins de radioprotection

WOOCLAP 3

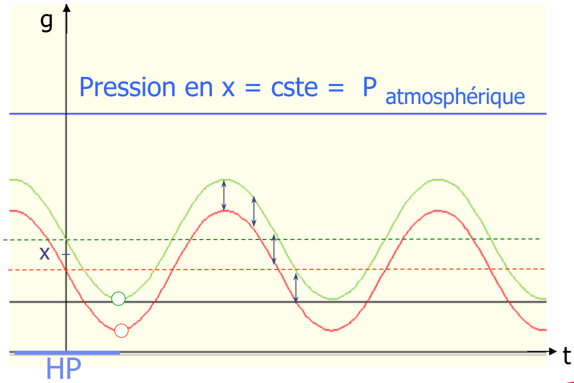


L'ONDE SONORE



PASS

SON = ONDE DE PRESSION

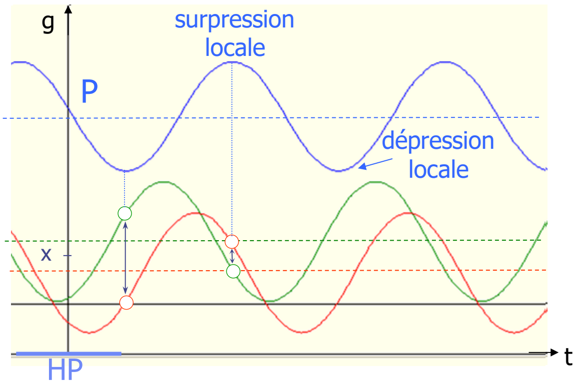


$$\cancel{c >> x \Rightarrow g(t,x) = x + A\sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] \approx x + A\sin[\omega.t]}$$

Hypothèse c >> x,
⇒ retard = x/c → 0
⇓
vibrations en phase,
écarts conservés,
densité constante,
pression constante.

Or dans l'air,
c ≈ 343 m/s
⇓
c ≈ x
l'hypothèse c >> x
est fausse

SON = ONDE DE PRESSION



$$c \approx x \Rightarrow g(t,x) = x + A \sin\left[\omega.\left(t - \frac{x}{c}\right)\right]$$

déphasage des ondes de vibration au voisinage d'un lieu x

⇓

onde de surpression acoustique P qui s'ajoute à la pression ambiante.

Ordres de grandeur

dans l'air : $P_a = 10^5$ Pa

$P = 20\ \mu$Pa – 20 Pa

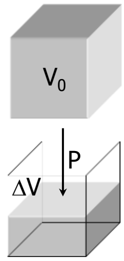
$P << P_a$

dans l'eau: P < kPa

IMPEDANCE ET CELERITE

En définissant le coefficient de compressibilité χ par la réduction en % d'un volume du milieu soumis à une surpression P, on montre que :

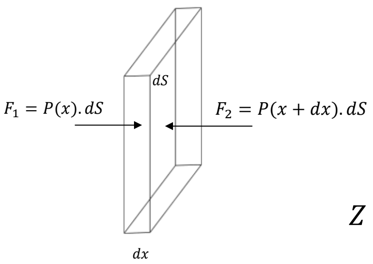
$$\boxed{P = \frac{1}{\chi.c}.\mathrm{v} \overset{\mathrm{DEF}}{=} Z.\mathrm{v}}$$



$$\chi \overset{\text{def}}{=} -\frac{1}{P}\frac{\Delta V}{V_0}$$

$\chi_{air} = 6{,}54.10^{-6}$ /Pa
$\chi_{air} = 66$ % /atm
(1 atm = 1013 hPa)

DEMONTRE EN ED 2



En appliquant la relation fondamentale de la dynamique à une tranche de milieu de propagation de masse volumique ρ, on montre que :

$$\boxed{Z = \rho.c}$$

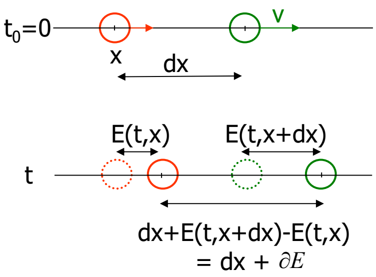
$$Z = \rho.\mathrm{c} = \frac{1}{\chi.c} \Longrightarrow \boxed{c = \frac{1}{\sqrt{\chi.\rho}}}$$

Pour de l'air à 20°C, $c = \frac{1}{\sqrt{6{,}54.10^{-6}.1{,}3}} = 343\ \mathrm{m/s}$

2

SON = ONDE DE PRESSION

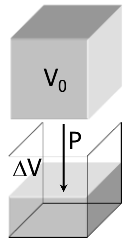
TRAITE EN ED 2



Compressibilité

$$\chi = -\frac{1}{P}\frac{\Delta V}{V_0}$$

en Pa^{-1}, exprimant
la diminution relative
de distance (ou de volume)
par Pascal de surpression
apporté



$$P = -\frac{1}{\chi}\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{1}{\chi}\frac{\partial}{\partial x}\left[A.\sin\left(\omega.(t-\frac{x}{c})\right)\right] = \frac{A.\omega}{\chi.c}.\cos\left(\omega.(t-\frac{x}{c})\right)$$

$$v = \frac{\partial}{\partial t}\left[A.\sin\left(\omega.(t-\frac{x}{c})\right)\right] = A.\omega.\cos\left(\omega.(t-\frac{x}{c})\right)$$ vitesse de vibration

$$\Rightarrow \boxed{P = \frac{1}{\chi.c}.v = Z.v}$$

Z = L'impédance acoustique du milieu (kg.m^{-2}s^{-1})
La pression est une OPS déphasée (de 90°) par rapport à la position E

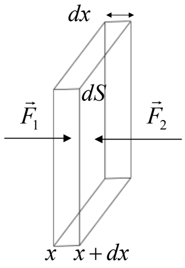
PASS

2

IMPEDANCE ET CELERITE

TRAITE EN ED 2

On applique la relation fondamentale de la dynamique à une tranche de milieu de propagation de masse volumique ρ, de surface dS et d'épaisseur dx.



$$m.\frac{dv}{dt} = F_1 - F_2 = [P(x) - P(x+dx)].dS = -\frac{\partial P}{\partial x}.dx.dS$$

$$P = Z.v = Z.A.\omega.\cos\left(\omega.(t-\frac{x}{c})\right) \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{Z.A.\omega^2}{c}\sin\left(\omega.(t-\frac{x}{c})\right)$$

$$\Rightarrow m.\frac{dv}{dt} = -\frac{ZA\omega^2}{c}\sin\left(\omega.(t-\frac{x}{c})\right).dx.dS$$

$$\text{mais } \; v = A.\omega.\cos\left(\omega.(t-\frac{x}{c})\right) \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial t} = -A.\omega^2.\sin\left(\omega.(t-\frac{x}{c})\right), \text{donc}$$

$$m = \rho.dS.dx = \frac{Z}{c}dx.dS \Rightarrow \boxed{Z = \rho.c}$$

Conséquence: $Z = \rho.\mathrm{c} = \frac{1}{\chi.c} \Rightarrow \mathrm{c} = \frac{1}{\sqrt{\chi.\rho}}$

Loi de Laplace
1749-1827

pour de l'air à 20°C et 1 atm: ρ = 1,204 kg/m^3 et χ = 7,04 10^{-6} Pa^{-1}

⇒ c = 1/√(χ.ρ) = 343 m/s et Z = ρ.c = 413 kg.m^{-2}.s^{-1}

PASS

RAPPELS ELECTRO ET MAGNETOSTATIQUE

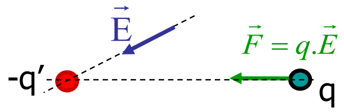
Champs statiques (créés par des distributions de charges ou de courants électriques constants dans le temps). Exemples :

- Charge ponctuelle permanente $\Rightarrow \vec{E}$

$$\|\vec{E}(r)\| = \frac{q'}{4\pi\varepsilon}\frac{1}{r^2} \qquad V = \frac{q'}{4\pi\varepsilon}\frac{1}{r} \qquad E_p = q.V = \frac{q.q'}{4\pi\varepsilon}\frac{1}{r}$$

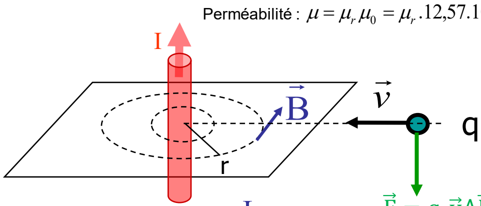
$$\|\vec{F}(r)\| = q.\frac{q'}{4\pi\varepsilon}\frac{1}{r^2}$$

Permittivité: $\varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0 = \varepsilon_r.8{,}85.10^{-12}\,F.m^{-1}$



- Circuit de courant permanent $\Rightarrow \vec{B}$

Perméabilité : $\mu = \mu_r\mu_0 = \mu_r.12{,}57.10^{-7}\,H.m^{-1}$



$$\vec{F} = q.\vec{v}\wedge\vec{B} \perp \vec{v}$$

$$\|\vec{B}(r)\| = \frac{\mu}{2\pi}\frac{I}{r} \qquad \Rightarrow W(\vec{F}) = 0 \text{ et } v\text{ , } E_c \text{ constants}$$

RAPPEL :

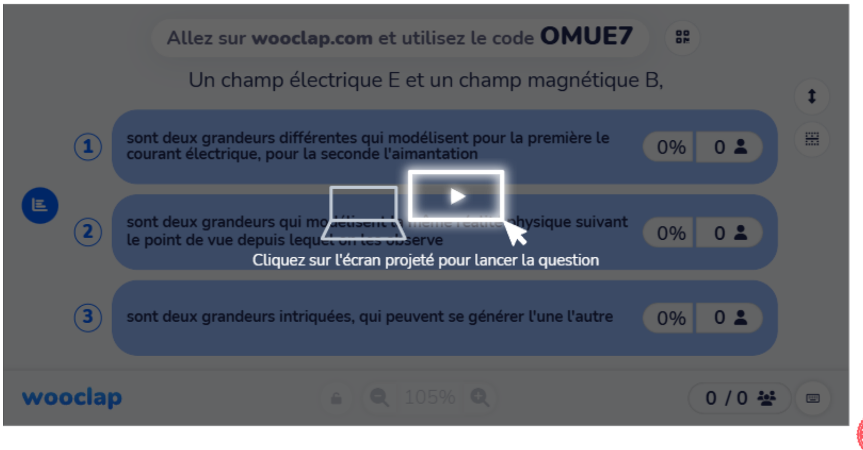
$(\vec{v},\vec{B}) \rightarrow \vec{v}\wedge\vec{B} \perp \text{PLAN}(\vec{v},\vec{B})$

$\|\vec{v}\wedge\vec{B}\| = \|\vec{v}\|.\|\vec{B}\|.\sin\widehat{(\vec{v},\vec{B})}$

$\vec{v}\perp\vec{B} \Rightarrow \|\vec{v}\wedge\vec{B}\| = \|\vec{v}\|.\|\vec{B}\|$

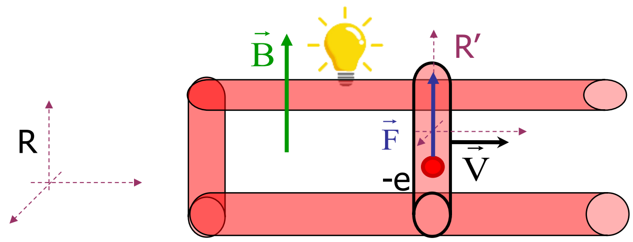
$(\vec{v},\vec{B},\vec{v}\wedge\vec{B})$ direct

WOOCLAP 4



LIEN ELECTRICITE / MAGNETISME

(Romagnosi 1802, Ørsted 1820)



$\vec{F} = -e(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$

$\vec{F}' = -e(\vec{E}' + \vec{v}' \wedge \vec{B}')$

Dans R fixe , champ $(\vec{E}, \vec{B})$
déplacement de charges dans un champ magnétique $(\vec{v} = \vec{V})$ sans champ électrique $(\vec{E} = \vec{0})$

$$\boxed{\vec{F} = -e.\vec{V} \wedge \vec{B}}$$

Dans R' mobile, champ $(\vec{E}', \vec{B}')$
charges statiques $(\vec{v}' = \vec{0})$, donc pas de force magnétique :

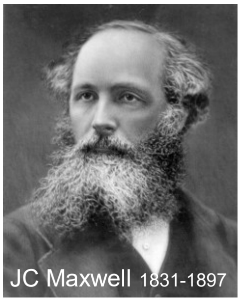
$$\boxed{\vec{F}' = -e.\vec{E}'}$$

donc $\vec{E}' = \vec{V} \wedge \vec{B}$

COUPLAGE ELECTROMAGNETIQUE

- charges et courants constants $\Rightarrow$ champs E et B constants et indépendants l'un de l'autre.

- charges et courants variables $\Rightarrow$ champs E et B variables et couplés.



➢ Equations de Maxwell: empiriques (fin XIX° siècle), puis conséquence théorique de la relativité restreinte (théorie des champs, début XX° siècle).

LES EQUATIONS DE MAXWELL

Un champ électromagnétique est caractérisé par un couple de vecteurs $\vec{B}(B_x, B_y, B_z)$ et $\vec{E}(E_x, E_y, E_z)$ satisfaisants :

Une densité de charge crée un champ électrique $\vec{E} = (E_x, E_y, E_z)$.	$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\varepsilon}$	$\rho = n.q$ = densité de charge en C/m³ n = nombre de particules chargées/m³
Il n'existe pas de charges magnétiques.	$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$	
Un champ magnétique variable dans le temps crée (induit) un champ électrique (également variable dans le temps).	$\begin{pmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{\partial B_x}{\partial t} \\ \frac{\partial B_y}{\partial t} \\ \frac{\partial B_z}{\partial t} \end{pmatrix}$	
Un courant électrique $\vec{j} = (j_x, j_y, j_z)$, mais aussi un champ électrique variable dans le temps crée (induit) un champ magnétique.	$\begin{pmatrix} \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \\ \frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \end{pmatrix} = \varepsilon.\mu. \begin{pmatrix} \frac{\partial E_x}{\partial t} \\ \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{pmatrix} + \mu. \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix}$	$j = n.q.v = \rho.v$ = densité de courant en A/m²

Variation de $\vec{B}$ dans le temps ou charges électriques $\Rightarrow \vec{E}$
Variation de $\vec{E}$ dans le temps ou courants électriques $\Rightarrow \vec{B}$

LES EQUATIONS DE MAXWELL DANS LE VIDE

APPLICATION :

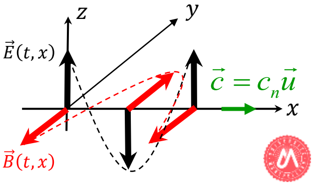
- **Soit une onde électrique** $\vec{E}(t,x) = \begin{pmatrix} E_x = 0 \\ E_y = 0 \\ E_z = E_0 \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c_n}\right)\right] \end{pmatrix}$

- **3° relation de Maxwell (couplage) :**

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \end{pmatrix} = -\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{\partial E_z}{\partial x} \\ 0 \end{pmatrix} = -\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} \Rightarrow B_x = B_z = 0 \text{ et } \frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial B_y}{\partial t}$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial\left(E_0 \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c_n}\right)\right]\right)}{\partial x} = -\frac{E_0.\omega}{c_n}\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{c_n}\right)\right] \Longrightarrow B_y = -\frac{E_0}{c_n}\sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c_n}\right)\right]$$

$$\Longrightarrow \vec{B}(t,x) = \begin{pmatrix} B_x = 0 \\ B_y = -\frac{E_0}{c_n}\sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c_n}\right)\right] \\ B_z = 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \boxed{\vec{B} = \frac{1}{c_n}\vec{u} \wedge \vec{E}}$$



CELERITE DE LA LUMIERE

Dans cet exemple donc :

$$\vec{E}(t,x) = \begin{pmatrix} E_x = 0 \\ E_y = 0 \\ E_z = E_0 \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c_n}\right)\right] \end{pmatrix} \qquad \vec{B}(t,x) = \begin{pmatrix} B_x = 0 \\ B_y = -\frac{E_0}{c_n}\sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c_n}\right)\right] \\ B_z = 0 \end{pmatrix}$$

4° équation de Maxwell (en l'absence de courant) :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \\ \frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \end{pmatrix} = \varepsilon\mu \frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} \end{pmatrix} = \varepsilon\mu \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{pmatrix} \Rightarrow \frac{\partial B_y}{\partial x} = \varepsilon\mu \frac{\partial E_z}{\partial t}$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial x} = \varepsilon\mu \frac{\partial E_z}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{E_0}{c_n}\sin[\,\omega(t - \frac{x}{c_n}]\right) = \varepsilon\mu \frac{\partial}{\partial t}\left(E_0 \sin[\,\omega(t - \frac{x}{c_n})]\right) \Rightarrow \left(\frac{\omega}{c_n}\right).\left(\frac{E_0}{c_n}\right) = \varepsilon\mu.\omega.E_0$$

$$\boxed{c_n = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}} \qquad \text{Dans le vide c} = \frac{1}{\sqrt{8{,}85.10^{-12}.12{,}57.10^{-7}}} = 3.10^8 \mathrm{m/s}$$

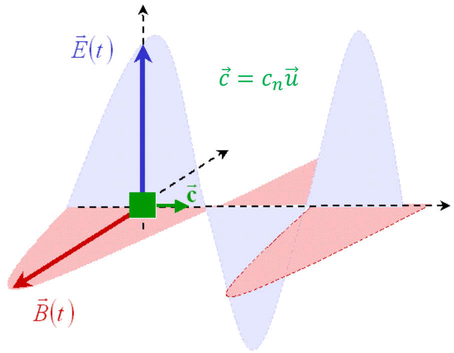
EN SYNTHESE :

1- OEM = onde progressive transversale constituée d'un couple <u>indissociable</u> de vecteurs $(\vec{E}(t), \vec{B}(t))$

2- Source d'OEM :
- charges, courants électriques variables,
- champ $\vec{E}(t)$ ou $\vec{B}(t)$ variable

3- $\vec{E}(t)$ et $\vec{B}(t)$ varient en phase, à la même fréquence, restent orthogonaux entre eux et à la direction de propagation $\vec{u}$:

$$\vec{B} = \frac{1}{c_n}\vec{u} \wedge \vec{E}$$



OP vectorielle transversale

EN SYNTHESE :

4- Caractéristiques EM d'un milieu de propagation :

- Vide: permittivité $\varepsilon_0 \stackrel{\text{def}}{=} 8{,}85.10^{-12}\,\mathrm{F/m}$, perméabilité $\mu_0 \stackrel{\text{def}}{=} 4\pi.10^{-7}\mathrm{H}/m$
- Milieu matériel : $\varepsilon \stackrel{\text{def}}{=} \varepsilon_r\varepsilon_0$ et $\mu \stackrel{\text{def}}{=} \mu_r\mu_0$

5- Célérité des OEM dans le vide : $\boxed{c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \approx 3.10^8 m/s}$

dans un milieu matériel : $\boxed{c_n = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}} = \frac{c}{n}}$

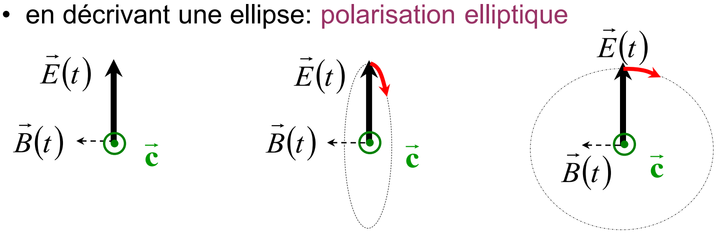
6- Indice de réfraction d'un milieu matériel ($n = 1$ dans le vide):

$$\boxed{n = \frac{c}{c_n} = \sqrt{\varepsilon_r\mu_r} \geq 1}$$

POLARISATION

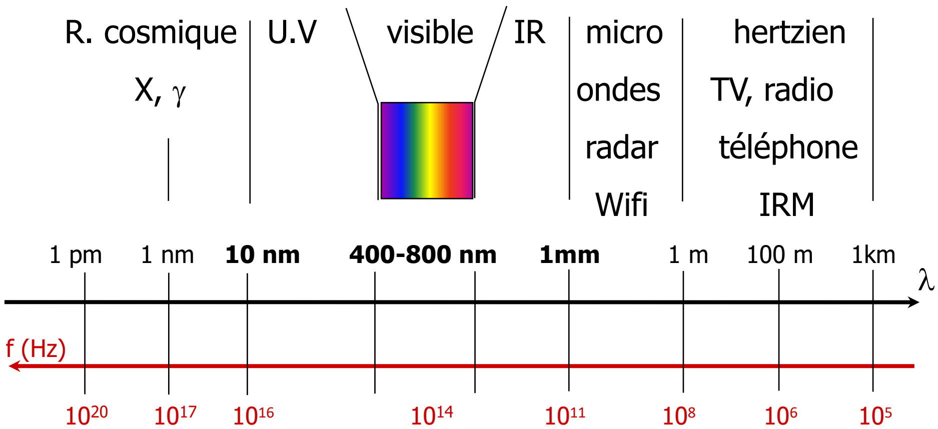
Si la direction de $\vec{E}$ (donc de $\vec{B}$) est :

- fixe : polarisation rectiligne
- tourne à vitesse angulaire constante
  - en décrivant un cercle : polarisation circulaire
  - en décrivant une ellipse: polarisation elliptique



rectiligne elliptique circulaire

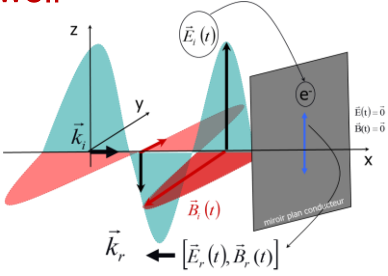
CLASSIFICATION SIMPLIFIEE



REFLEXION ET REFRACTION

Ces phénomènes peuvent être abordés de deux façons équivalentes. La première correspond à une approche « optique physique », la seconde à une approche « optique géométrique ».

1. Par les équations de Maxwell



2. Par le principe de moindre action (Fermat)

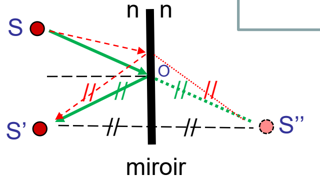
le vecteur d'onde suit la trajectoire la plus rapide entre deux points.

Dans un milieu homogène, c'est la trajectoire la plus courte.

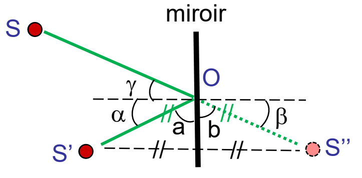
PMA ⇒ LOI DE LA REFLEXION DE DESCARTES

Réflexion sur un miroir dans un milieu homogène (mêmes n).
Pas de maximum possible pour SOS'.

PMA ⇒ (SOS') minimum, O ∈ miroir
S'' tel que miroir = médiatrice de [S',S'']
Alors (S'OS'') est isocèle ⇒ (OS') = (OS'')
PMA ⇒ (SOS'') minimum
PMA ⇒ O ∈ (S,S'')



miroir = médiatrice de [S',S'']
$\Rightarrow \hat{a} = \hat{b}$
$\Rightarrow \hat{\alpha} = \hat{\beta}$
$\Rightarrow \hat{\alpha} = \hat{\gamma}$



Lors d'une réflexion sur un miroir placé dans un milieu homogène, les angles d'incidence et de réflexion sont égaux.

CHEMIN OPTIQUE

- **Principe de Fermat** : La lumière suit la trajectoire qui minimise le temps de parcours t_n entre deux points A et B dans un milieu d'indice de réfraction n :

$$t_n = \frac{dist(A,B)}{c_n} \Rightarrow c.t_n = \frac{c}{c_n}.dist(A,B) = n.dist(A,B)$$ minimal suivant le PMA.

- **Chemin optique L** entre deux points d'un milieu d'indice n

$$\boxed{L(A \to B) = n.dist(A,B) = n.\vec{u}.\overrightarrow{AB} \quad \text{où} \quad \vec{u} = \frac{\overrightarrow{AB}}{\left\|\overrightarrow{AB}\right\|}}$$

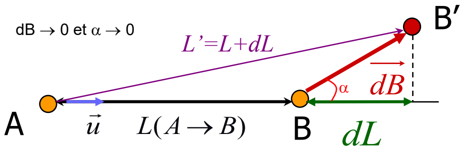
RAPPEL : $\vec{u}.\overrightarrow{AB} = \|\vec{u}\|.\left\|\overrightarrow{AB}\right\|.cos(\widehat{\vec{u},\overrightarrow{AB}}) = \left\|\overrightarrow{AB}\right\|$

$$t_n = \frac{n.dist(A,B)}{c} = \frac{L}{c}$$

L(A→B) est la distance que parcourrait la lumière dans le vide (à la célérité c) dans le temps nécessaire pour relier A à B dans un milieu d'indice n

VARIATION DE CHEMIN OPTIQUE

Supposons un petit déplacement de B en B' et calculons la petite variation de chemin optique (on néglige la modification de $\vec{u}$)



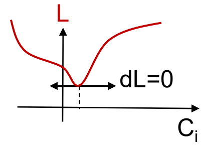
PMA (Fermat) entre deux points A et B :
$L = c.t_n$ extrémal
$\Leftrightarrow$ $dL = n.\vec{u}.\overrightarrow{dB} = 0$
pour tout petit déplacement $\overrightarrow{dB}$
autour de la trajectoire
d'un rayon lumineux

$$L' = n.\vec{u}.\overrightarrow{AB'} = n.\vec{u}.\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{dB}\right)$$

$$L' = n.\vec{u}.\overrightarrow{AB} + n.\vec{u}.\overrightarrow{dB}$$

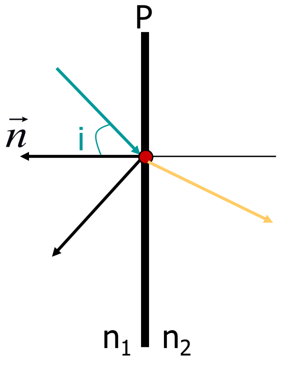
$$L' = L + n.\vec{u}.\overrightarrow{dB}$$

$$\boxed{dL = n.\vec{u}.\overrightarrow{dB}}$$



RAPPEL : $\vec{u}.\overrightarrow{dB} = \|\vec{u}\|.\left\|\overrightarrow{dB}\right\|.cos\left(\widehat{\vec{u},\overrightarrow{dB}}\right)$
= longueur dL de la projection de $\overrightarrow{dB}$ sur $\vec{u}$

LOIS DE SNELL -DESCARTES



Quelles sont les directions du rayon réfléchi et du rayon transmis par rapport au rayon incident ?

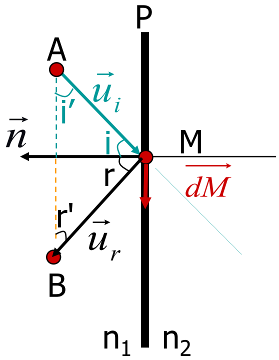
Willebrord Snell
(1580-1626)

René Descartes
1596-1650

LOIS DE SNELL –DESCARTES (REFLEXION)

Fermat $\Rightarrow$ $dL(A \rightarrow M \rightarrow B) = 0$

$\vec{u}_i$ et $\vec{u}_r$ coplanaires



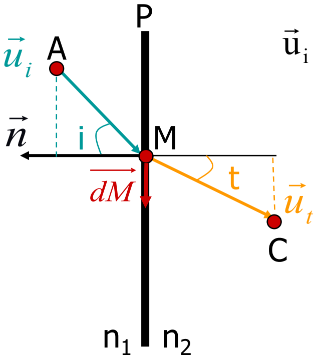
$$
\begin{aligned}
& dL(A \rightarrow M \rightarrow B) = 0 \\
& \Rightarrow n_1 \overrightarrow{u_i}.\overrightarrow{dM} - n_1 \overrightarrow{u_r}.\overrightarrow{dM} = 0 \\
& \Rightarrow n_1.dM.\cos i' = n_1.\,dM.\cos r' \\
& \Rightarrow \cos i' = \cos r' \\
& \Rightarrow \sin i = \sin r \\
& \Rightarrow i = r
\end{aligned}
$$

Rayons incidents et réfléchis dans le même plan
i = r

LOIS DE SNELL–DESCARTES (REFRACTION)

$$dL(A \rightarrow M \rightarrow C) = 0$$

$\vec{u}_i$ et $\vec{u}_t$ coplanaires



$$dL(A \rightarrow M \rightarrow C) = 0$$

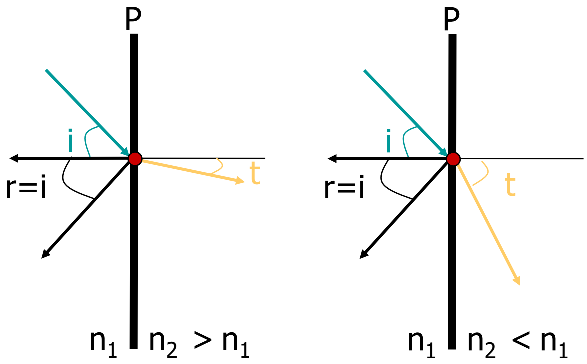
$$n_1 .\vec{u}_i .d\overrightarrow{M} - n_2 .\vec{u}_t .d\overrightarrow{M} = 0$$

$$\Rightarrow n_1 \sin i = n_2 \sin t$$

Rayons incidents et transmis dans le même plan
$n_1 \sin i = n_2 \sin t$

LOIS DE SNELL -DESCARTES

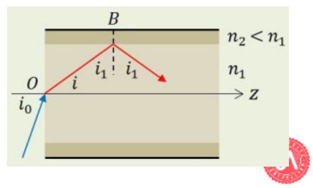
La lumière suit la trajectoire qui minimise le temps de parcours :



Rayons incidents réfléchis et transmis dans le même plan

$i = r$

$n_1 \sin i = n_2 \sin t$



Conséquence: $(n_1/n_2) \sin i = \sin t \leq 1 \Rightarrow \sin i \leq n_2/n_1$

$n_2 < n_1 \Rightarrow$ réflexion totale si $i > \arcsin (n_2/n_1)$

PASS

ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

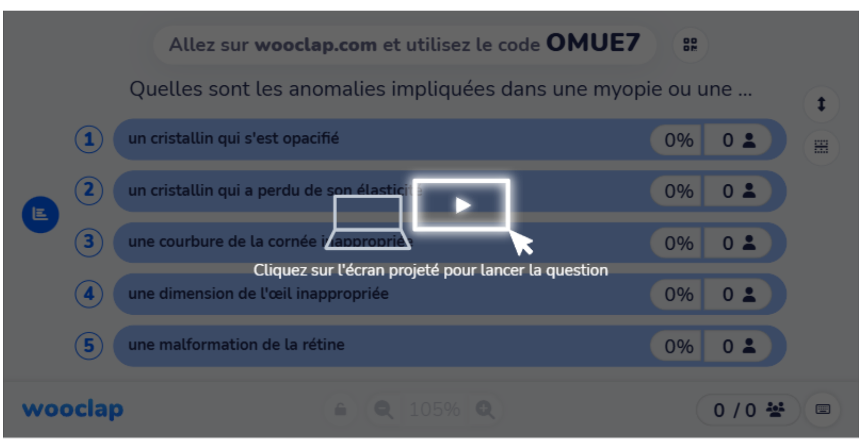
OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 2

- Définir un son = onde de vibration / pression
- Manipuler : c, Z, χ…
- Définir, modéliser une OEM $\vec{B} = \vec{u} \wedge \vec{E}\frac{1}{c_n}$
- Manipuler n, ε, μ, ε_R, μ_R
- Spectre électromagnétique:
  X-γ,< 10 nm, UV, V (400-800 nm), IR, H > mm
- Calculer un chemin optique, principe de Fermat
- Utiliser les lois de Descartes
- Exploiter une réflexion normale

PASS

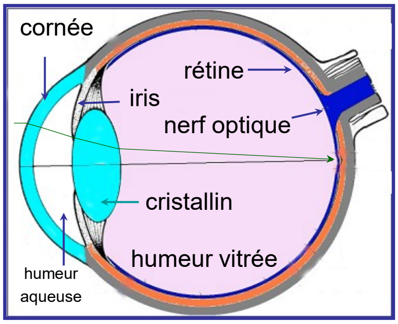
ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DU

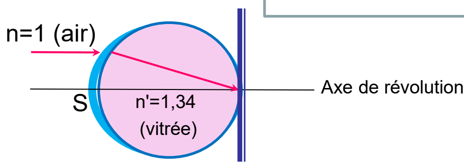
WOOCLAP 5



PASS

MODELISATION D'UN ŒIL HUMAIN





Œil ≈ système optique dioptrique centré

- Dioptre = frontière entre un espace transparent d'indice de réfraction n et un autre d'indice n' ≠ n
- Système optique = milieu transparent contenant des miroirs ou des dioptres
  - Pas de miroirs = système dioptrique
  - Miroirs = système catadioptrique
- Système optique centré = admettant un axe de révolution

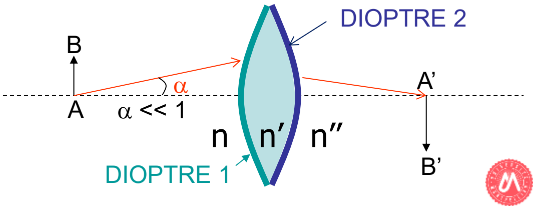
MODELISATION D'UN ŒIL (HYPOTHESES)

Approximation de Gauss :

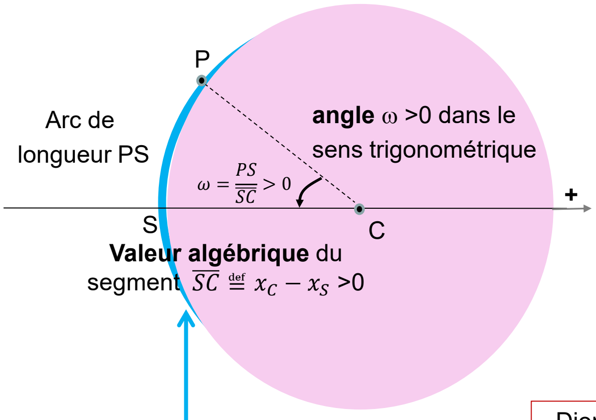
- système optique centré,
- dont les rayons lumineux s'écartent peu de l'axe (α<<1)

Dans l'approximation de Gauss, le système optique est

- stigmate si l'image de tout point A est un point A'
- aplanétique si l'image de tout segment AB ⊥ axe est un segment A'B' ⊥ axe



CONVENTIONS



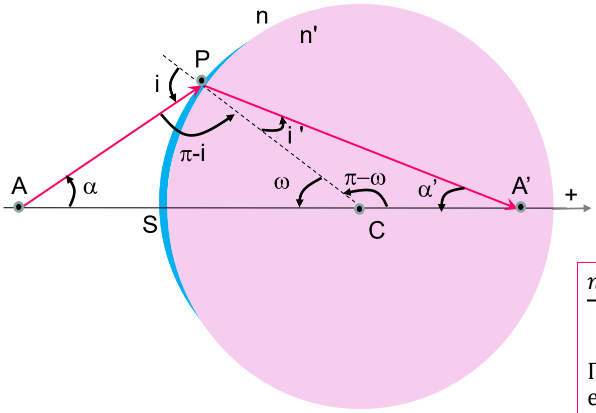
Axe optique (S,C) orienté positivement dans le sens de propagation de la lumière

Dioptre sphérique dans un système optique centré

Dioptre sphérique de sommet S $\stackrel{\text{def}}{=}$ portion de surface d'une sphère de centre C et de rayon SC

PASS

FORMULE DE CONJUGAISON DU DIOPTRE SPHERIQUE MINCE



$$n.\sin(i) = n'.\sin(i') \overset{GAUSS}{\Longrightarrow} n.i = n'.i'$$

$$\pi - i + \omega + \alpha = \pi \Rightarrow i = \omega + \alpha$$

$$\pi - \omega + i' + \alpha' = \pi \Rightarrow i' = \omega - \alpha'$$

$$n.(\omega+\alpha) = n'.(\omega-\alpha') \Rightarrow (n'-n).\omega = n\alpha + n'\alpha'$$

$$\alpha = \frac{PS}{-\overline{SA}} \quad \alpha' = \frac{PS}{\overline{SA'}} \quad \omega = \frac{PS}{\overline{SC}}$$

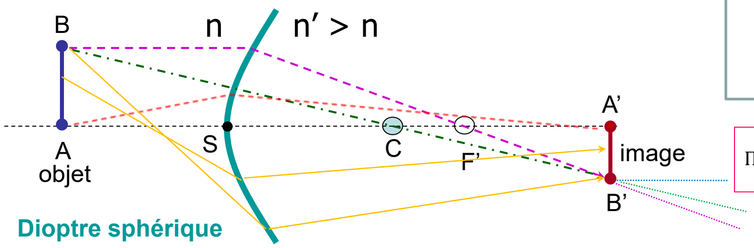
$$\Rightarrow (n'-n).\frac{PS}{\overline{SC}} = n\frac{PS}{-\overline{SA}} + n'\frac{PS}{\overline{SA'}}$$

$$\frac{n'-n}{\overline{SC}} = \frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} \overset{DEF}{=} \Pi$$

Π puissance ou vergence
en dioptrie (Dp $= m^{-1}$)
$\Pi > 0 \Rightarrow$ dioptre convergent
$\Pi < 0 \Rightarrow$ dioptre divergent
$\Pi = 0 \Rightarrow$ dioptre plan ou absent

Π est additive

CONSTRUCTION DES IMAGES



$$\Pi = \frac{n' - n}{\overline{SC}} = \frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}}$$

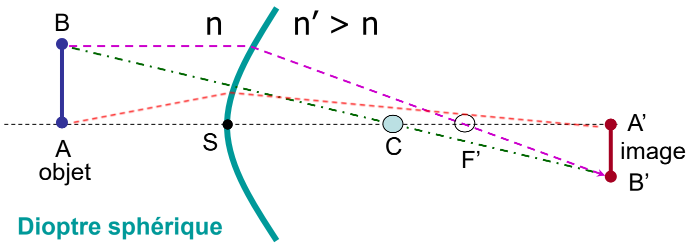
Dioptre sphérique convergeant

Un rayon normal au dioptre passe par le centre sans être dévié (Descartes)

Un rayon parallèle à l’axe optique émerge en coupant l’axe au foyer image F’ avec $\Pi = \frac{n'}{\overline{SF'}}$

PASS

CONSTRUCTION DES IMAGES

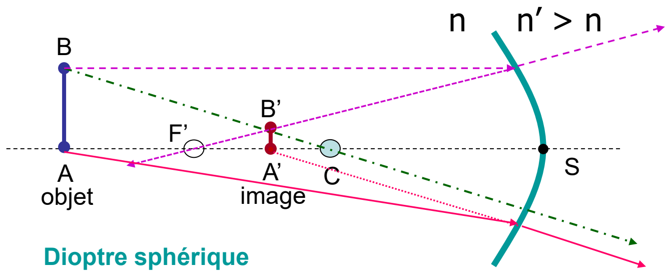


$$\Pi = \frac{n' - n}{\overline{SC}} = \frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}}$$

Dioptre sphérique convergeant

Un rayon normal au dioptre passe par le centre sans être dévié (Descartes)

Un rayon parallèle à l'axe optique émerge en coupant l'axe au foyer image F' avec $\Pi = \frac{n'}{\overline{SF'}}$

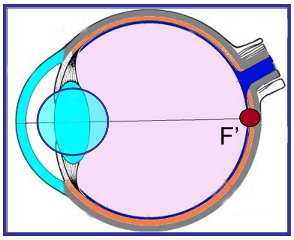


Dioptre sphérique divergeant

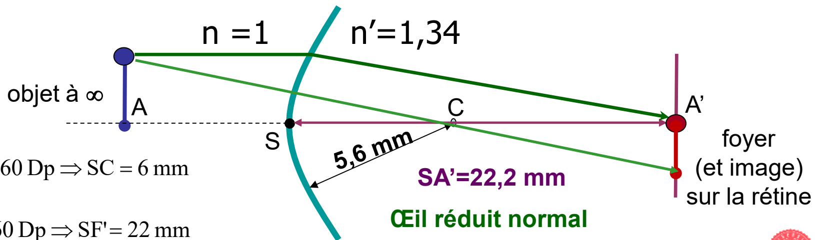
MODELE DE L'ŒIL REDUIT NORMAL

Cornée (42 Dp)
+
Cristallin
(22 Dp + δ)

= 4 dioptres



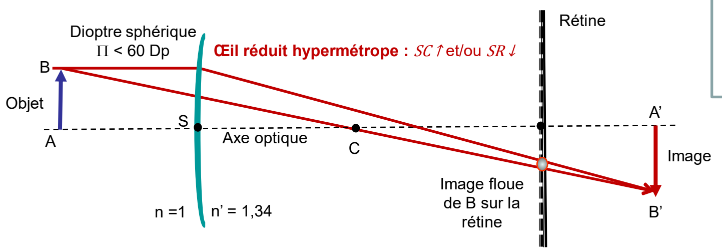
$\cong$ 1 dioptre convergent (60 Dp)
La rétine est dans le plan focal image

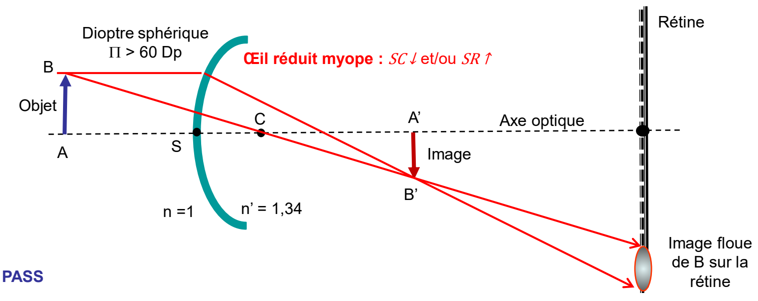


$$\Pi = \frac{n'-n}{SC} = 60\text{ Dp} \Rightarrow SC = 6\text{ mm}$$

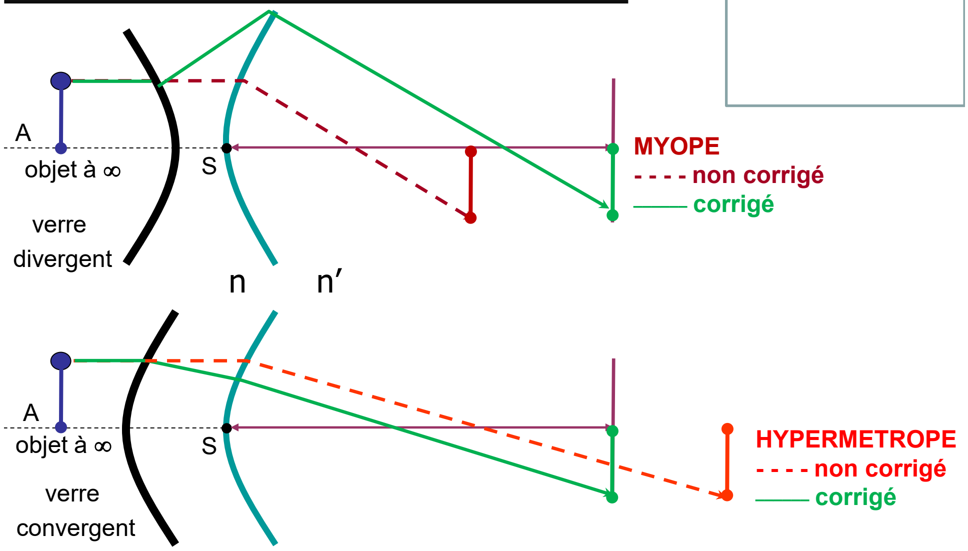
$$\Pi = \frac{n'}{SF'} = 60\text{ Dp} \Rightarrow SF' = 22\text{ mm}$$

AMETROPIES SPHERIQUES



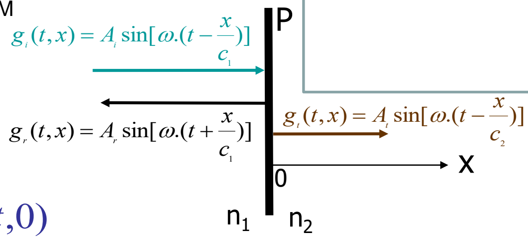


CORRECTIONS DES AMETROPIES SPHERIQUES



REFLEXION NORMALE

g représente par exemple E ou B d'une OEM



$$\frac{\partial g_i}{\partial x}(t,0) + \frac{\partial g_r}{\partial x}(t,0) = \frac{\partial g_t}{\partial x}(t,0)$$

$$\Rightarrow -\frac{\omega}{c_1}A_i + \frac{\omega}{c_1}A_r = -\frac{\omega}{c_2}A_t \Rightarrow A_i - A_r = \frac{c_1}{c_2}A_t$$

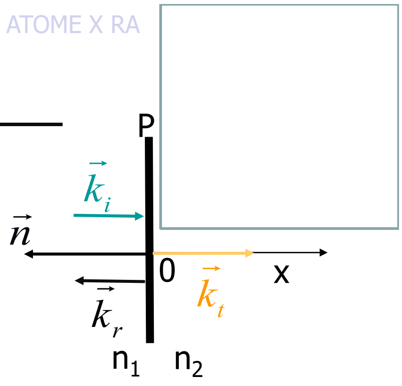
$$g_i(t,0) + g_r(t,0) = g_t(t,0)_t \Rightarrow A_i + A_r = A_t$$

$$\Rightarrow A_i - A_r = \frac{c_1}{c_2}A_t = \frac{c_1}{c_2}\left(A_i + A_r\right) \Rightarrow 1 - \frac{A_r}{A_i} = \frac{c_1}{c_2}\left(1 + \frac{A_r}{A_i}\right) \Rightarrow \boxed{\frac{A_r}{A_i} = \frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_1}}$$

PASS

REFLEXION NORMALE

$$\left.\begin{aligned} \frac{A_r}{A_i} &= \frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_1} \\ c_i &= \frac{c}{n_i} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{A_r}{A_i} = \frac{\dfrac{c}{n_2} - \dfrac{c}{n_1}}{\dfrac{c}{n_2} + \dfrac{c}{n_1}} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$



En milieu homogène, l'intensité lumineuse est proportionnelle à A²:

$$\boxed{\begin{aligned} r &= \frac{I_r}{I_i} = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2 \\ t &= \frac{I_t}{I_i} = 1 - r \end{aligned}}$$

Ex: lentille en verre (n_2=1,5) dans de l'air (n_1=1) : r= 4%

Conséquence: réflexion totale si $n_2 \to \infty$ (soit $n_2 >> n_1$)

REFLEXION NORMALE TOTALE

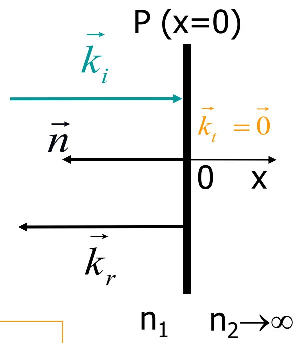
$\vec{E}_i(t,x) = \vec{E}_0 \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] \qquad \vec{E}_r(t,x) = -\vec{E}_0 \sin\left[\omega\left(t + \frac{x}{c}\right)\right]$

interférences : $\vec{E}(t,x) = \vec{E}_i(t,x) + \vec{E}_r(t,x)$

$\vec{E}(t,x) = \vec{E}_0 \left\{\sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right] - \sin\left[\omega\left(t + \frac{x}{c}\right)\right]\right\}$

Rappel: $\sin p - \sin q = 2\sin\frac{p-q}{2}\cos\frac{p+q}{2}$

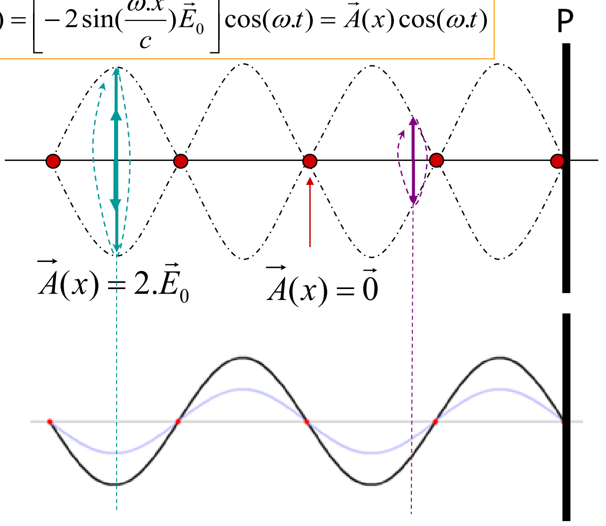
donc : $\vec{E}(t,x) = 2\vec{E}_0\left\{\sin\left[-\frac{\omega . x}{c}\right]\cos[\omega . t]\right\}$



$$\boxed{\vec{E}(t,x) = \left[-2\sin\left(\frac{\omega . x}{c}\right)\vec{E}_0\right].\cos(\omega . t) = \vec{A}(x).\cos(\omega . t)}$$

ONDE STATIONNAIRE

$$\vec{E}(t,x) = \left[-2\sin\left(\frac{\omega.x}{c}\right)\vec{E}_0\right]\cos(\omega.t) = \vec{A}(x)\cos(\omega.t)$$



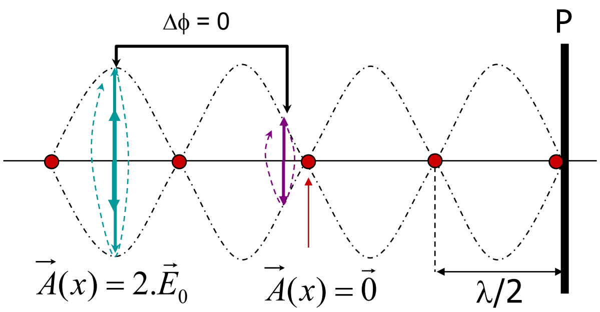
Pas de déphasage

Amplitude

$$\vec{A}(x) = -2\sin\left(\frac{\omega.x}{c}\right)\vec{E}_0$$

variable avec x

ONDE STATIONNAIRE



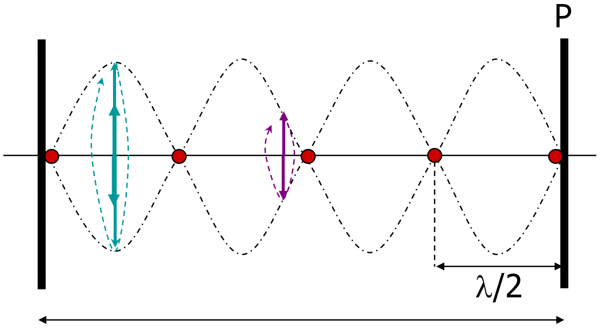
Pas de déphasage

Amplitude A(x) variable avec x

$$\sin(\frac{\omega.x}{c}) = 0 \Leftrightarrow \frac{2\pi.x}{cT} = \frac{2\pi.x}{\lambda} = N.\pi \Leftrightarrow x \in \left\{0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, 3\frac{\lambda}{2}, \ldots\right\}$$

$$\boxed{\vec{E}(t,x) = \left[-2\sin(\frac{\omega.x}{c})\vec{E}_0\right]\cos(\omega.t) = \vec{A}(x).\cos(\omega.t)}$$

ONDE STATIONNAIRE & QUANTIFICATION



L=kλ/2
λ=2L/k
k entier naturel

$$\vec{E}(t,x)=\left[-2\sin\left(\frac{\omega.x}{c}\right)\vec{E}_0\right]\cos(\omega.t)$$

Si le milieu est limité de dimension L, λ ne peut prendre que certaines valeurs discrètes 2L/k :

λ=2L, L, 2L/3, L/2,…

On dit que ces grandeurs sont quantifiées

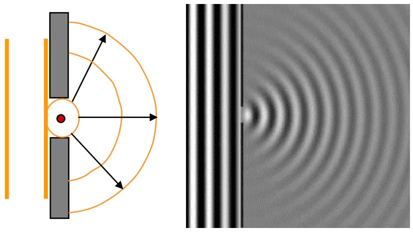
PASS

ONDES SON OEM **PROPAGATION**(VISION) DUALITE ATOME X RA

DIFFRACTION

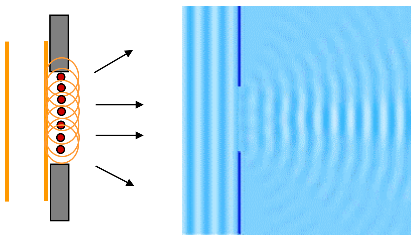
Rappel du principe de Huygens-Fresnel : chaque point d'une surface d'onde agit comme une source ponctuelle émettant en phase,

Diffraction = changements de direction de propagation d'une onde au passage d'un trou percé dans un écran



Si le trou étroit (par rapport à λ), après l'écran :
Après l 'écran :

① une seule onde sphérique se propage
② l'onde plane s'est transformée en onde sphérique



Si le trou est assez large, après l 'écran :

① plusieurs ondes sphériques se propagent.
② un déphasage apparaît entre les rayons émis dans une direction
③ ces ondes cohérentes réémises peuvent s'additionner algébriquement = interférences

PASS

ONDES SON OEM **PROPAGATION**(VISION) DU

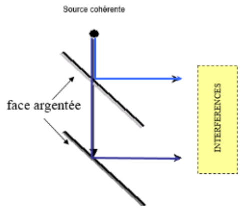
WOOCLAP 6

PASS

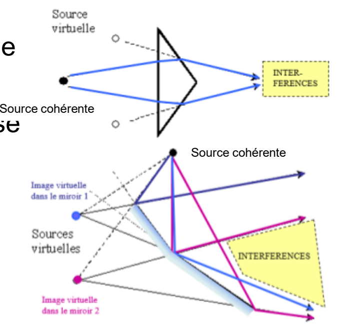
INTERFERENCES

- Définition : Addition algébrique d'ondes progressives pures cohérentes
  - Attention : il ne s'agit pas simplement de l'addition des intensités des ondes (qui a lieu même avec des ondes incohérentes)

- Exemples :
  - Onde stationnaire après réflexion normale
  - Ondes sphériques après diffraction
  - Onde fractionnée avec décalage de phase



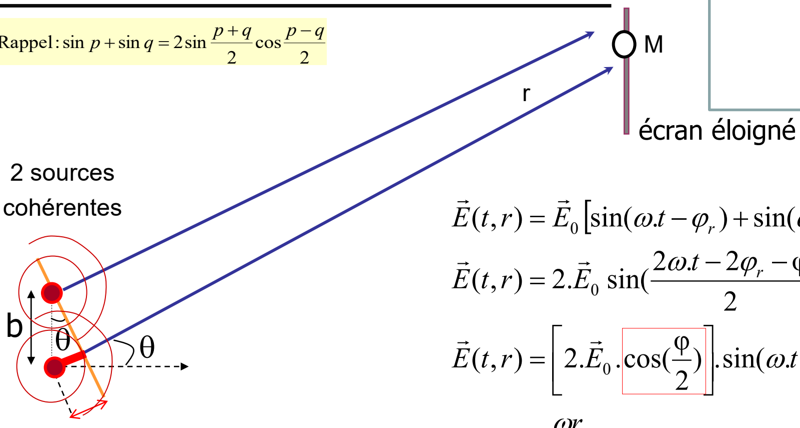
Miroirs réfléchissant et semi-réfléchissant



Bi-prisme et miroirs de Fresnel

INTERFERENCES DE 2 SOURCES COHERENTES

$\text{Rappel}: \sin p + \sin q = 2\sin\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2}$



$$\vec{E}(t,r) = \vec{E}_0\left[\sin(\omega.t-\varphi_r)+\sin(\omega.t-\varphi_r-\varphi)\right]$$

$$\vec{E}(t,r) = 2.\vec{E}_0\,\sin\!\left(\frac{2\omega.t-2\varphi_r-\varphi}{2}\right).\cos\!\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$

$$\vec{E}(t,r) = \left[2.\vec{E}_0.\boxed{\cos\!\left(\frac{\varphi}{2}\right)}\right].\sin\!\left(\omega.t-\varphi_r-\frac{\varphi}{2}\right)$$

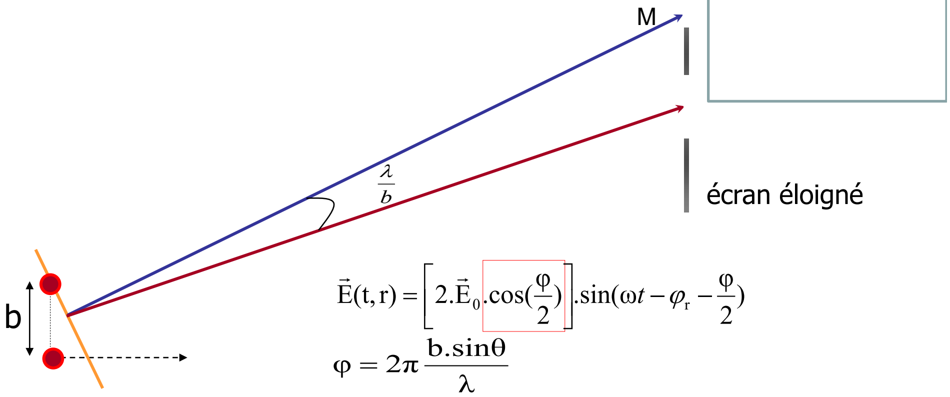
$$(\text{où }\varphi_r = \frac{\omega r}{c})$$

$$D = b.\sin\theta$$

$$\varphi = \frac{\omega}{c}D = \frac{2\pi}{\lambda}D$$

$\Rightarrow \varphi = 2\pi\frac{b.\sin\theta}{\lambda}$ indépendant du temps t

INTERFERENCES DE 2 SOURCES COHERENTES



$$\vec{E}(t,r) = \left[2.\vec{E}_0 \boxed{.\cos(\frac{\varphi}{2})} \right].\sin(\omega t - \varphi_r - \frac{\varphi}{2})$$

$$\varphi = 2\pi \frac{b.\sin\theta}{\lambda}$$

Amplitude (donc intensité) maximum si $|\cos(\varphi/2)|$ maximum, soit si $\varphi/2$ multiple de π

$$\frac{\varphi}{2} = \pi.\frac{b.\sin\theta}{\lambda} = k.\pi \Leftrightarrow \sin\theta = k.\frac{\lambda}{b} \approx \theta$$

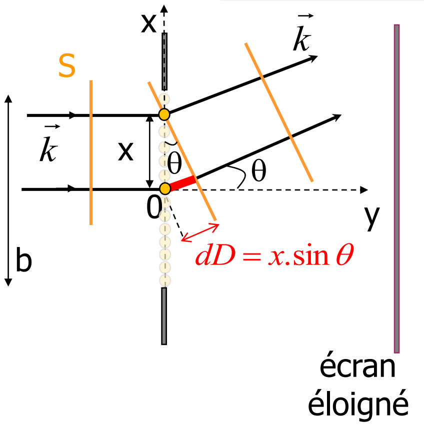
Succession de bandes claires et sombres → mesures de petits déplacements, astronomie

INTERFERENCES APRES DIFFRACTION

Calcul du déphasage entre deux rayons distants de x, diffractés sous un angle θ :

$$d\varphi = \frac{\omega}{c} dD = \frac{2\pi}{\lambda} dD$$

$$\Rightarrow d\varphi = \frac{2\pi . \sin\theta}{\lambda} x = \Theta . x$$



Dans la direction θ, l'onde observée après diffraction est la somme de toutes les ondes déphasées ayant passé l'obstacle entre –b/2 et +b/2 et ayant été diffractées dans la direction θ:

$$\vec{E} = \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\vec{A}_0}{b} \sin\left(\omega.t - \Theta x\right).dx$$

CALCUL DE L'ONDE DIFFRACTEE

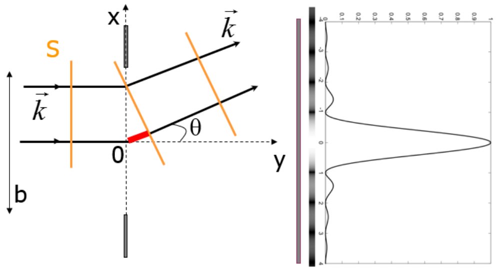
(LE DETAIL DU CALCUL N'EST PAS EXIGIBLE)

$$\vec{E} = \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\vec{A}_0}{b} \sin(\omega.t - \Theta x).dx = \frac{\vec{A}_0}{b}\frac{1}{\Theta}\left[\cos(\omega.t - \Theta x)\right]_{-b/2}^{b/2}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{A}_0}{b}\frac{1}{\Theta}\left[\cos\left(\omega.t - \frac{\Theta b}{2}\right) - \cos\left(\omega.t + \frac{\Theta b}{2}\right)\right] \quad \text{or} \quad \cos p - \cos q = -2\sin\frac{p-q}{2}\sin\frac{p+q}{2}$$

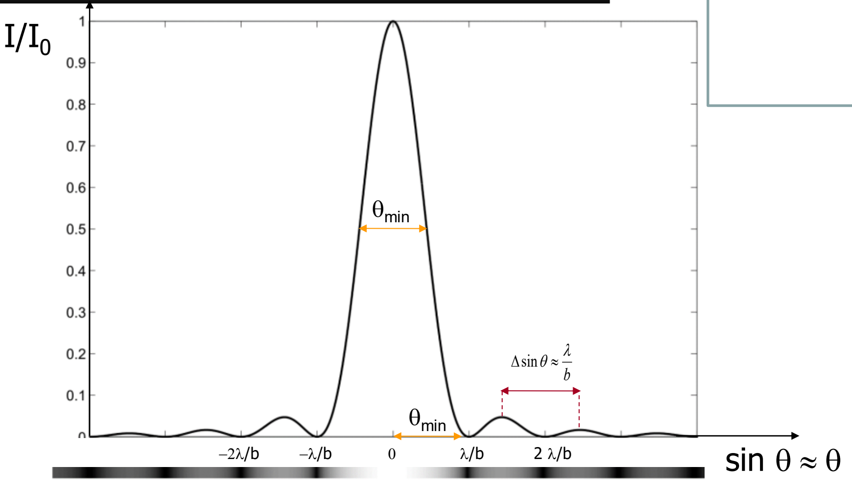
$$\Rightarrow \vec{E} = -\frac{\vec{A}_0}{b}\frac{2}{\Theta}\sin\left(-\frac{\Theta b}{2}\right)\sin(\omega.t) = \vec{A}_0 \sin(\omega.t)\frac{\sin(\Theta b/2)}{\Theta b/2} \quad \text{avec} \quad \Theta = \frac{2\pi\sin\theta}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \underbrace{\boxed{\vec{A}_0.\sin c\left(\frac{\pi.b.\sin\theta}{\lambda}\right)}}_{\vec{A}}\sin(\omega.t)$$



$$\vec{A} = \vec{A}_0.\text{sinc}\left(\frac{\pi\, b \sin\theta}{\lambda}\right) = \vec{0} \Leftrightarrow \sin\theta_{min} = N\frac{\lambda}{b}, \quad \text{N entier}$$

INTERFERENCES APRES DIFFRACTION

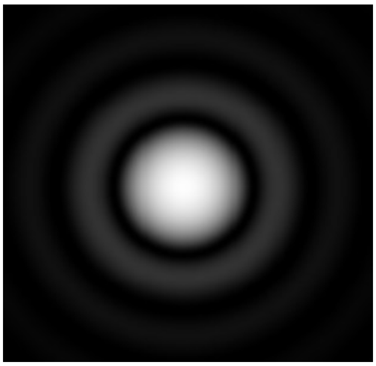


$$\sin\theta_{min} = \frac{\lambda}{b} \approx \theta_{min}$$ est aussi la largeur à mi-hauteur du maximum principal

DIFFRACTION PAR DES ECRANS

ORIFICE CARRE DE COTE b $\sin\ \theta^{N}{}_{\min} = N.\ \dfrac{\lambda}{b}$

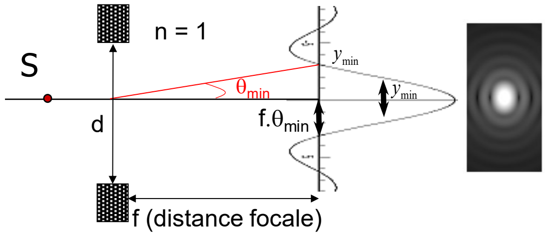
ORIFICE CIRCULAIRE DE DIAMETRE d



$\sin\ \theta^{N}{}_{\min} = 1{,}22\ .\ N.\ \dfrac{\lambda}{d}$

N entier positif

LA DIFFRACTION LIMITE LA RESOLUTION



$$\theta_{min} \approx \sin\ \theta_{min} = 1{,}22\,.\ \frac{\lambda}{d}$$

$$y_{min} \approx f.\theta_{min} \approx f.1{,}22\,.\ \frac{\lambda}{d}$$

N = f/d = nombre d'ouverture des objectifs photographiques (d = f/2,8 > f/22)

$$y_{min} \approx f.\theta_{min} \approx 1{,}22\,.\ \lambda.\ N$$

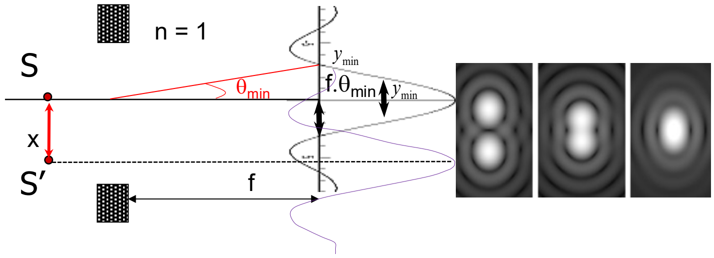
θ_{min} est la résolution angulaire

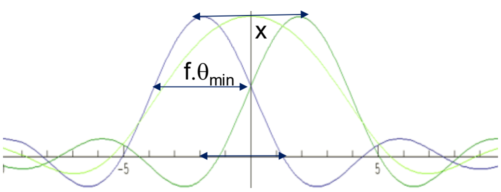
y_{min} est la résolution spatiale

Plus le nombre d'ouverture N = f/d est grand,
plus la diffraction dégrade la résolution (y_{min} ↑)

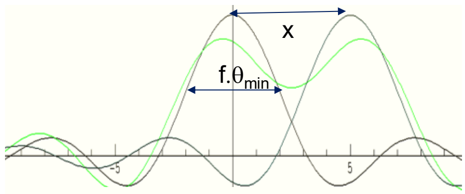
N↓ et d↑
Ø tache ↓
résolution ↑

LA DIFFRACTION LIMITE LA RESOLUTION





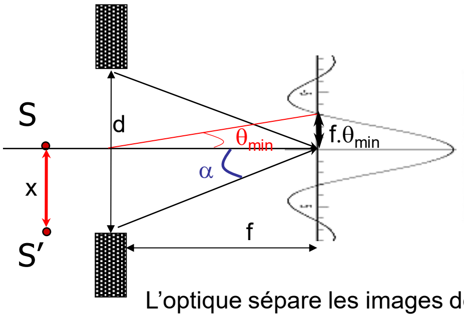
$x \leq f.\theta_{min}$: fusion des 2 objets

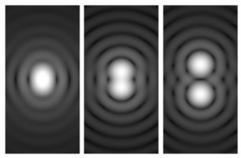


$x > f.\theta_{min}$: 2 objets vus

Le diaphragme sépare les images si $x >$ LMH = $f.\theta_{min} = 1{,}22.\lambda.f/d = 1{,}22.\ \lambda.N$

LA DIFFRACTION LIMITE LA RESOLUTION





L'optique sépare les images de 2 objets distants de x > LMH = $f.\theta_{min}$
LMH = R = pouvoir séparateur = résolution

$$\sin\alpha \approx tg\alpha = \frac{\frac{d}{2}}{f} = \frac{d}{2f} \Rightarrow \frac{f}{d} \approx \frac{1}{2\sin\alpha}$$

Si on interpose une goutte d'huile d'indice n entre le diaphragme et l'écran de visualisation, il faut remplacer la longueur d'onde dans le vide λ par λ/n :

$$\lambda_n = c_n.T = \frac{c}{n}.T = \frac{\lambda}{n}$$

Pouvoir séparateur d'un instrument d'optique:

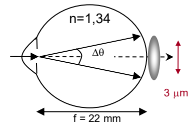
$$R = 1{,}22.\lambda.\frac{f}{d} = \frac{0{,}61.\lambda}{\sin\alpha}$$

ou $\frac{0{,}61.\lambda}{n.\sin\alpha}$ si le milieu image est d'indice n

LA DIFFRACTION LIMITE LA RESOLUTION

Résolution angulaire θ_{min} = 1,22 . λ/d
Résolution spatiale R= 1,22 . λf/d = 0,61. λ/(n.sin α)

- Pupille d = 5 mm, λ_n = 500/1,34 nm $\Rightarrow$ θ_{min} = 91 μrad.
  R = f.θ_{min} = 2 μm

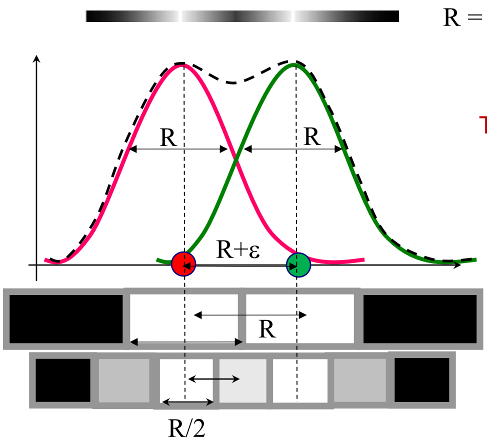


- Microscope d = 1 cm, λ = 500 nm, n.sin α = 1,5
  $\Rightarrow$ R = 0,2 μm et donc f = 3,3 mm et θ_{min} = 61 μrad

- Intérêt des optiques de grand diamètre (télescopes)
- intérêt des faibles λ (rayons X ou γ, …)
- Intérêt d'un milieu de n élevé entre la lame et le microscope

RESOLUTION ET NUMERISATION

$R = f.\theta_{min}$



Théorème d'échantillonnage de Shannon:

Numérisation sans perte d'information
⇳
Dimension du pixel = R/2

Exemple: calcul du diamètre optimal des cônes de la rétine: 2 µm/2 = 1 µm

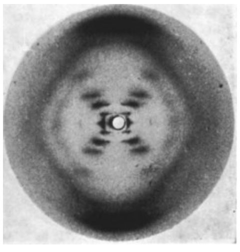
Données histologiques :
Bâtonnets : 2 µm ; Cônes : 1 à 3 µm

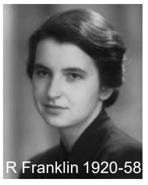
PASS

Nb: la diffraction n'est pas la seule à limiter la résolution, cf. DFGSM2

APPLICATIONS DE LA DIFFRACTION

- Holographie
- Détermination des structures moléculaires
  - sin $\theta \approx \lambda/d$ donne l’ordre de grandeur de d
  - La symétrie de la figure de diffraction reflète celle de l’objet diffractant
  - Rayons X : $\lambda \approx$ Å, adaptés à sonder les structures moléculaires
  - L’analyse de Fourier des figures de diffraction générées par des molécules biologiques cristallisées permet d’en déduire la structure





R Franklin 1920-58

« photographie 51 »
RE Franklin & R Gosling.
Nature. 171,740-741. 1953

⇨

A structure of DNA
JD Watson & FHC Crick.
Nature. 171, 737-738. 1953
(parmi 5 articles)

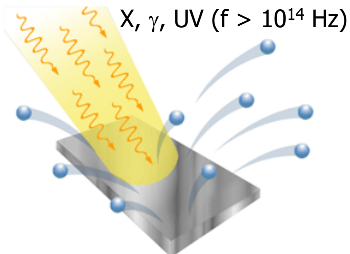
OBJECTIFS DU POINT D' ÉTAPE 3

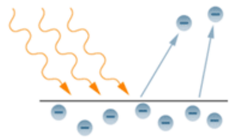
Définir, caractériser et manipuler:

- Les hypothèses de l'optique géométrique
- La relation de conjugaison du dioptre sphérique
- La correction des amétropies sphériques
- Les coefficients de réflexion et de transmission
- Une onde stationnaire en lien avec la quantification
- Les ondes cohérentes, interférence, diffraction.
- Évaluer si des interférences sont possibles
- Calculer un déphasage et une interférence
- Manipuler la relation $\sin \theta_{min} = N.\lambda/b$
- Les caractéristiques de résolution des instruments optiques et les conditions de numérisation.

APPROCHE EXPERIMENTALE

↳Pression de radiation: lumière ⇒ chocs de particules ?

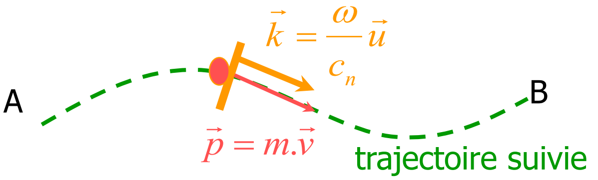




1905: effet photo-électrique seulement avec UV, X ou γ

PASS ↳ Lumière = Particules dont l'énergie dépend de f ?

DUALITE ONDE-CORPUSCULE

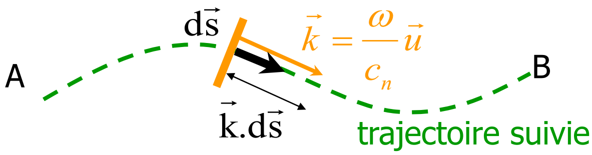


Problème : modéliser ensemble les deux caractéristiques de la lumière :
- ondulatoires : réflexion, réfraction, diffraction, interférences…
- corpusculaires : chocs, effet photo-électrique, effet Compton…

Idée : Modéliser via le principe de moindre action et l'analogie entre :
- ondulatoire : surface d'onde / vecteur d'onde $\vec{k}$
- corpusculaire : masse / quantité de mouvement $\vec{p}$

PRINCIPES DE MOINDRE ACTION

Aspect ondulatoire: principe de Fermat (1657)



1601-1665

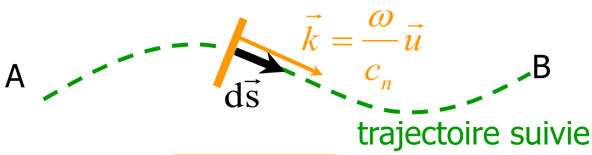
$$C = \int_A^B n.ds$$ chemin optique minimal

$$C = \int_A^B n.ds = \int_A^B \frac{c}{c_n}.ds = \int_A^B \frac{c}{c_n}\frac{\omega}{\omega}.ds = \frac{c}{\omega}\int_A^B \frac{\omega}{c_n}.ds = \frac{c}{\omega}\int_A^B \vec{k}.d\vec{s}$$

car $n = \frac{c}{c_n}$

PRINCIPES DE MOINDRE ACTION

Aspect ondulatoire: principe de Fermat (1657)

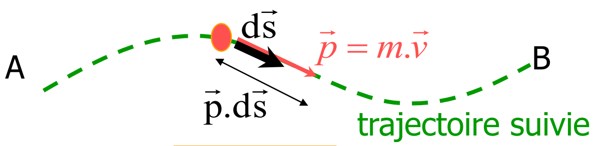


1601-1665

$$\boxed{A = \int_A^B \vec{k}.d\vec{s}}$$ minimale

PRINCIPES DE MOINDRE ACTION

Aspect corpusculaire: principe de Maupertuis (1744)



1698-1769

$$\boxed{A = \int_A^B \vec{p}.d\vec{s}}$$ minimale

Justifications :

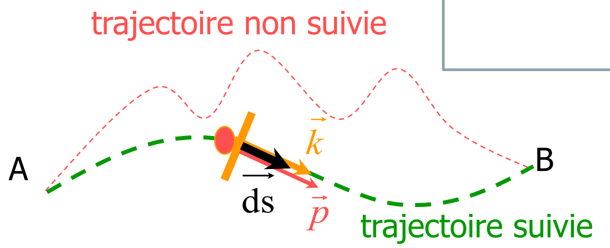
$$m \text{ et } v \text{ constants} \Rightarrow \int_A^B \text{p.ds} = \int_A^B \text{m.v.ds} = m.v.\int_A^B ds = m.v.(s_B - s_A)$$

$$E_c \text{ constant} \Rightarrow \int_A^B \text{p.ds} = \int_A^B \text{m.v.ds} = \int_A^B \text{m.v.}\frac{\text{ds}}{\text{dt}}.dt = \int_A^B \text{m.v}^2.dt = 2.E_c\int_A^B dt = 2.E_c(t_B - t_A)$$

PRINCIPES DE MOINDRE ACTION

$$A = \int_A^B \vec{k}.d\vec{s}$$

$$A' = \int_A^B \vec{p}.d\vec{s}$$



Description ondulatoire et corpusculaire de la lumière
$\Rightarrow$ A et A′ minimaux ensembles

Il suffit d'avoir $\vec{p}$ et $\vec{k}$ proportionnels : $\boxed{\vec{p} = \hbar.\vec{k}}$

RELATION DE LOUIS DE BROGLIE

$$p = \hbar . k \Rightarrow p = \hbar . \frac{\omega}{c_n} = \hbar . \frac{2\pi}{\lambda_n} = \frac{h}{\lambda_n}$$

Constante de Planck
h = 6,62 10^{-34} J.s
$\hbar = h/2\pi$

$$\boxed{\lambda = \frac{h}{p}}$$

Longueur d'onde (m)

quantité de mouvement de la particule (kg.m.s^{-1})

ONDE ↔ PARTICULE

1892-1987

APPLICATION NUMERIQUE

- Sujet de 70 kg se déplaçant à 10 km/h

$$\lambda = \frac{6.62.10^{-34}}{70.10000/3600} = 3{,}4.10^{-36}\,\text{m} \quad << \quad 10^{-18}\ \text{m (électron)}$$

- Électron accéléré sous 100 V

$$\frac{1}{2}\text{m.v}^2 = \text{e.V} \Rightarrow \text{m}^2.\text{v}^2 = 2\text{m.e.V} \Rightarrow \text{p} = \text{m.v} = \sqrt{2.\text{m.e.V}} = 5{,}4.10^{-24}\,\text{kg.m.s}^{-1}$$

$$\lambda = \frac{6.62.10^{-34}}{5{,}4.10^{-24}} = 1{,}2.10^{-10}\,\text{m} \approx \text{dimensions atomiques}$$

Donc : comportement ondulatoire (diffraction) des électrons

Les électrons ⇒↑ résolution des microscopes ($\propto \lambda\downarrow/d$)

mais ce comportement ne peut pas se manifester pour un humain …

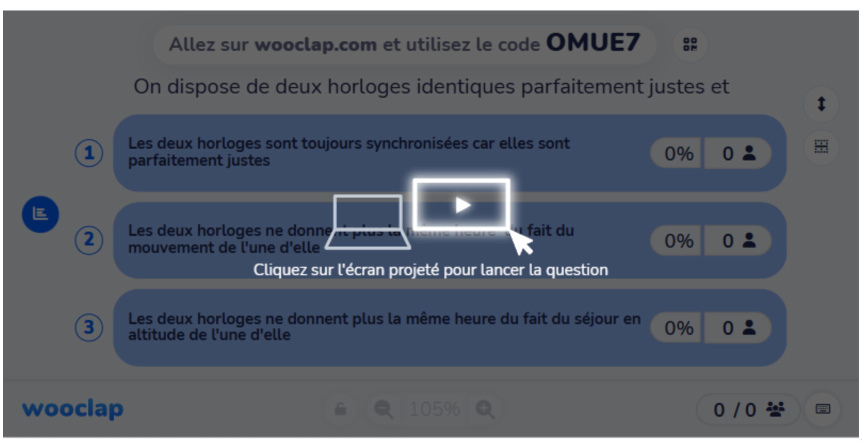
ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

3 CONSEQUENCES DE LA DUALITE O.C

- Relation du quantum d'Einstein
  - Que signifie λ=h/p dans le cas d'un photon (m=0 mais p≠0) ?
- Relations d'incertitudes d'Heisenberg
  - Ou comment le hasard entre en jeu du fait de la dualité onde-corpuscule
- Quantification des grandeurs physiques
  - Ou l'on renonce à la continuité des grandeurs physiques

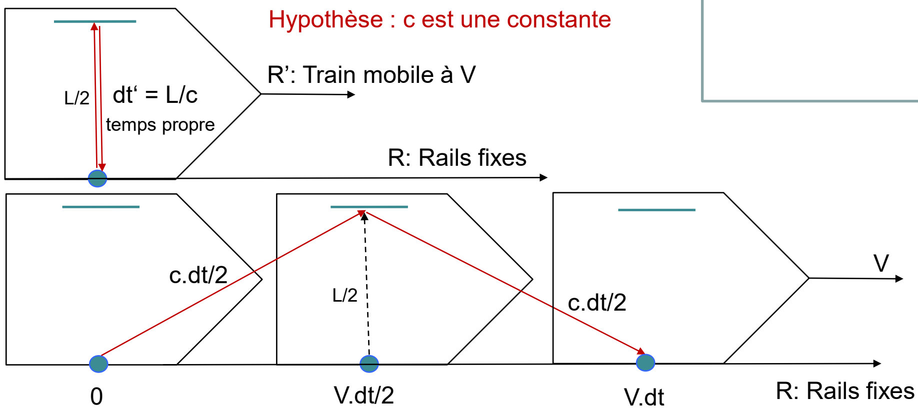
ONDES ...PROPAGATION(VISION) DUALITE A

WOOCLAP 7



RELATIVITE RESTREINTE

Hypothèse : c est une constante



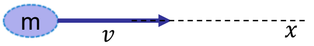
$$\left(\frac{c.dt}{2}\right)^2 = \left(\frac{V.dt}{2}\right)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2 \Rightarrow dt^2.\left(c^2 - V^2\right) = L^2 = c^2.dt'^2 \Rightarrow dt^2 = \frac{c^2.dt'^2}{c^2 - V^2} = \frac{dt'^2}{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

$$\boxed{dt = \frac{dt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \gamma.dt' \quad \text{où} \quad \gamma \geq 1}$$

PASS

Exemple: V = 0,87.c $\Rightarrow \gamma = 2$
Si vue de l’intérieur du train, l’horloge bat toutes les ns (dt’=L/c=10^{-9}s),
alors elle bat 2 fois plus lentement (dt=2 ns), vue du sol.

IMPULSION & ENERGIE EN RELATIVITE



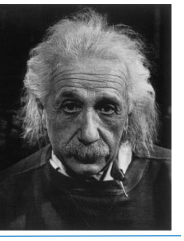
$$p = m\frac{dx}{dt'} = m\frac{dx}{dt}\frac{dt}{dt'} = m\frac{dx}{dt}\gamma \Rightarrow \boxed{p = \gamma.m.v} \quad \text{où} \quad \frac{dt}{dt'} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma$$

En particulier, $\boxed{v = c \Rightarrow m = 0}$

de plus, comme $(1-\varepsilon)^n \overset{\varepsilon\to 0}{\approx} (1-n.\varepsilon)$

$$\gamma.\mathrm{mc}^2 = \frac{\mathrm{mc}^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \mathrm{mc}^2.\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \overset{v<<c}{\approx} \mathrm{mc}^2.\left(1+\frac{v^2}{2c^2}\right) = \mathrm{mc}^2 + \frac{1}{2}mv^2 = E$$

Donc $\boxed{E = \gamma.\mathrm{mc}^2}$ et au repos : $\boxed{E = \mathrm{mc}^2}$



A Einstein
1879-1955

$$E = \gamma.m.c^2 = \frac{p}{v}.c^2 \xrightarrow{v\to c} p.c$$ donc $\boxed{m = 0 \Rightarrow E = p.c}$

Remarque, plus généralement :

$$E^2 = \gamma^2\mathrm{m}^2\mathrm{c}^4 = \mathrm{m}^2\mathrm{c}^4(1+\gamma^2-1) = \mathrm{m}^2\mathrm{c}^4\left(1+\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}-1\right) = \mathrm{m}^2\mathrm{c}^4\left(1+\frac{\frac{v^2}{c^2}}{1-\frac{v^2}{c^2}}\right) = \mathrm{m}^2\mathrm{c}^4\left(1+\gamma^2\frac{v^2}{c^2}\right)$$

$$\Rightarrow E^2 = \mathrm{m}^2\mathrm{c}^4 + \mathrm{m}^2\mathrm{c}^2\gamma^2v^2 \Rightarrow E^2 = \mathrm{m}^2\mathrm{c}^4 + \mathrm{p}^2\mathrm{c}^2$$

RELATION DU QUANTUM

Pour une particule (PHOTON) associée à une onde électromagnétique se déplaçant à la célérité de la lumière c :

$$M = \frac{m_{repos}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{donc} \quad v = c \Rightarrow m_{repos} = 0$$

$$m_{repos} = 0 \Rightarrow E = p.c$$

La relation de L. de Broglie s'écrit dans ce cas particulier :

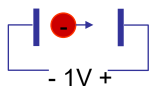
$$p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \quad \boxed{\mathrm{E} = \frac{\mathrm{hc}}{\lambda} = \mathrm{hf} = \hbar.\omega} \qquad \hbar \overset{DEF}{=} \frac{\mathrm{h}}{2\pi}$$

E : énergie du photon
ω, f et λ: pulsation, fréquence et longueur de l'OEM associée
c: célérité des OEM dans le vide;
h: constante de Planck, $\hbar$: constante de Planck réduite

RELATION DU QUANTUM

$$E = \frac{hc}{\lambda} = hf = \hbar.\omega \quad \text{où} \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Électron-volt = énergie acquise
par un électron accéléré sous 1 V :
E = q.V où q=e et V=1
1 eV = 1,602.10^{-19} J

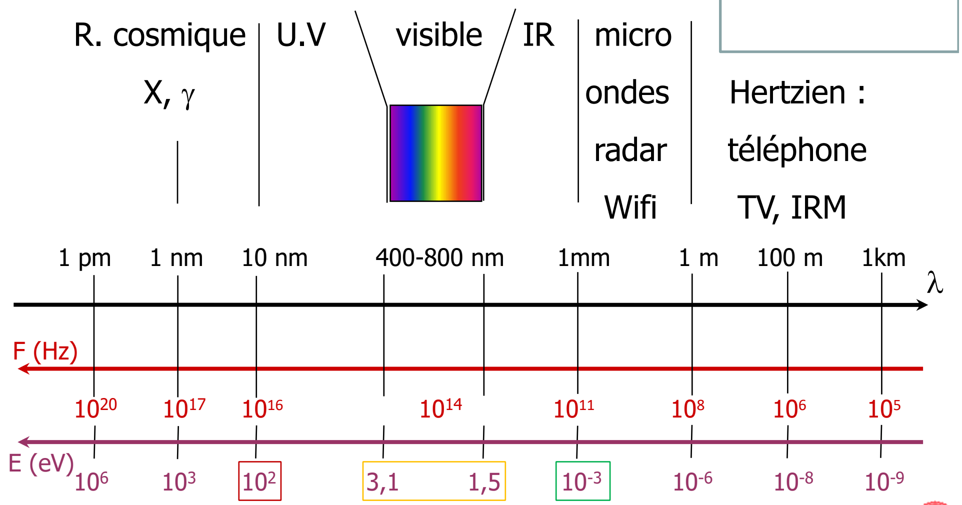


$$\mathrm{E(eV)} = \frac{h.c}{e.\lambda(nm).10^{-9}} \Rightarrow E(eV) = \frac{6{,}626.10^{-34}.2{,}998.10^{8}}{1{,}602.10^{-19}.\lambda(nm).10^{-9}}$$

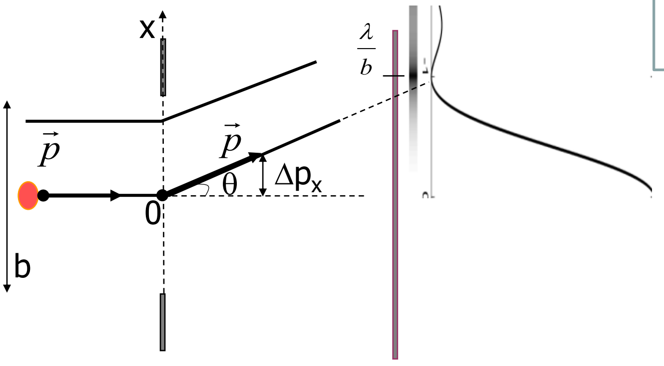
$$\boxed{\mathrm{E(eV)} = \frac{1240}{\lambda(\mathrm{nm})}}$$

Attention: cette relation ne s'applique pas aux particules de masses au repos non nulles

CLASSIFICATION SIMPLIFIEE



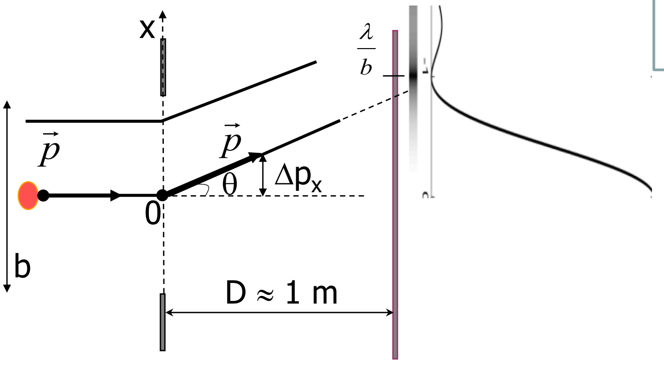
RETOUR SUR LA DIFFRACTION



La même figure d'interférences est enregistrée sur une plaque photographique lorsque les photons sont émis un par un

Interprétation ?

RETOUR SUR LA DIFFRACTION



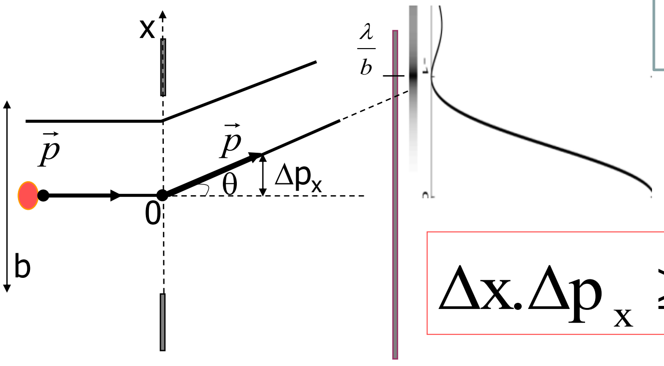
Incertitude sur la position du photon : $\Delta x = b$

Incertitude sur l'impulsion du photon : $\Delta p_x = p.\sin\theta$

si θ petit et D ≈ 1m, alors $p.\sin\theta \approx p.\theta \approx p.\lambda/b$

Alors $\Delta x.\Delta p_x \approx b.\ p.\ \lambda/b = p.\ \lambda = h$ ($\approx h/2\pi$)

RETOUR SUR LA DIFFRACTION



$$\Delta x.\Delta p_x \geq \hbar \neq 0$$

L'incertitude sur la direction de diffraction de l'OEM se retrouve dans l'impossibilité de connaître avec une absolue précision à la fois la position et l'impulsion du photon

RELATIONS D'INCERTITUDE D'HEISENBERG

$$\Delta x . \Delta p_x \geq \hbar$$

$$\Delta E . \Delta t \geq \hbar$$

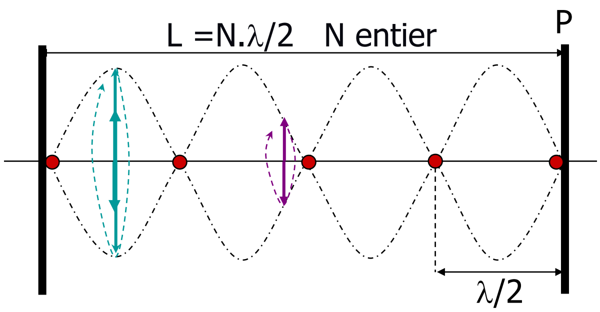
ΔE : énergie échangée lors d'une interaction de durée Δt

1901-1976

Pour calculer une trajectoire à partir de la relation fondamentale de la dynamique ($\Sigma f=ma$), il faut connaître exactement les positions et impulsions initiales, ce qui n'est pas le cas.

Donc, il n'y a pas de trajectoire définie à l'échelle des particules élémentaires, mais seulement des probabilités de présence p

QUANTIFICATION



Dualité Onde-particule ⇒ L. d'onde λ=2.L/N quantifiée

⇒ fréquence f=c/λ=N.c/(2L) quantifiée

⇒ Énergie = hf =N.h.c/(2L) quantifiée

Les grandeurs physiques ne varient pas continûment, mais par multiples d'une grandeur élémentaire: elles sont quantifiées.

LE MODELE STANDARD

BOSONS DE JAUGE (INTERACTIONS)

INTERACTION	BOSON	CIBLE	PORTEE fm	I/I_f
FORTE	8 GLUONS	HADRON	1	1
ELECTRO-MAGNETIQUE	PHOTON	CHARGEE	∞	10^{-3}
FAIBLE	Z° W⁺, W⁻	TOUTE	10^{-3}	10^{-5}
GRAVITATION	(GRAVITON) ?	MASSIQUE	∞	10^{-38}

FERMIONS (MATIERE)

6 quarks ⟵ ⟶ 6 leptons

u	c	t	2e/3
d	s	b	-e/3

e	μ	τ	-e
ν_e	ν_μ	ν_τ	0

+ 6 anti-quarks
6 anti-leptons

paires/triplets :
HADRONS

ELECTRON
e = 1,6 10^{-19} C

proton = (uud) $q=\left(\frac{2}{3}+\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\right).e=e$

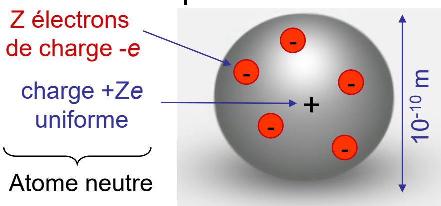
neutron = (udd) $q=\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\right).e=0$

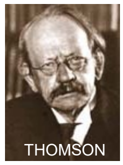
PASS

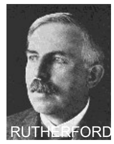
ATOME = (p,n,e)

MODELES ATOMIQUES

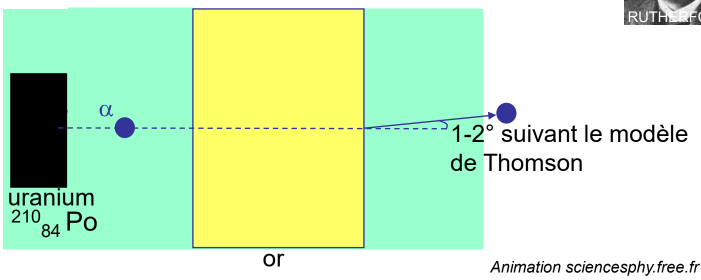
- Modèle atomique de Thomson







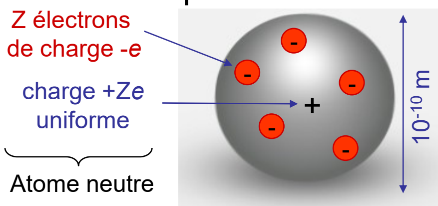
- Expérience d'E. Rutherford (1911)



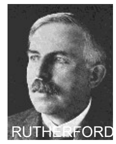
Animation sciencesphy.free.fr

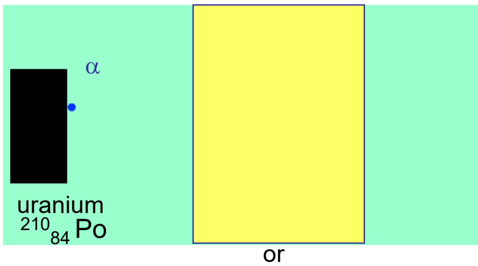
MODELES ATOMIQUES

- Modèle atomique de Thomson



- Modèle atomique d'E. Rutherford (1911)

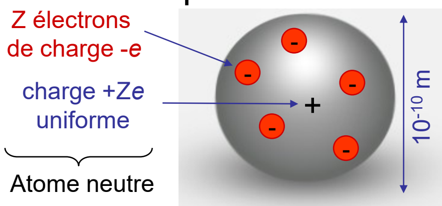




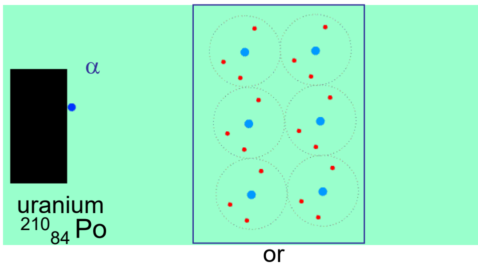
Animation sciencesphy.free.fr

MODELES ATOMIQUES

- Modèle atomique de Thomson



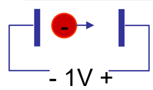
- Modèle atomique d'E. Rutherford (1911)



Animation sciencesphy.free.fr

UNITES EN PHYSIQUE ATOMIQUE

- Energie : électron-volt (eV)
  - 1 eV = énergie cinétique acquise par un électron qui passe, dans le vide, d'un point à un autre ayant un potentiel supérieur de 1 volt
  - $\boxed{1 \text{ eV} = e.V = 1{,}6\ 10^{-19} \text{ J}}$

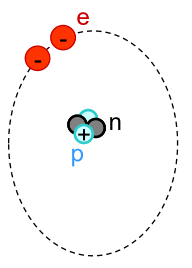


- Masse :
  - Unité de masse atomique = u
  - 1 u = $\frac{1}{12}$ masse d'un atome de carbone 12: $\boxed{1\,\text{u} = \frac{1}{12}.\frac{12.10^{-3}}{6{,}022.10^{23}} = 1{,}66.10^{-27}\,\text{kg}}$
  - Au repos: E = m.c² ⇒ m = E/c² en MeV ou MeV/c²

$$\boxed{1\,\text{u} = \frac{1{,}66.10^{-27}.(299\,792\,458)^2}{1{,}602.10^{-19}} = 931 \quad \text{MeV}}$$

MODELE ATOMIQUE DE RUTHERFORD

- Atome : ${}^{A}_{Z}X$
  - Z = numéro atomique = Nb d'électrons et de protons
  - A = nombre de masse = Nb de nucléons (A=Z+N)
  - m_e= 9,109 10^{-31} kg = 0,511 MeV
    << m_p=1,673 10^{-27} kg ≈ 938 MeV < m_n=1,675 10^{-27} kg ≈ 940 MeV



- ISOTOPE : même Z *exemple :* ${}^{1}_{1}H$ et ${}^{2}_{1}H$
- ISOBARE : même A *exemple :* ${}^{40}_{19}K$ et ${}^{40}_{20}Ca$
- ISOTONE : même N *exemple :* ${}^{26}_{12}Mg$ et ${}^{27}_{13}Al$

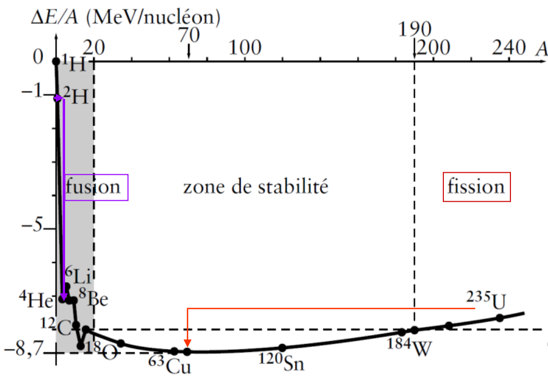
- Dimensions des nucléons r ≈ 1,4 fm
- Dimension du noyau R / $\frac{4}{3}\pi R^3 \approx A\frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow R \approx \sqrt[3]{A}.r$
  - R < $257^{1/3}$. 1,4 < 10 fm ⇒ interaction forte dans le noyau

MODELE ATOMIQUE DE RUTHERFORD

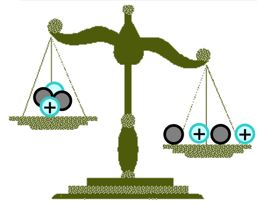
- Défaut de masse : $M({}^{A}_{Z}X) < Z.m_p + (A-Z).m_n$

  Le défaut de masse correspond à une énergie de liaison nucléaire par interaction forte

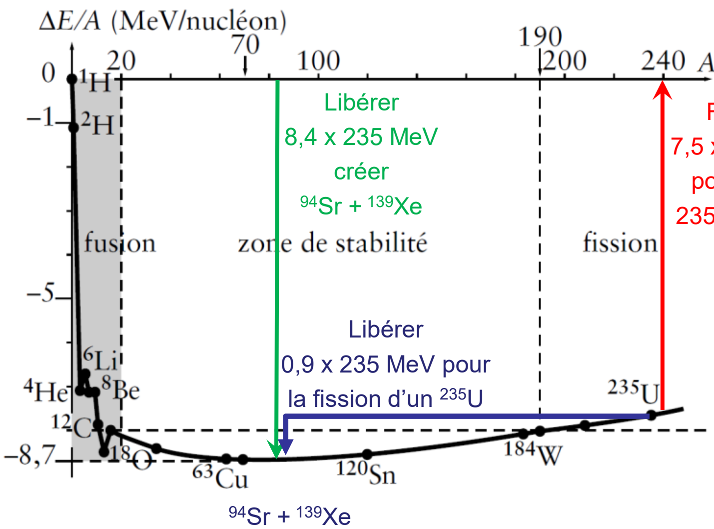
$$\boxed{\Delta M = \frac{\Delta E}{c^2} = Z.m_p + (A-Z).m_n - M({}^{A}_{Z}X) > 0}$$



Courbe d'Aston



ENERGIES DE FISSION ET FUSION



235 x 0,9=211 MeV

Q = 211 10^6x e x $\mathcal{N}$

Q ≈ 20.10^{12} J/mol

$C + O_2 \rightarrow CO_2$ +Q'

Q' = 418 kJ/mol

Q/Q' = 48 10^6

OBJECTIFS DU POINT D' ÉTAPE 4

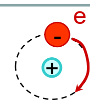
- Savoir expliquer et manipuler :
  - λ = h/p et E= hc/ λ pour les photons
  - 0< $\Delta x.\Delta p_x$ et la perte du concept de trajectoire
  - La quantification des grandeurs physiques
- Savoir manipuler :
  - Les relations λ = h/p et E= hc/ λ
  - Et les conséquences de E= hc/ λ sur la classification des REM
- Connaître: les ordres de grandeur limites en énergie des photons :
  - (X,γ) : E > 10-100 eV ; (visible) : E = 1-3 eV; (Hertzien) : E < 1 meV
- Savoir définir et manipuler :

  Le modèle de Rutherford, ses limites, isotope, isotone, isobare

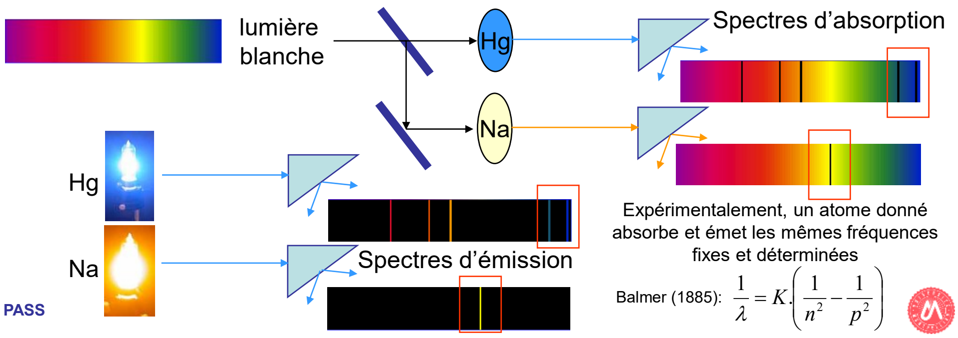
  Les unités atomiques de masse et d'énergie, le défaut de masse ΔM

MODELE ATOMIQUE DE RUTHERFORD

- Un électron en orbite s'écraserait sur le noyau
  - mouvement accéléré (circulaire, de période T)
  - donc rayonne une onde électromagnétique f=1/T (antenne)
  - donc perd de l'énergie et T diminue ⇒ f ↑



- et émettrait des fréquences continûment variables.



Expérimentalement, un atome donné absorbe et émet les mêmes fréquences fixes et déterminées

Balmer (1885): $\frac{1}{\lambda} = K.\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right)$

WOOCLAP 8

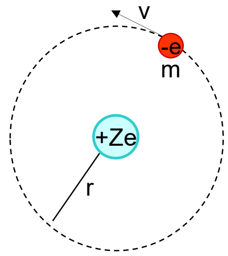
MODELE ATOMIQUE DE BOHR

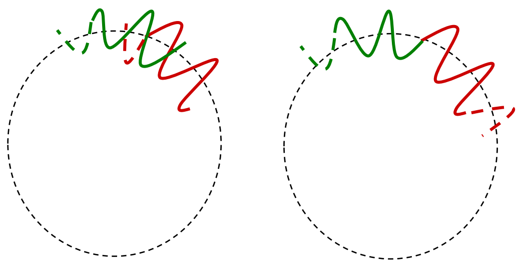
- Dualité onde-électron $\Rightarrow$ quantification

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

- Quantification : $2\pi\, r = n\lambda$

hydrogénoïde : 1e$^-$





$$2\pi\, r = k\frac{\lambda}{2}$$
$$k\ entier\ impair$$

$$2\pi\, r = n\lambda$$
$$k = 2.n$$

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

- Dualité onde-électron $\Rightarrow$ quantification

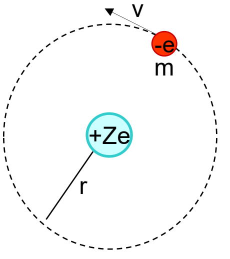
- Quantification : $\left.\begin{array}{l} \lambda = \dfrac{h}{mv} \\ 2\pi\, r = n\lambda \end{array}\right\} \Rightarrow 2\pi\, r = \dfrac{nh}{mv}$

  $\Rightarrow mv\, r = n\hbar \text{ où } \hbar = \dfrac{h}{2\pi}$

  - D'où la quantification du M^t cinétique de l'e$^-$:

    $\left\|\vec{L}\right\| = \left\|\vec{p} \wedge \vec{r}\right\| = mv\, r = n\hbar \;\text{ avec n} = 1,2,\ldots$

hydrogénoïde : 1e$^-$



MODELE ATOMIQUE DE BOHR

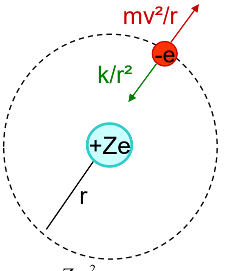
- Dualité onde-électron $\Rightarrow$ quantification

hydrogénoïde : 1e$^-$

- Quantification :

$$\left.\begin{array}{l}\lambda = \dfrac{h}{mv} \\ 2\pi\, r = n\lambda\end{array}\right\} \Rightarrow 2\pi\, r = \frac{nh}{mv}$$

$$\Rightarrow mv\, r = n\hbar \text{ où } \hbar = \frac{\mathrm{h}}{2\pi}$$



- D'où la quantification du M^t cinétique de l'e$^-$:

$$\left\|\vec{L}\right\| = \left\|\vec{p} \wedge \vec{r}\right\| = mv\, r = n\hbar \;\text{ avec n} = 1,2,...$$

$$\mathrm{k} = \frac{\mathrm{Z.e}^2}{4\pi\varepsilon_0} = 2{,}3.10^{-28}\, Z$$

- RFD :

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{k}{r^2} = \dfrac{mv^2}{r} \Rightarrow (mv)^2 = \dfrac{km}{r} \\ \text{mais } (mv)^2 = \left(\dfrac{n\hbar}{r}\right)^2\end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{r = n^2 \frac{\hbar^2}{km} = n^2.r_0}$$

$$r_0 = \frac{0{,}53}{Z} 10^{-10} m$$

quantification de rayon orbital

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

- Energie cinétique de l'e$^-$:

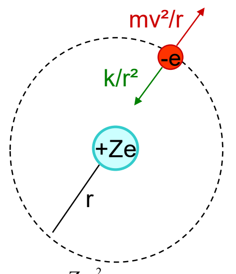
$$\left.\begin{array}{l} E_c = \frac{1}{2} m v^2 \\ RFD \Rightarrow (mv)^2 = \frac{km}{r} \end{array}\right\} \Rightarrow E_c = \frac{k}{2r}$$

- Energie potentielle de l'e$^-$:
  - En prenant $E_p(\infty)=0$

$$E_p = -eV = -\frac{k}{r}$$

$$V = \frac{Z.e}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$$

hydrogénoïde : 1e$^-$



$$k = \frac{Z.e^2}{4\pi\varepsilon_0} = 2,3.10^{-28} Z$$

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

- Energie cinétique de l'e$^-$:

$$\left.\begin{array}{l} E_c = \dfrac{1}{2} m v^2 \\ RFD \Rightarrow (mv)^2 = \dfrac{km}{r} \end{array}\right\} \Rightarrow E_c = \frac{k}{2r}$$

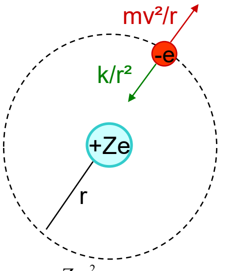
- Energie potentielle de l'e$^-$: $E_p = -eV = -\dfrac{k}{r}$
  - En prenant $E_p(\infty)=0$

- Energie de l'électron : $E = E_c + E_p = -\dfrac{k}{2r}$

$$r = n^2 \frac{\hbar^2}{km} \Rightarrow E = -\frac{m}{2}\left(\frac{k}{\hbar}\right)^2 \frac{1}{n^2} \Rightarrow E = -\frac{me^4}{8h^2\varepsilon_0^2}\frac{Z^2}{n^2}$$

$$\boxed{E(eV) = -13{,}6.\frac{Z^2}{n^2}}$$

hydrogénoïde : 1e$^-$



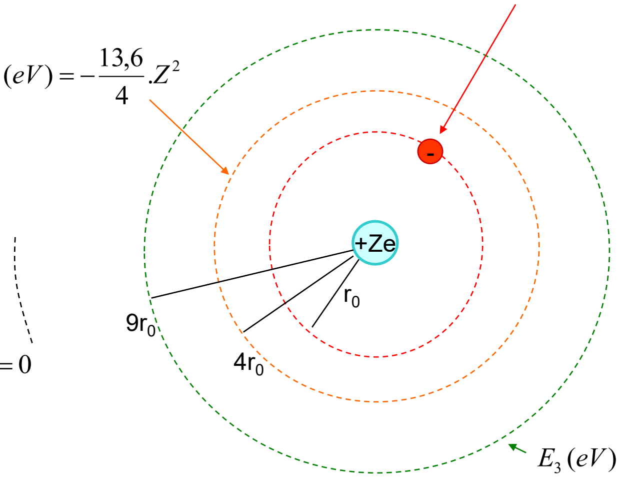
$$k = \frac{Z.e^2}{4\pi\varepsilon_0} = 2{,}3.10^{-28} Z$$

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

Pour un atome hydrogénoïde (i.e à un électron)

$$E_1\,(eV) = -13{,}6.Z^2$$

$$E_2\,(eV) = -\frac{13{,}6}{4}.Z^2$$



$$E_\infty = 0$$

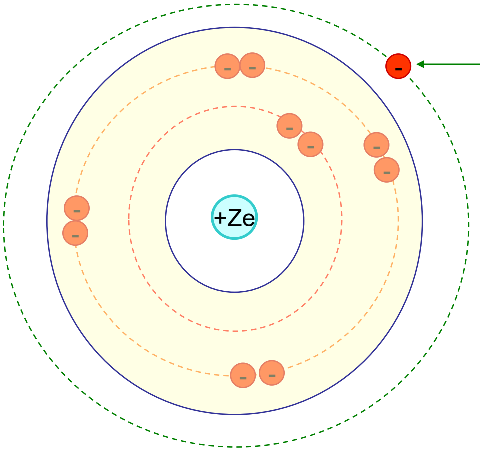
$$E_3\,(eV) = -\frac{13{,}6}{9}.Z^2$$

$$\boxed{E_n\,(eV) = -13{,}6.\frac{Z^2}{n^2}}$$

N. Bohr

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

Pour un atome à plus d'un électron (Z=1)



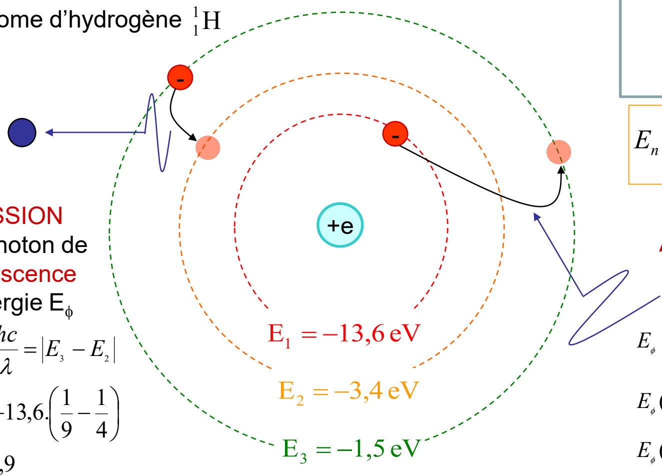
EFFET D'ÉCRAN :
la charge du noyau « vue » par l'électron périphérique semble diminuée de σ.e

$$E_{n,\sigma}(eV) = -13{,}6.\frac{(Z-\sigma)^2}{n^2}$$

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

Pour l'atome d'hydrogène $^1_1\mathrm{H}$

$$E_n(eV) = -13{,}6.\frac{1}{n^2}$$



EMISSION
d'un photon de
fluorescence
d'énergie E_ϕ

$$E_\phi = hf = \frac{hc}{\lambda} = |E_3 - E_2|$$

$$E_\phi(eV) = -13{,}6.\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{4}\right)$$

$$E_\phi(eV) = 1{,}9$$

ABSORPTION
d'un photon
d'énergie E_ϕ

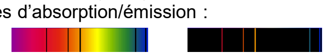
$$E_\phi = hf = \frac{hc}{\lambda} = |E_3 - E_1|$$

$$E_\phi(eV) = -13{,}6.\left(\frac{1}{9} - 1\right)$$

$$E_\phi(eV) = 12.1$$

Explique la formule de Balmer (1885) pour une transition p→n et aux spectres d'absorption/émission :

$$\frac{1}{\lambda} = K.\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right) = -\frac{13{,}6.e}{h.c}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right)$$

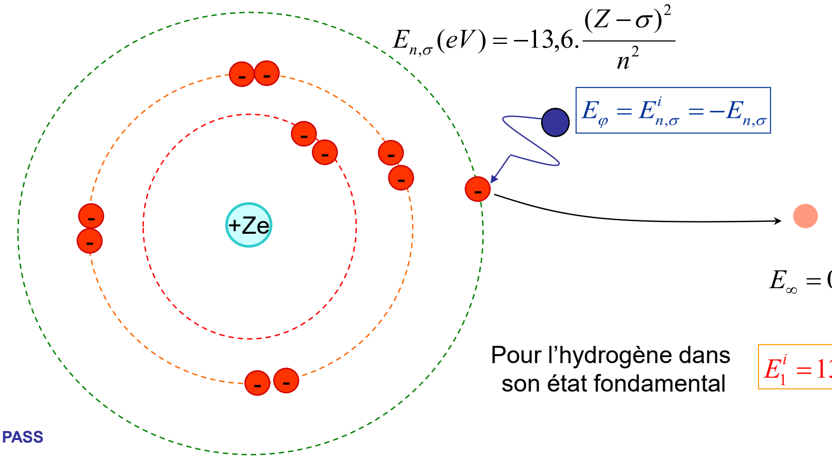


PASS

ENERGIE D'IONISATION $E^i_{n,\sigma} = -E_{n,\sigma}$

C'est l'énergie minimale nécessaire pour soustraire un électron atomique à l'influence électrostatique du noyau

$$E_{n,\sigma}(eV) = -13{,}6.\frac{(Z-\sigma)^2}{n^2}$$



$$\boxed{E_\varphi = E^i_{n,\sigma} = -E_{n,\sigma}}$$

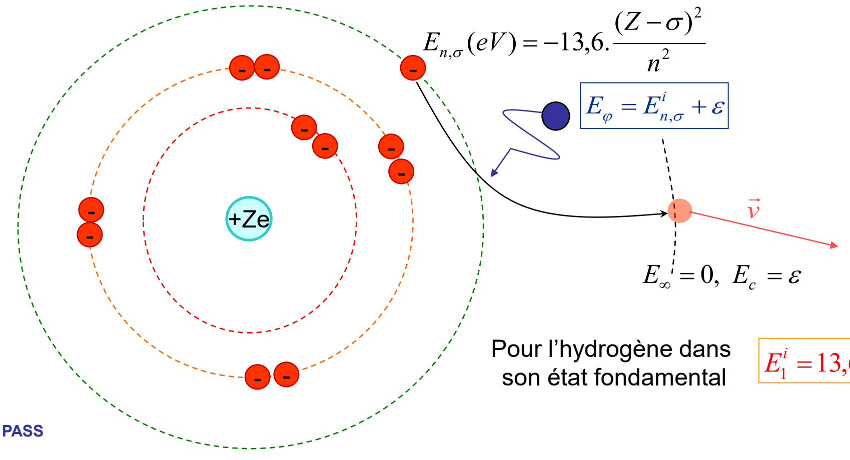
$$E_\infty = 0,\ E_c = 0$$

Pour l'hydrogène dans son état fondamental $\boxed{E^i_1 = 13{,}6\,\text{eV}}$

PASS

ENERGIE D'IONISATION $E^{i}_{n,\sigma} = -E_{n,\sigma}$

C'est l'énergie minimale nécessaire pour soustraire un électron atomique à l'influence électrostatique du noyau



Pour l'hydrogène dans son état fondamental $E^{i}_{1} = 13{,}6\,\mathrm{eV}$

PASS

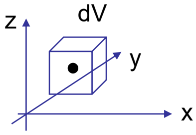
LIMITES DU MODELE DE BOHR

- Le modèle de Bohr est semi-classique
  - est validé expérimentalement

  sur ${}^{1}_{1}\mathrm{H}$ pour $E_n(\mathrm{eV}) = -13{,}6/n^2$, mais pas pour $\left\|\vec{L}\right\| = n.\hbar$
  - notion de «trajectoire» de l'électron incohérente
- Du fait des inégalités d'Heisenberg :
  - pas de trajectoires
  - seulement des probabilités de présence de l'e$^-$
- Comment déterminer cette probabilité p ? :
  - hypothèse: p liée à une fonction ψ associée à l'e$^-$

FONCTION D'ONDE ET EQUATION DE SCHRODINGER

- Interprétation de Copenhague (M. Born, 1926) :
  La fonction d'onde ψ d'une particule détermine sa probabilité de présence en un lieu dV à l'instant t : $\boxed{p = |\psi(x, y, z, t)|^2 dV}$



- La fonction ψ peut être cherchée comme une OPS, $\psi(t, x) = \sin(\omega.t - k.x)$, avec la relation de Louis de Broglie $p = \hbar.k$

E Schrödinger
1887-1961

UNE APPROCHE DE L'EQUATION DE SCHRODINGER

Hypothèse : Densité de probabilité $\psi(x) = \sin(\omega.t - k.x)$

$$\Rightarrow \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}[sin(\omega.t - k.x)] = -k.cos(\omega.t - k.x)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}[-k.cos(\omega.t - k.x)] = -k^2.sin(\omega.t - k.x)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k^2.\psi(x) = 0 \quad mais\ p = \hbar.k \Rightarrow k^2 = \left(\frac{p}{\hbar}\right)^2 = \left(\frac{m.v}{\hbar}\right)^2$$

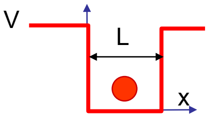
$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \left(\frac{m.v}{\hbar}\right)^2.\psi(x) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\hbar^2}{2.m}.\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{m.v^2}{2}.\psi(x) = \frac{\hbar^2}{2.m}.\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + (E - V).\psi(x) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2 \psi(t,x)}{\partial x^2} + V.\psi = E.\psi} \quad \Rightarrow \quad \psi \Rightarrow p = |\psi(x,y,z,t)|^2 dV$$

EQUATION DE SCHRODINGER

Exemple pour un puits de potentiel : V(x) = 0 sauf si x∈[0, L] où V(x) = V

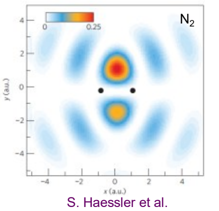


$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(n \frac{\pi x}{l}\right) \text{ et } E_n = \frac{h^2}{8ml^2} n^2$$

En 3D, ψ et E dépendent de trois nombres entiers (n,l,m) : nb. Quantiques

Pour un électron dans un atome ($V \propto \frac{1}{r}$) : $\psi(n,l,m)$ avec :

	nombre quantique…	valeurs	grandeur quantifiée
n	principal	1,2,… (K,L,M,…)	couche,énergie
l	secondaire	0,1,…,n-1 (s,p,d,f)	$\lVert\vec{L}\rVert = \lVert\vec{p} \wedge \vec{r}\rVert = \sqrt{l(l+1)}\hbar$ sous-couche, énergie (via σ)
m	magnétique	-l,…,0,…,l	$L_z = m\hbar$
m_s	spin	$-\frac{1}{2}$ ou $+\frac{1}{2}$	$\lVert\vec{S}\rVert = \sqrt{s(s+1)}.\hbar$; $s = \frac{1}{2}$; $S_z = m_S\hbar$; $m_S = \pm s$



S. Haessler et al.
Nature Physics 2010; 6:200-206

Exemple :

$$n = 1 \xRightarrow{Schrödinger} \psi_{1,0,0}(r) = \frac{e^{-\frac{r}{r_0}}}{\sqrt{\pi.r_0^3}} \Longrightarrow \text{dp} = \frac{e^{-\frac{2.r}{r_0}}}{\pi.r_0^3}.r^2.dr$$

qui est maximale pour $r = r_0$

PASS

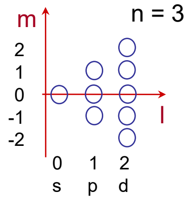
COUCHES ELECTRONIQUES ATOMIQUES (Cf. ED 3)

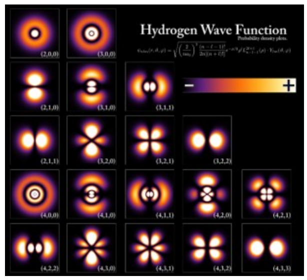
TRAITE EN ED 3

- Principe d'exclusion de Pauli (1925) :
  1 seul électron par quadruplet (n,l,m,m_S)

- Pour la couche n :
  - $0 \leq l \leq n-1 \Rightarrow$ n sous-couches
  - $-l \leq m \leq l \Rightarrow 2l+1$ cases
  - $m_S = \pm 1/2 \Rightarrow 2\ e^-$/case

  $\left.\right\}$ n² cases





au plus $2.n^2\ e^-$ sur la couche n

Cf. ED 3 et vos cours de chimie…

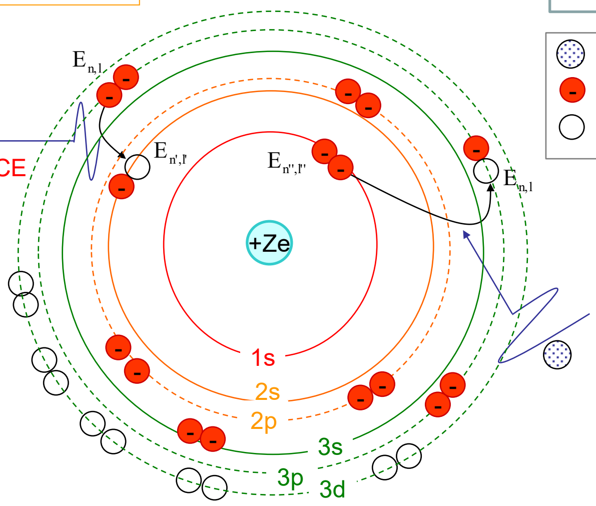
MODELE ATOMIQUE

$$E_{n,l} = -\frac{me^4}{8h^2\varepsilon_0^2}\frac{(Z-\sigma(n,l))^2}{n^2}$$

PHOTON
ELECTRON
CASE LIBRE

FLUORESCENCE
émission
d'un photon
d'énergie :

$$E_\phi = hf = \frac{hc}{\lambda}$$
$$= |E_{n,l} - E_{n',l'}|$$



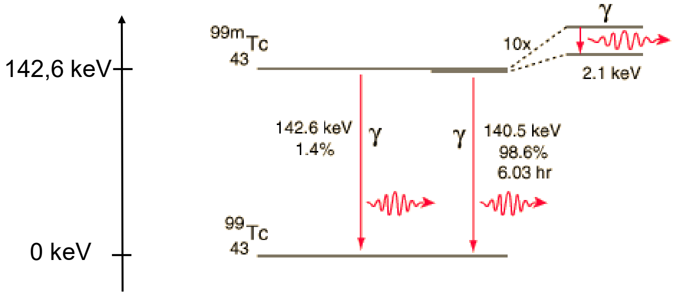
EXCITATION
OU IONISATION
absorption
d'un photon
d'énergie :

$$E_\phi = hf = \frac{hc}{\lambda}$$
$$= |E_{n,l} - E_{n'',l''}|$$

ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

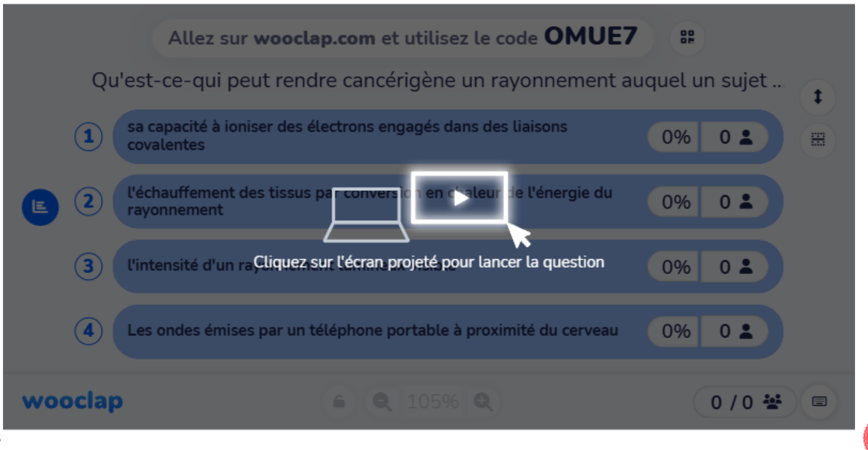
MODELE NUCLEAIRE

- Nucléons: ± même modèle en couches,
- E[n,l,j(m,s)], j demi-entier pour quantifier les moments orbital et intrinsèque couplés des nucléons
- Un nucléon peut passer d'un niveau excité au niveau fondamental en émettant un photon gamma (γ)



ONDES ... DUALITE ATOME X RA

WOOCLAP 9



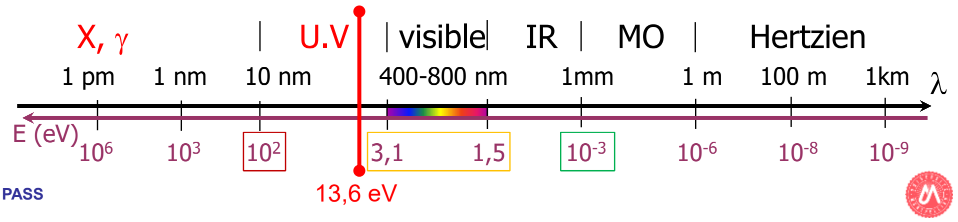
RAYONNEMENTS IONISANTS

Rayonnement ionisant, définition :

capable d'ioniser l'électron K de l'hydrogène.
Une particule est dite ionisante si son énergie dépasse 13,6 eV

mais, les énergies <u>moyennes</u> d'ionisation sont plus élevées :

Dans l'eau : 32 eV
Dans l'air : 34 eV



RAYONNEMENTS IONISANTS

Rayonnement ionisant, définition :

capable d'ioniser l'électron K de l'hydrogène.
Une particule est dite ionisante si son énergie dépasse $\boxed{13{,}6\text{ eV}}$

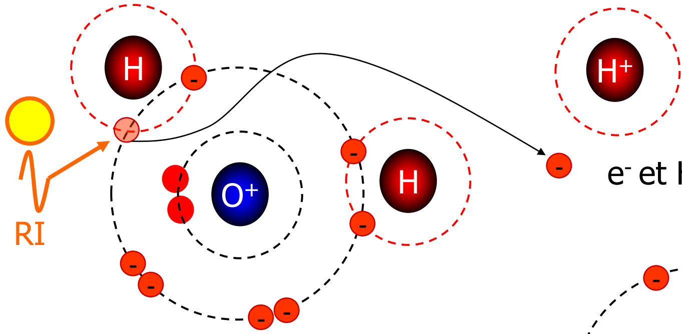
mais, les énergies moyennes d'ionisation sont plus élevées :

Dans l'eau : 32 eV
Dans l'air : 34 eV

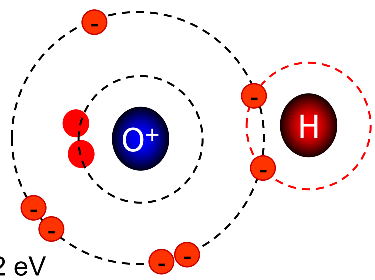
Les particules ionisantes d'intérêt en santé sont :

Les neutrons, protons, électrons, alpha d'énergie > 13,6 eV
et leurs antiparticules
Les photons X et γ

RAYONNEMENTS IONISANTS



e^- et $H^\bullet$ réducteurs

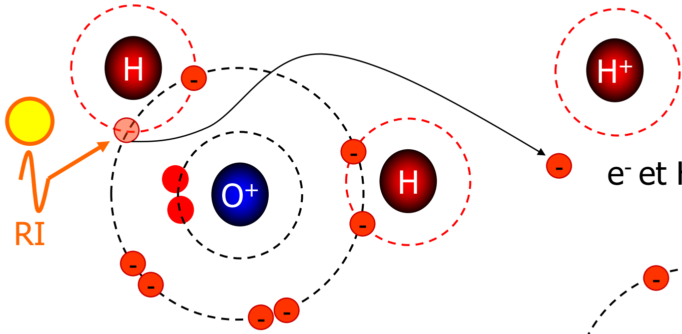


$OH^\bullet$ oxydant

- **INCONVENIENT :**

Ils peuvent briser des liaisons covalentes, donc produire des radicaux libres qui sont très réactifs peuvent dénaturer des molécules.
Énergie moyenne d'une ionisation de l'eau : 32 eV

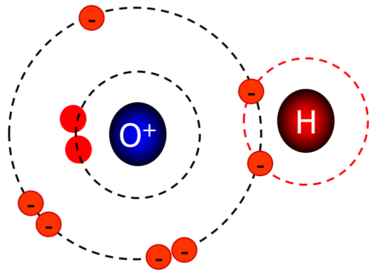
RAYONNEMENTS IONISANTS



e^- et $H^\bullet$ réducteurs

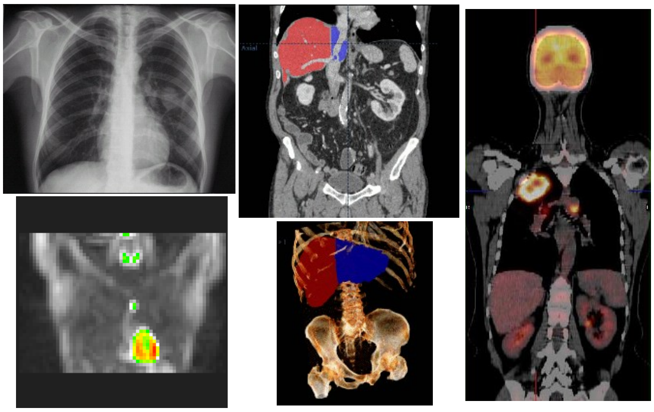
- **AVANTAGE :**

Ils peuvent être utilisés pour irradier des cellules pathologiques (cancers, Hyperthyroïdie…).



$OH^\bullet$ oxydant

PHOTONS IONISANTS



- **AVANTAGE :**

  Les photons ionisants peuvent traverser la matière, donc permettre de sonder l'intérieur d'un organisme

PRODUCTION DE RAYONS X (ED 4)

Eléments du programme traités lors de l'ED 4 :

- Dé-excitation d'électrons atomiques
  - Fluorescence, effet Auger, conversion interne
  - Spectres de raies associés à ces processus
  - Intérêt en spectroscopie

- Freinage d'électrons (bremsstrählung)
  - Spectre continu du rayonnement de freinage
  - Raies de fluorescence surajoutées
  - Application en imagerie radiologique
  - Application en ostéodensitométrie

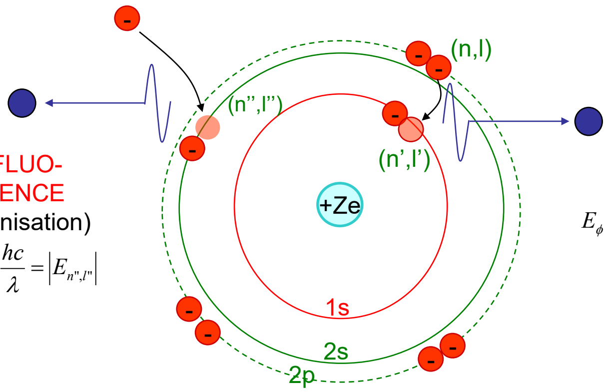
PRODUCTION DE RAYONS X

TRAITE
EN ED 4

- Dé-excitation d'électrons atomiques
  - **Fluorescence**, effet Auger, conversion interne
- Freinage d'électrons (bremsstrählung)

X de FLUO-RESCENCE
(après ionisation)

$$E_\phi = hf = \frac{hc}{\lambda} = |E_{n'',l''}|$$



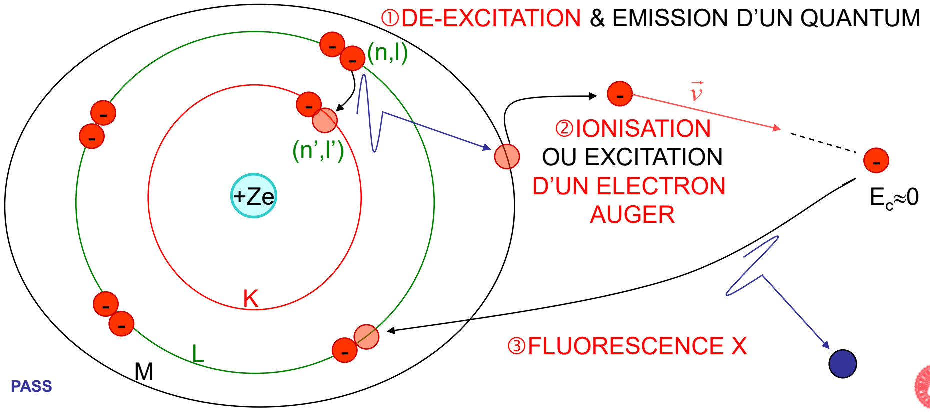
X de FLUO-RESCENCE
(après excitation)

$$E_\phi = hf = \frac{hc}{\lambda} = |E_{n,l} - E_{n',l'}|$$

PRODUCTION DE RAYONS X

TRAITE
EN ED 4

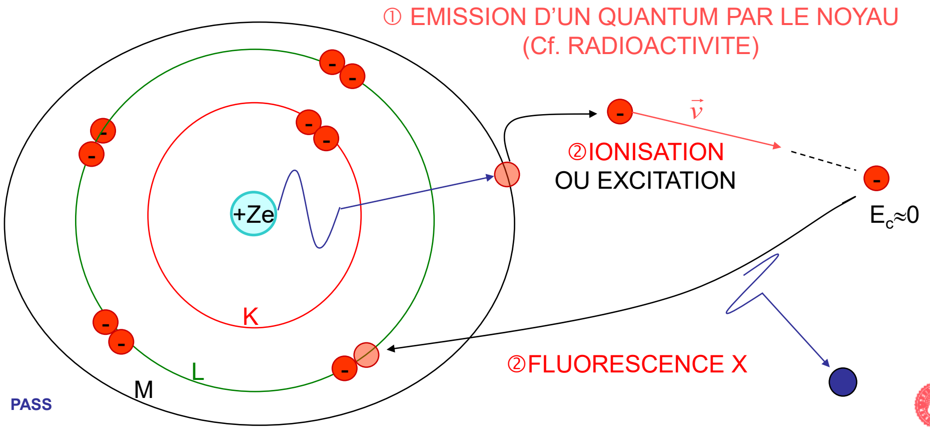
- Dé-excitation d'électrons atomiques
  - Fluorescence, **effet Auger**, conversion interne
- Freinage d'électrons (bremsstrählung)



PRODUCTION DE RAYONS X

TRAITE
EN ED 4

- Dé-excitation d'électrons atomiques
  - Fluorescence, effet Auger, **conversion interne**
- Freinage d'électrons (Bremsstrahlung)

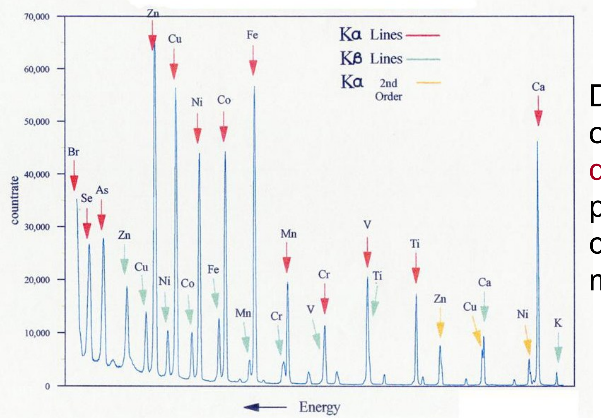


PASS

PRODUCTION DE RAYONS X

TRAITE EN ED 4

- Dé-excitation d'électrons atomiques
  - Fluorescence, effet Auger, **conversion interne**
- Freinage d'électrons (Bremsstrahlung)

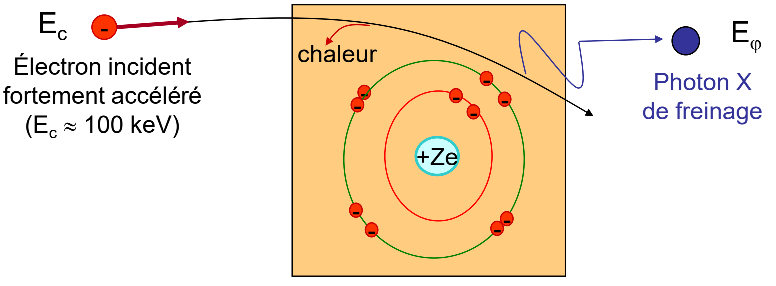


Dans tous les cas donc, on observera un spectre discret de fluorescence permettant d'analyser la composition atomique massique d'un échantillon

PRODUCTION DE RAYONS X

TRAITE
EN ED 4

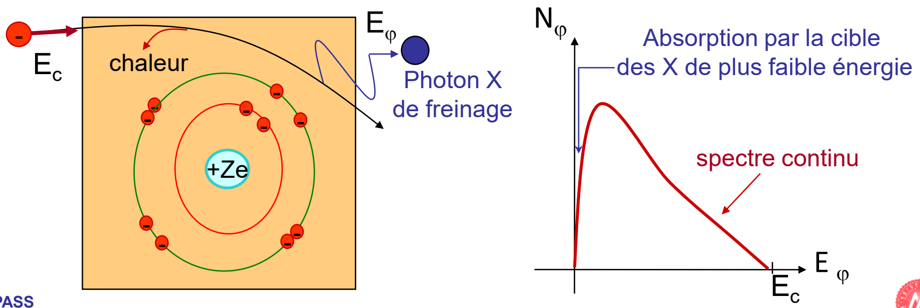
- Dé-excitation d'électrons atomiques
- Freinage d'électrons (bremsstrählung)
  - Particule chargée décélérée par interaction électrostatique avec noyaux de la cible: émission d'un REM
  - Energie rayonnée $\propto a^2 \propto (Ze^2/mr^2)^2$ donc importante pour les e^-
  - La fraction de l'$E_c(e^-)$ rayonnée augmente avec $E_c(e^-)$ et Z^2 (le reste de l' $E_c(e^-)$ perdue l'est sous forme d'excitations et de chaleur)



PRODUCTION DE RAYONS X

TRAITE EN ED 4

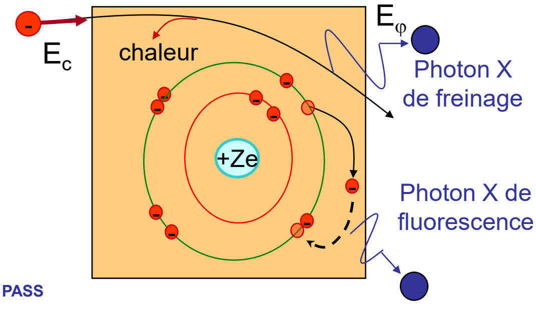
- Dé-excitation d'électrons atomiques
- Freinage d'électrons (bremsstrählung)
  - L'$E_c(e^-)$ peut être intégralement fournie à un unique photon ($E_\varphi=E_c$), ou fournie à plusieurs photons et perdue en partie sous forme de chaleur, d'où un spectre continu de rayonnement ($0<E_\varphi<E_c$)

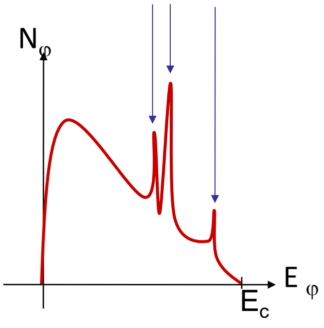


PRODUCTION DE RAYONS X

TRAITE EN ED 4

- Dé-excitation d'électrons atomiques
- Freinage d'électrons (bremsstrählung)
  - L'$E_c(e^-)$ peut être intégralement fournie à un unique photon (E_φ=E_c), ou fournie à plusieurs photons et perdue en partie sous forme de chaleur, d'où un spectre continu de rayonnement ($0<E_\varphi<E_c$)
  - Ionisations au sein de la cible ⇒ photons de fluorescence en sus



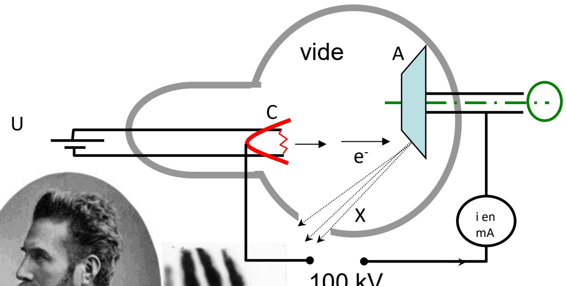


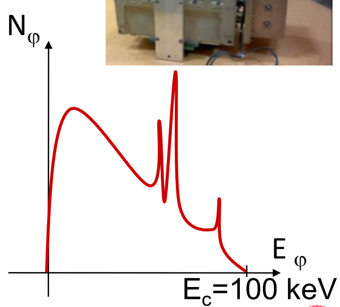
PASS

PRODUCTION DE RAYONS X

TRAITE EN ED 4

- Dé-excitation d'électrons atomiques
- Freinage d'électrons (bremsstrählung)
  - Applications : Le tube à rayons X des appareils de radiologie et les ostéodensitomètres bi-photoniques (DEXA).





PASS

OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 5

Savoir définir et manipuler

- Les limites du modèle atomique de Rutherford
- Le modèle de Bohr-Sommerfeld
- Les énergies des électrons atomiques
- Energies d'ionisation, d'excitation, de fluorescence
- Les niveaux d'énergie des nucléons

- Un rayonnement ionisant (E> 13,6 eV; λ < 91 nm)
- L'énergie moyenne d'ionisation de l'eau (32 eV)
- L'intérêt et la dangerosité des rayons ionisants

- Les modes de production des rayons X (cf. ED 4)
- Les spectres associés & leurs utilisations (cf. ED 4)

DESINTEGRATIONS RADIOACTIVES

- Transformation d'un noyau « père » X en un noyau « fils » Y : ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A'}_{Z'}Y + \text{particules}$

- Si noyau instable : $Z \neq N = A - Z$ ou $Z \geq 84$

- À condition :
  - D'un bilan énergétique positif : $Ed \geq 0$
  - De la conservation de la charge, de l'impulsion…

- 50 isotopes radioactifs naturels (périodes longues)
- tous les isotopes artificiels sont radioactifs

PASS

DESINTEGRATIONS RADIOACTIVES

- Classement par interaction impliquée
  - Interaction forte : radioactivité alpha (α)
  - Interaction faible :
    - » radioactivité bêta (β)
    - » capture électronique
  - Interaction EM :
    - » radioactivité gamma (γ)
    - » conversion interne
    - » création de paires
- Loi de décroissance radioactive

RADIOACTIVITE ALPHA

- Emission d'un noyau d'hélium :

$$\boxed{{}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He}$$

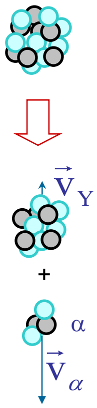
- Energie disponible :

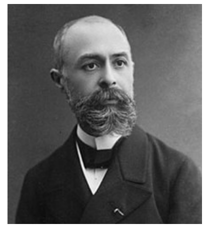
$$E_d = M(X).c^2 - [M(Y) + M(\alpha)].c^2$$
$$E_d = [M(X) - M(Y) - M(\alpha)]c^2$$
$$E_d = [\mathcal{M}(X) - Z.m_{e^-} - \mathcal{M}(Y) + (Z-2).m_{e^-} - \mathcal{M}(\alpha) + 2.m_{e^-}]c^2$$
$$E_d = \mathcal{M}(X).c^2 - [\mathcal{M}(Y) + \mathcal{M}(\alpha)]c^2$$

avec $\mathcal{M}({}^{A}_{Z}X) = M({}^{A}_{Z}X) + Z.m_{e^-}$: masse atomique

et $M({}^{A}_{Z}X)$ masse nucléaire

- Ed $\geq$ 0 $\Rightarrow$ A >150 : concerne les isotopes lourds





Henri Becquerel
1852-1908
« Rayons uraniques »
en 1896
puis en 1898
E Rutherford (α,β)

PASS

RADIOACTIVITE ALPHA

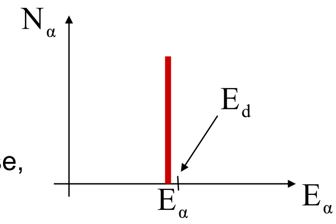
- Spectre de raie unique (approximation) :

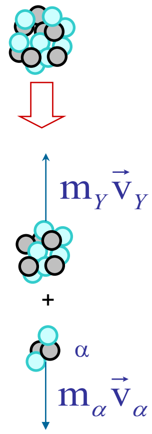
$$m_\alpha v_\alpha = m_Y v_Y \Rightarrow (m_\alpha v_\alpha)^2 = (m_Y v_Y)^2 \Rightarrow E_Y = \frac{m_\alpha}{m_Y} E_\alpha$$

$$E_d = E_Y + E_\alpha = E_\alpha \cdot \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_Y}\right)$$

$$\text{donc} : E_\alpha = \frac{m_Y}{m_Y + m_\alpha} E_d$$

Énergie des α unique, précise, et de peu inférieure à E_d





- Ordre de grandeur : $E_\alpha \approx$ 4-9 MeV, ionisant
- Applications : radiothérapie superficielle & métabolique

Radium 223 (métas de prostate)

RADIOACTIVITE PAR INTERACTION FAIBLE

- Transformations isobariques : même A

$$Z > N = A - Z \Rightarrow \text{proton} \rightarrow \text{neutron}$$
$$Z < N = A - Z \Rightarrow \text{neutron} \rightarrow \text{proton}$$

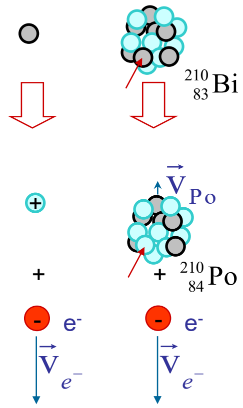
- 3 types de radioactivité isobarique :
  - radioactivité bêta moins
  - radioactivité bêta plus
  - capture électronique

RADIOACTIVITE BETA MOINS

- Chadwick 1914 : émission d'électrons par des noyaux riches en neutrons

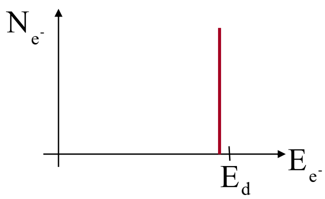
$$^{210}_{83}\mathrm{Bi} \rightarrow {}^{210}_{84}\mathrm{Po} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e} \quad \text{soit} \quad {}^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow {}^{1}_{1}\mathrm{p} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

J Chadwick
1891-1974



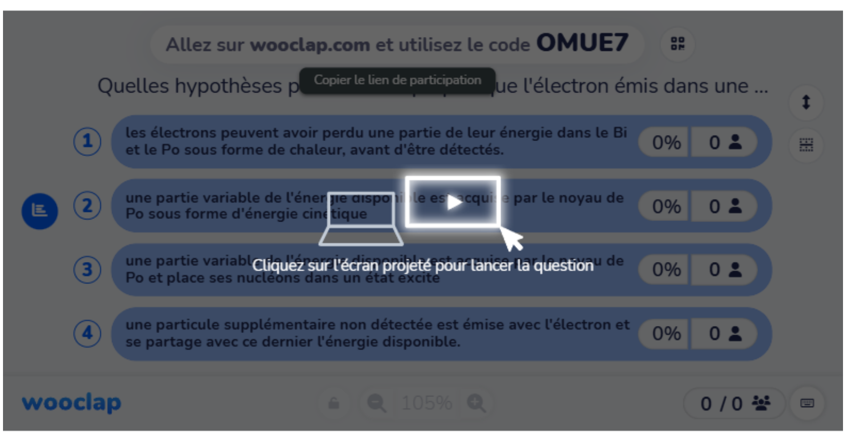
- Energie disponible :

$$\mathrm{E_d} = \mathrm{M(X).c^2} - \left[\mathrm{M(Y)} + \mathrm{M}(e^-)\right]\mathrm{c^2} = \mathcal{M}\mathrm{(X).c^2} - \mathcal{M}\mathrm{(Y).c^2}$$



Spectre de raies ?

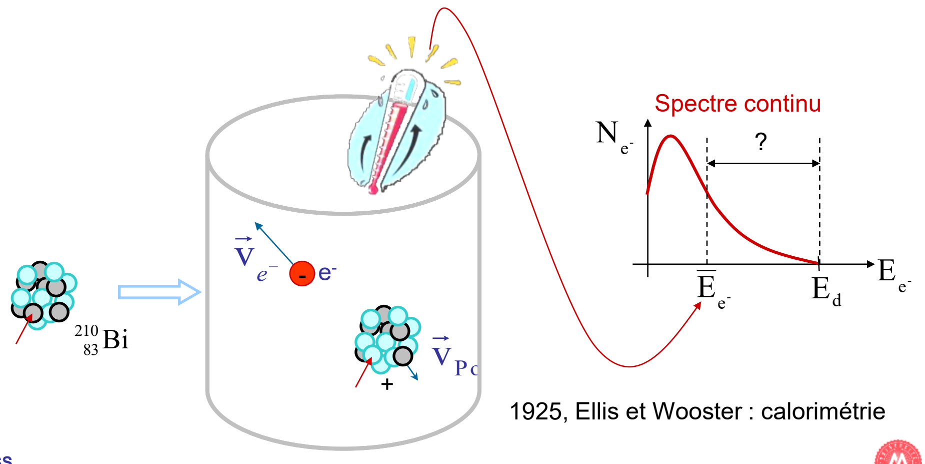
WOOCLAP 10



RADIOACTIVITE BETA MOINS

- Où est perdue l'énergie ?

  Ralentissement variable des e- (1922, Meitner) ?



1925, Ellis et Wooster : calorimétrie

RADIOACTIVITE BETA MOINS

Lettre ouverte au groupe de personnes radioactives à la réunion du Gauverein à Tübingen.
Zürich, 4 décembre 1930. Institut de physique de l'ETH Gloriastrasse Zürich.

Chères dames et messieurs radioactifs,
Comme le porteur de ces lignes, que je vous demande gracieusement d'écouter, vous l'expliquera plus en détail, à cause des statistiques "erronées" des noyaux N- et Li-6 et du spectre bêta continu, j'ai trouvé un remède désespéré pour sauver le "théorème d'échange" des statistiques et la loi de conservation de l'énergie. Il s'agit de la possibilité qu'il existe dans les noyaux des particules électriquement neutres, que j'appellerai neutrinos, de spin 1/2, qui obéissent au principe d'exclusion et qui diffèrent des quanta de lumière en ce qu'ils ne se déplacent pas à la vitesse de la lumière. La masse des neutrinos devrait être du même ordre de grandeur que celle de l'électron et, en tout état de cause, ne devrait pas être supérieure à 0,01 masse de proton. - Le spectre bêta continu aurait alors un sens si l'on suppose que dans la désintégration bêta, en plus de l'électron, un neutrino est émis de telle sorte que la somme des énergies du neutrino et de l'électron soit constante. Maintenant, il s'agit aussi de savoir quelles forces agissent sur les neutrinos. Pour moi, le modèle le plus probable pour le neutrino semble être, pour des raisons de mécanique ondulatoire (le porteur de ces lignes en sait plus), que le neutrino au repos est un dipôle magnétique avec un certain moment μ. Les expériences semblent exiger que l'effet ionisant d'un tel neutrino ne puisse pas être plus grand que celui d'un rayon gamma, et alors μ n'est probablement pas autorisé à être plus grand que e.(10^{-13} cm).Mais jusqu'à présent, je n'ai pas osé publier quoi que ce soit à propos de cette idée, et je me tourne d'abord vers vous, chers radioactifs, pour vous demander s'il est probable de trouver des preuves expérimentales de l'existence d'un tel neutrino s'il a la même capacité, ou peut-être une capacité dix fois plus grande, de traverser [la matière] qu'un rayon gamma. J'admets que mon remède peut sembler presque improbable car on aurait probablement vu ces neutrinos, s'ils existent, depuis longtemps. Mais qui ne risque rien n'a rien, et la gravité de la situation, due à la structure continue du spectre bêta, est éclairée par une remarque de mon honorable prédécesseur, M. Debye, qui me disait récemment à Bruxelles : "Oh, il vaut mieux ne pas y penser du tout, comme à de nouveaux impôts". Il faut donc discuter sérieusement de chaque moyen de sauvetage. Ainsi, chers radioactifs, examinez et jugez. - Malheureusement, je ne peux pas me présenter personnellement à Tübingen, car je suis indispensable ici à Zurich pour un bal dans la nuit du 6 au 7 décembre. Avec mes meilleures salutations à vous, et aussi à Monsieur Beck, votre humble serviteur.

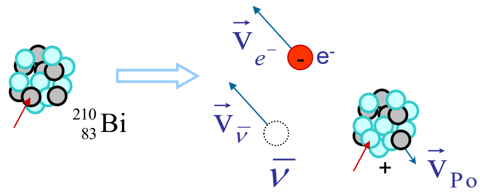
signé W. Pauli

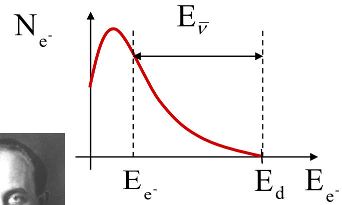
PASS specific reference - "Dear radioactive ladies and gentlemen" - Letter by Wolfgang Pauli - Physics Stack Exchange

RADIOACTIVITE BETA MOINS

- Où est perdue l'énergie ?

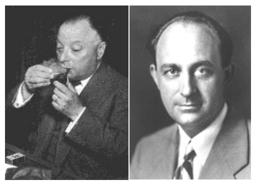
  1931, Pauli: émission d'une particule non détectée ?





Spectre continu (pour l'e⁻ et le $\bar{\nu}$)

- Anti-neutrino : $\bar{\nu}_e = \bar{\nu}$
  - Interaction/matière ≈0
  - charge nulle, v <≈ c
  - 0 < m < 0,45 eV
  - observés en 1956



W. PAULI 1900-1958

E. FERMI 1901-1954

RADIOACTIVITE BETA MOINS

- Emission d'un électron et d'un : $\overline{\nu}$

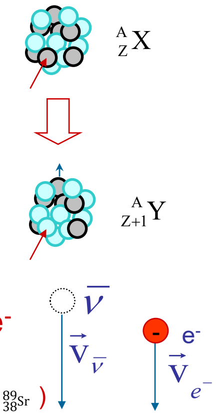
$$ {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e^{-} + {}^{0}_{0}\overline{\nu} $$

$$ {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e^{-} + {}^{0}_{0}\overline{\nu} $$

- Energie disponible :

$$ E_d = M(X).c^2 - \left[M(Y) + M(e^-)\right].c^2 $$

$$ E_d = \mathcal{M}(X).c^2 - \mathcal{M}(Y).c^2 = E_{e^-} + E_{\bar{\nu}} $$



- Spectre continu pour l'électron, ionisant
- Applications : Radiothérapie métabolique par l'e$^-$
  - Synoviorthèses isotopiques ($^{169}_{68}Er$, $^{186}_{75}Re$, $^{90}_{39}Y$)
  - Traitement antalgique des métastases osseuses ($^{153}_{62}Sm$, $^{89}_{38}Sr$)
  - Hyperthyroïdies et cancers thyroïdiens ($^{131}_{53}I$),
  - cancers du foie ($^{90}_{39}Y$), de la prostate et neuroendocrines ($^{177}_{71}Lu$)

RADIOACTIVITE BETA PLUS

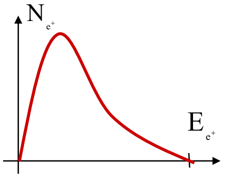
- Emission d'un positon et d'un neutrino par un noyau riche en protons :

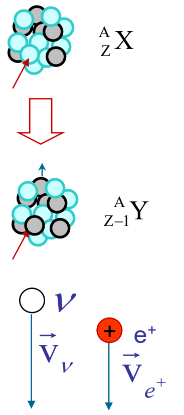
$$\boxed{\begin{array}{l} {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{+1}e^{+} + {}^{0}_{0}\nu \\ {}^{1}_{1}p \rightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{+1}e^{+} + {}^{0}_{0}\nu \end{array}}$$

- Energie disponible :

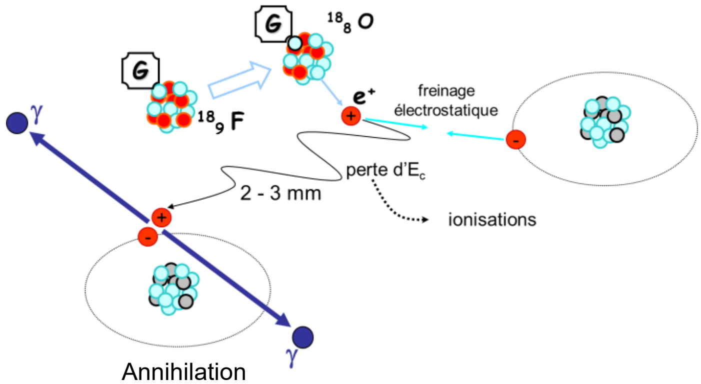
$$\boxed{E_d = \left[M(X) - M(Y) - m_e\right]c^2 = \left[\mathcal{M}(X) - \mathcal{M}(Y) - 2m_e\right]c^2}$$

- Spectre continu du positon





RADIOACTIVITE BETA PLUS



Annihilation
matière/antimatière
$e^+ + e^- \longrightarrow \gamma + \gamma$

Émission de 2 PHOTONS partant à 180° d'énergie E = 511 keV = $m_e\ c^2$

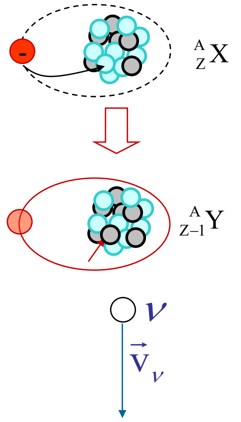
Tomographie par Emission de Positons
TEP = Scintigraphie en coïncidence

PASS

CAPTURE ELECTRONIQUE

- Capture d'un électron atomique K par un noyau riche en protons :
  - En compétition avec β^+

$$\boxed{\begin{array}{l} {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e^{-}_{K} \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{0}\nu \\ {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e^{-}_{K} \rightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{0}\nu \end{array}}$$



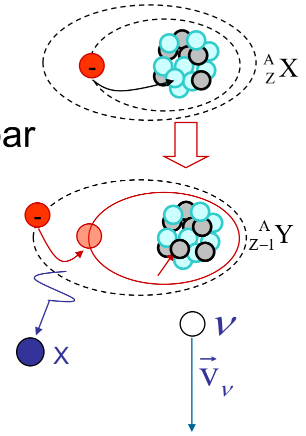
- Energie disponible :

$$\boxed{\begin{array}{l} E_d = [M(X) + m_e - M(Y)]c^2 - E^i_K \\ E_d = [\mathcal{M}(X) - \mathcal{M}(Y)]c^2 - E^i_K \end{array}}$$

CAPTURE ELECTRONIQUE

- Il s'ensuit l'émission de photons X de fluorescence caractéristiques de l'atome fils Y

- Application : dosage de protéines par Radio-Immuno-Array (RIA) via un comptage X
  - Application : comptage à 35 keV pour de l'^{125}I fixée sur la molécule à doser.



RADIOACTIVITE PAR INTERACTION EM

Il en existe 3 modes :
- Radioactivité gamma (γ)
- Conversion interne et création de paires

- RA γ = émission d'un photon :

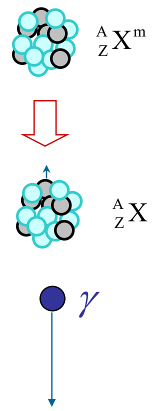
$$\boxed{{}^{A}_{Z}X^{m} \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{0}\gamma}$$

- Energie disponible :

$$\boxed{E_d \approx E_\gamma = hf = \frac{hc}{\lambda} = \left[M\left({}^{A}_{Z}X^{m}\right) - M\left({}^{A}_{Z}X\right)\right]c^2}$$

- Spectre de raies

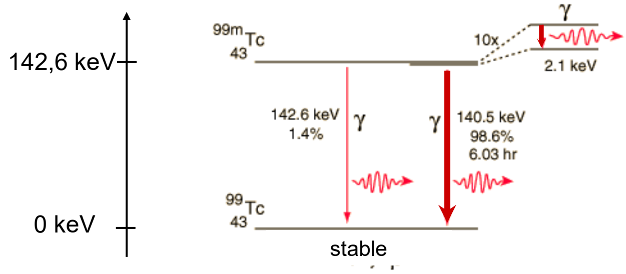
Paul VILLARD, 1900



RADIOACTIVITE GAMMA

- Applications : le technétium 99m

$$ {}^{99}_{43}Tc^{m} \xrightarrow{\gamma} {}^{99}_{43}Tc + {}^{0}_{0}\gamma $$



Scintigraphie d'émission mono-photonique :

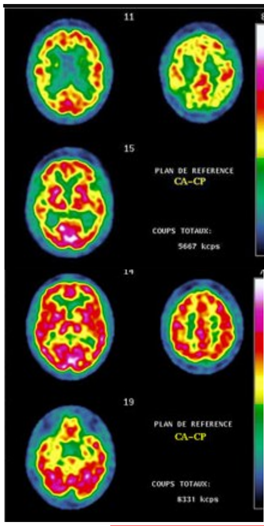
Single
Photon
Emission
Computed
Tomography

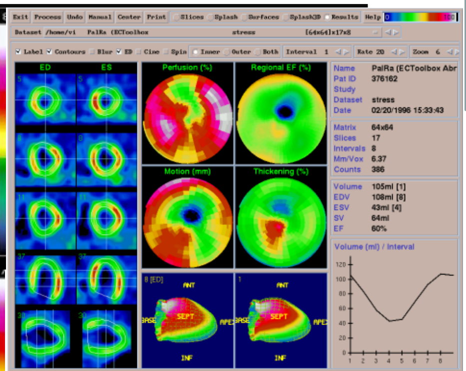
- D'autres isotopes sont utilisés (${}^{123\text{ ou }131}_{53}I$, ${}^{81}_{36}Kr$, ${}^{111}_{49}In$, ${}^{201}_{81}Tl$ …)

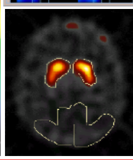
PASS

ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

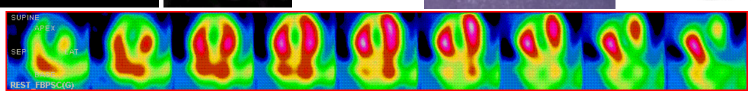
RADIOACTIVITE GAMMA (SPECT)





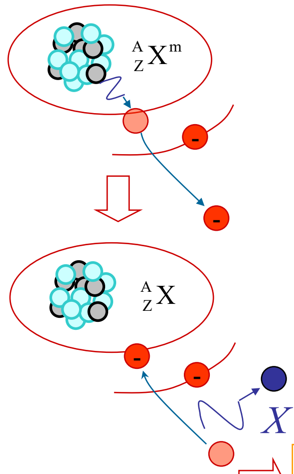


PASS



AUTRES RADIOACTIVITES PAR INTERACTION EM

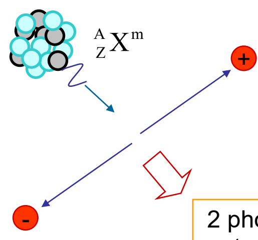
- Conversion interne



spectre de raies de fluorescence X

Création de paires

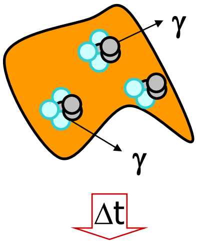
Si E_d > 1,02 MeV



2 photons γ de 511 keV (annihilation du e^+)
+
fluorescence X du fait des ionisations de l'e^- et du e^+

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

- **N** = Nombre de noyaux radioactifs
  λ = proba. qu'un isotope se désintègre/sec
  λ=(-dN/N)/dt, soit en moyenne $\overline{C} = -\Delta N = \lambda.N.\Delta t$
- **P($C_{\Delta t}$=n)** : probabilité de mesurer $n \neq \overline{C}$ photons issus de désintégrations dans un intervalle de temps Δt
- Le phénomène de désintégration est aléatoire
  - sans mémoire : désintégrations indépendantes
  - stationnaire : proba(désintégration entre t et t+Δt) ne dépend que de Δt, et pas de t.
  - rare λ<<1



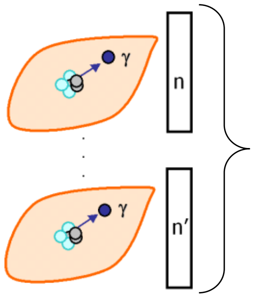
$\overline{C}$ photons γ

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

- Processus sans mémoire, stationnaire, rare

$\Updownarrow$

Processus **POISSONNIEN** (1711,1837)

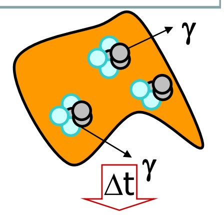


$$\overline{C} = \lambda.N.\Delta t$$

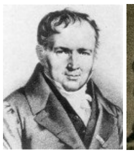
comptage moyen sur un grand nombre d'expériences identiques

$$P(C_{\Delta t} = n) = e^{-\overline{C}} \frac{(\overline{C})^n}{n!}$$

$$P(C_{\Delta t} = n) = e^{-\lambda N \Delta t} \frac{(\lambda N \Delta t)^n}{n!}$$



n photons γ



S.D. POISSON
1781-1840

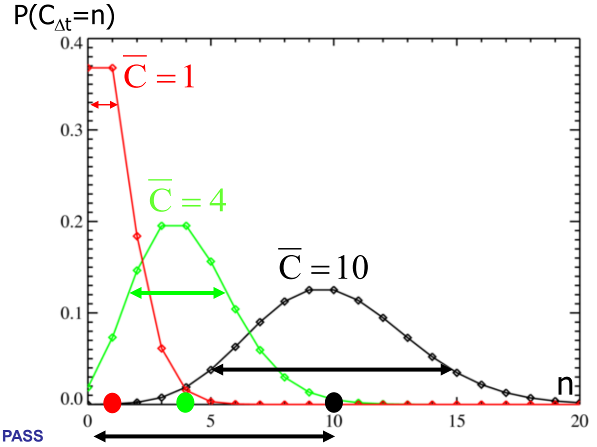
A de Moivre
1667-1754

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

- Processus sans mémoire, stationnaire, rare

$\Updownarrow$

Processus **POISSONNIEN**



Propriété essentielle d'une statistique de Poisson :

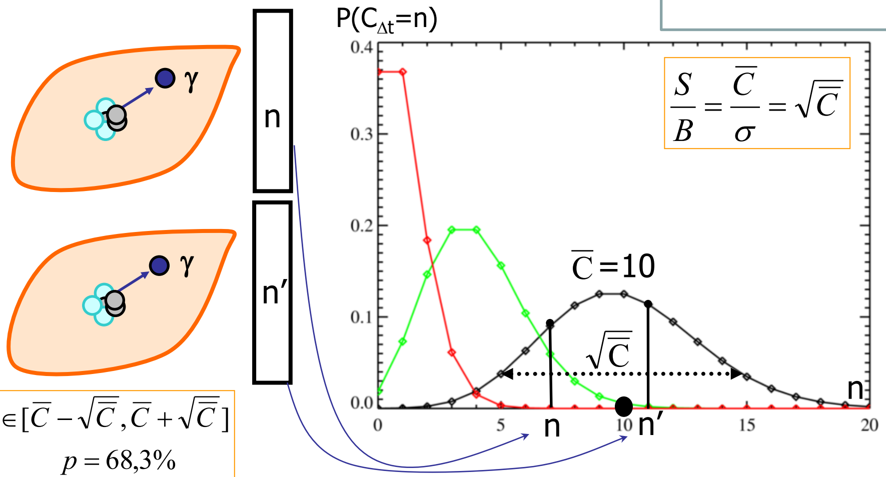
$$\overline{C} = \lambda N \Delta t = \sigma^2$$

$$\Rightarrow \frac{S}{B} = \frac{\overline{C}}{\sigma} = \frac{\overline{C}}{\sqrt{\overline{C}}}$$

$$\boxed{\frac{S}{B} = \sqrt{\overline{C}}}$$

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

Processus aléatoire suivant une loi de Poisson : $\sigma^2 = \overline{C}$



$C \in [\overline{C} - \sqrt{\overline{C}}, \overline{C} + \sqrt{\overline{C}}]$

$p = 68{,}3\%$

« tirage au sort » suivant P

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

12 cm/min 60 cm/min

Le taux de comptage est 5 fois plus élevé sur l'image de gauche, donc le rapport S/B est plus de 2 fois meilleur (√5=2,24)

$$\frac{S}{B} = \sqrt{C} \text{ est multiplié par } 2{,}24$$

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

- **N_0** = nombre initial de noyaux radioactifs
- N(t) = nombre de noyaux non encore désintégrés à t

  λ = probabilité qu'un isotope se désintègre/sec

$$\boxed{\frac{dN(t)}{N(t)} \stackrel{\text{def}}{=} -\lambda . dt}$$

Si $dt \to 0$, $\quad N'(t) = \dfrac{N(t+dt) - N(t)}{dt} \stackrel{\text{def}}{=} \dfrac{dN(t)}{dt}$

$\Longrightarrow dN(t) = N'(t).dt \;\Rightarrow \dfrac{dN(t)}{N(t)} = \dfrac{N'(t)}{N(t)} dt = [\ln N(t)]'.dt \stackrel{\text{def}}{=} -\lambda . dt$

donc $[\ln N(t)]' = -\lambda$

en intégrant : $\ln N(t) = -\lambda . t + K$

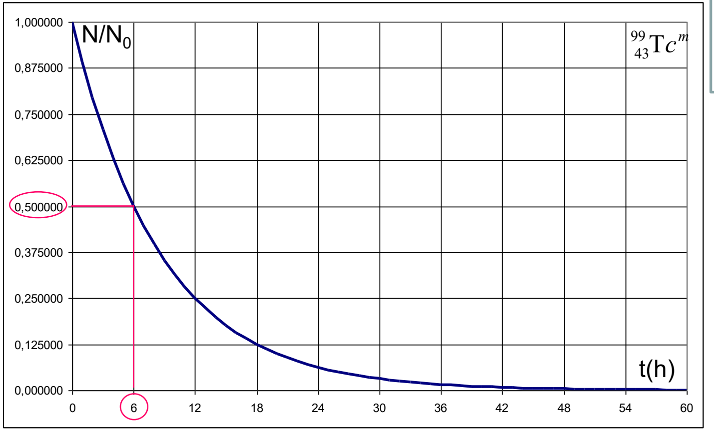
et donc $N(t) = e^{-\lambda . t + K} = e^{K} . e^{-\lambda . t}$

$N_0 \stackrel{\text{def}}{=} N(t=0) = e^{K}$

$$\boxed{N(t) = N_0 e^{-\lambda . t}}$$

PASS

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE



$$N(t) = N_0 e^{-\lambda . t}$$

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0,69}{\lambda}$$

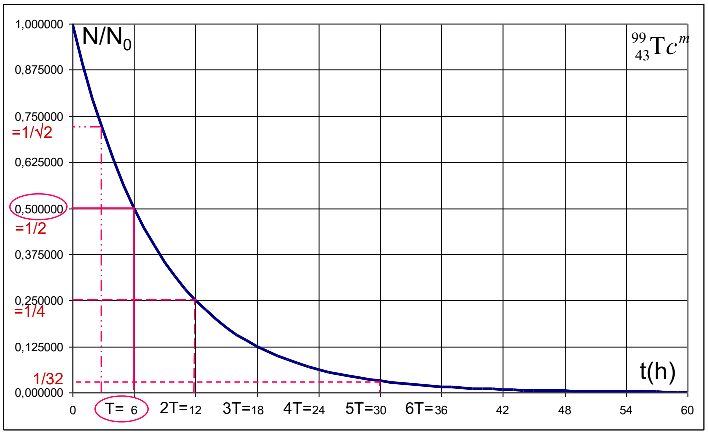
$$N(t) = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T}.t}$$

$$N(t) = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}}$$

Période : durée moyenne nécessaire à la désintégration de la moitié des noyaux d'un échantillon

$$N(T) = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda.T} \Rightarrow \ln 2 = \lambda.T \Rightarrow T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE



$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0,69}{\lambda}$$

$$N(t) = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}}$$

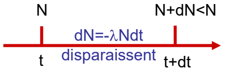
Dix périodes sont nécessaires pour diminuer le nombre de noyaux radioactifs d'un facteur supérieur à 1000 (2^{10}=1024)

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

COMPLEMENT HORS PROGRAMME A L'EXAMEN DE PASS

Vie moyenne τ d'un isotope avant désintégration:

A l'instant t, il reste $N(t) = N_0 . e^{-\lambda . t}$ noyaux radioactifs parmi lesquels, en moyenne, $dN(t) = \lambda . N(t) . dt$ se désintègreront entre t et t+dt, donc auront « vécu radioactifs» t secondes.



$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_{t=0}^{\infty} t.dN(t) = \frac{1}{N_0} \int_{t=0}^{\infty} t.\lambda N(t).dt = \frac{1}{N_0} \int_{t=0}^{\infty} t.\lambda N_0 e^{-\lambda t} dt = \lambda \int_{t=0}^{\infty} t.e^{-\lambda t} dt$$

Intégration par parties : $\int d(u.v) = [uv] = \int v.du + u.dv \Rightarrow \int u.dv = [uv] - \int v.du$

$$\int_{t=0}^{\infty} \underbrace{t}_{u} \underbrace{e^{-\lambda t} dt}_{dv} = \left[-\underbrace{t}_{u} \underbrace{\frac{e^{-\lambda t}}{\lambda}}_{v} \right]_0^{\infty} - \int_0^{\infty} \underbrace{-\tfrac{1}{\lambda} e^{-\lambda t}}_{v} \underbrace{dt}_{du} = \frac{1}{\lambda} \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \left[\frac{e^{-\lambda t}}{-\lambda} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda^2}$$

PASS

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_{t=0}^{\infty} t.dN = \lambda \int_{t=0}^{\infty} t.e^{-\lambda t} dt = \lambda . \frac{1}{\lambda^2} \Rightarrow \boxed{\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T}{\ln 2}}$$

$${}^{99}_{43}\mathrm{Tc}^{m} : \tau \approx 8,7\ \mathrm{h}$$

ACTIVITE

- Activité $\overset{\text{DEF}}{=}$ nombre de désintégrations par seconde au sein d'un échantillon

- Unité SI: Becquerel (Bq) : 1 Bq = désintégration/sec.
- Autre unité: curie (Ci) : 1 mCi = 37 MBq

$$A(t) = \left|\frac{dN}{dt}\right| = \left|\frac{d}{dt} N_0 e^{-\lambda t}\right| = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

- donc l'activité est proportionnelle à N(t), nombre de noyaux non encore désintégrés :

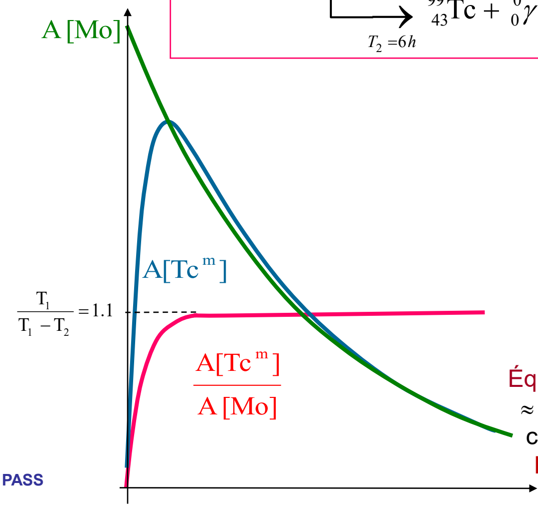
$$\boxed{A(t) = \lambda . N(t)}$$

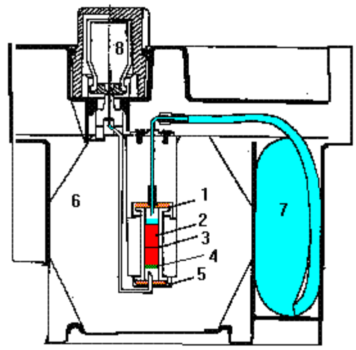
FILIATIONS RADIOACTIVES

COMPLEMENT
HORS PROGRAMME
A L'EXAMEN
DE PASS

$$^{99}_{42}\mathrm{Mo} \xrightarrow[T_1=66h]{\beta^-} {}^{99}_{43}\mathrm{Tc}^m + {}^{0}_{-1}e^- + {}^{0}_{0}\overline{\nu}$$

$$^{99}_{43}\mathrm{Tc}^m \xrightarrow[T_2=6h]{\gamma} {}^{99}_{43}\mathrm{Tc} + {}^{0}_{0}\gamma$$





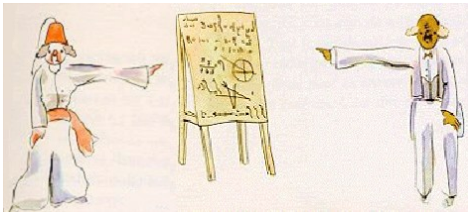
Équilibre séculaire ou de régime :
≈ 1 désintégration de ^{99}Mo pour chaque désintégration de Tc^m.
Le Mo « impose » sa période

OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 6

Définir et caractériser :

- Les réactions radioactives : équation, conditions, E_d spectre, applications…
- Statistique de Poisson, V=E.
- Les taux de comptages en scintigraphie (S/B = √N)
- La loi de décroissance : $\mathrm{N(t)} = \mathrm{N_0 e}^{-\lambda.\mathrm{t}} = \mathrm{N_0}.2^{-t/T}$
- Les définitions de λ, T
- L'activité en Bq : $\mathrm{A(t)} = \lambda.\mathrm{N(t)}$

BIBLIOGRAPHIE

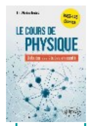


Je vous remercie pour votre attention

et vous souhaite tout le succès que vous mériterez pour la suite de l'année

Physique pour les sciences de la vie (tome 1: la physique et ses méthodes; tome 2: la matière; tome 3: les ondes)
A. Bouyssy, M. Davier, B. Gatty. DIA Université. Belin, 1988.

Cours de physique pour débuter ses études en santé.
D. Mariano-Goulart. Ellipse, 2026 (à paraitre en avril).



https://www.radiofrance.fr/franceculture/podcasts/serie-douze-cles-pour-la-physique. G Lochak.

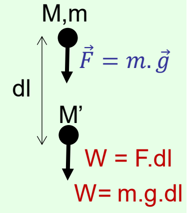
Ce diaporama et le polycopié détaillé qui l'accompagne sont disponibles toute l'année sur
http:\\scinti.edu.umontpellier.fr/enseignements/cours/

RAPPELS DE PHYSIQUE EXPLIQUES EN ED1

FORCE & TRAVAIL

TRAITE EN ED 1

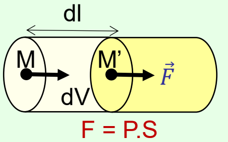
- Une force $\vec{F}$ est ce qui fait varier la quantité de mouvement d'un mobile dans le temps: $\vec{F} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{d\vec{p}}{dt}$.
  Si v<<c et m constant: $\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m.\frac{d(\vec{v})}{dt} = m.\vec{a}$



- Le travail W est l'énergie échangée lorsque le point d'application d'une force se déplace :

$$dW \stackrel{\text{def}}{=} \vec{F}.\vec{dl} = F.dL.\cos\left(\widehat{\vec{F},\vec{dl}}\right)$$

$$W_{L=M\to M'} = \int_{M}^{M'} \vec{F}.\vec{dl}$$



F = P.S

dW = F.dl = P.S.dl

dW= P.dV

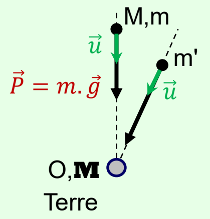
PASS

FORCE CENTRALE

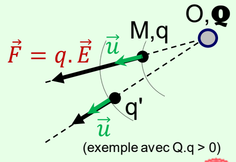
TRAITE EN ED 1

- Certaines forces se décomposent en $\vec{F} \coloneqq s.\vec{C}$
  où $s \in \mathbb{R}$ caractérise l'objet qui subit la force
  (s = m ou q, masse ou charge d'une particule),
  et $\overrightarrow{C(x,y,z)}$ est un champ vectoriel
  ($\vec{C}$ = $\vec{g}$ ou $\vec{E}$ pour la gravitation ou l'électrostatique).

Pesanteur:



- Une force est centrale si il existe un point fixe O tel qu'à tout instant, la force observée en tout point M est portée par la direction (MO)



GRAVITE ET ELECTROSTATIQUE

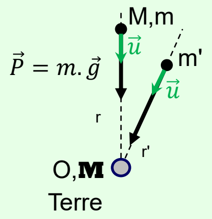
TRAITE EN ED 1

- Les forces de gravité et électrostatique sont des cas particuliers de forces centrales crées par un champ vectoriel où :

$\vec{C} = K.\frac{\vec{u}}{r^2}$ avec $\vec{u} = \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|}$ et $\vec{r} = \pm\,\overrightarrow{M0}$

$\vec{F} = s.K.\frac{\vec{u}}{r^2}$

Pesanteur:

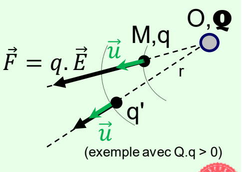


s = masse ou charge électrique du mobile M.

K > 0 dépend de la source du champ et du milieu:

Gravitation: K= $\mathcal{G}$. 𝐌 ($\mathcal{G}$ = 6,67.10^{-11} Nm²/kg²)

Electrostatique: K=$\frac{\mathcal{F}}{\varepsilon_r}$. 𝐐 ($\mathcal{F}$ = $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$= 9.$10^{9}$ Nm²/C²)



PASS

Potentiel, Energie potentielle d'un champ central en 1/r²

TRAITE EN ED 1

- Gravitation/Electrostatique: $\vec{F} \coloneqq s.K.\frac{\vec{u}}{r^2}$:

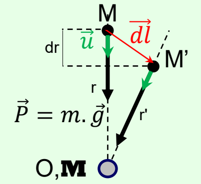
$$W_{M\to M'} = \int_M^{M'} \vec{F}.\overrightarrow{dl} = K.s.\int_M^{M'} \frac{\vec{u}.\overrightarrow{dl}}{r^2} = K.s.\int_M^{M'} \frac{dr}{r^2} =$$

$$K.s.\left[-\frac{1}{r}\right]_r^{r'} = K.s.\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) = E_P(M) - E_P(M')$$

W indépendant du chemin suivi entre M et M'.

Force conservative (pour l'énergie: E_c+E_p=cste)

Pesanteur:



Force électrostatique ou de gravitation :

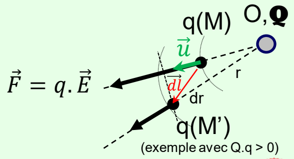
Force centrale: $\vec{F} \coloneqq s.\vec{C}$ *avec* $\vec{C} \coloneqq K.\frac{\vec{u}}{r^2}$

$$E_P = s\frac{K}{r} \coloneqq s.V \quad avec\ V \coloneqq \frac{K}{r}$$

Electrostatique: $s = q$ $\quad K = \frac{\mathcal{F}}{\varepsilon_r}.\boldsymbol{Q}$

Gravitation: $s = m$ $\quad K = \mathcal{G}.\boldsymbol{M}$

Electrostatique:



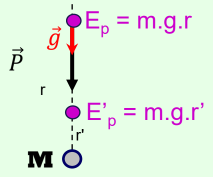
PASS

SYNTHESE

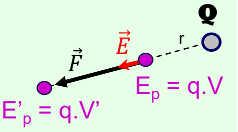
	PESANTEUR	ELECTROSTATIQUE
Source	Masse de la terre **M**	Charge **Q**
s	Masse de la particule m	Charge de la particule q
$\vec{C} = K.\frac{\vec{u}}{r^2}$	$\vec{g} = (\mathcal{G}.M).\frac{\vec{u}}{r^2}$	$\vec{E} = \left(\frac{\mathcal{F}}{\varepsilon_r}.Q\right).\frac{\vec{u}}{r^2}$
V = K/r	$\mathcal{G}.M.\frac{1}{r} = g.r$	$\frac{\mathcal{F}}{\varepsilon_r}.Q.\frac{1}{r} = E.r$
E_P = s.V	$m.\mathcal{G}.M.\frac{1}{r} = m.g.r = m.V$	$q.\frac{\mathcal{F}}{\varepsilon_r}.Q.\frac{1}{r} = q.E.r = q.V$
$\vec{F} = s.\vec{C}$	$\vec{P} = m.\vec{g} = \mathcal{G}.M.m.\frac{\vec{u}}{r^2}$	$\vec{F} = q.\vec{E} = \frac{\mathcal{F}}{\varepsilon_r}.Q.q.\frac{\vec{u}}{r^2}$
Constantes	$\mathcal{G}$ = 6,67.10^{-11} Nm²/kg²	$\mathcal{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ = 9.10^{9} Nm²/C²

TRAITE EN ED 1 (SYNTHESE)

Pesanteur:



Electrostatique:



(Exemple avec Q et q positifs)

Remarque : $-\frac{d}{dr}(E_p) = -\frac{d}{dr}\left(\frac{K.s}{r}\right) = -K.s.\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{K.s}{r^2} = F$

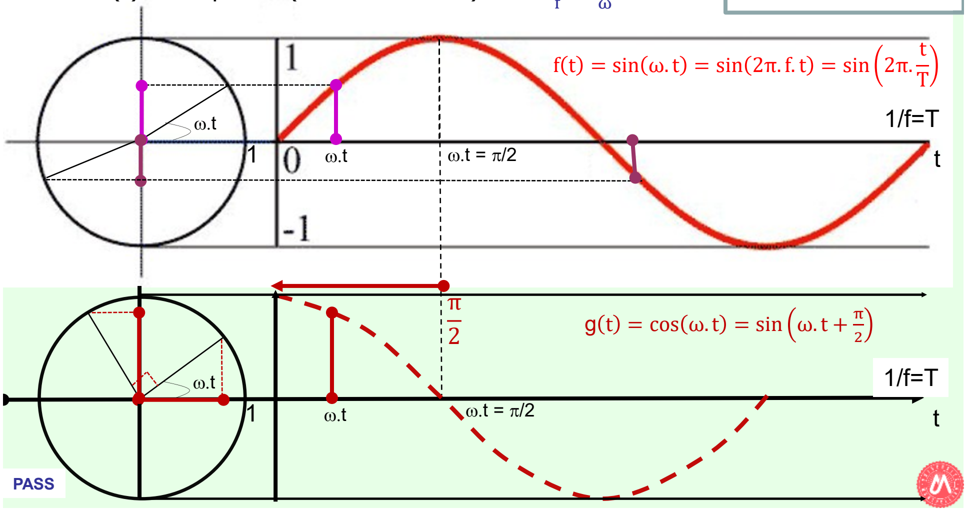
Une force centrale en 1/r² « dérive de l'énergie potentielle »

PASS

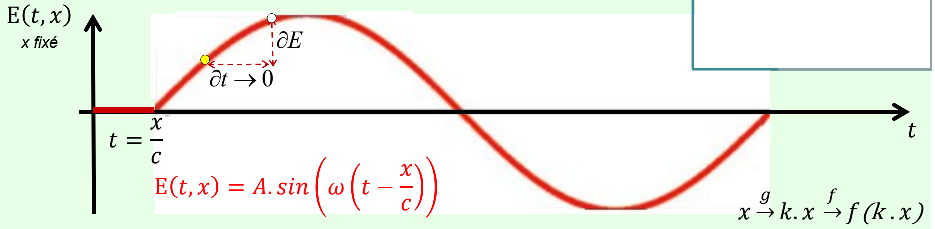
RAPPEL: FONCTION SINUS $f(t) = sin(\omega.t)$

Pulsation propre (rad.s^{-1}) : $\omega = 2\pi.f = \frac{2\pi}{T}$

Période (s) et fréquence (Hertz = Hz = s^{-1}) : $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$



Rappel: la dérivation



$$x \xrightarrow{g} k.x \xrightarrow{f} f\,(k.x)$$

$$f[g(x)]' = g'(x).f'[g(x)] = k.f'[k.x]$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} \stackrel{\text{def}}{=} E'(t)_{\text{x constant}} = \frac{\partial}{\partial t}\left[A.\sin\left(\omega.(t - \frac{x}{c})\right)\right] = \omega.A.\cos\left(\omega.(t - \frac{x}{c})\right)$$

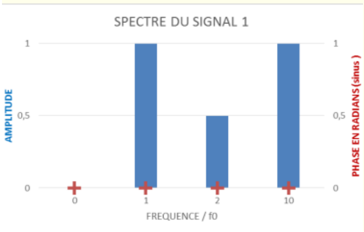
$$\frac{\partial E}{\partial x} \stackrel{\text{def}}{=} E'(x)_{\text{t constant}} = \frac{\partial}{\partial x}\left[A.\sin\left(\omega.(t - \frac{x}{c})\right)\right] = -\frac{\omega}{c}.A.\cos\left(\omega.(t - \frac{x}{c})\right)$$

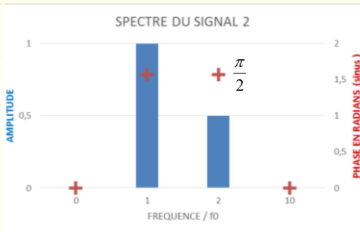
PASS

EXERCICES

PASS

SPECTRE,TRANSFORMEE DE FOURIER





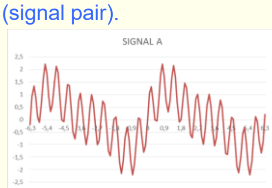
Connaissance
Réflexion
Les deux

☒ A. Le point (0,0) est centre de symétrie du graphe du signal 1 (signal impair) .

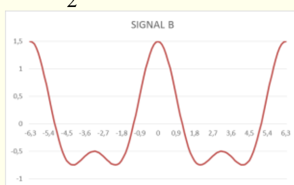
$$s1(t) = \sin(t) + \frac{1}{2}\sin(2.t) + \sin(10.t)$$

☒ B. L'axe des ordonnées est axe de symétrie du graphe du signal 2 (signal pair).

$$s2(t) = \sin(t + \frac{\pi}{2}) + \frac{1}{2}\sin(2.t + \frac{\pi}{2}) = \cos(t) + \frac{1}{2}\cos(2.t)$$



☒ C. Le signal A peut correspondre au spectre 1.



☐ D. Le signal 2 est le signal 1 avancé de 1,57 secondes.

PASS

EQUATION DE D'ALEMBERT

Montrez que la connaissance de la fonction g(t,x) caractéristique d'une onde progressive périodique quelconque permet d'en déduire la célérité de cette onde.

Connaissance
Réflexion
Les deux

Il suffit de le démontrer sur l'une des composantes harmoniques de l'OP qui s'écrit en toute généralité : $g(t,x) = A\sin\left[\omega\left(t \pm \frac{x}{c}\right)\right]$

On calcule la dérivée partielle $\frac{\partial g(t,x)}{\partial x}$ d'une fonction g(t,x) suivant la variable x est la dérivée de g par rapport à x calculée en supposant constante l'autre variable t.

La dérivée partielle seconde est notée : $\frac{\partial^2 g(t,x)}{\partial x^2}$

$$g(t,x) = A\sin[\omega(t \pm \frac{x}{c})] \Rightarrow \frac{\partial g}{\partial x} = \pm\left(\frac{\omega}{c}\right).A\cos[\omega(t \pm \frac{x}{c})] \text{ et } \frac{\partial g}{\partial t} = \omega.A\cos[\omega(t \pm \frac{x}{c})]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial^2 g(t,x)}{\partial x^2} = -\left(\frac{\omega}{c}\right)^2.g(t,x) \\ \frac{\partial^2 g(t,x)}{\partial t^2} = -\omega^2.g(t,x) \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 g(t,x)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 g(t,x)}{\partial t^2}}$$

Equation de d'Alembert caractéristique d'une onde progressive, permet de calculer c à partir d'une modélisation de l'onde

PASS

EXERCICE: OEM

CONCOURS PACES 2011

Dans un milieu de propagation homogène, on considère
une onde électromagnétique plane caractérisée par le champ électrique
$(E_x,E_y,E_z) = (0, 0, 100.\sin[628.(t-0,5.10^{-8}.y)])$
dans le repère orthonormé direct (O,x,y,z).

Connaissance
Réflexion
Les deux

☒ A. Le champ électromagnétique se déplace le long de la direction y.

$$E_z(t,y) = E_0 \sin[\omega.(t-\frac{y}{c_n})]$$

☒ B. Le champ électromagnétique est une radiation de fréquence 100 Hz.

$$\omega = 628 = 2\pi f \Rightarrow f = 100 \text{ Hz}$$

☐ C. Le champ électrique est polarisé rectilignement suivant la direction y.

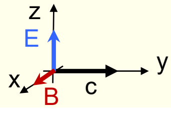
Non, suivant z

☒ D. Les composantes en y et z du champ magnétique sont nulles à tout instant.

$$\vec{B} = (1/c_n).\vec{u} \wedge \vec{E} \Rightarrow B_x(t,y) = B_0 \sin[\omega.(t-\frac{y}{c_n})]$$

☒ E. L'indice de réfraction du milieu de propagation est 1,5.

$$\frac{\omega}{c_n} = \frac{2\pi f}{c_n} = 628.0,5.10^{-8} = \frac{628}{2.10^8} = \frac{2\pi.100}{2.10^8} \Rightarrow \text{n} = \frac{c}{c_n} = \frac{3.10^8}{2.10^8} = 1,5$$



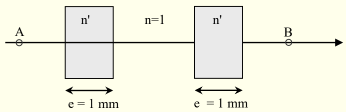
PASS

EXERCICE: Chemin optique

CONCOURS PACES 2013

Comprendre que L est un « équivalent de distance dans le vide »,
au sens où : $L = n.(AB) = \frac{c}{c_n}.(AB) \Rightarrow t = \frac{(AB)}{c_n} = \frac{L}{c}$

Connaissance
Réflexion
Les deux



Lames: ε_r = 5,76, et μ_r = 1,000021

☒A. L'indice de réfraction des lames est n' = 2,4

$$n' = \frac{c}{c_{n'}} = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r} = \sqrt{5{,}76.1{,}000021} = 2{,}40$$

☐ B. La célérité du rayonnement laser dans les lames est de 2.10^8 m/s

$$c_{n'} = \frac{c}{n'} = \frac{3.10^8}{2.4} = 1{,}25.10^8 \text{ m/s}$$

☐ C. La variation de chemin optique induite par l'introduction des deux lames est de 4,8 mm

$$\Delta L = 2.(n'-1).e = 2{,}8 \text{ mm}$$

☒ D. Après introduction des deux lames, la lumière arrive en B avec 9.10^{-12} s de retard

$$\frac{2{,}8.10^{-3}}{c} = 9{,}3.10^{-12} \text{ s}$$

☒ E. La variation de phase induite par l'introduction des deux lames est inversement proportionnelle à λ.

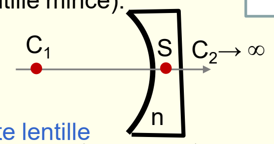
$$\Delta\varphi = \frac{\omega}{c}\Delta L = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta L$$

PASS

EXERCICE: Lentille mince

CONCOURS PACES 2016-2017

Une lentille de verre (n=1,8) est constituée d'un dioptre divergent de R_1= 80 cm et d'un dioptre plan. On considère que les sommets des 2 dioptres sont confondus (lentille mince).



Connaissance
Réflexion
Les deux

1- Donnez la formule de conjugaison de cette lentille

$$\left.\begin{array}{l} \frac{n-1}{SC_1} = \frac{n}{SA''} - \frac{1}{SA} \\ \frac{1-n}{SC_2} = 0 = \frac{1}{SA'} - \frac{n}{SA''} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{n-1}{SC_1} = \frac{1}{SA'} - \frac{1}{SA}$$

2- Calculez la puissance de cette lentille

$$\Pi = \frac{n-1}{SC_1} = -\frac{0.8}{80.10^{-2}} = -1\,\text{Dp} \qquad (SC_1 = -R_1)$$

3- Calculez la focale image de cette lentille

$$\Pi = -1 = \frac{1}{SF'} \Rightarrow SF' = -1\,\text{m}$$

4- Calculez le grandissement d'un objet placé à 1 m en amont de cette lentille

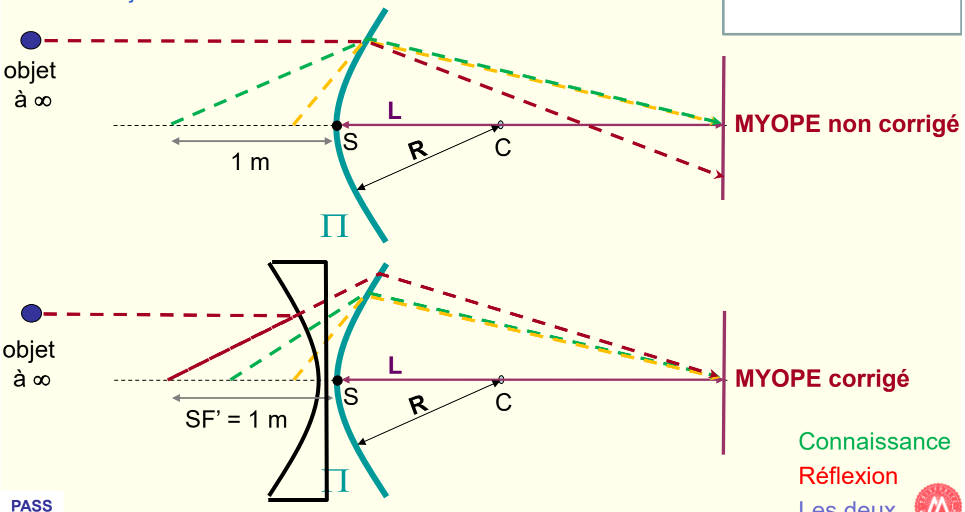
$$\frac{1}{G} = \left|\frac{SA}{SA'}\right| = |\Pi.SA + 1| = |(-1).(-1) + 1| = 2$$

PASS

EXERCICE: Amétropies

AMETROPIES SPHERIQUES

Quelle correction proposer à un patient myope qui voit flou tout objet situé au-delà d'un mètre de son œil ?

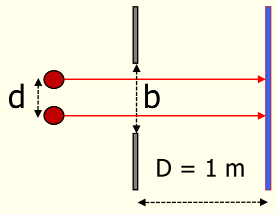


Connaissance
Réflexion
Les deux

PASS

EXERCICE: Diffraction & résolution

EXERCICE D'APPLICATION



Ecran éloigné où se forment les images de 2 sources identiques de λ = 500 nm après traversée d'une fente carrée de largeur b = 0,5 mm.

Connaissance
Réflexion
Les deux

☒ A. La distance entre le premier minimum et le maximum principal est de l'ordre de 1 mm.

$$\sin\theta_{\min} = \frac{\lambda}{b} \approx tg\,\theta_{\min} = \frac{x_{\min}}{D} = x_{\min} = \frac{500.10^{-9}}{0{,}5.10^{-3}} = 1\ mm$$

☒ B. La largeur à mi-hauteur de la tache de diffraction (maximum principal) est de l'ordre de 1 nm.

$$LMH \approx x_{\min} = 1\ mm$$

☒ C. Si D = 3 m, la distance entre le 2 maxima est de l'ordre de 3 mm.

$$x = D.\frac{\lambda}{b} = D.1\ mm = 3\ mm$$

☒ D. Si D = 1 m, Les 2 images seront indiscernables si d < 1 mm.

Fusion des 2 pics d'intensité (intersection à plus de 50% de l'intensité maximale)…

☒ E. Si D = 3 m, Les 2 images seront indiscernables si d < 1 mm.

Indépendante du grandissement

PASS

EXERCICE: Niveaux d'énergie des électrons atomiques

EXERCICE D'APPLICATION

Les énergies d'ionisation de la raie K, d'une raie L et d'une raie M d'un atome à plusieurs électrons sont :

E^K_i = 3 keV, E^L_i = 0,3 keV et E^M_i =0,03 keV.

Connaissance
Réflexion
Les deux

☒ A. La transition L→K émet un photon X de λ = 0,46 nm.

$$|3-0.3|.10^3.1{,}6.10^{-19} = 4{,}32.10^{-16} = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{6.62.10^{-34}.3.10^8}{4{,}32.10^{-16}} = 0{,}46\ \text{nm}$$

☒ B. La transition L→M nécessite l'absorption d'un photon d'énergie 0,27 keV.

$$|0.3-0.03| = 0{,}27\ \text{keV}$$

☒ C. La transition M→K émet un photon de fréquence 718 10^{15} Hz

$$|3-0.03|.10^3.1{,}6.10^{-19} = 4{,}752.10^{-16} = h.f \Rightarrow f = \frac{4{,}752.10^{-16}}{6.62.10^{-34}} = 717{,}8.10^{15}\ \text{Hz}$$

☐ D. La transition M→L peut provoquer une ionisation sur la couche K.

☒ E. La transition L→K peut provoquer une ionisation sur la couche M.

PASS

EXERCICE: Tube X

Concours PACES 2011

Un tube à rayons X dont l'anode est en tungstène est utilisé avec une tension d'accélération des électrons de 150 kV.
Les énergies d'ionisation des couches K (n=1, l=0), L (n=2, l=0) et M (n=3, l=0) de l'atome de tungstène sont respectivement 69,5 keV, 12,1 keV et 2,8 keV.

Connaissance
Réflexion
Les deux

- ☒ A. L'énergie véhiculée par le rayonnement X produit est principalement le fait d'un rayonnement de freinage.
- ☒ B. Le spectre du rayonnement X produit est un spectre continu au sein duquel peuvent être observées des raies surajoutées d'énergie 66,7 keV et 57,4 keV.
  69,5-2,8 = 66,7
  69,5-12,1 = 57,4
- ☐ C. L'énergie véhiculée par le rayonnement X produit est principalement le fait de photons de 9,3 keV.
  12,1-2,8 = 9,3
- ☐ D. Une raie unique est observée à 9,3 keV dans le spectre du rayonnement X produit.
  pas unique
- ☒ E. S'il est focalisé sur un tissu humain vivant, le rayonnement X produit par ce tube est capable de créer des radicaux libres.
- ☐ F. L'énergie des photons émis varie entre 0 et 175 keV
  entre 0 &150 keV
- ☐ G. Des photons X non ionisants prédominent dans le rayon X observé
  autoabsorbés

PASS

EXERCICE: Activité et période

EXERCICE

Pour réaliser une scintigraphie osseuse, on administre par voie intraveineuse 3,8 ng de ${}^{99}_{43}\mathrm{Tc}^{m}$ $(T = 6\ h)$ à un patient.

1- Déterminer le nombre de moles de molybdène nécessaire à sa production

$$1\ \text{mole} \equiv 99\ g \Rightarrow 3{,}8\ \text{ng} \equiv \frac{3{,}8.10^{-9}}{99} = 38{,}4.10^{-12}\ \text{moles de } {}^{99}_{43}Tc^{m} \text{ ou de } {}^{99}_{42}Mo$$

2- Déterminer l'activité injectée

$$38{,}4.10^{-12}\ \text{moles} = 23.10^{12}\ \text{atomes.}\quad A = \lambda N = \frac{\ln 2}{T} N = \frac{\ln 2}{6.60.60} 23.10^{12} = 741 MBq = 20\ mCi$$

3- Déterminer la vie moyenne de ce radio-isotope

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T}{\ln 2} = 8{,}6\ h = 8\ h\ 39\ min$$

4- Quelle conséquence aurait l'administration d'une activité 4 fois plus faible

4 fois moins de photons détectés et S/B divisé par 2

En supposant l'absence de toute élimination de cet isotope:

5- Combien de photons gamma seront émis dans l'organisme du patient ? $23{,}10^{12}$

6- Quelle % d'activité persistera 24h après l'injection ?

$$t = 24h = 4.T \Rightarrow A = \frac{A_0}{2^{\frac{t}{T}}} = \frac{A_0}{2^4} = \frac{A_0}{16} = 6.25\%.A_0$$

PASS

EXERCICE: Capture électronique

CAPTURE ELECTRONIQUE (PACES 2013)

On observe l'apparition de manganèse $^{55}_{25}Mn$ (masse atomique de 54,938 047 u) au sein de fer $^{55}_{26}Fe$ (masse atomique 54,938 296 u), sans émission de particule chargée positivement (1 u = 931,5 Mev/c²).

On donne: $E_i^{1s}\left(^{55}_{26}Fe\right) = 7{,}11\text{ keV}$ et $E_i^{1s}\left(^{55}_{25}Mn\right) = 6{,}54\text{ keV}$

$E_i^{2s}\left(^{55}_{26}Fe\right) = 0{,}85\text{ keV}$ et $E_i^{2s}\left(^{55}_{25}Mn\right) = 0{,}77\text{ keV}$

$E_i^{2p}\left(^{55}_{26}Fe\right) = 0{,}72 \text{ et } 0.71\text{ keV}$ et $E_i^{2p}\left(^{55}_{25}Mn\right) = 0{,}65 \text{ et } 0.64\text{ keV}$

Connaissance

Réflexion

Les deux

1- Ecrire la réaction en cause $^{55}_{26}\text{Fe} + ^{0}_{-1}e^-_K \rightarrow ^{55}_{25}\text{Mn} + ^{0}_{0}\nu$

2- Calculer l'énergie emportée par la particule émise

$$\boldsymbol{E_d} = \left[\mathfrak{M}\left(^{55}_{26}Fe\right) - \mathfrak{M}\left(^{55}_{25}Mn\right)\right].\boldsymbol{c^2} - \boldsymbol{E^i_K}\left(^{55}_{26}Fe\right)$$

$$= [\mathbf{54,938296 - 54,938047}].\mathbf{931,5 - 7,11.10^{-3}} = \mathbf{224{,}83\ keV}$$

3- Calculer l'énergie des photons émis après la réaction (hors Auger sur M)

$$\left.\begin{array}{l} L1 \rightarrow K : 6{,}54 - 0{,}77 = 5{,}77\text{ keV} \\ L2 \rightarrow K : 6{,}54 - 0{,}65 \text{ ou } 0{,}64 = 5{,}89\text{ keV ou } 5{,}90\text{ keV} \\ L2 \rightarrow L1 : 0{,}77 - 0{,}65 \text{ ou } 0{,}64 = 0{,}12\text{ keV ou } 0{,}13\text{ keV} \end{array}\right\}\text{Fluorescence X}$$

PASS