

ONDE & MATIERE : PREAMBULE

Prête au vrai maintenant une **oreille attentive**,
Nette de tout souci, **aiguise ton esprit**,
Et mes dons, apprêtés avec un soin fidèle,
Garde d'en faire fi avant d'y rien comprendre,
Car je vais t'exposer les hautes lois du ciel
Et des dieux, dévoiler **d'où procèdent les choses**.

*Quod super est, vacuas auris animumque sagacem
semotum a curis adhibe veram ad rationem,
ne mea dona tibi studio disposita fideli,
intellecta prius quam sint, contempta relinquo.
nam tibi de summa caeli ratione deumque
disserere incipiam et rerum primordia pandam.*

Lucrèce (1^{er} siècle avant JC), De la nature des choses, Chant 1
Vers 50-55. Traduction d'Olivier Sers, Belles lettres, Paris, 2012.

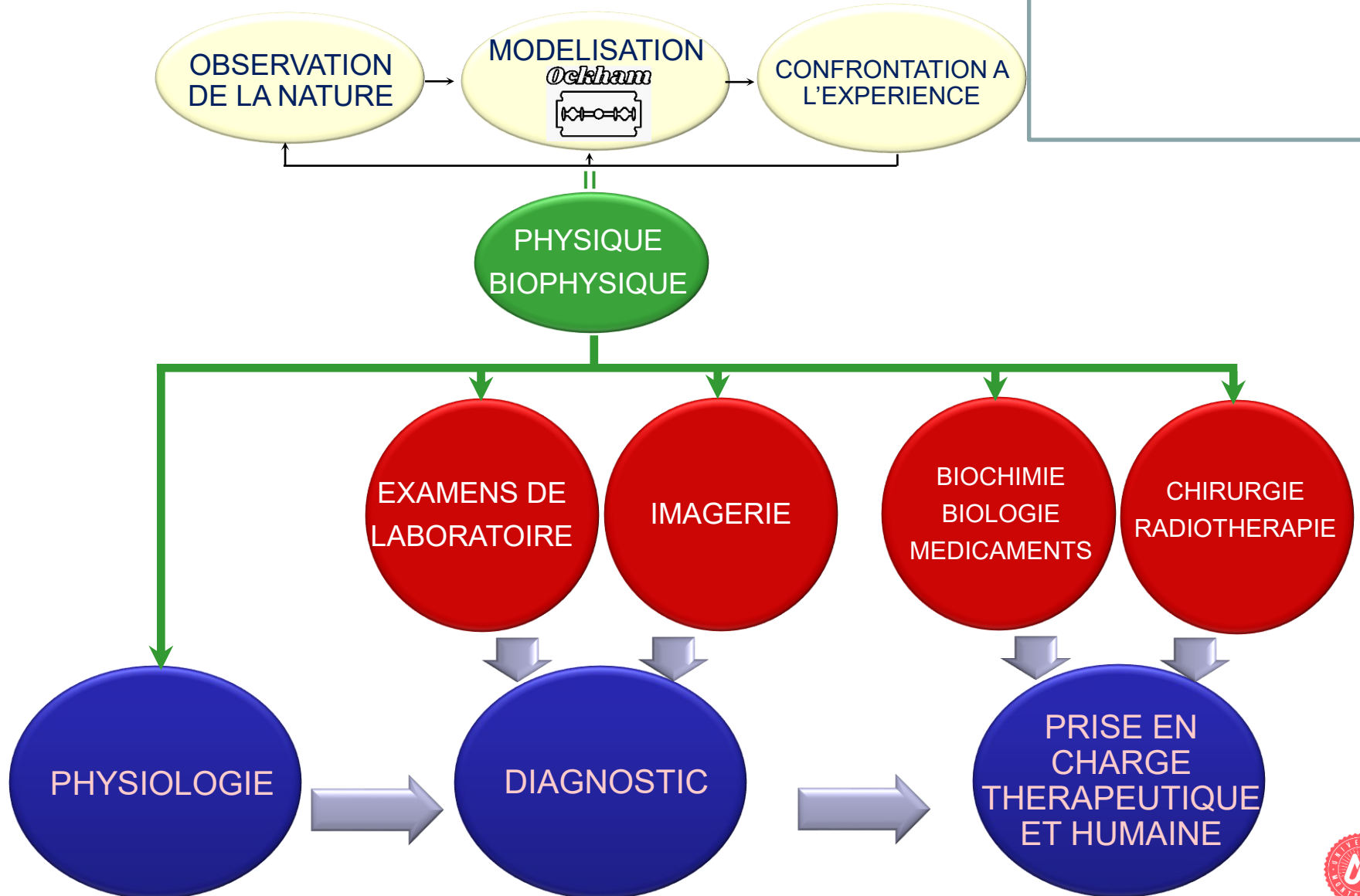


« Le penseur de Tobyl »

Région de Qostanaï, Kazakhstan.



SOIGNER AU XXI^e SIECLE





Allez sur **wooclap.com** et utilisez le code **OMUE7**

A propos d'électrons et de lumière...

- 1 un électron est une particule qui peut interagir par un choc avec d'autres particules, suivant les lois de la mécanique. 0% 0
- 2 un électron est une onde qui peut diffracter sur un cristal et donner lieu à une figure d'interférence. 0% 0
- 3 la lumière est constituée de particules qui peuvent interagir par des chocs avec d'autres particules, suivant les lois de la mécanique. 0% 0
- 4 la lumière est une onde qui peut diffracter sur un cristal et donner lieu à une figure d'interférence. 0% 0

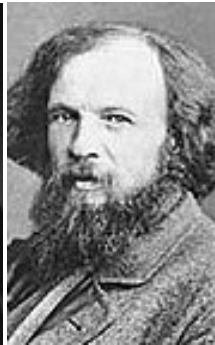
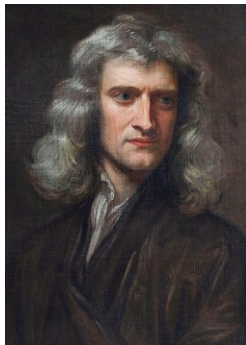
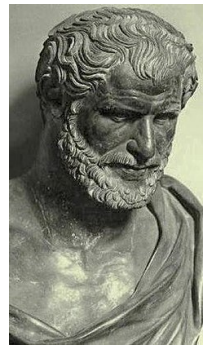
wooclap 105% 0 / 0

Cliquez sur l'écran projeté pour lancer la question

MODELE: ONDE ou PARTICULE ?

ATOME / DISCONTINU

Démocrite	I Newton	J Dalton	D Mendeleïev	J Thompson
460-370	1642-1727	1766-1844	1834-1907	1856-1940
	particules	chimie		électron

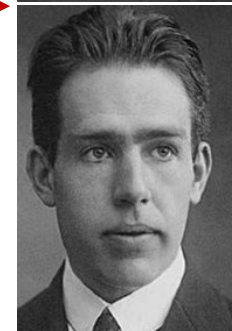
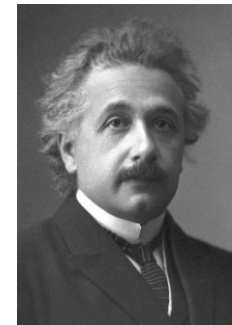


Effet photo
électrique

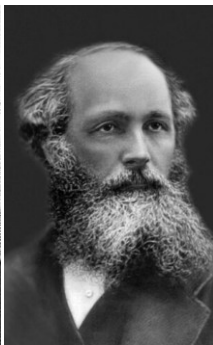
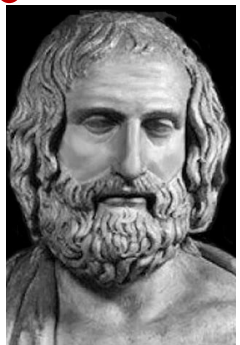


H Hertz
1857-1894
OEM

A Einstein L de Broglie
1879-1955 1856-1972



N Bohr W Heisenberg
1885-1962 1901-1976

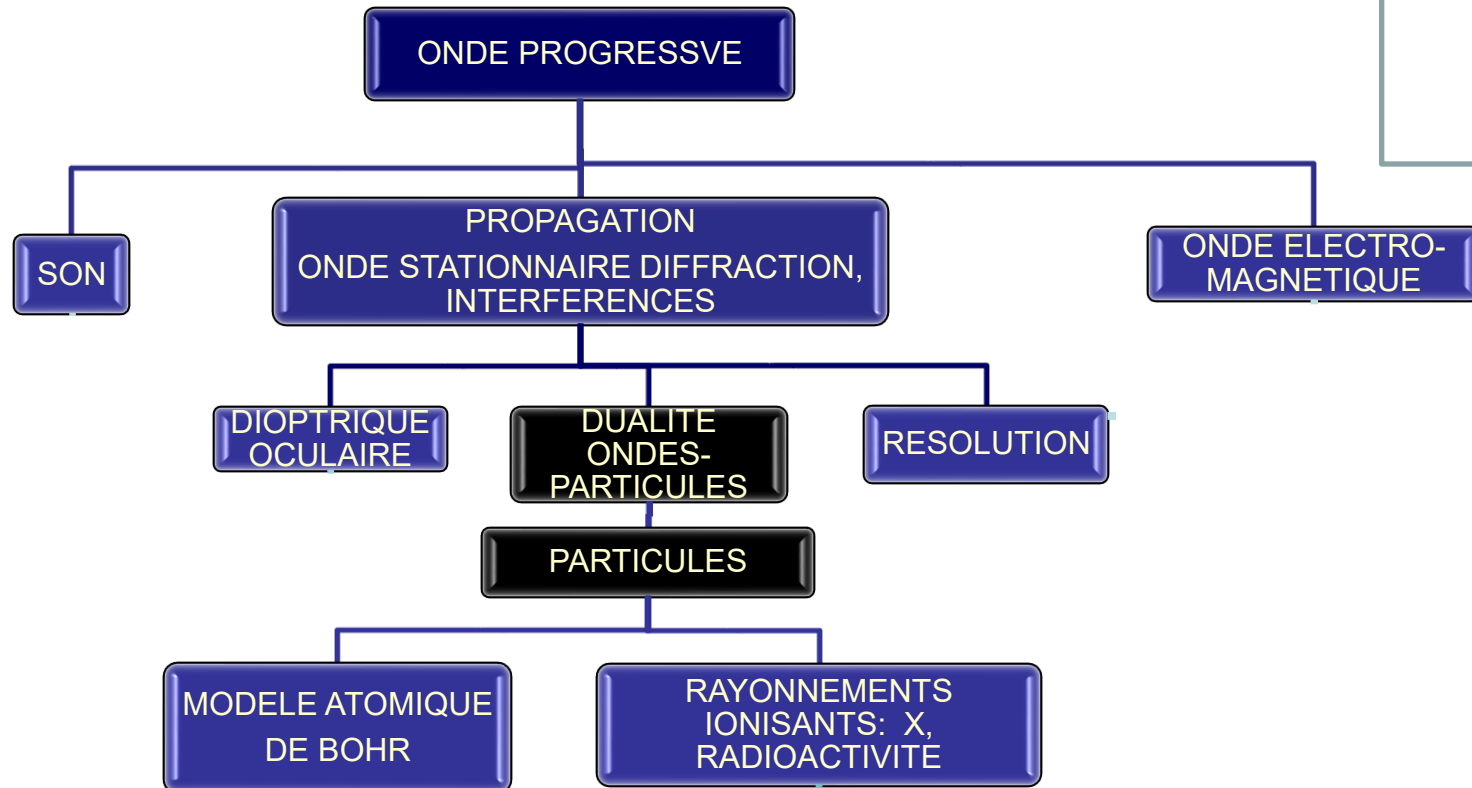


Anaxagore	C Huygens	T Young	A Fresnel	JC Maxwell
500-428	1629-1695	1773-1829	1788-1827	1831-1879

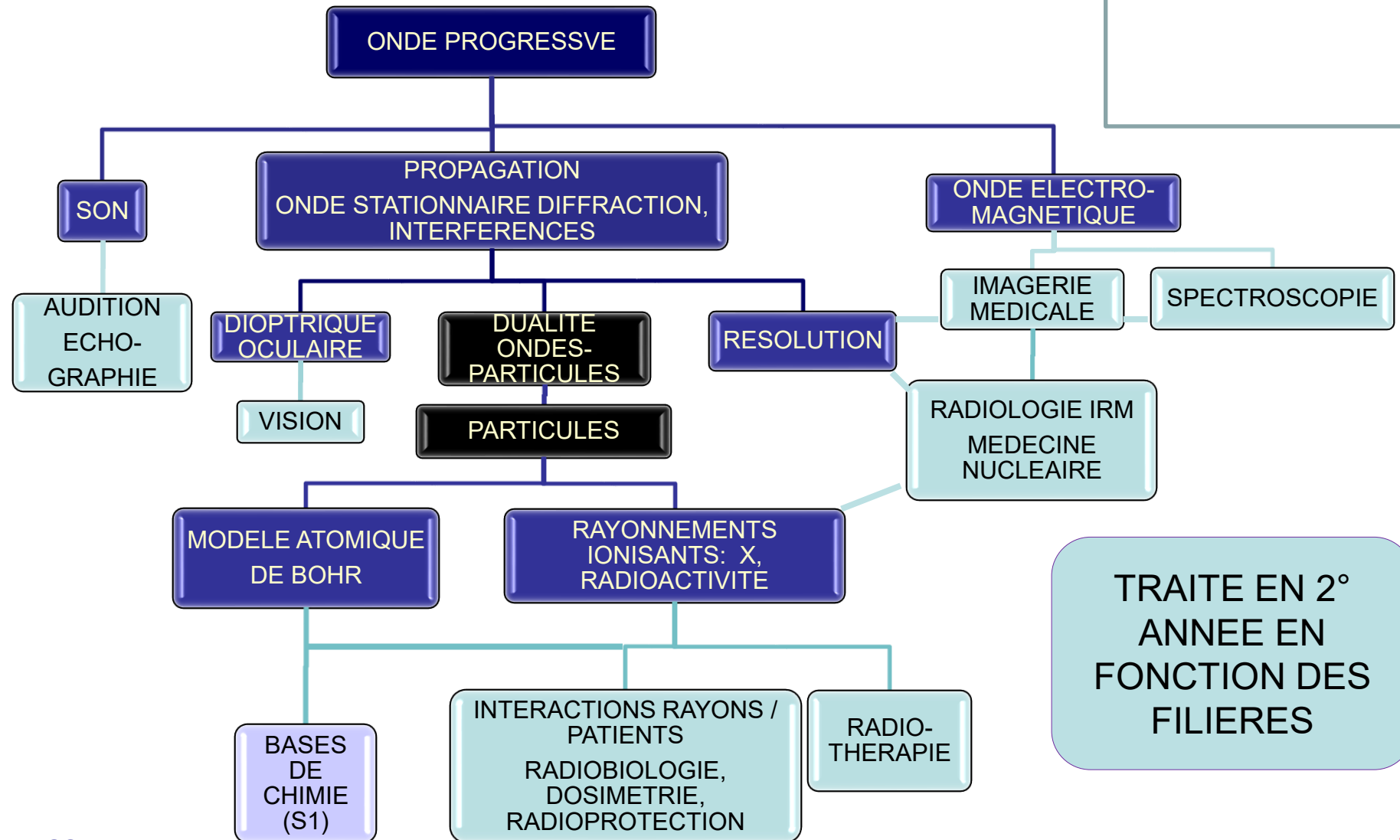
Rayon ? Interférence Diffraction OEM ONDE / CONTINU



ONDES ET MATIERE: PLAN DU COURS



ONDES ET MATIERE: OBJECTIFS



ONDE PROGRESSIVE: DEFINITION

Propagation d'une **perturbation** des caractéristiques physiques du **milieu**

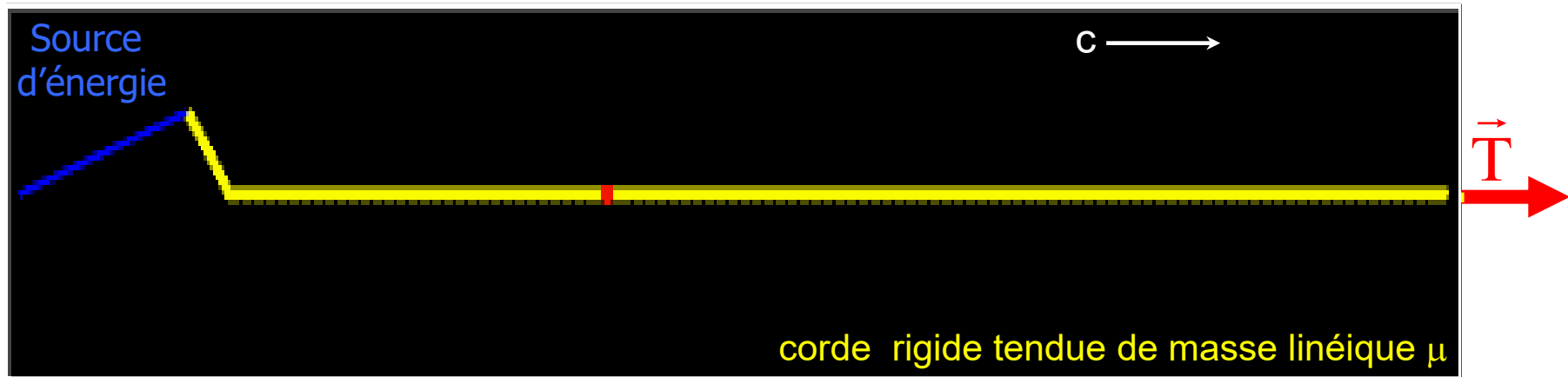
Source
d'énergie

Propagation à la vitesse c (m/s)

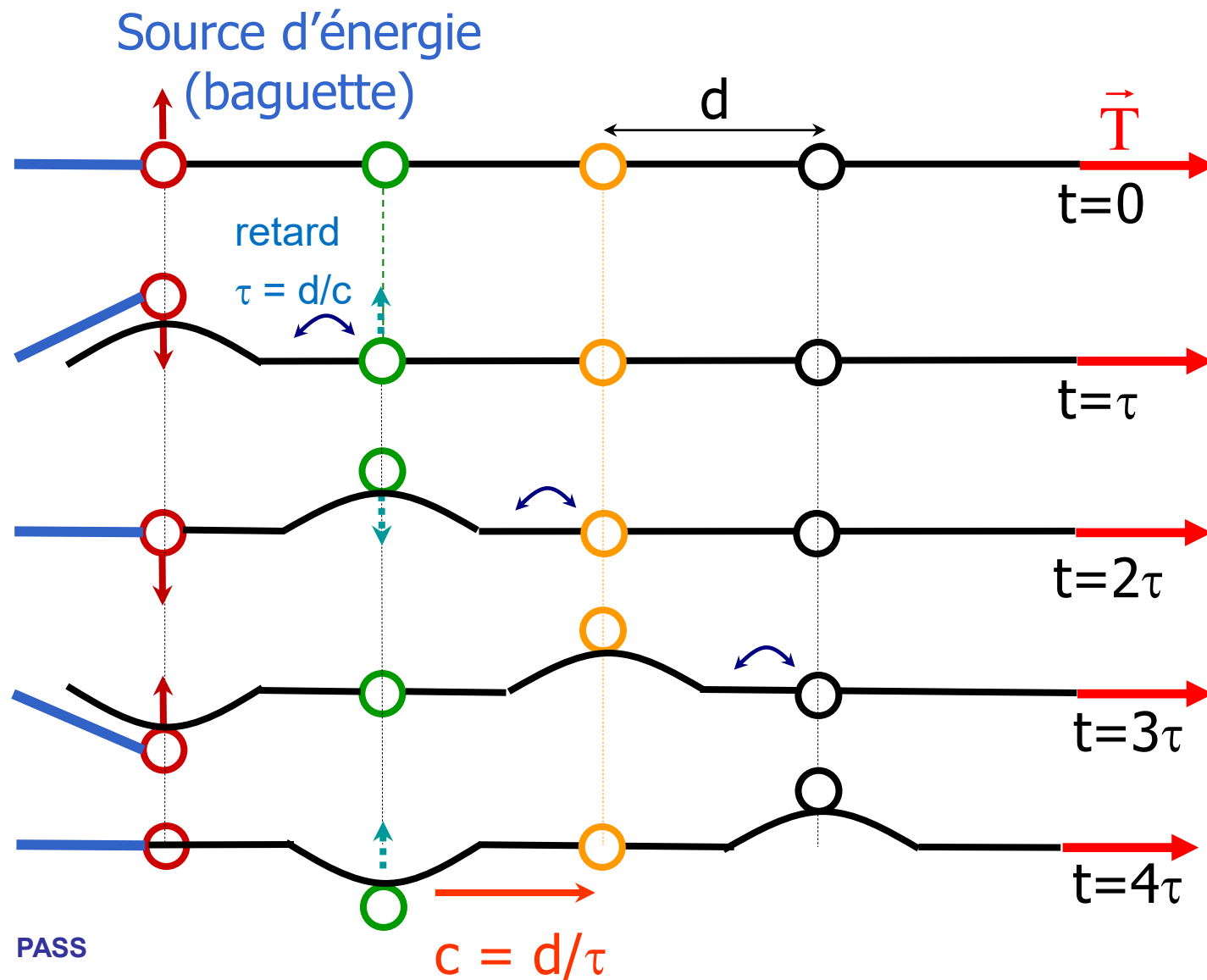


modification locale de position, pression, température, champ électrique, magnétique,...

Exemple : propagation d'une modification périodique de la position verticale d'une corde



ONDE PROGRESSIVE: CORDE VIBRANTE

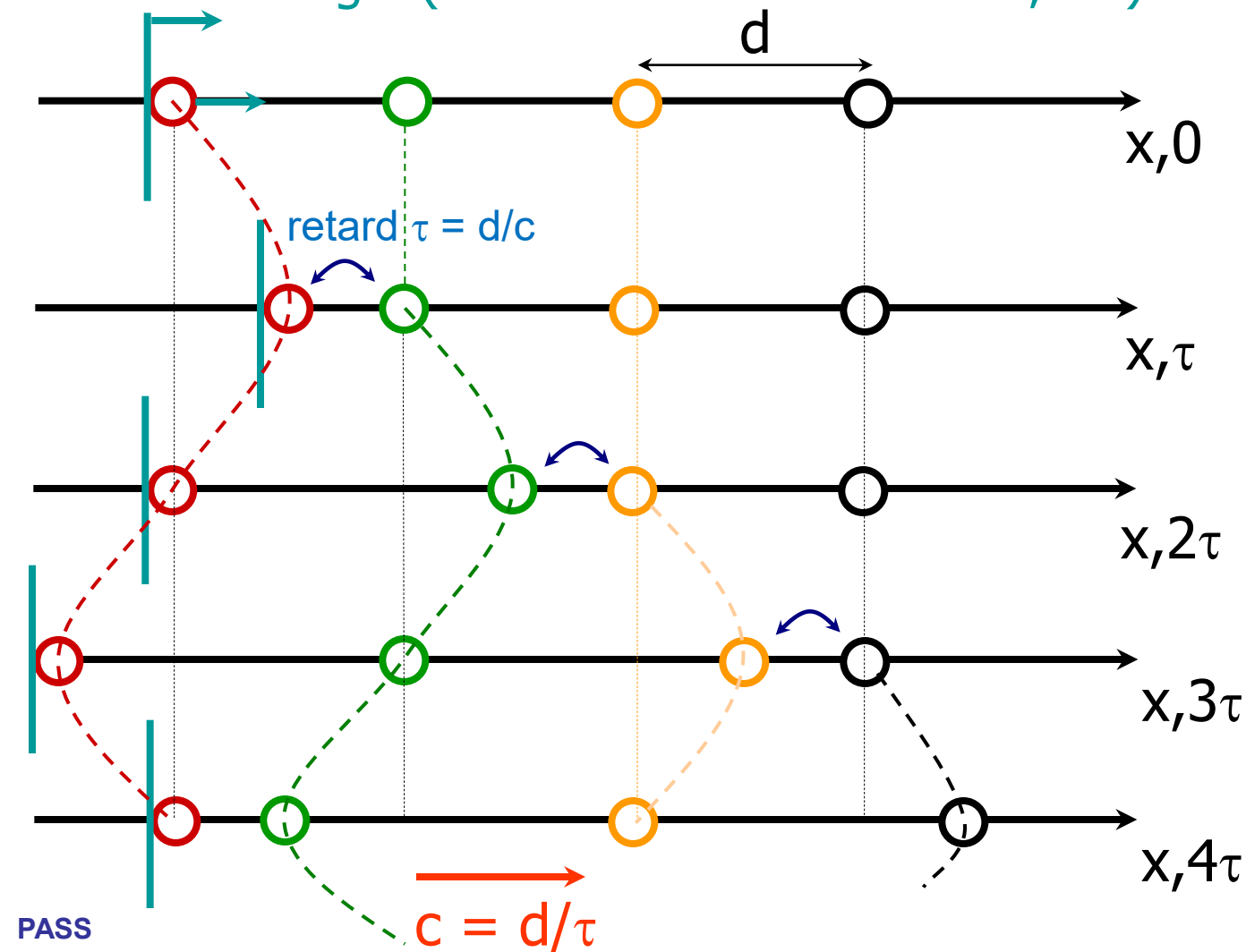


Onde
progressive
scalaire
de vibration
transversale



ONDE PROGRESSIVE: SON

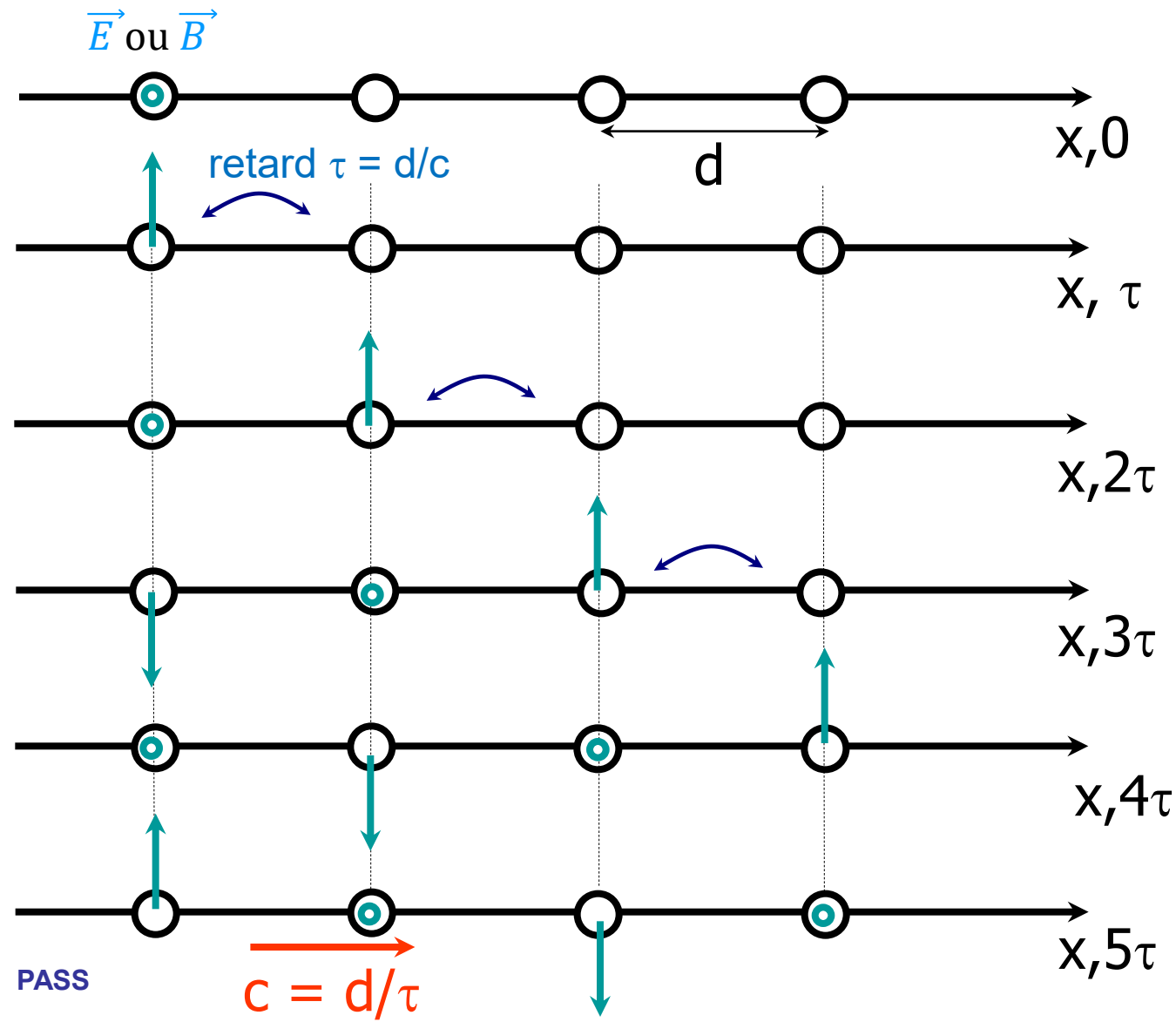
Source d'énergie (corde ou surface vibrante, HP)



Son
=
Onde
progressive
scalaire
de vibration ou
de suppression
longitudinale



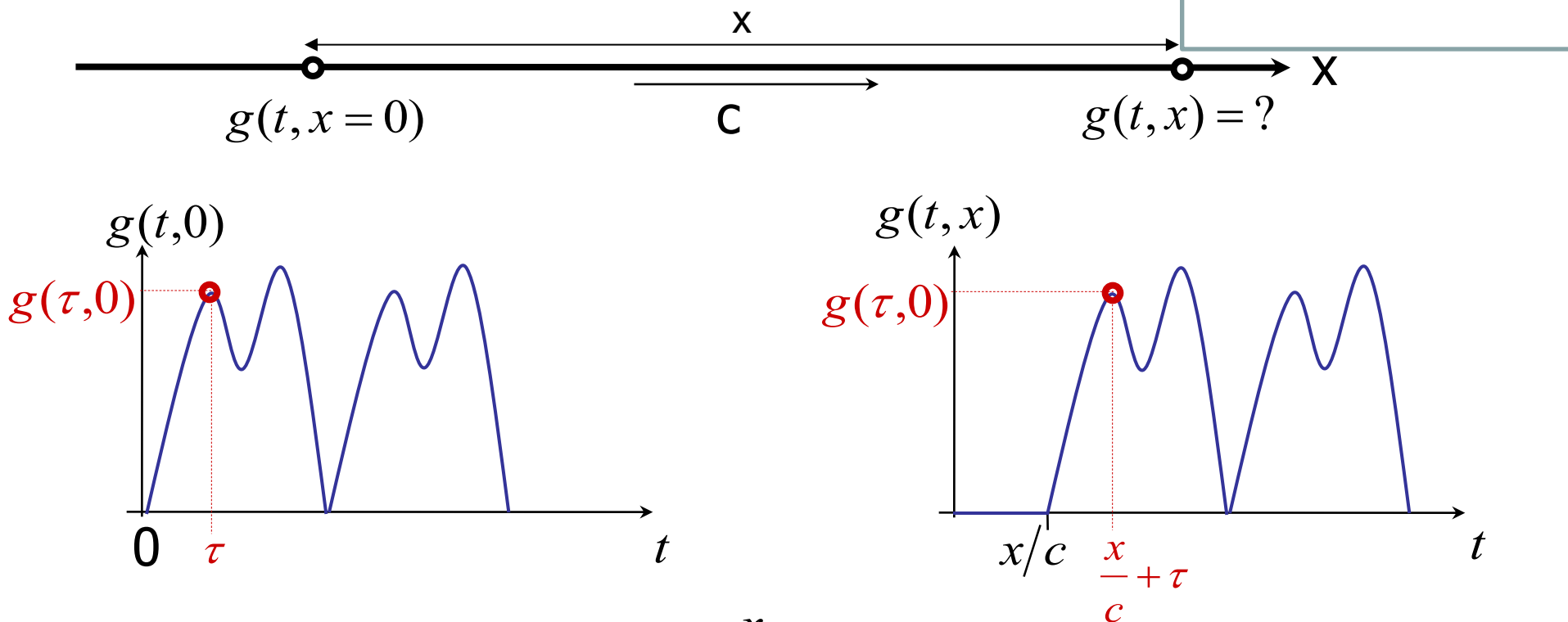
ONDE PROGRESSIVE: LUMIERE



Lumière
=
champ
électromagnétique
=
Onde progressive
vectorielle
transversale



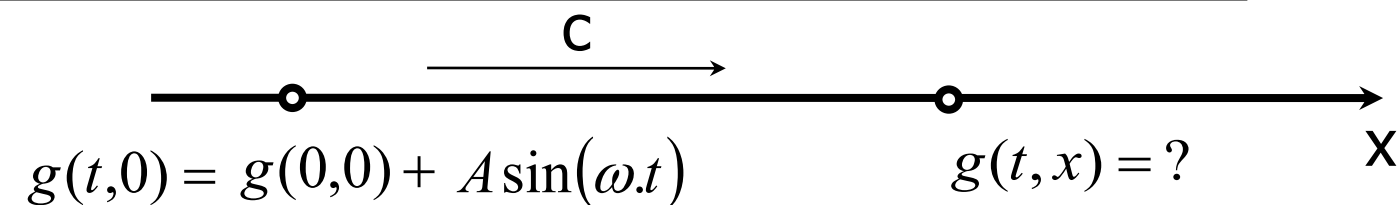
ONDE PROGRESSIVE: MODELISATION



$$g\left(\tau + \frac{x}{c}, x\right) = g(\tau, 0)$$

$$g(t, x) = g\left(t - \frac{x}{c}, 0\right)$$

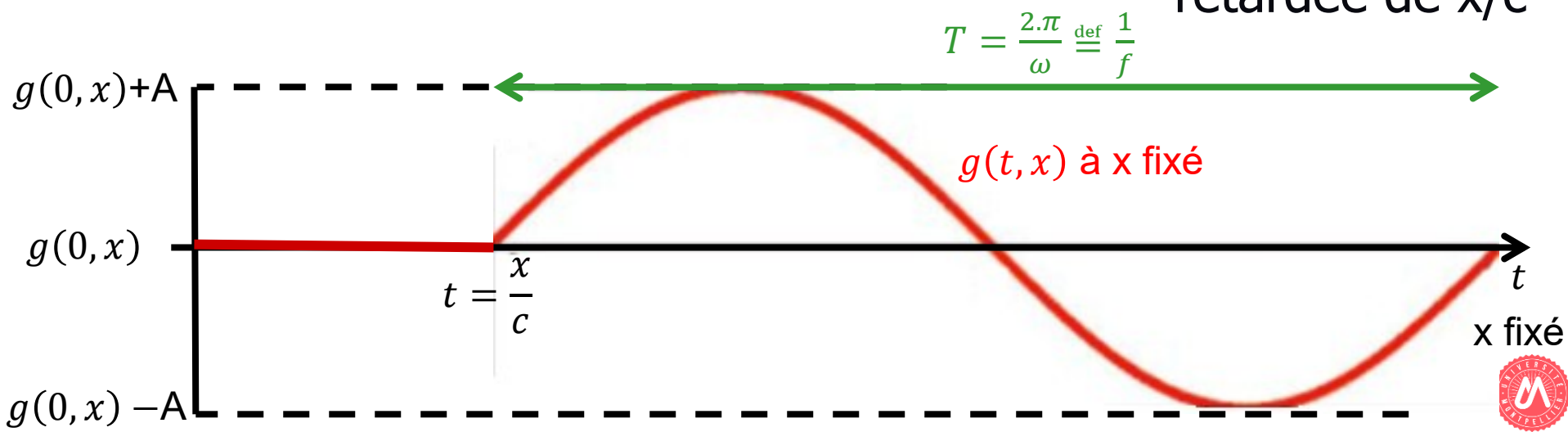
ONDE PROGRESSIVE SINUSOIDALE



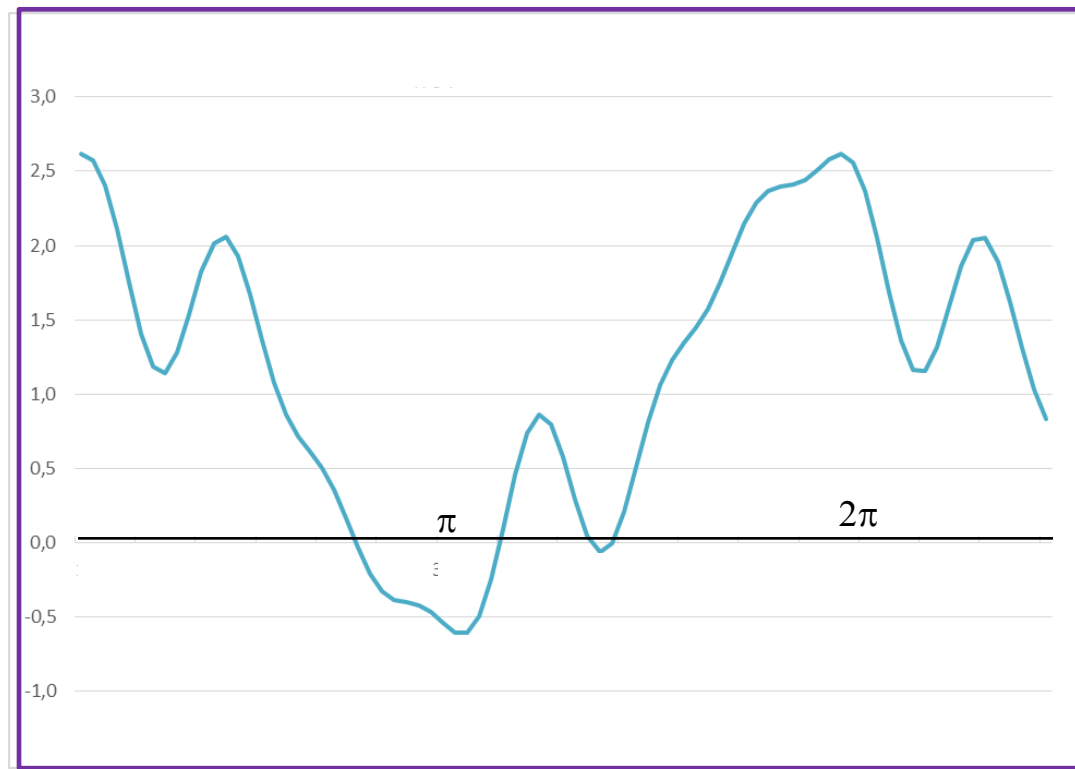
$$g(t, x) = g(0, x) + A \sin \left[\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c} \right) \right]$$

grandeur physique avant la perturbation

perturbation retardée de x/c



DECOMPOSITION EN OPS

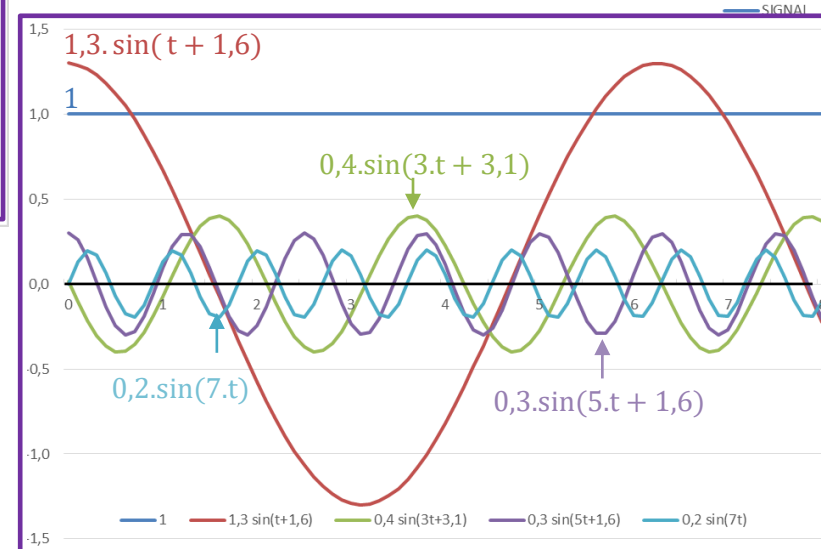
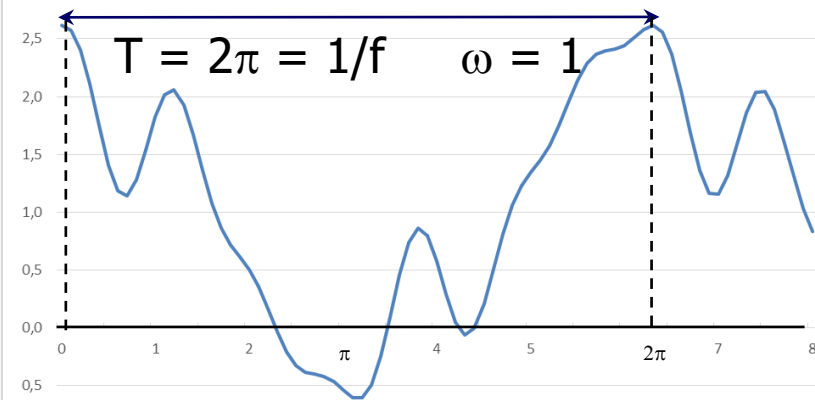


$$g(t) = 1 + 1,3 \cdot \sin(t + 1,6)$$

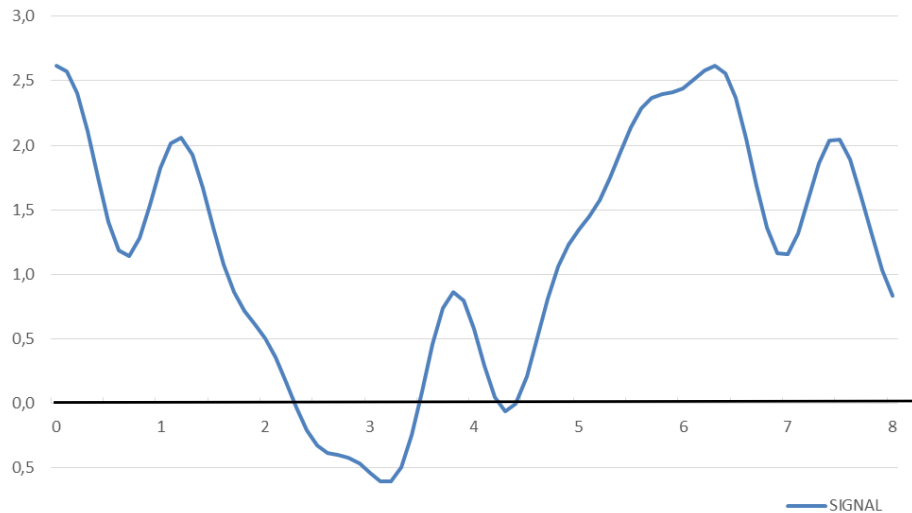
$$g(t) = 1 + 1,3 \cdot \sin(t + 1,6) + 0,4 \cdot \sin(3t + 3,1)$$

$$g(t) = 1 + 1,3 \cdot \sin(t + 1,6) + 0,4 \cdot \sin(3t + 3,1) + 0,3 \cdot \sin(5t + 1,6)$$

$$g(t) = 1 + 1,3 \cdot \sin(t + 1,6) + 0,4 \cdot \sin(3t + 3,1) + 0,3 \cdot \sin(5t + 1,6) + 0,2 \cdot \sin(7t)$$



DECOMPOSITION EN OPS

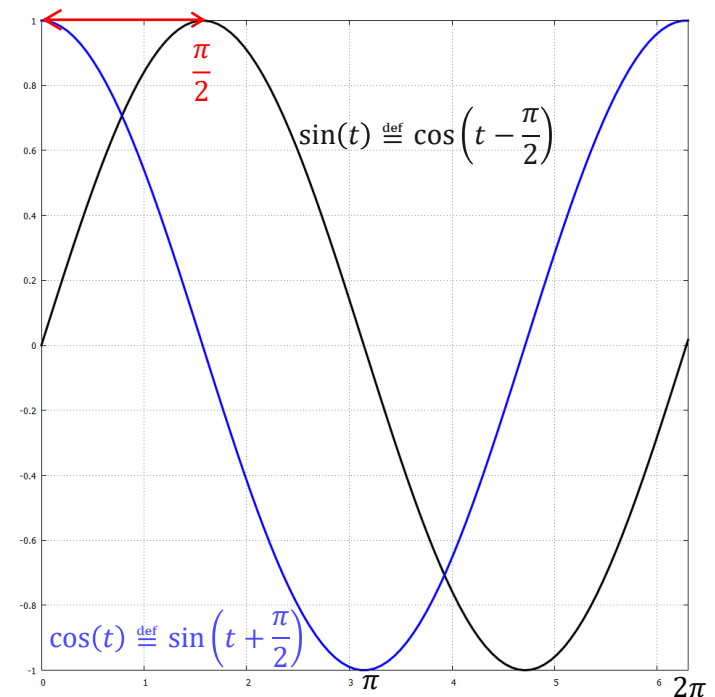


$$g(t) = 1 + 1,3 \cdot \cos(t) + 0,4 \cdot \cos(3 \cdot t + 1,6) + 0,3 \cdot \cos(5 \cdot t) + 0,2 \cdot \cos(7 \cdot t - 1,6)$$

$$g(t) = 1 + 1,3 \cdot \sin(t + 1,6) + 0,4 \cdot \sin(3 \cdot t + 3,1) + 0,3 \cdot \sin(5 \cdot t + 1,6) + 0,2 \cdot \sin(7 \cdot t)$$

$$g(t) = A_0 + A_1 \cos[\omega t + \varphi_1] + A_2 \cos[(2\omega)t + \varphi_2] + \dots$$

$$= A_0 + A_1 \sin\left[\omega t + \varphi_1 + \frac{\pi}{2}\right] + A_2 \sin\left[(2\omega)t + \varphi_2 + \frac{\pi}{2}\right] + \dots$$



$$g(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos[(n\omega)t + \varphi_n] = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin[(n\omega)t + \varphi'_n]$$

$$\varphi'_n = \varphi_n + \frac{\pi}{2}$$

SERIE DE FOURIER : CAS GENERAL

Pour toute fonction $g(t)$ intégrable de période $T=2\pi/\omega$:

$$g(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos[(n\omega)t + \varphi_n]$$



J FOURIER 1768-1830

Les composantes de cette somme sont les **harmoniques** de fréquence $f_n = n.f = n.\omega/(2\pi)$

Onde portant une fréquence unique: **sinusoïdale = pure = monochromatique = radiation**

Onde caractérisée par une somme d'harmoniques : **onde complexe = polychromatique**

On montre (cf. polycopié) que les coefficients A_n et φ_n se calculent suivant :

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \text{ sauf } A_0 = \frac{a_0}{2}$$

avec

$$\tan \varphi_n = -\frac{b_n}{a_n}$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \cdot \cos(n\omega t) \cdot dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \cdot \sin(n\omega t) \cdot dt$$

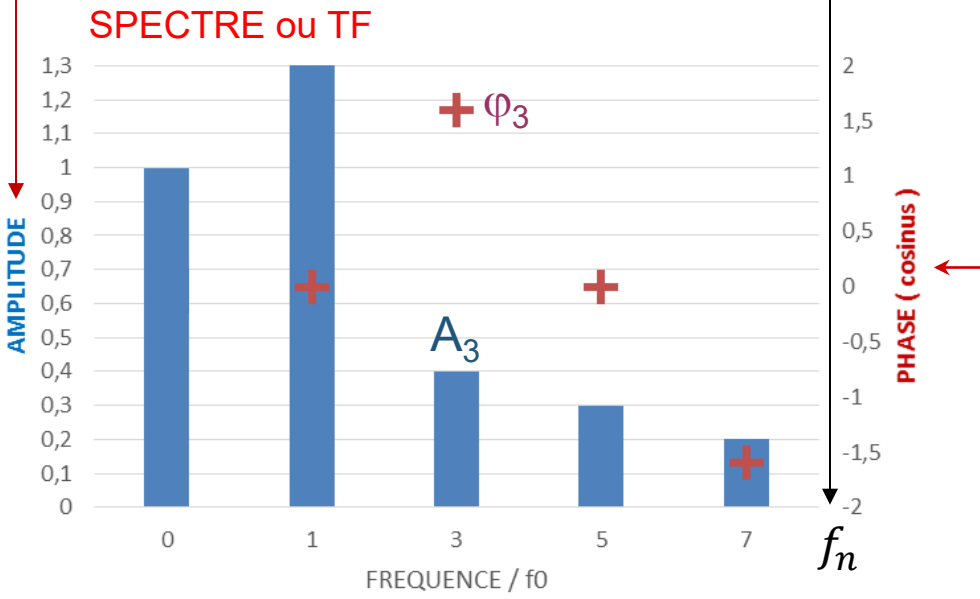
SPECTRE D'UNE ONDE COMPLEXE

$$g(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos[(n\omega)t + \phi_n]$$

amplitude de l'harmonique n

harmonique n de fréquence $n \cdot \frac{\omega}{2\pi} = n \cdot f = f_n$

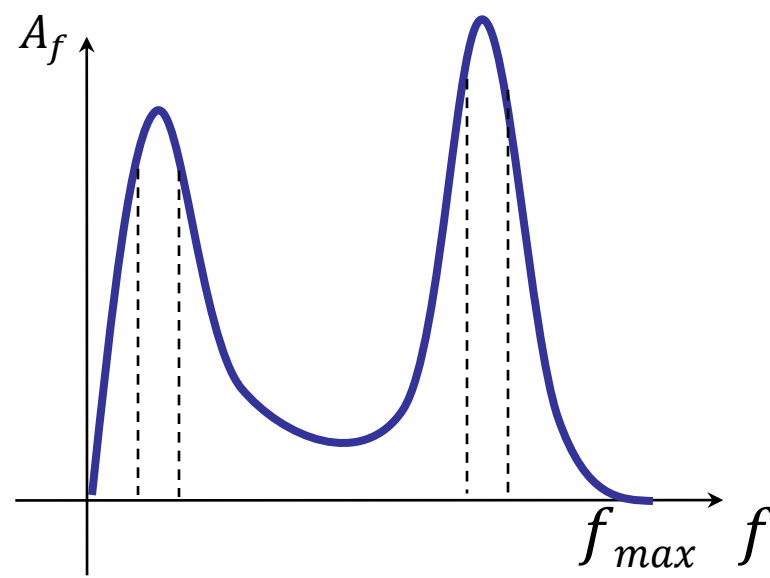
Phase de l'harmonique n



PASS

Spectre discret

Généralisation :



Spectre continu



CARACTERISTIQUES D'UNE RADIATION

$$g(t, x) = A. \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right]$$

- **Célérité** c , dans ce cas, propagation dans la direction x positifs
- **Amplitude** $= A$ (même unité que la grandeur g)
- **Pulsation propre** : ω en rad/s
- **Fréquence** f en Hertz ($\text{Hz} = \text{s}^{-1}$) : $\omega = 2\pi f$
 ω ou f sont la même grandeur (dans deux unités différentes).
Elles déterminent la nature de l'onde et ses modes d'interaction avec l'environnement...

CARACTERISTIQUES D'UNE RADIATION

$$g(t, x) = A. \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right]$$

• Périodes

– Par rapport au temps : $T = 1/f = 2\pi/\omega$ en s

• Pour x fixé, $g(t, x) = g(t + T, x)$

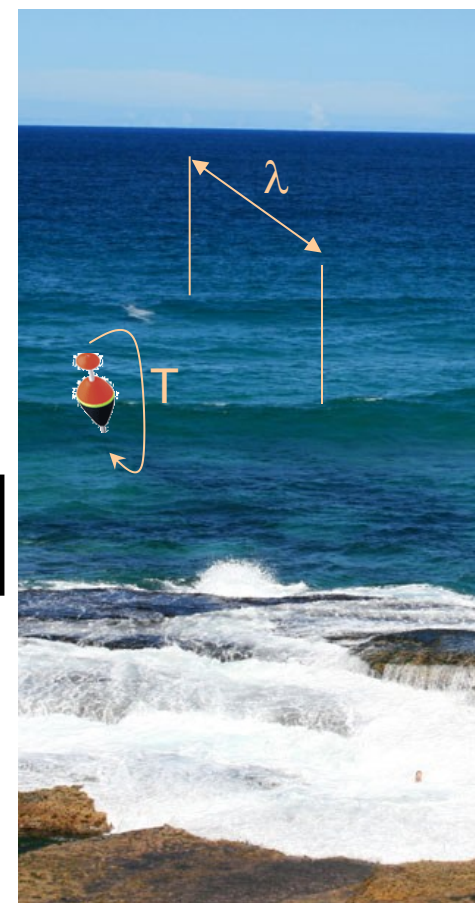
– Par rapport à l'espace : **longueur d'onde**

$$A. \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] = A. \sin \left[\omega \left(t - T - \frac{x}{c} \right) \right] = A. \sin \left[\omega \left(t - \frac{c.T + x}{c} \right) \right]$$

pour t fixé, $g(t, x) = g(t, x + c.T) = g(t, x + \lambda)$

$$\lambda = c.T = \frac{c}{f} = \frac{2\pi c}{\omega}$$

• λ est la distance parcourue par l'onde en T secondes.



CARACTERISTIQUES D'UNE RADIATION

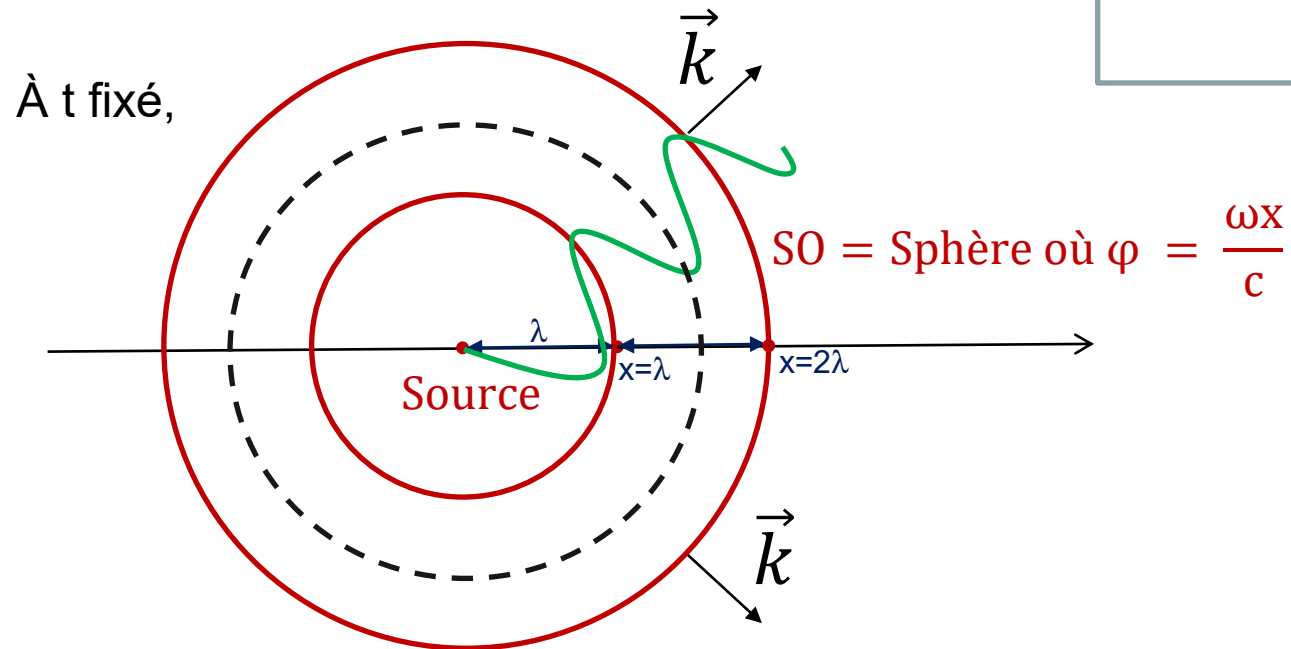
$$g(t, x) = A. \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] = A. \sin[\omega t - \varphi]$$

$$g'(t, x) = A. \sin[\omega' t - \varphi']$$

- Phase : $\varphi = \frac{\omega x}{c} = \frac{2\pi f x}{c} = \frac{2\pi x}{\lambda}$
- Surfaces d'onde : surfaces connexes (sphères, plans) contenant l'ensemble des points de même phase
- Vecteur d'onde \vec{k} : vecteur perpendiculaire aux surfaces d'ondes de norme : $\|\vec{k}\| \stackrel{\text{def}}{=} k = \frac{\omega}{c} = \frac{\varphi}{x}$ soit $g(t, x) = A. \sin(\omega t - kx)$

CARACTERISTIQUES D'UNE RADIATION

Exemple pour une source ponctuelle isotrope:



- Deux radiations g et g' sont cohérentes si :
 - $\lambda = \lambda'$ (donc $f = f'$ et $\omega = \omega'$)
 - leur différence de phase $\varphi - \varphi'$ est constante dans le temps

WOOC LAP 2



Allez sur **wooclap.com** et utilisez le code **OMUE7**

Qu'est-ce qui fait qu'un rayon lumineux se propage en ligne droite entre ..

1 le principe d'inertie impose à un rayon lumineux de suivre la trajectoire rectiligne qu'il a adopté au moment de son émission 0% 0

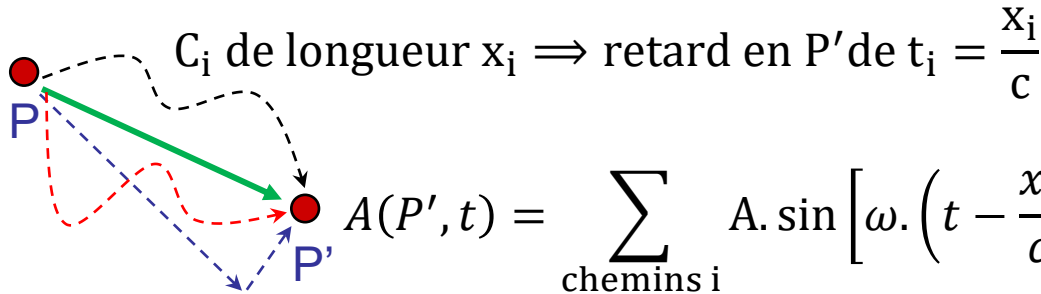
2 rien : en réalité les rayons prennent des trajectoires quelconques entre A et B 0% 0

Cliquez sur l'écran projeté pour lancer la question

wooclap 105% 0 / 0

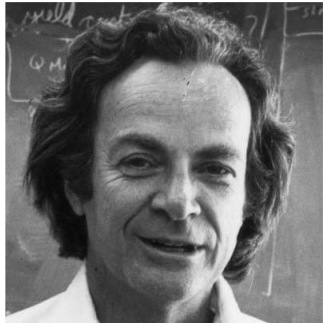
PRINCIPE DE MOINDRE ACTION

Un rayon lumineux visible ($\omega \approx 10^{14}$ rad/s) émis en P est reçu en P' :



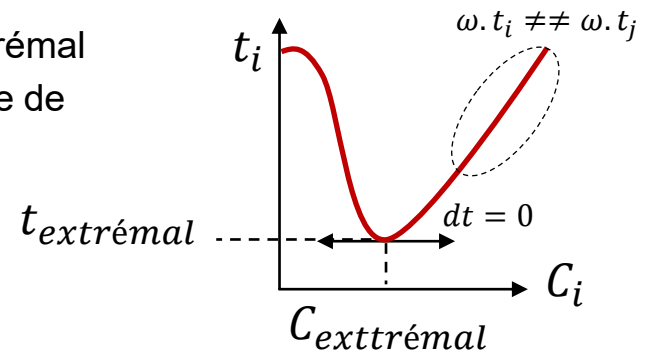
$$A(P', t) = \sum_{\text{chemins } i} A. \sin \left[\omega. \left(t - \frac{x_i}{c} \right) \right] = A. \sum_{\text{chemins } i} \sin[\omega. t - \omega. t_i]$$

= 0 si $\omega. t_i$ varie beaucoup entre les C_i



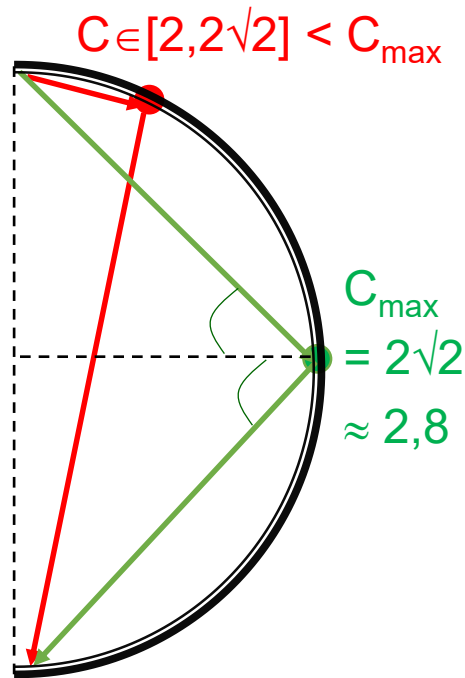
R Feynman 1918-1988

$\Rightarrow A(P') = A. \sin[\omega. t - \omega. t_{\text{extrémal}}]$
 Seule la trajectoire parcourue en un temps extrême (minimum ou maximum) contribue à l'amplitude de l'onde en P'.

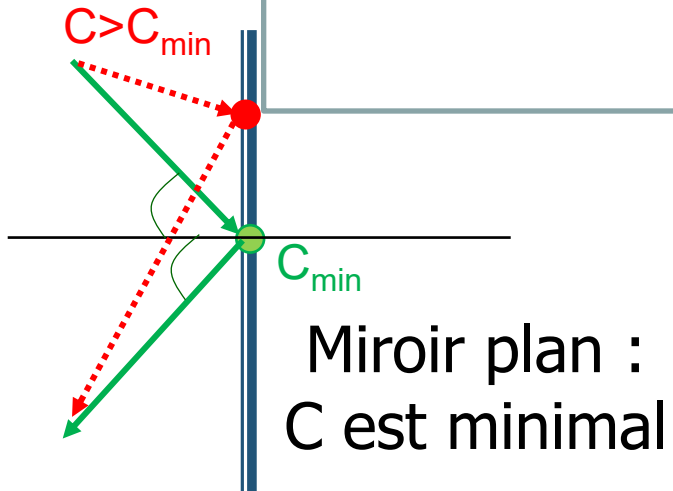
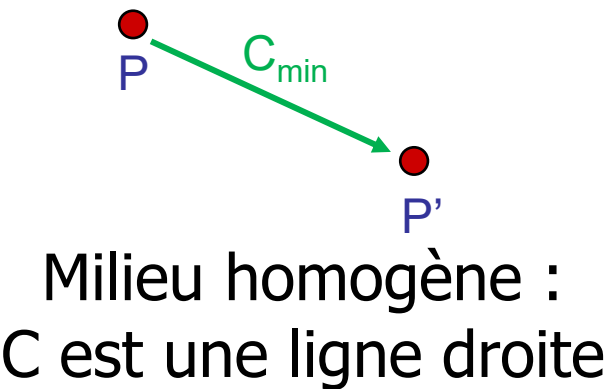


Principe de Moindre Action: Une onde (rayon lumineux) suit la trajectoire parcourue en un temps extrême.

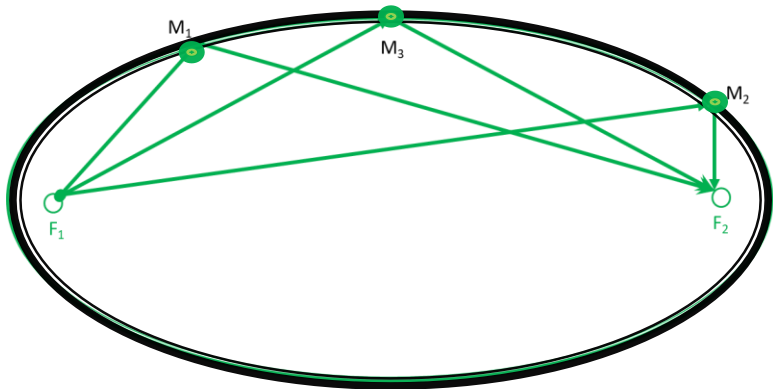
PRINCIPE DE MOINDRE ACTION :



Miroir sphérique
de rayon 1 :
C est maximal



TRAITE
EN ED 2



Miroir elliptique :
C constant entre les foyers



**TRAITE
EN ED 2**

EXEMPLE DE CHEMIN OPTIQUE MAXIMAL

On place dans le vide ($n=1$) un miroir sphérique de rayon 1 centré à l'origine d'un repère (O, X, Y, Z) . Un rayon issu de A se réfléchit en B sous un angle d'incidence et de réflexion de 45° et atteint le point C. Le chemin optique effectivement suivi entre A et C vaut $L(ABC)=2.\sqrt{2}$.

Calculons la longueur d'un autre chemin optique $L(AMC)$.

Notons $x \in [0, 2]$ la distance entre A et la projection M' de M sur le diamètre $[A, C]$.

Les triangles AMM' , $M'MC$ et AMC sont rectangles

$$AM^2 = MM'^2 + x^2$$

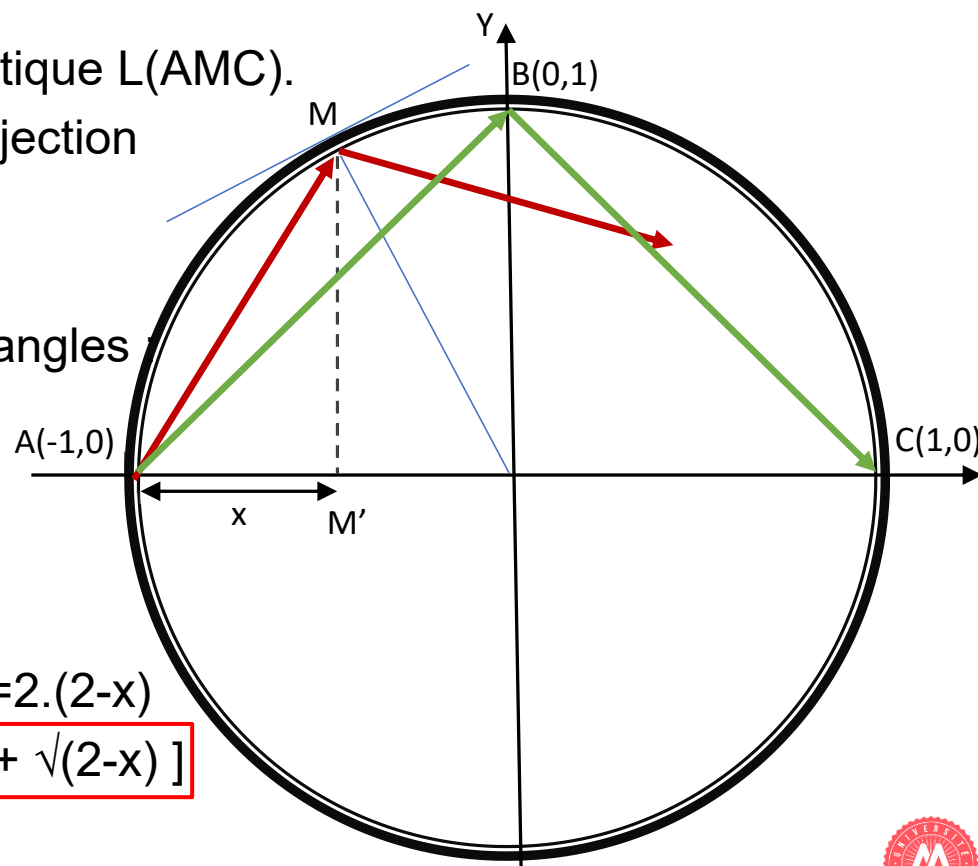
$$MC^2 = MM'^2 + M'C^2 = MM'^2 + (2-x)^2$$

$$AM^2 + MC^2 = AC^2 = 4$$

$$\text{Donc } 2 MM'^2 + x^2 + (2-x)^2 = 4 \Rightarrow MM'^2 = x.(2-x)$$

$$\text{et } AM^2 = MM'^2 + x^2 = 2.x \text{ et } MC^2 = MM'^2 + (2-x)^2 = 2.(2-x)$$

$$\text{Soit } L(AMC) = \sqrt{2.x} + \sqrt{2.(2-x)} = \sqrt{2}.[\sqrt{x} + \sqrt{(2-x)}]$$



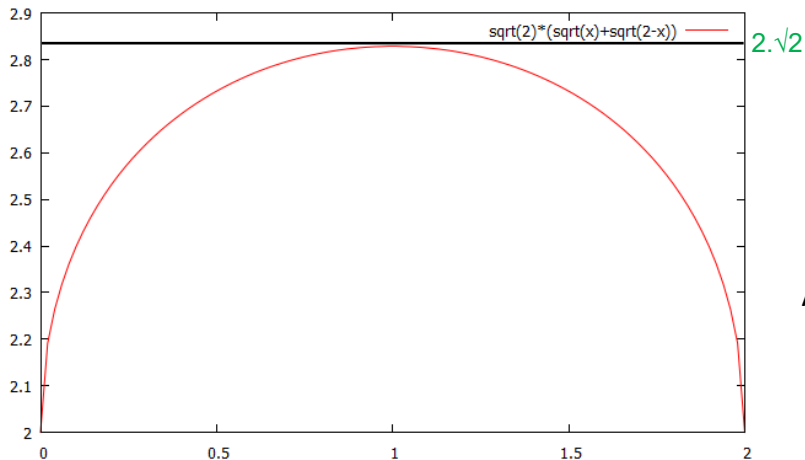
EXEMPLE DE CHEMIN OPTIQUE MAXIMAL

**TRAITE
EN ED 2**

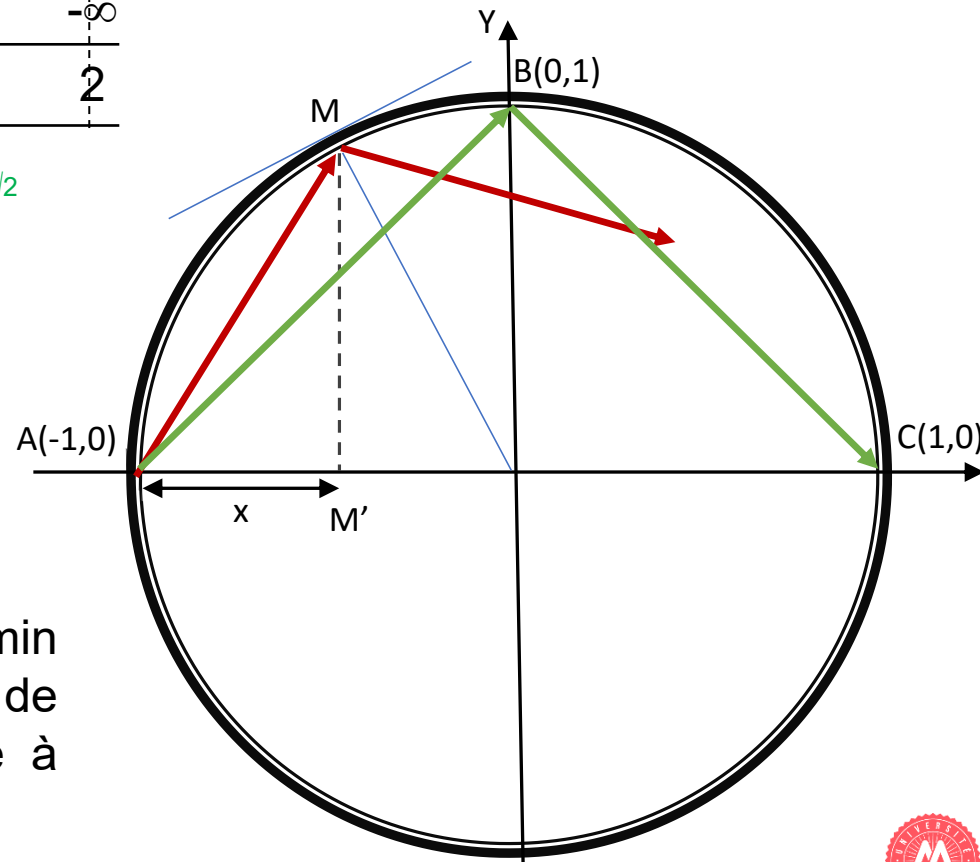
Etudions la fonction $L(x) = \sqrt{2} \cdot [\sqrt{x} + \sqrt{2-x}]$ pour $x \in [0, 2]$.

Sa dérivée est $L'(x) = \sqrt{2} \cdot [1/(2\sqrt{x}) - 1/(2\sqrt{2-x})]$:

x	0		1		2
L'(x)	$+\infty$	+	0	-	$-\infty$
L(x)	2	\nearrow	$2\sqrt{2}$	\searrow	2

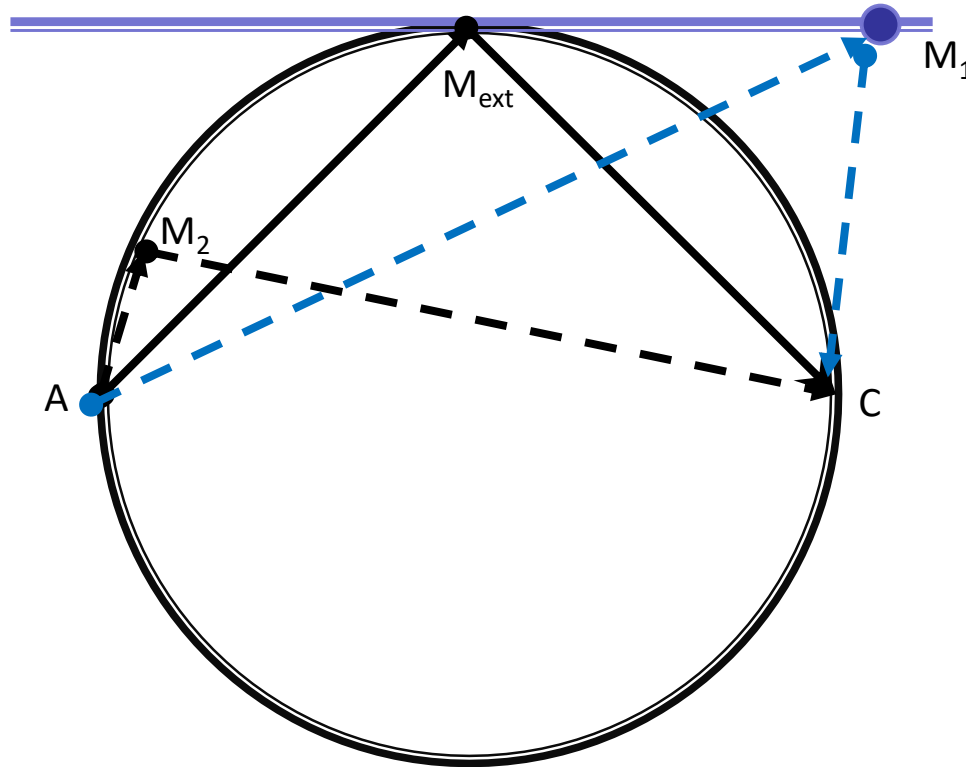


Avec un tel miroir sphérique, le chemin optique effectivement suivi est donc de longueur $L(ABC)$ maximale, supérieure à tout autre chemin $L(AMC)$.



CHEMINS OPTIQUES MAXIMUM ET MINIMUM

**TRAITE
EN ED 2**



Pour (A,C) un diamètre, pour tout point M_2 du miroir sphérique $L(AM_2C) < L(AM_{\text{ext}}C)$

Pour tout point M_1 du miroir plan $L(AM_1C) > L(AM_{\text{ext}}C)$

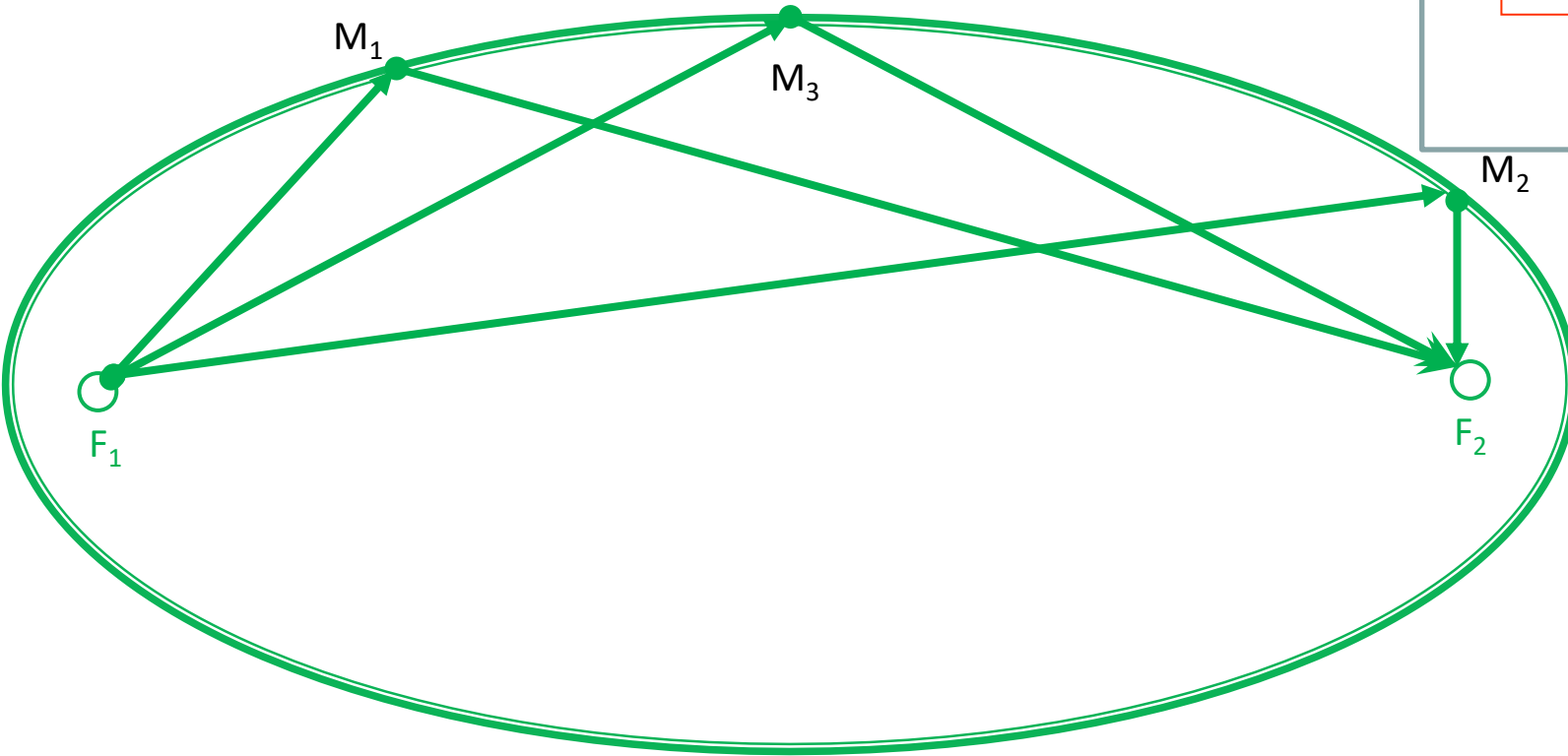
L'unique chemin optique suivi entre A et C est un maximum dans le cas du miroir sphérique et un minimum pour le miroir plan, dans tous les cas un extremum où $\delta L = 0$

ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

EXEMPLE DE CHEMIN OPTIQUE CONSTANT

ENTRE LES 2 FoyERS D'UNE ELLIPSE

**TRAITE
EN ED 2**



Pour tous points M_1 et M_2 d'une ellipse de foyers F_1 et F_2 ,
$$L(F_1 M_1 F_2) = L(F_1 M_2 F_2).$$

Le chemin optique suivi entre ces deux foyers et tout point du miroir elliptique est constant ($\delta L = 0$): Tous les points de réflexion sur l'ellipse sont possibles, et tous les rayons lumineux associés.

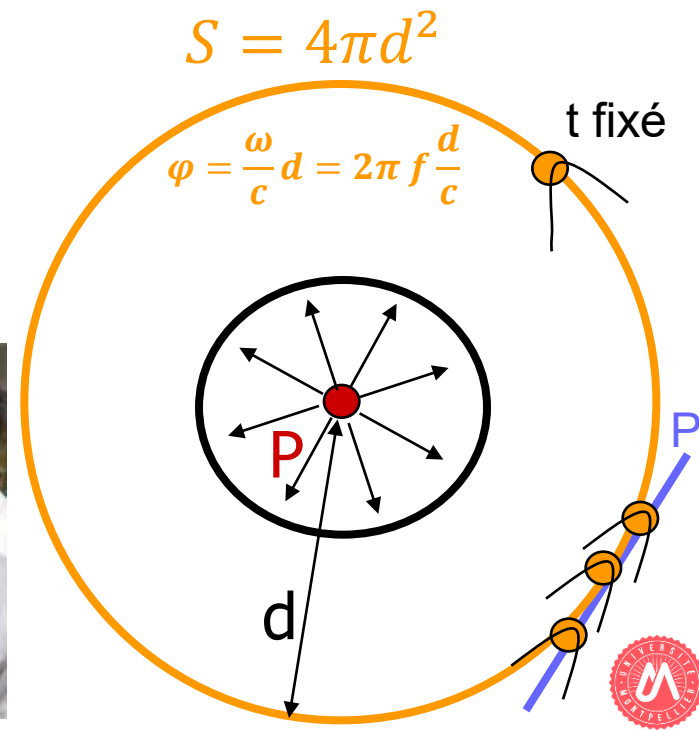
ONDE SPHERIQUE ET LOI EN 1/d²

Une **source ponctuelle** émettant de façon **isotrope** produit une **onde sphérique**.

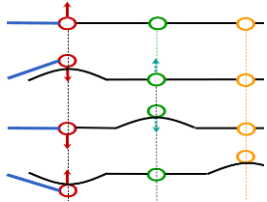
A une distance d de la source, la puissance émise P se répartit uniformément sur la surface d'une sphère de rayon d :

$$I(W/m^2) = \frac{P}{4\pi d^2}$$

La puissance surfacique reçue à la distance d varie donc comme $1/d^2$



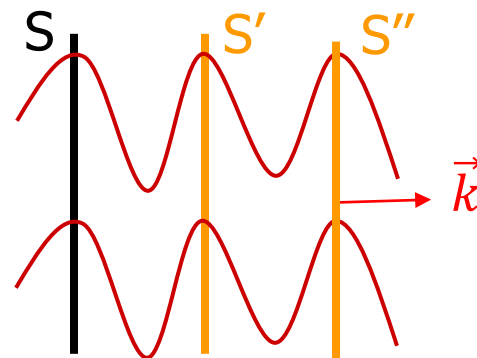
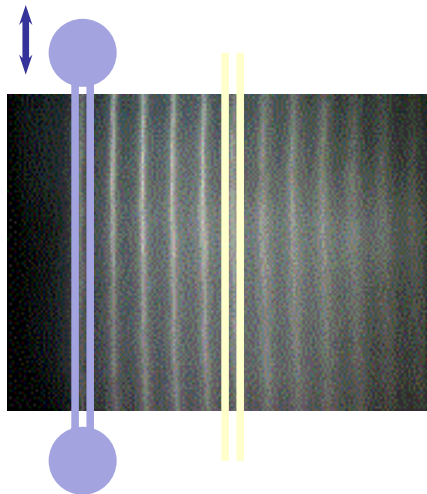
PRINCIPE DE HUYGENS-FRESNEL



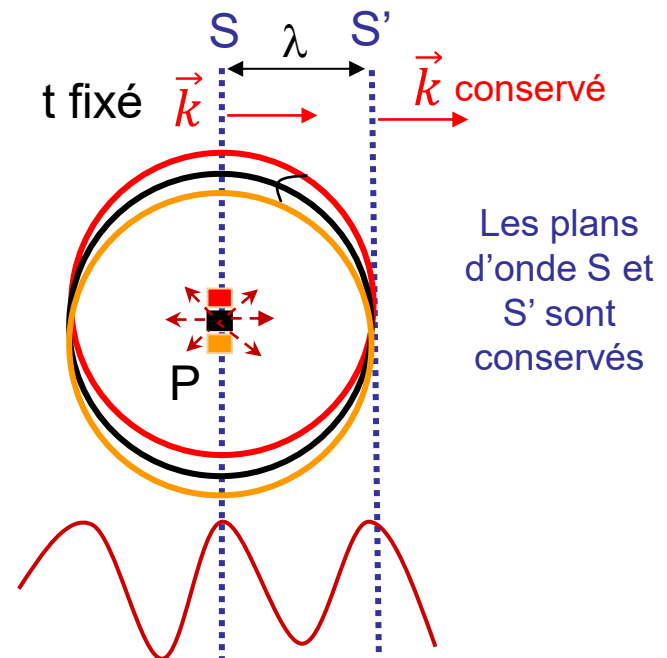
Tout point atteint par une onde issue d'une source se comporte comme une nouvelle source ponctuelle isotrope

Principe de Huygens-Fresnel : chaque point d'une surface d'onde S agit comme une source ponctuelle émettant en phase

Cas d'une onde plane ($S = \text{plan}$) :



Onde plane
t fixé



La surface d'onde se déplace dans la direction de propagation de l'onde en conservant sa forme plane,
PASS
Le vecteur d'onde conserve sa direction, son sens et sa norme.



PRINCIPE DE HUYGENS-FRESNEL

Principe de Huygens-Fresnel : chaque point d'une surface d'onde S agit comme une source ponctuelle émettant en phase

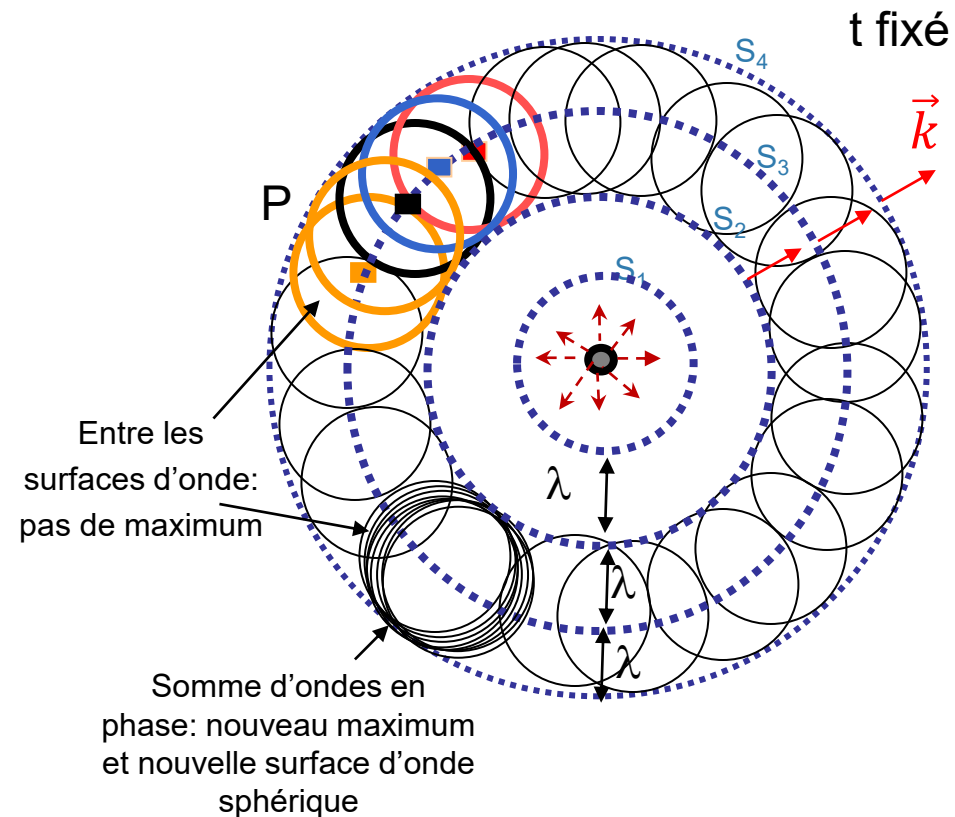
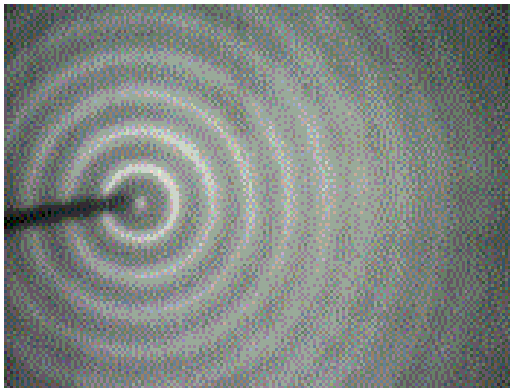
Cas d'une onde sphérique (S = sphère) :



C Huygens
1629-1695



A Fresnel
1788-1827



La surface d'onde se déplace dans la direction de propagation de l'onde en conservant sa forme sphérique,
PASS Le vecteur d'onde conserve sa direction, son sens et sa norme.



OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 1

- **Savoir définir** : onde progressive, onde pure, onde complexe, harmoniques, spectres et ondes cohérentes.
- **Savoir manipuler les caractéristiques d'une onde** : ω , f , T , λ , ϕ , S_{onde} , \vec{k}
- **Savoir modéliser une onde pure** :
 - $g(t,x) = A.\sin[2\pi.f(t-x/c)]$
 - Savoir manipuler ce modèle
- **Savoir utiliser le principe d'Huygens-Fresnel**
- **Savoir exploiter la loi en $1/d^2$ à des fins de radioprotection**

WOOLAP 3



Allez sur **wooclap.com** et utilisez le code **OMUE7**

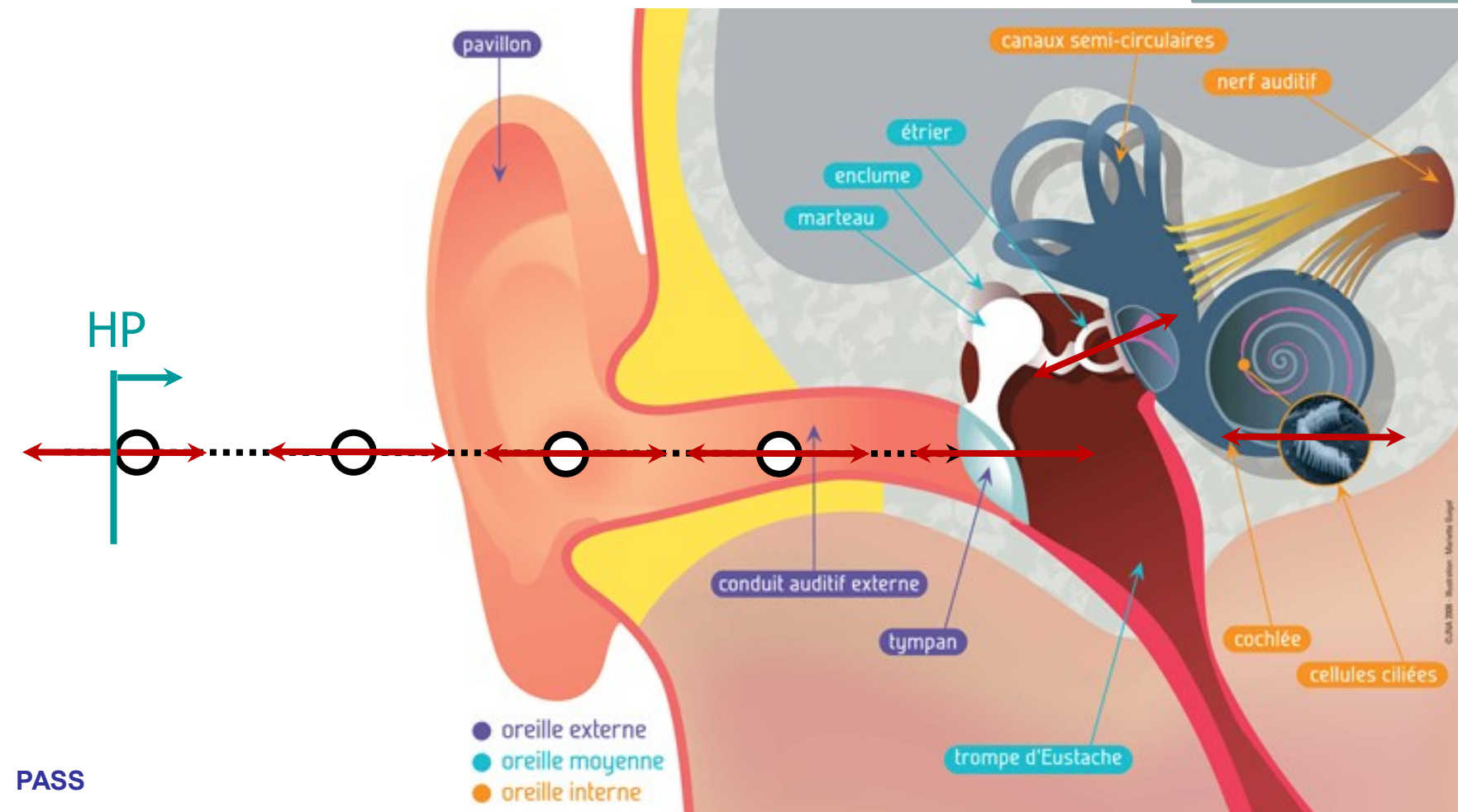
A votre avis, un son, c'est :

- 1 une onde de vibration des molécules d'un milieu de propagation autour de leurs positions de repos, sans déplacement macroscopique de ... 0% 0
- 2 une onde de pression de propageant de proche en proche 0% 0
- 3 le déplacement de molécules d'air (O_2 , N_2) de la source sonore au récepteur 0% 0
- 4 une onde immatérielle se propageant de la source sonore au récepteur 0% 0

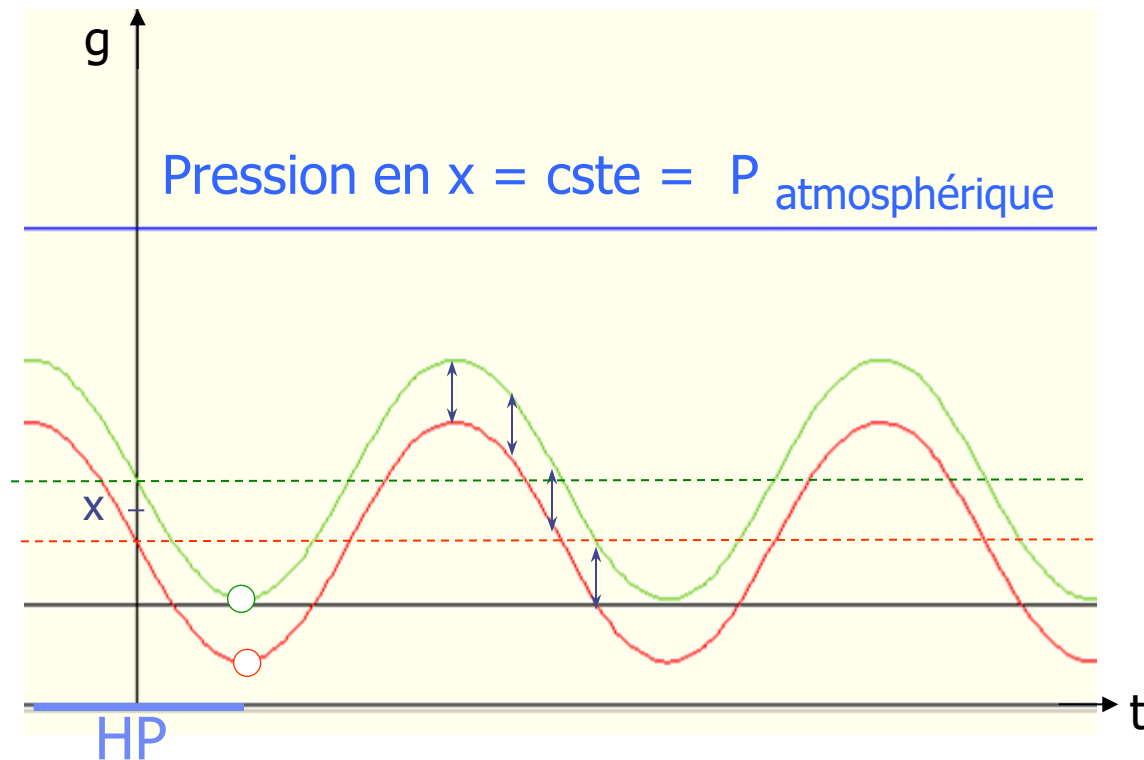
Cliquez sur l'écran projeté pour lancer la question

wooclap 105% 0 / 0

L'ONDE SONORE



SON = ONDE DE PRESSION



Hypothèse $c \gg x$,
 $\Rightarrow \text{retard} = x/c \rightarrow 0$



vibrations en phase,
 écarts conservés,
 densité constante,
 pression constante.

Or dans l'air,
 $c \approx 343 \text{ m/s}$

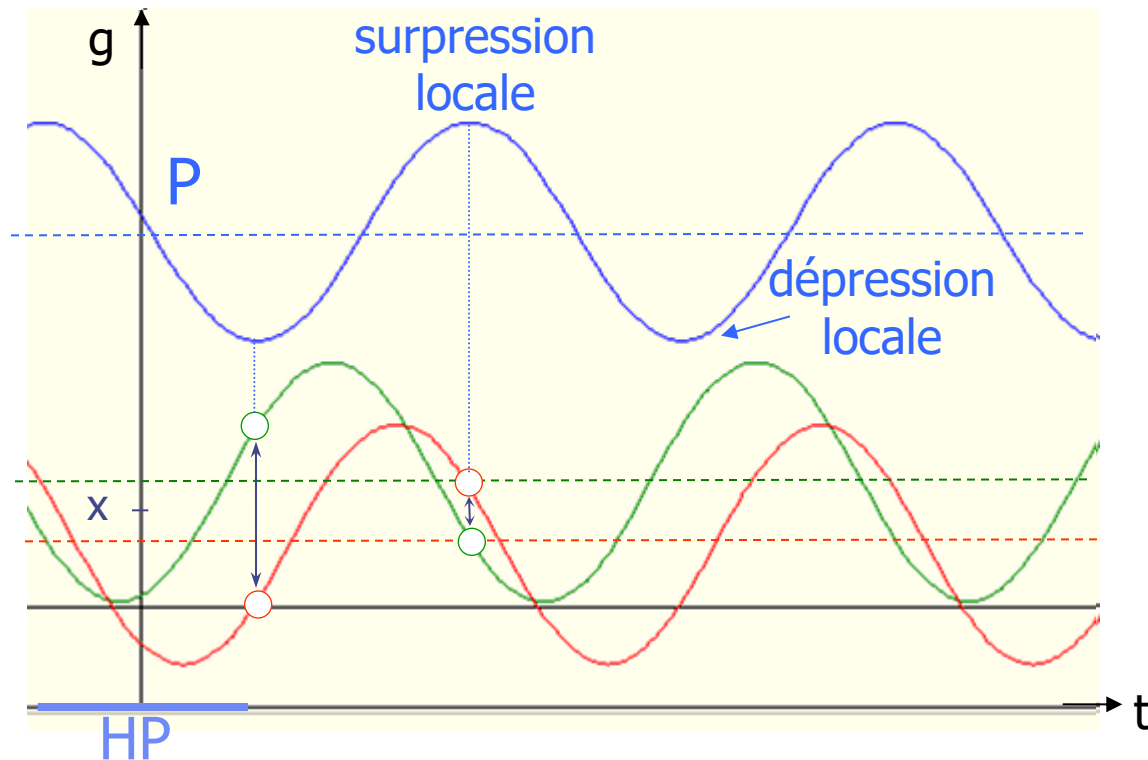


$$c \approx x$$

l'hypothèse $c \gg x$
 est fausse

~~$$c \gg x \Rightarrow g(t, x) = x + A \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] \approx x + A \sin [\omega.t]$$~~

SON = ONDE DE PRESSION



$$c \approx x \Rightarrow g(t, x) = x + A \sin \left[\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c} \right) \right]$$

déphasage des ondes
de vibration au
voisinage d'un lieu x



onde de surpression
acoustique P qui s'ajoute
à la pression ambiante.

Ordres de grandeur

dans l'air : $P_a = 10^5 \text{ Pa}$

$P = 20 \mu\text{Pa} - 20 \text{ Pa}$

$P \ll P_a$

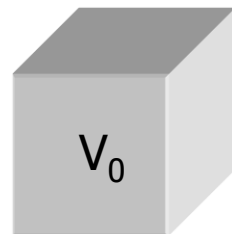
dans l'eau: $P < \text{kPa}$



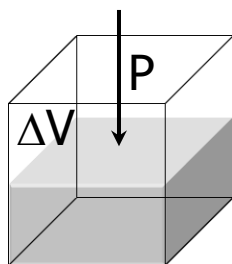
IMPEDANCE ET CELERITE

En définissant le coefficient de compressibilité χ par la réduction en % d'un volume du milieu soumis à une surpression P , on montre que :

$$P = \frac{1}{\chi \cdot c} \cdot v \stackrel{\text{DEF}}{=} Z \cdot v$$

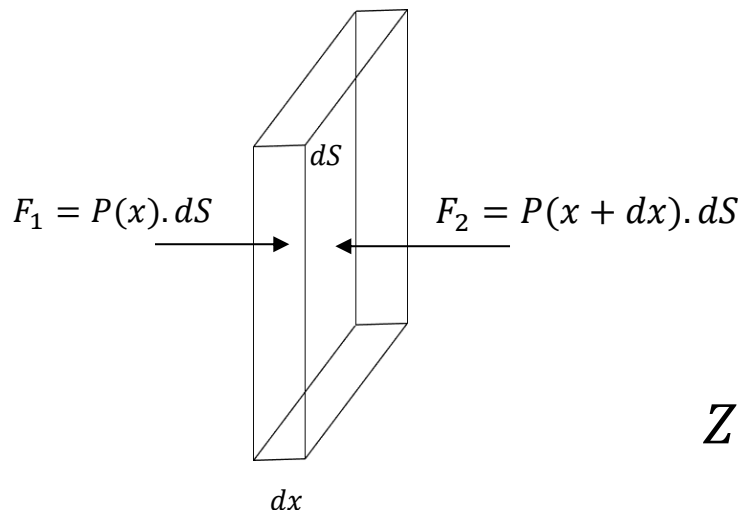


$$\chi \stackrel{\text{def}}{=} -\frac{1}{P} \frac{\Delta V}{V_0}$$



$$\begin{aligned} \chi_{\text{air}} &= 6,54 \cdot 10^{-6} / \text{Pa} \\ \chi_{\text{air}} &= 66 \% / \text{atm} \\ (1 \text{ atm} &= 1013 \text{ hPa}) \end{aligned}$$

**DEMONTRE
EN ED 2**



En appliquant la relation fondamentale de la dynamique à une tranche de milieu de propagation de masse volumique ρ , on montre que :

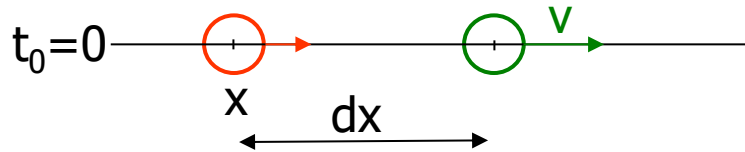
$$Z = \rho \cdot c$$

$$Z = \rho \cdot c = \frac{1}{\chi \cdot c} \Rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{\chi \cdot \rho}}$$

Pour de l'air à 20°C, $c = \frac{1}{\sqrt{6,54 \cdot 10^{-6} \cdot 1,3}} = 343 \text{ m/s}$

SON = ONDE DE PRESSION

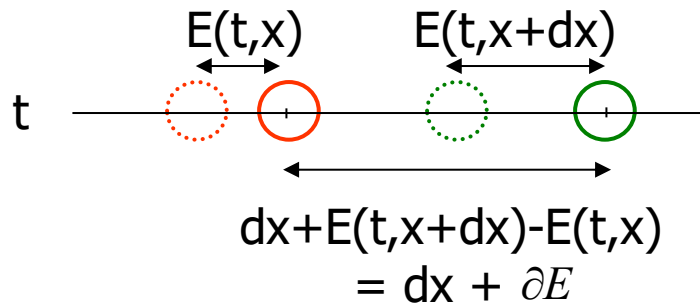
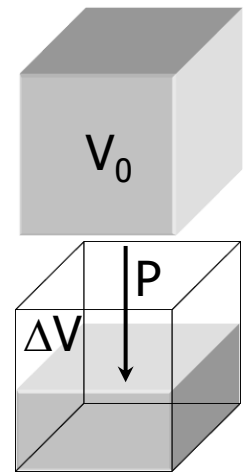
TRAITE
EN ED 2



Compressibilité

$$\chi = -\frac{1}{P} \frac{\Delta V}{V_0}$$

en Pa⁻¹, exprimant
la diminution relative
de distance (ou de volume)
par Pascal de surpression
apporté



$$\left. \begin{aligned} P &= -\frac{1}{\chi} \frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{1}{\chi} \frac{\partial}{\partial x} \left[A \sin \left(\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right) \right] = \frac{A \omega}{\chi c} \cos \left(\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right) \\ v &= \frac{\partial}{\partial t} \left[A \sin \left(\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right) \right] = A \omega \cos \left(\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right) \text{ vitesse de vibration} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P = \frac{1}{\chi c} \cdot v = Z \cdot v$$

Z = L'impédance acoustique du milieu (kg.m⁻²s⁻¹)

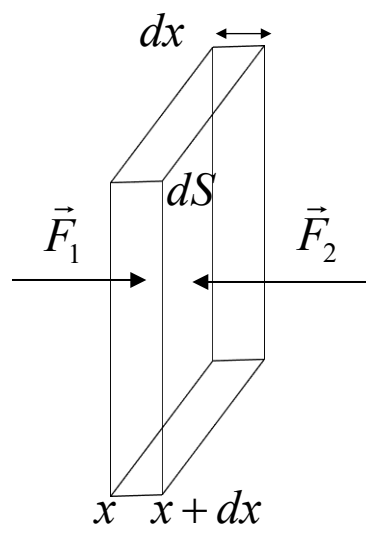
La pression est une OPS déphasée (de 90°) par rapport à la position E



IMPEDANCE ET CELERITE

TRAITE
EN ED 2

On applique la relation fondamentale de la dynamique à une tranche de milieu de propagation de masse volumique ρ , de surface dS et d'épaisseur dx .



$$m.\frac{dv}{dt} = F_1 - F_2 = [P(x) - P(x + dx)].dS = -\frac{\partial P}{\partial x}.dx.dS$$

$$P = Z.v = Z.A.\omega.\cos\left(\omega.(t - \frac{x}{c})\right) \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{Z.A.\omega^2}{c} \sin\left(\omega.(t - \frac{x}{c})\right)$$

$$\Rightarrow m.\frac{dv}{dt} = -\frac{ZA\omega^2}{c} \sin\left(\omega.(t - \frac{x}{c})\right).dx.dS$$

$$\text{mais } v = A.\omega.\cos\left(\omega.(t - \frac{x}{c})\right) \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial t} = -A.\omega^2.\sin\left(\omega.(t - \frac{x}{c})\right), \text{ donc}$$

$$m = \rho.dS.dx = \frac{Z}{c} dx.dS \Rightarrow \boxed{Z = \rho.c}$$



Conséquence: $Z = \rho.c = \frac{1}{\chi.c} \Rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{\chi.\rho}}$

pour de l'air à 20°C et 1 atm: $\rho = 1,204 \text{ kg/m}^3$ et $\chi = 7,04 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}^{-1}$

$$\Rightarrow c = 1/\sqrt{(\chi.\rho)} = 343 \text{ m/s et } Z = \rho.c = 413 \text{ kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$$

Loi de Laplace
1749-1827



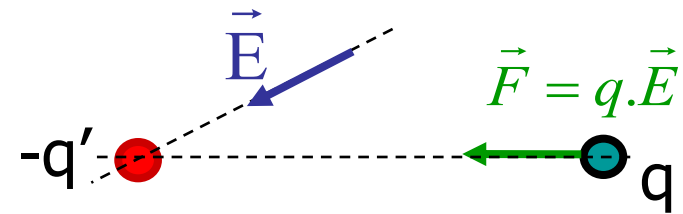
RAPPELS ELECTRO ET MAGNETOSTATIQUE

Champs statiques (créés par des distributions de charges ou de courants électriques **constants dans le temps**). Exemples :

- **Charge ponctuelle permanente** $\Rightarrow \vec{E}$

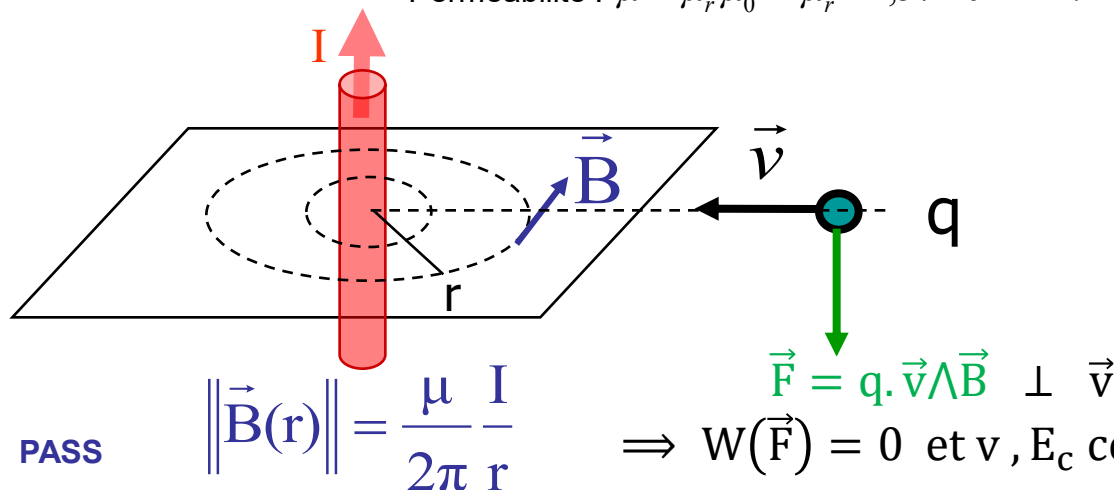
$$\|\vec{E}(r)\| = \frac{q'}{4\pi\epsilon} \frac{1}{r^2} \quad V = \frac{q'}{4\pi\epsilon} \frac{1}{r} \quad E_p = q.V = \frac{q.q'}{4\pi\epsilon} \frac{1}{r}$$

$$\|\vec{F}(r)\| = q \cdot \frac{q'}{4\pi\epsilon} \frac{1}{r^2} \quad \text{Permittivité: } \epsilon = \epsilon_r \epsilon_0 = \epsilon_r \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} F.m^{-1}$$



- **Circuit de courant permanent** $\Rightarrow \vec{B}$

$$\text{Perméabilité: } \mu = \mu_r \mu_0 = \mu_r \cdot 12,57 \cdot 10^{-7} H.m^{-1}$$



RAPPEL :
 $(\vec{v}, \vec{B}) \rightarrow \vec{v} \wedge \vec{B} \perp \text{PLAN}(\vec{v}, \vec{B})$
 $\|\vec{v} \wedge \vec{B}\| = \|\vec{v}\| \cdot \|\vec{B}\| \cdot \sin(\widehat{\vec{v}, \vec{B}})$
 $\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow \|\vec{v} \wedge \vec{B}\| = \|\vec{v}\| \cdot \|\vec{B}\|$
 $(\vec{v}, \vec{B}, \vec{v} \wedge \vec{B})$ direct

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} \perp \vec{v} \Rightarrow W(\vec{F}) = 0 \text{ et } v, E_c \text{ constants}$$

WOOLAP 4



Allez sur **wooclap.com** et utilisez le code **OMUE7**

Un champ électrique E et un champ magnétique B ,

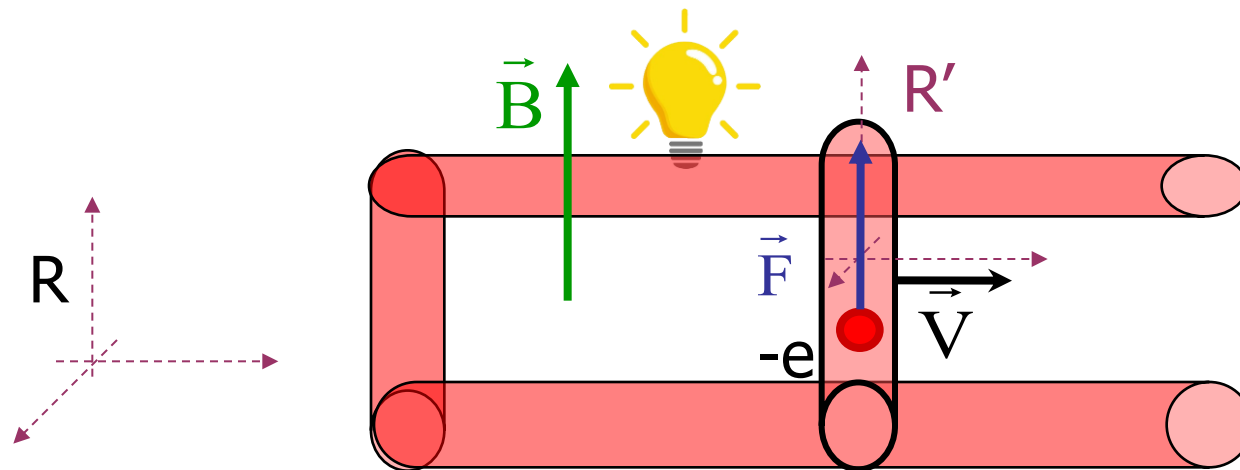
- ① sont deux grandeurs différentes qui modélisent pour la première le courant électrique, pour la seconde l'aimantation 0% 0
- ② sont deux grandeurs qui modélisent la même réalité physique suivant le point de vue depuis lequel on les observe 0% 0
- ③ sont deux grandeurs intriquées, qui peuvent se générer l'une l'autre 0% 0

Cliquez sur l'écran projeté pour lancer la question

wooclap 105% 0 / 0

LIEN ELECTRICITE / MAGNETISME

(Romagnosi 1802, Ørsted 1820)



$$\vec{F} = -e(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

$$\vec{F}' = -e(\vec{E}' + \vec{v}' \wedge \vec{B}')$$

Dans R fixe , champ (\vec{E}, \vec{B})
déplacement de charges dans
un champ magnétique ($\vec{v} = \vec{V}$)
sans champ électrique ($\vec{E} = \vec{0}$)

$$\vec{F} = -e \cdot \vec{V} \wedge \vec{B}$$

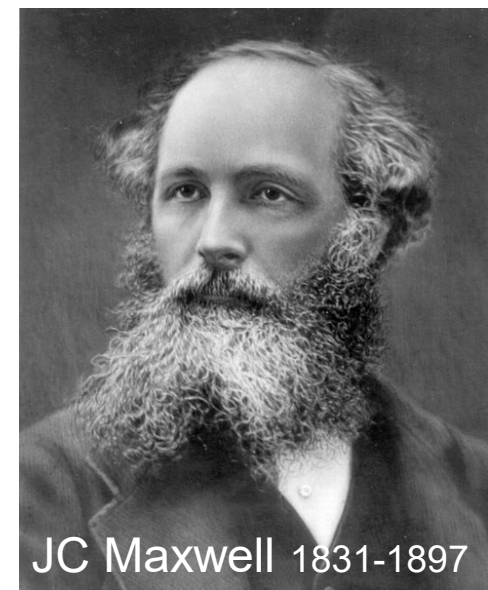
Dans R' mobile, champ (\vec{E}', \vec{B}')
charges statiques ($\vec{v}' = \vec{0}$), donc
pas de force magnétique :

$$\vec{F}' = -e \cdot \vec{E}'$$

donc $\vec{E}' = \vec{V} \wedge \vec{B}$

COUPLAGE ELECTROMAGNETIQUE

- charges et courants constants \Rightarrow champs E et B constants et **indépendants l'un de l'autre**.
- charges et courants variables \Rightarrow champs E et B variables et **couplés**.



- **Equations de Maxwell**: empiriques (fin XIX^e siècle), puis conséquence théorique de la relativité restreinte (théorie des champs, début XX^e siècle).

LES EQUATIONS DE MAXWELL

Un champ électromagnétique est caractérisé par un couple de vecteurs $\vec{B}(B_x, B_y, B_z)$ et $\vec{E}(E_x, E_y, E_z)$ satisfaisants :

Une densité de charge crée un champ électrique $\vec{E} = (E_x, E_y, E_z)$.

Il n'existe pas de charges magnétiques.

Un champ magnétique variable dans le temps crée (induit) un champ électrique (également variable dans le temps).

Un courant électrique $\vec{j} = (j_x, j_y, j_z)$, mais aussi un champ électrique variable dans le temps crée (induit) un champ magnétique.

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{\partial B_x}{\partial t} \\ \frac{\partial B_y}{\partial t} \\ \frac{\partial B_z}{\partial t} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \\ \frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \end{pmatrix} = \epsilon \cdot \mu \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial E_x}{\partial t} \\ \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix}$$

$\rho = n \cdot q$ = densité de charge en C/m³
 n = nombre de particules chargées/m³

$j = n \cdot q \cdot v = \rho \cdot v$ = densité de courant en A/m²

Variation de \vec{B} dans le temps ou charges électriques $\Rightarrow \vec{E}$
 Variation de \vec{E} dans le temps ou courants électriques $\Rightarrow \vec{B}$

LES EQUATIONS DE MAXWELL DANS LE VIDE

APPLICATION :

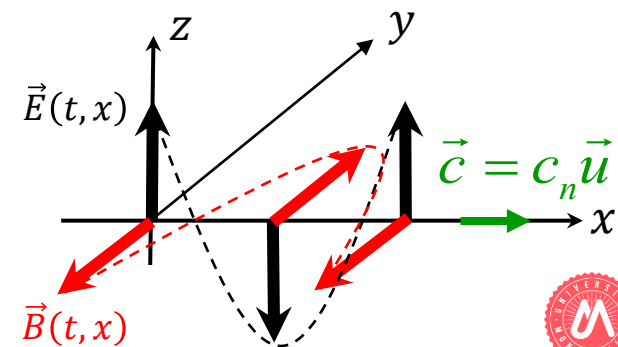
- Soit une onde électrique $\vec{E}(t, x) = \begin{pmatrix} E_x = 0 \\ E_y = 0 \\ E_z = E_0 \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right] \end{pmatrix}$

- 3° relation de Maxwell (couplage) :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \end{pmatrix} = -\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{\partial E_z}{\partial x} \\ 0 \end{pmatrix} = -\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} \Rightarrow B_x = B_z = 0 \text{ et } \frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial B_y}{\partial t}$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial \left(E_0 \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right] \right)}{\partial x} = -\frac{E_0 \cdot \omega}{c_n} \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right] \Rightarrow B_y = -\frac{E_0}{c_n} \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right]$$

$$\Rightarrow \vec{B}(t, x) = \begin{pmatrix} B_x = 0 \\ B_y = -\frac{E_0}{c_n} \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right] \\ B_z = 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \boxed{\vec{B} = \frac{1}{c_n} \vec{u} \wedge \vec{E}}$$



CELERITE DE LA LUMIERE

Dans cet exemple donc :

$$\vec{E}(t, x) = \begin{pmatrix} E_x = 0 \\ E_y = 0 \\ E_z = E_0 \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right] \end{pmatrix} \quad \vec{B}(t, x) = \begin{pmatrix} B_x = 0 \\ B_y = -\frac{E_0}{c_n} \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right] \\ B_z = 0 \end{pmatrix}$$

4° équation de Maxwell (en l'absence de courant) :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \\ \frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \end{pmatrix} = \epsilon \mu \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} \end{pmatrix} = \epsilon \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{pmatrix} \Rightarrow \frac{\partial B_y}{\partial x} = \epsilon \mu \frac{\partial E_z}{\partial t}$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial x} = \epsilon \mu \frac{\partial E_z}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{E_0}{c_n} \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right] \right) = \epsilon \mu \frac{\partial}{\partial t} \left(E_0 \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right] \right) \Rightarrow \left(\frac{\omega}{c_n} \right) \cdot \left(\frac{E_0}{c_n} \right) = \epsilon \mu \cdot \omega \cdot E_0$$

$$c_n = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

$$\text{Dans le vide } c = \frac{1}{\sqrt{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 12,57 \cdot 10^{-7}}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

EN SYNTHESE :



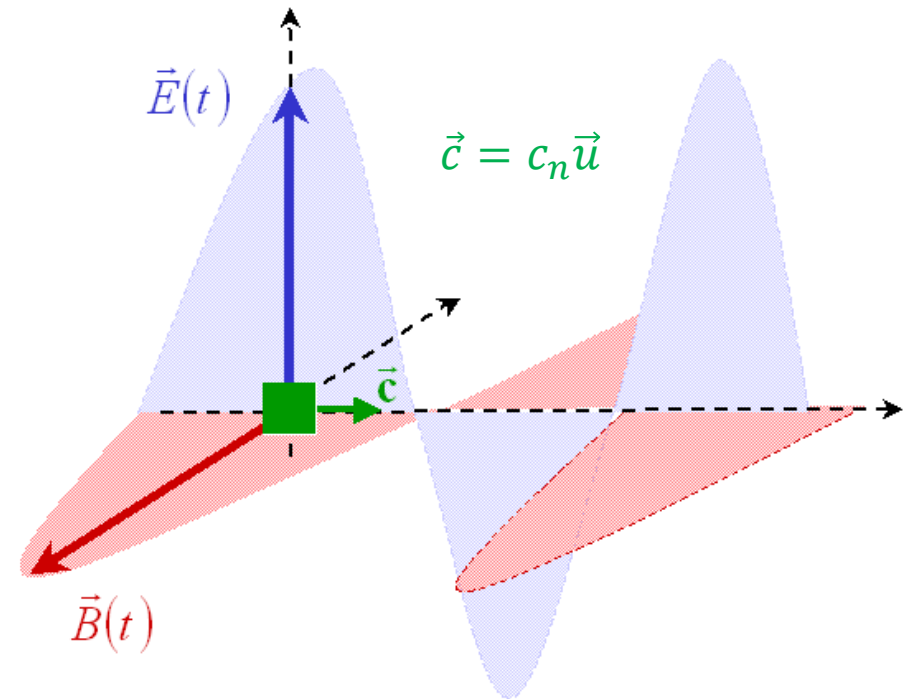
1- OEM = onde progressive **transversale** constituée d'un couple indissociable de vecteurs $(\vec{E}(t), \vec{B}(t))$

2- Source d'OEM :

- charges, courants électriques variables,
- champ $\vec{E}(t)$ ou $\vec{B}(t)$ variable

3- $\vec{E}(t)$ et $\vec{B}(t)$ varient **en phase**, à la **même fréquence**, restent **orthogonaux** entre eux et à la direction de propagation \vec{u} :

$$\vec{B} = \frac{1}{c_n} \vec{u} \wedge \vec{E}$$



OP vectorielle transversale

EN SYNTHESE :

4- Caractéristiques EM d'un milieu de propagation :

- Vide: **permittivité** $\varepsilon_0 \stackrel{\text{def}}{=} 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$, **perméabilité** $\mu_0 \stackrel{\text{def}}{=} 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$
- Milieu matériel : $\varepsilon \stackrel{\text{def}}{=} \varepsilon_r \varepsilon_0$ et $\mu \stackrel{\text{def}}{=} \mu_r \mu_0$

5- **Célérité** des OEM dans le vide : $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

dans un milieu matériel : $c_n = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r \varepsilon_0 \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} = \frac{c}{n}$

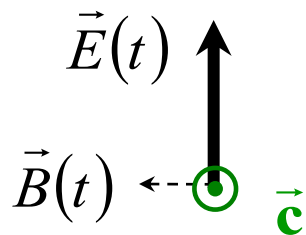
6- **Indice de réfraction** d'un milieu matériel ($n = 1$ dans le vide):

$$n = \frac{c}{c_n} = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r} \geq 1$$

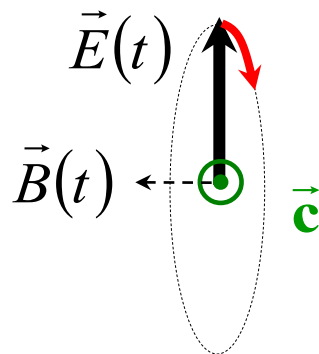
POLARISATION

Si la direction de \vec{E} (donc de \vec{B}) est :

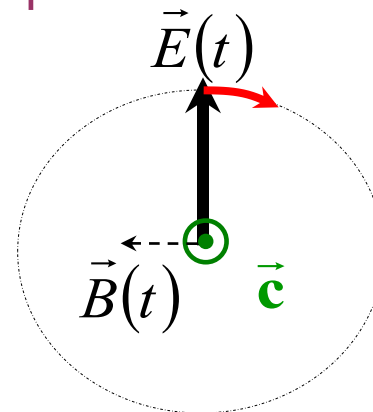
- fixe : **polarisation rectiligne**
- tourne à vitesse angulaire constante
 - en décrivant un cercle : **polarisation circulaire**
 - en décrivant une ellipse: **polarisation elliptique**



rectiligne

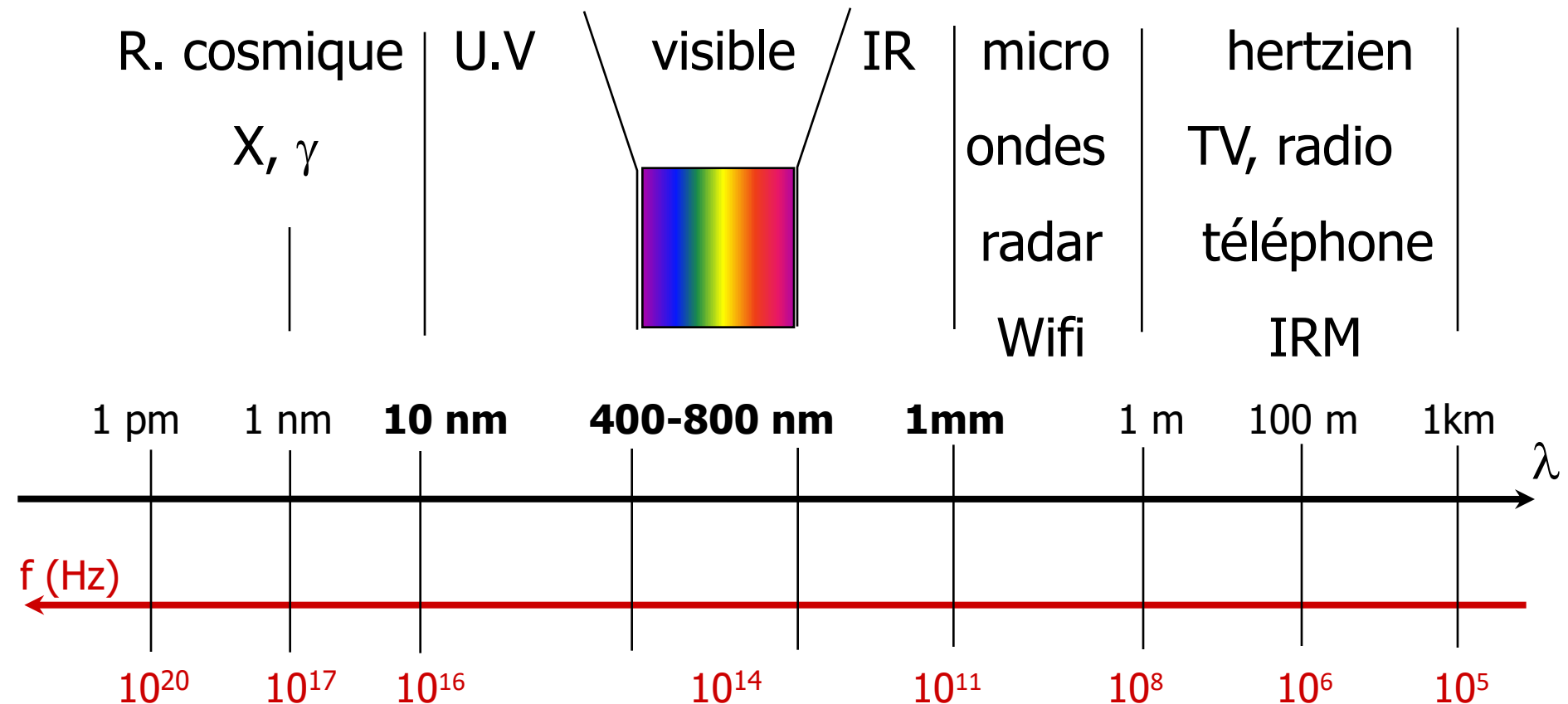


elliptique



circulaire

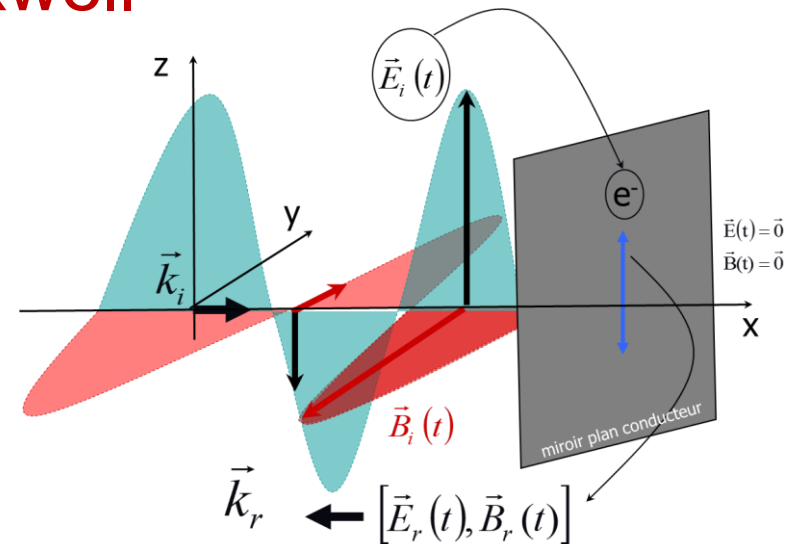
CLASSIFICATION SIMPLIFIEE



REFLEXION ET REFRACTION

Ces phénomènes peuvent être abordés de deux façons équivalentes. La première correspond à une approche « optique physique », la seconde à une approche « optique géométrique ».

1. Par les équations de Maxwell



2. Par le principe de moindre action (Fermat)

le vecteur d'onde suit la trajectoire la plus rapide entre deux points.

Dans un milieu homogène, c'est la trajectoire la plus courte.

PMA \Rightarrow LOI DE LA REFLEXION DE DESCARTES

Réflexion sur un miroir dans un milieu homogène (mêmes n).
Pas de maximum possible pour SOS' .

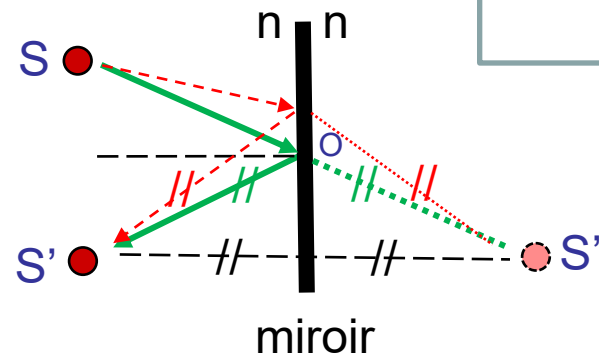
PMA $\Rightarrow (SOS')$ minimum, $O \in$ miroir

S'' tel que miroir = médiatrice de $[S', S'']$

Alors $(S'OS'')$ est isocèle $\Rightarrow (OS') = (OS'')$

PMA $\Rightarrow (SOS'')$ minimum

PMA $\Rightarrow O \in (S, S'')$

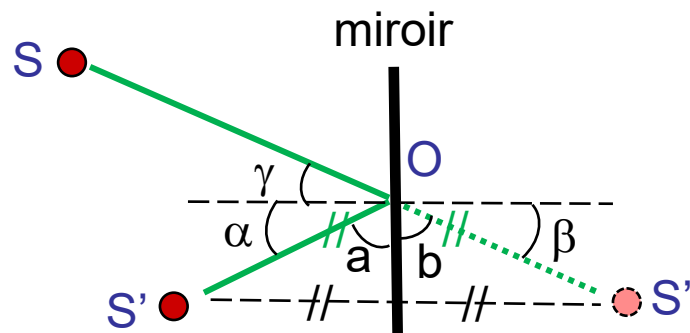


miroir = médiatrice de $[S', S'']$

$\Rightarrow \hat{a} = \hat{b}$

$\Rightarrow \hat{\alpha} = \hat{\beta}$

$\Rightarrow \hat{\alpha} = \hat{\gamma}$



Lors d'une réflexion sur un miroir placé dans un milieu homogène,
les angles d'incidence et de réflexion sont égaux.

CHEMIN OPTIQUE

- **Principe de Fermat** : La lumière suit la trajectoire qui minimise le temps de parcours t_n entre deux points A et B dans un milieu d'indice de réfraction n :

$$t_n = \frac{\text{dist}(A, B)}{c_n} \Rightarrow c.t_n = \frac{c}{c_n} . \text{dist}(A, B) = n . \text{dist}(A, B) \text{ minimal suivant le PMA.}$$

- **Chemin optique L entre deux points d'un milieu d'indice n**



$$L(A \rightarrow B) = n . \text{dist}(A, B) = n . \vec{u} . \overrightarrow{AB} \quad \text{où} \quad \vec{u} = \frac{\overrightarrow{AB}}{\|\overrightarrow{AB}\|}$$

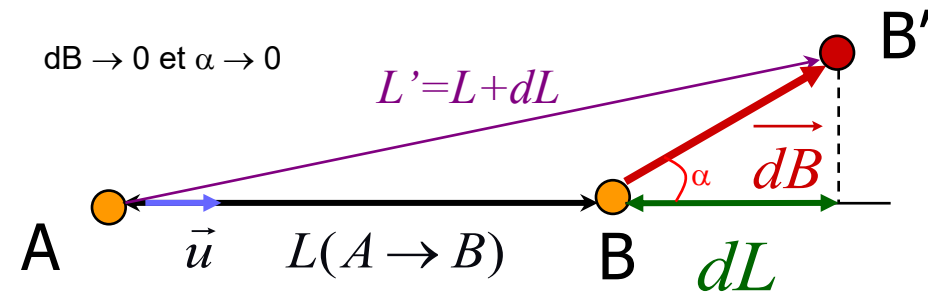
$$\text{RAPPEL : } \vec{u} . \overrightarrow{AB} = \|\vec{u}\| . \|\overrightarrow{AB}\| . \cos(\widehat{\vec{u}, \overrightarrow{AB}}) = \|\overrightarrow{AB}\|$$

$$t_n = \frac{n . \text{dist}(A, B)}{c} = \frac{L}{c}$$

$L(A \rightarrow B)$ est la distance que parcourrait la lumière dans le vide (à la célérité c) dans le temps nécessaire pour relier A à B dans un milieu d'indice n

VARIATION DE CHEMIN OPTIQUE

Supposons un petit déplacement de B en B' et calculons la petite variation de chemin optique (on néglige la modification de \vec{u})



$$L' = n \cdot \vec{u} \cdot \overrightarrow{AB'} = n \cdot \vec{u} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{dB})$$

$$L' = n \cdot \vec{u} \cdot \overrightarrow{AB} + n \cdot \vec{u} \cdot \overrightarrow{dB}$$

$$L' = L + n \cdot \vec{u} \cdot \overrightarrow{dB}$$

$$dL = n \cdot \vec{u} \cdot \overrightarrow{dB}$$

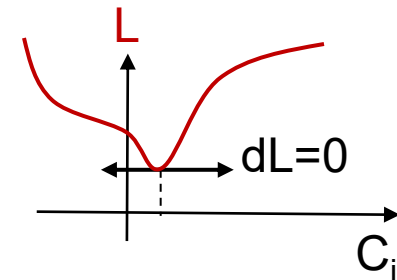
RAPPEL : $\vec{u} \cdot \overrightarrow{dB} = \|\vec{u}\| \cdot \|\overrightarrow{dB}\| \cdot \cos(\widehat{\vec{u}, \overrightarrow{dB}})$
 = longueur dL de la projection de \overrightarrow{dB} sur \vec{u}

PMA (Fermat) entre deux points A et B :

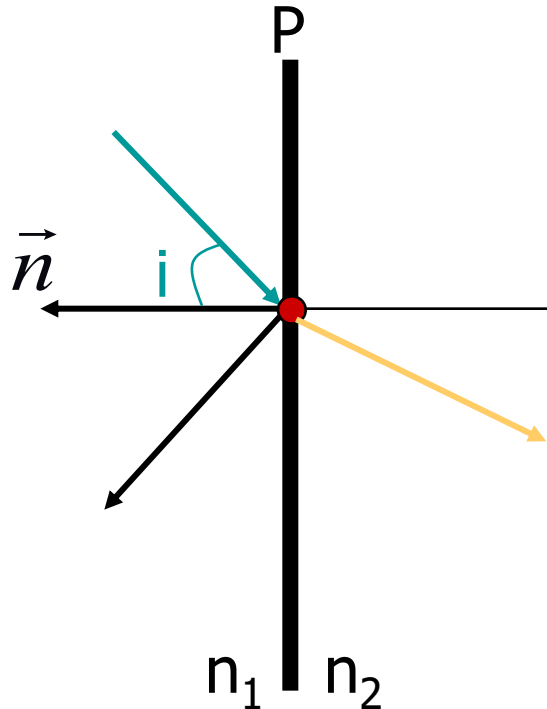
$$L = c \cdot t_n \text{ extrémal}$$

$$\Leftrightarrow dL = n \cdot \vec{u} \cdot \overrightarrow{dB} = 0$$

pour tout petit déplacement \overrightarrow{dB}
 autour de la trajectoire
 d'un rayon lumineux



LOIS DE SNELL -DESCARTES



Quelles sont les directions
du rayon réfléchi et du
rayon transmis par rapport
au rayon incident ?



Willebrord Snell
(1580-1626)

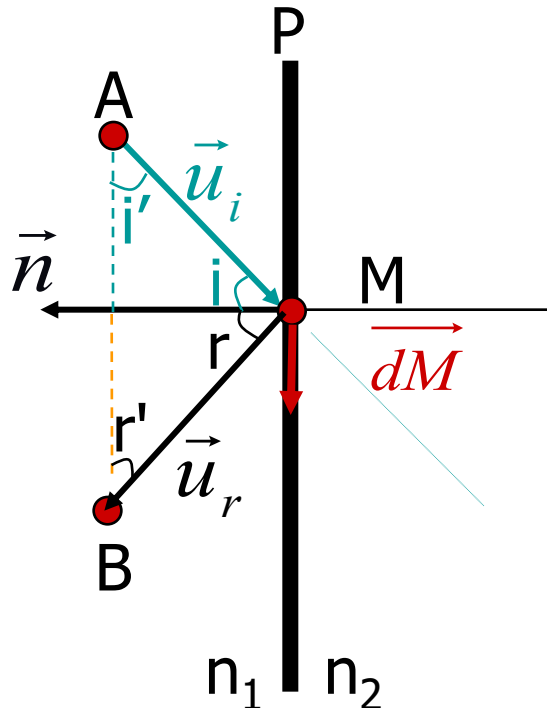


René Descartes
1596-1650

LOIS DE SNELL –DESCARTES (REFLEXION)

Fermat $\Rightarrow dL(A \rightarrow M \rightarrow B) = 0$

\vec{u}_i et \vec{u}_r coplanaires



$$dL(A \rightarrow M \rightarrow B) = 0$$

$$\Rightarrow n_1 \vec{u}_i \cdot \overrightarrow{dM} - n_1 \vec{u}_r \cdot \overrightarrow{dM} = 0$$

$$\Rightarrow n_1 \cdot dM \cdot \cos i' = n_1 \cdot dM \cdot \cos r'$$

$$\Rightarrow \cos i' = \cos r'$$

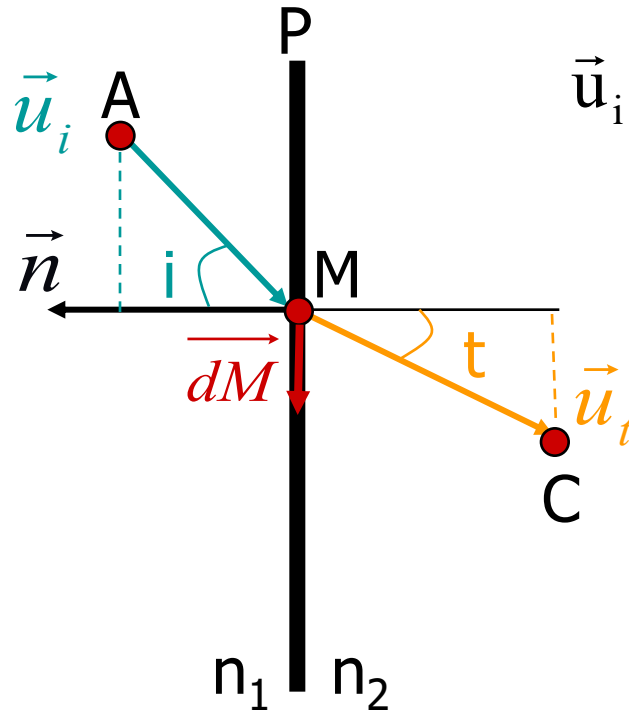
$$\Rightarrow \sin i = \sin r$$

$$\Rightarrow i = r$$

Rayons incidents et réfléchis dans le même plan

$$i = r$$

LOIS DE SNELL-DESCARTES (REFRACTION)



$$dL(A \rightarrow M \rightarrow C) = 0$$

\vec{u}_i et \vec{u}_t coplanaires

$$dL(A \rightarrow M \rightarrow C) = 0$$

$$n_1 \cdot \vec{u}_i \cdot \overrightarrow{dM} - n_2 \cdot \vec{u}_t \cdot \overrightarrow{dM} = 0$$

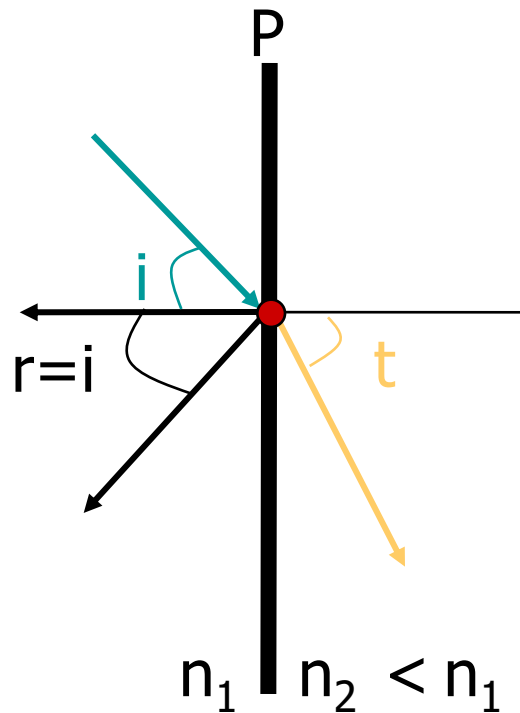
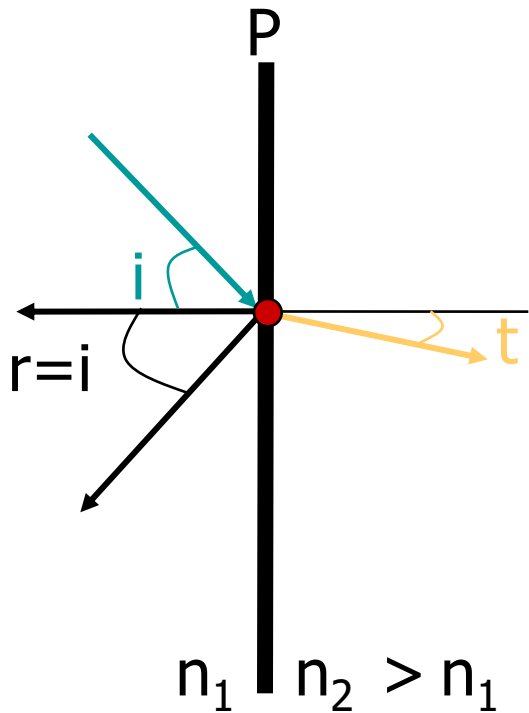
$$\Rightarrow n_1 \sin i = n_2 \sin t$$

Rayons incidents et transmis dans le même plan

$$n_1 \sin i = n_2 \sin t$$

LOIS DE SNELL -DESCARTES

La lumière suit la trajectoire qui minimise le temps de parcours :

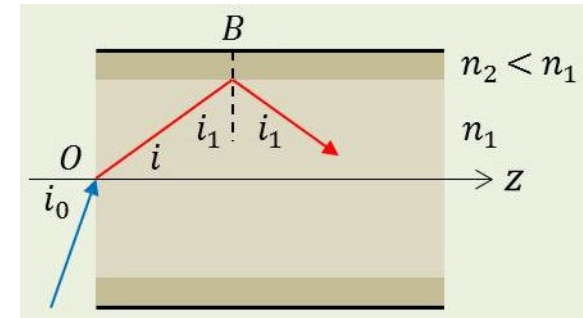


Rayons incidents réfléchis et transmis dans le **même plan**

$$i = r$$

$$n_1 \sin i = n_2 \sin t$$

Conséquence: $(n_1/n_2) \sin i = \sin t \leq 1 \Rightarrow \sin i \leq n_2/n_1$
 $n_2 < n_1 \Rightarrow$ réflexion totale si $i > \arcsin(n_2/n_1)$



OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 2

- Définir un son = onde de vibration / pression
- Manipuler : c , Z , $\chi \dots$
- Définir, modéliser une OEM $\vec{B} = \vec{u} \wedge \vec{E} \frac{1}{c_n}$
- Manipuler n , ε , μ , ε_R , μ_R
- Spectre électromagnétique:
X- γ , < 10 nm, UV, V (400-800 nm), IR, H > mm
- Calculer un chemin optique, principe de Fermat
- Utiliser les lois de Descartes
- Exploiter une réflexion normale

WOOLAP 5



Allez sur **wooclap.com** et utilisez le code **OMUE7**

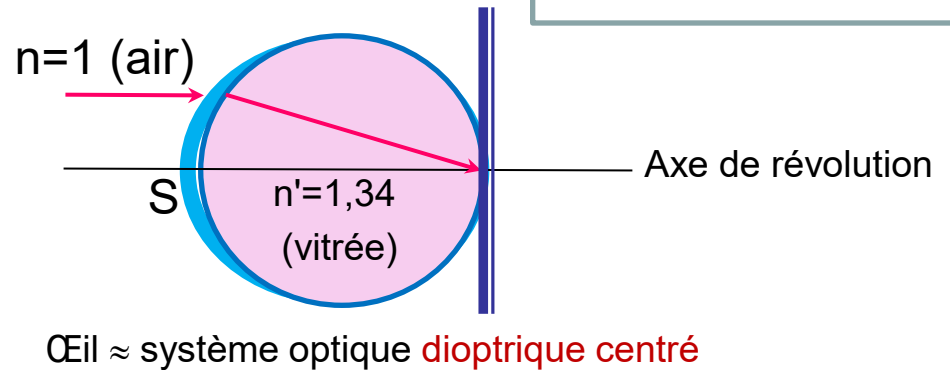
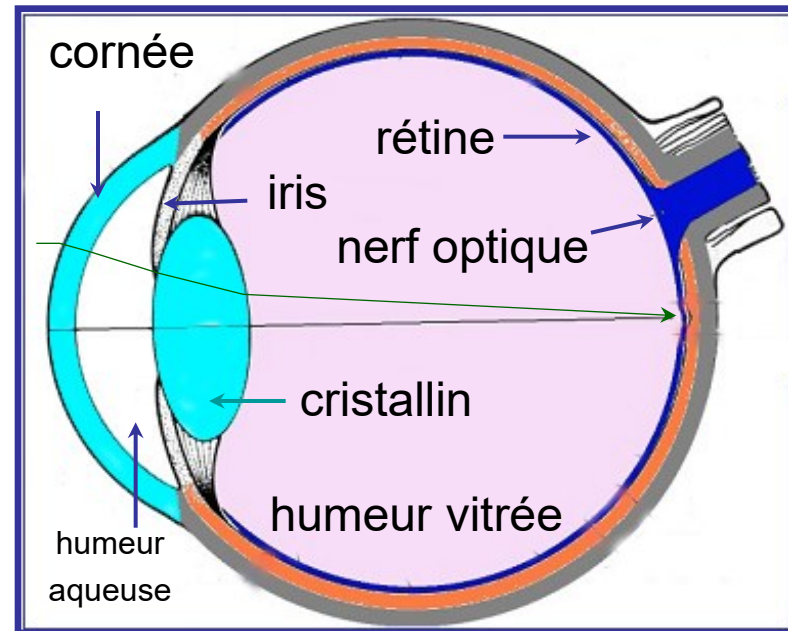
Quelles sont les anomalies impliquées dans une myopie ou une ...

- ① un cristallin qui s'est opacifié 0% 0 personnes
- ② un cristallin qui a perdu de son élasticité 0% 0 personnes
- ③ une courbure de la cornée inappropriée 0% 0 personnes
- ④ une dimension de l'œil inappropriée 0% 0 personnes
- ⑤ une malformation de la rétine 0% 0 personnes

Cliquez sur l'écran projeté pour lancer la question

wooclap 105% 0 / 0

MODELISATION D'UN ŒIL HUMAIN



- **Dioptre** = frontière entre un espace transparent d'indice de réfraction n et un autre d'indice $n' \neq n$
- **Système optique** = milieu transparent contenant des miroirs ou des dioptres
 - Pas de miroirs = système **dioptrique**
 - Miroirs = système **catadioptrique**
- Système optique **centré** = admettant un axe de révolution

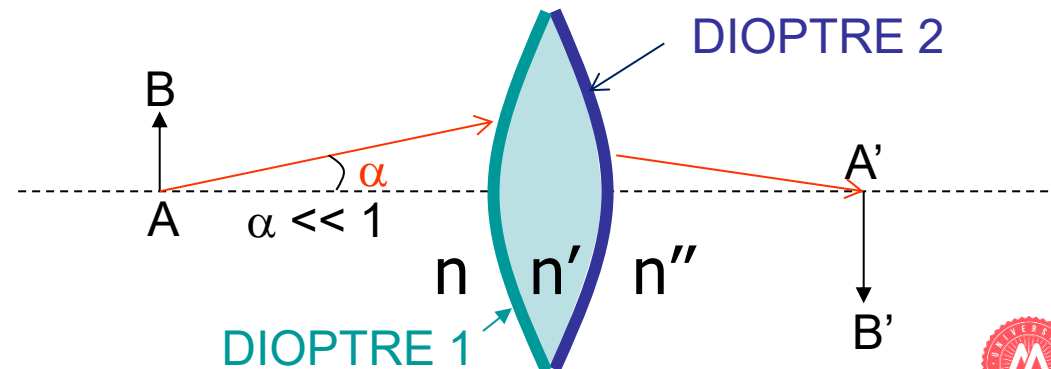
MODELISATION D'UN ŒIL (HYPOTHESES)

Approximation de Gauss :

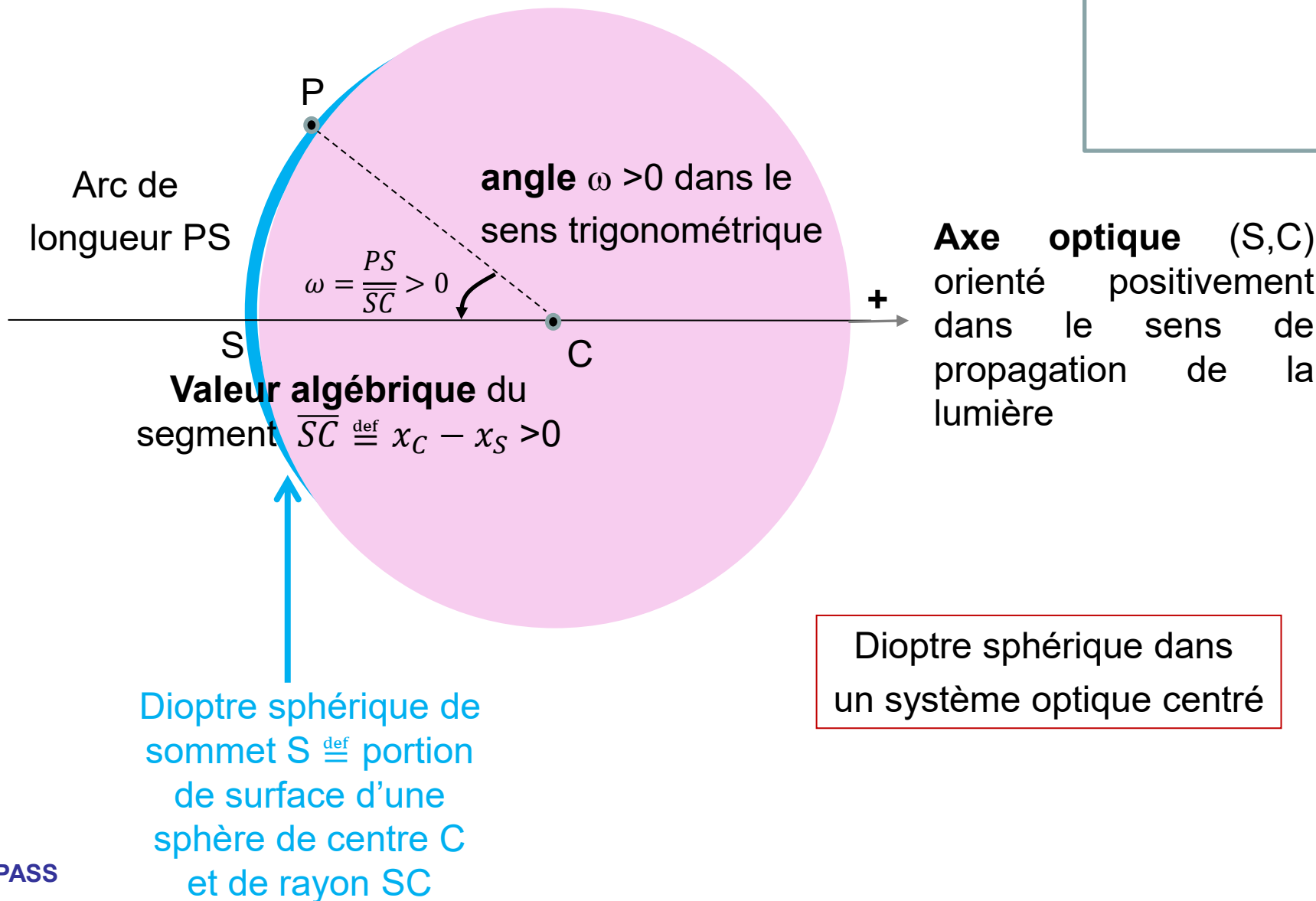
- système optique centré,
- dont **les rayons lumineux s'écartent peu de l'axe** ($\alpha \ll 1$)

Dans l'approximation de Gauss, le système optique est

- **stigmatique** si l'image de tout point A est un point A'
- **aplanétique** si l'image de tout segment $AB \perp$ axe est un segment $A'B' \perp$ axe

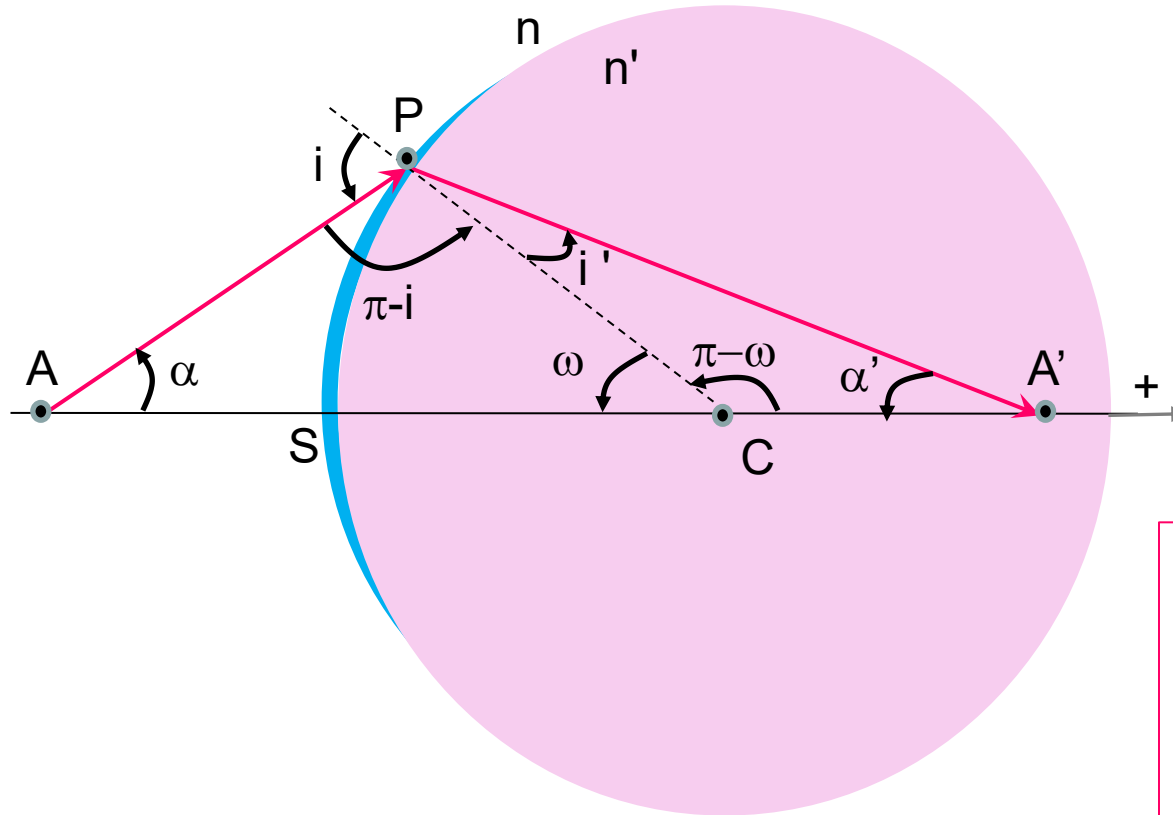


CONVENTIONS



ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

FORMULE DE CONJUGAISON DU DIOPTRE SPHERIQUE MINCE



$$n.\sin(i) = n'.\sin(i') \xRightarrow{\text{GAUSS}} n.i = n'.i'$$

$$\pi - i + \omega + \alpha = \pi \Rightarrow i = \omega + \alpha$$

$$\pi - \omega + i' + \alpha' = \pi \Rightarrow i' = \omega - \alpha'$$

$$\frac{n' - n}{SC} = \frac{n'}{SA'} - \frac{n}{SA} \stackrel{\text{DEF}}{=} \Pi$$

Π puissance ou vergence
en dioptrie ($Dp = m^{-1}$)

$\Pi > 0 \Rightarrow$ dioptre convergent

$\Pi < 0 \Rightarrow$ dioptre divergent

$\Pi = 0 \Rightarrow$ dioptre plan ou absent

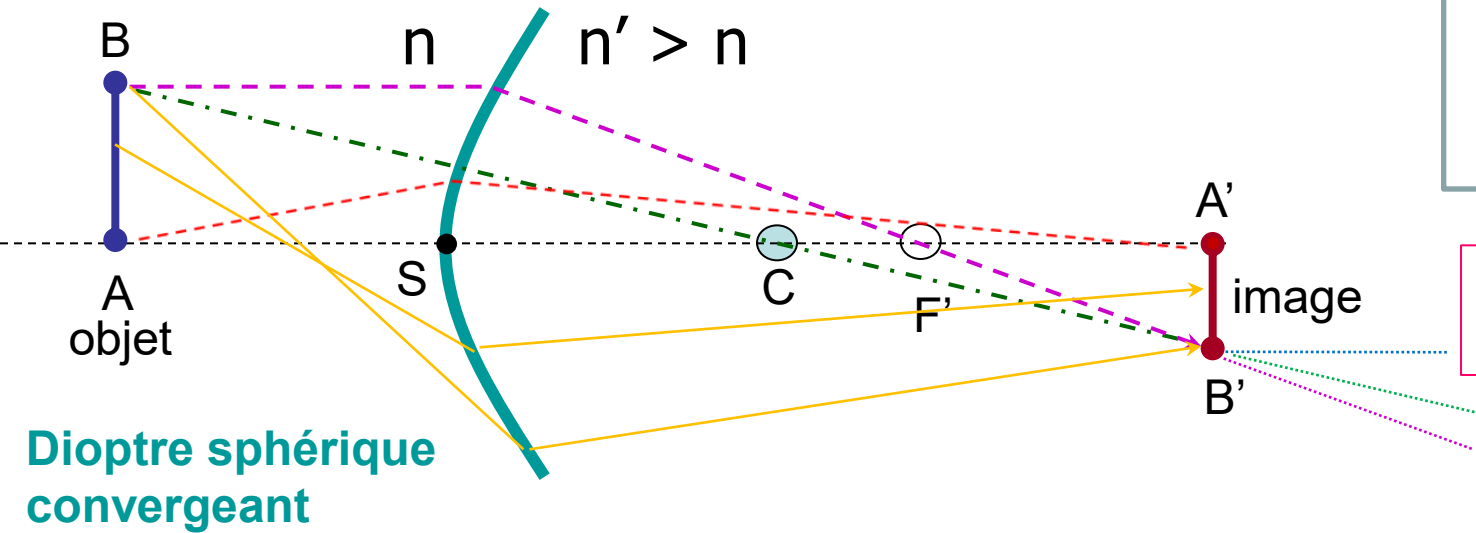
Π est additive

$$n.(\omega + \alpha) = n'.(\omega - \alpha') \Rightarrow (n' - n).\omega = n\alpha + n'\alpha'$$

$$\alpha = \frac{PS}{-SA} \quad \alpha' = \frac{PS}{SA'} \quad \omega = \frac{PS}{SC}$$

$$\Rightarrow (n' - n) \cdot \frac{PS}{SC} = n \frac{PS}{-SA} + n' \frac{PS}{SA'}$$

CONSTRUCTION DES IMAGES

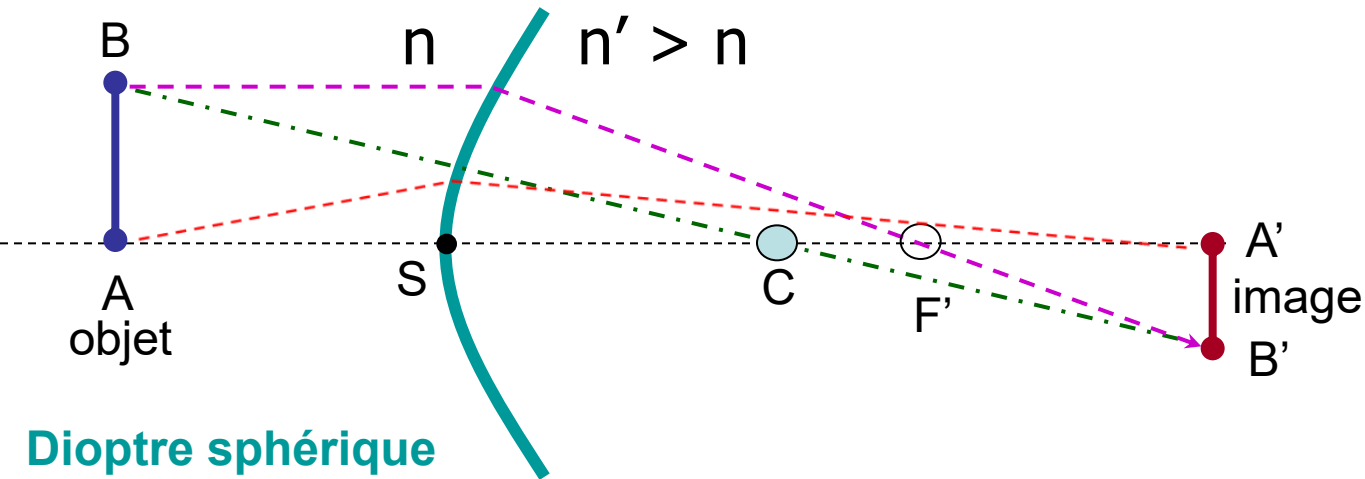


Un rayon normal au dioptré passe par le centre sans être dévié (Descartes)

Un rayon parallèle à l'axe optique émerge en coupant l'axe au foyer image F' avec $\Pi = \frac{n'}{SF'}$

$$\Pi = \frac{n' - n}{SC} = \frac{n'}{SA'} - \frac{n}{SA}$$

CONSTRUCTION DES IMAGES

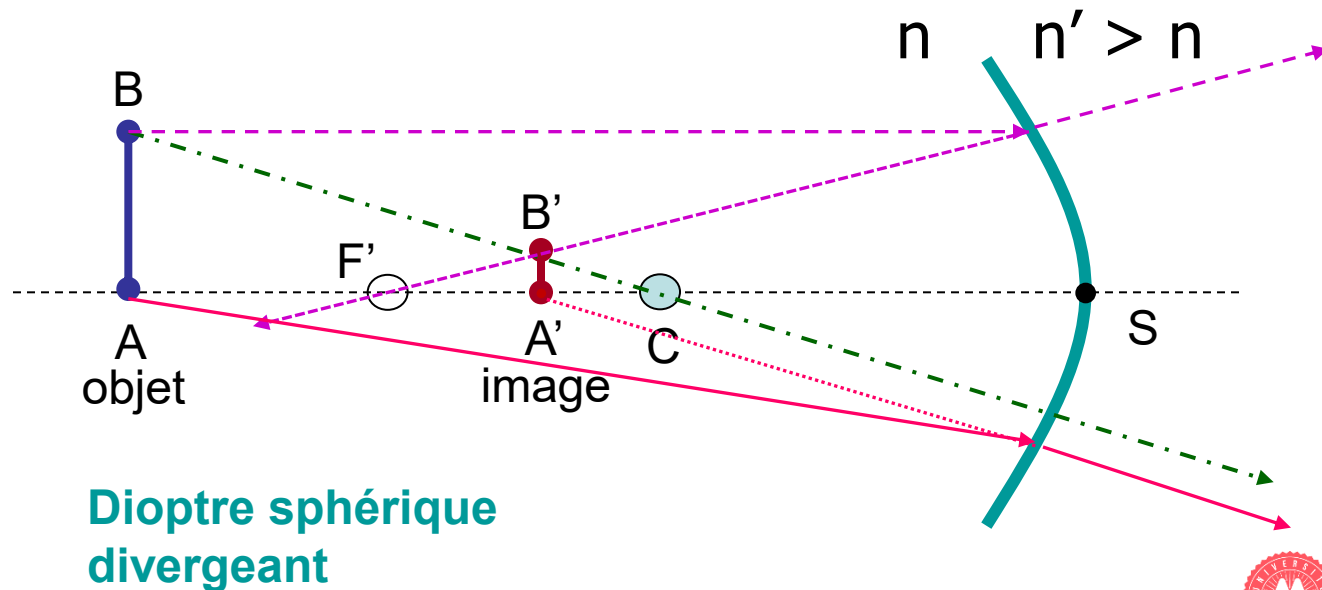


$$\Pi = \frac{n' - n}{SC} = \frac{n'}{SA'} - \frac{n}{SA}$$

Dioptré sphérique convergeant

Un rayon normal au dioptré passe par le centre sans être dévié (Descartes)

Un rayon parallèle à l'axe optique émerge en coupant l'axe au foyer image F' avec $\Pi = \frac{n'}{SF'}$

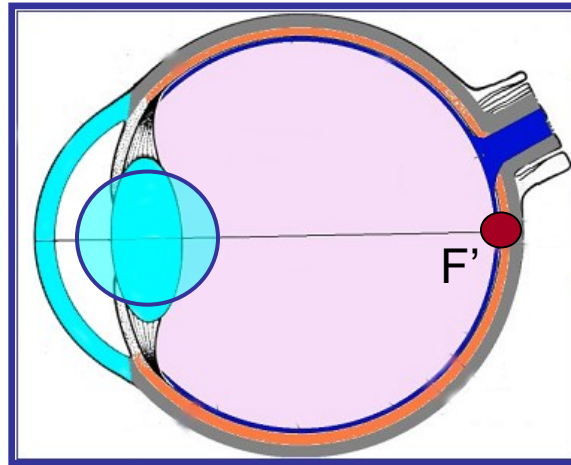


Dioptré sphérique divergeant

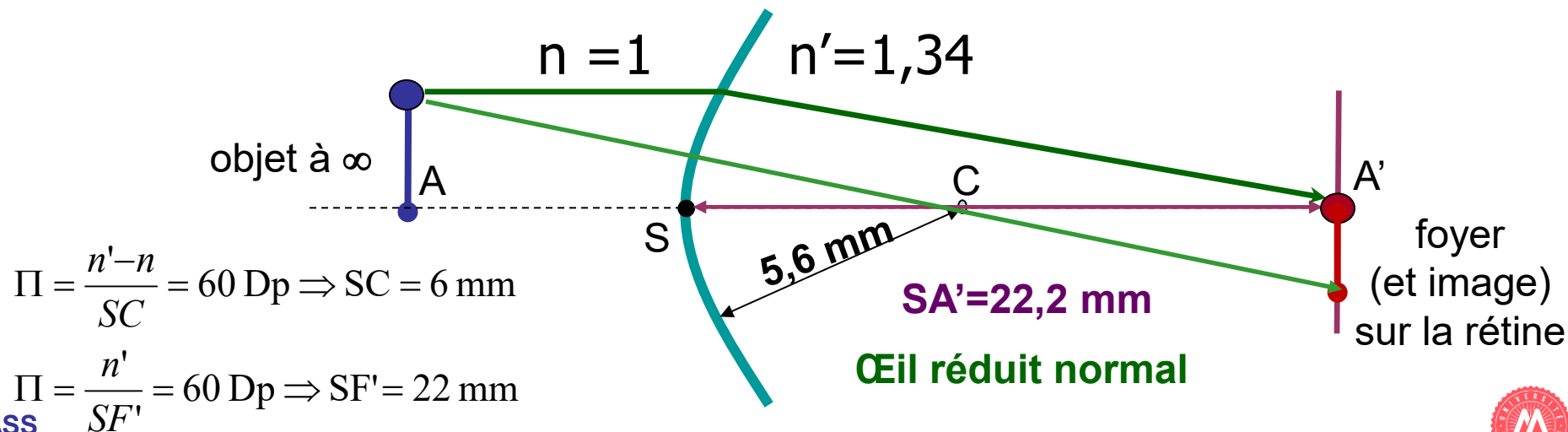
MODELE DE L'ŒIL REDUIT NORMAL

Cornée (42 Dp)
+
Cristallin
(22 Dp + δ)

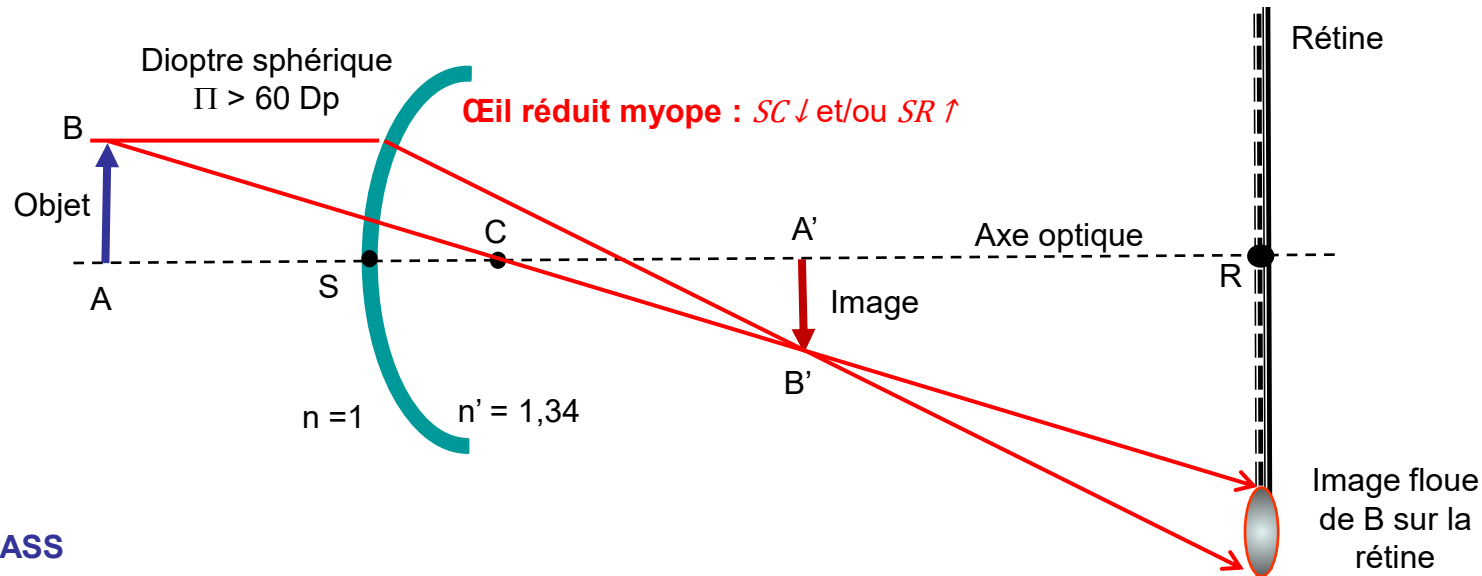
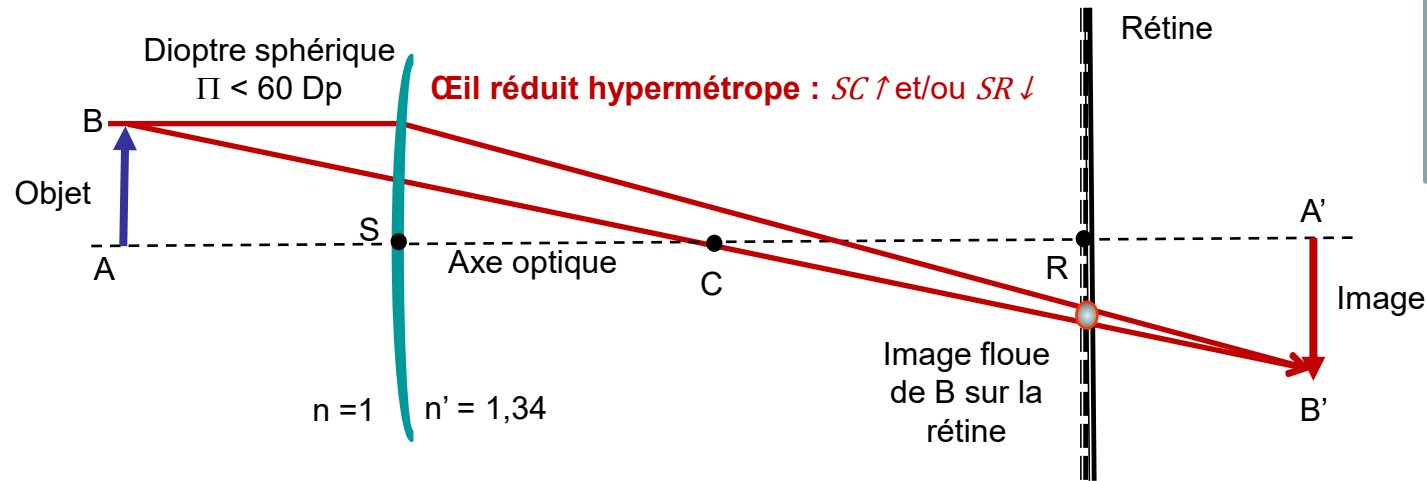
= 4 dioptries



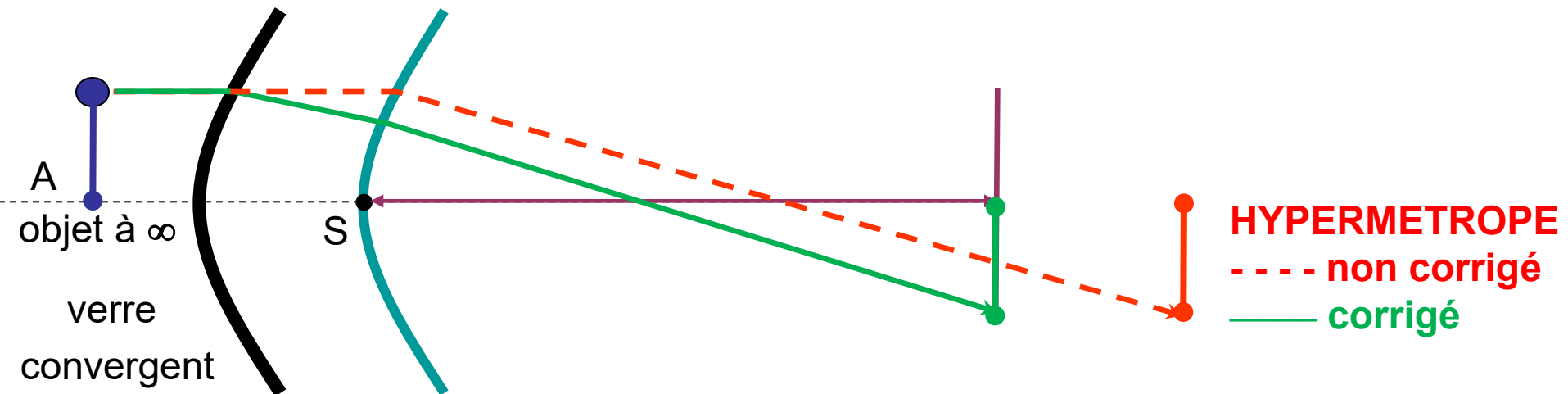
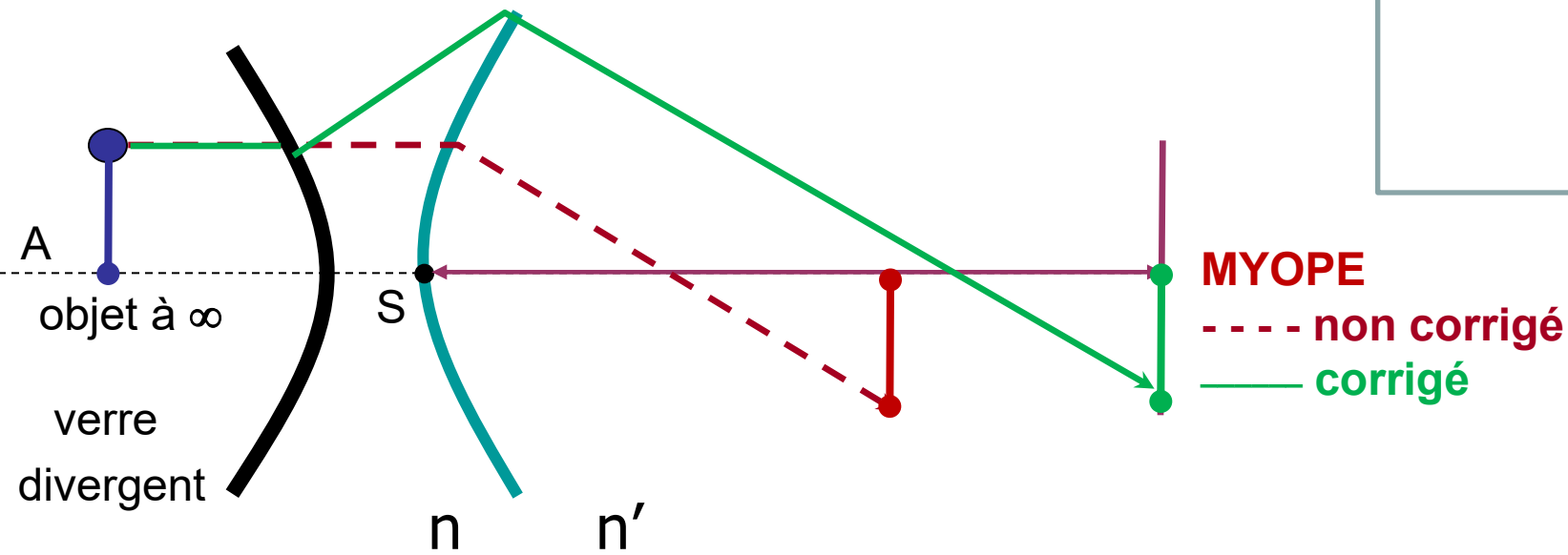
$\cong 1$ dioptre convergent (60 Dp)
La rétine est dans le plan focal image



AMETROPIES SPHERIQUES

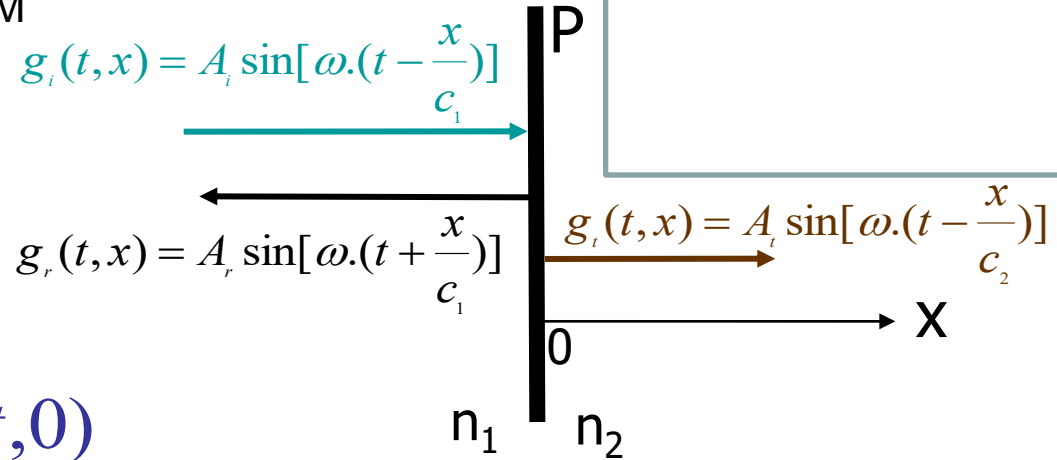


CORRECTIONS DES AMETROPIES SPHERIQUES



REFLEXION NORMALE

g représente par exemple E ou B d'une OEM



$$\frac{\partial g_i}{\partial x}(t, 0) + \frac{\partial g_r}{\partial x}(t, 0) = \frac{\partial g_t}{\partial x}(t, 0)$$

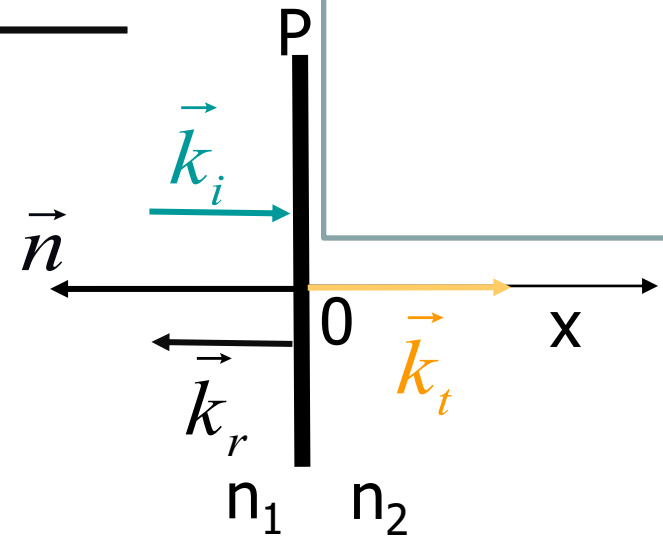
$$\Rightarrow -\frac{\omega}{c_1} A_i + \frac{\omega}{c_1} A_r = -\frac{\omega}{c_2} A_t \Rightarrow A_i - A_r = \frac{c_1}{c_2} A_t$$

$$g_i(t, 0) + g_r(t, 0) = g_t(t, 0) \Rightarrow A_i + A_r = A_t$$

$$\Rightarrow A_i - A_r = \frac{c_1}{c_2} A_t = \frac{c_1}{c_2} (A_i + A_r) \Rightarrow 1 - \frac{A_r}{A_i} = \frac{c_1}{c_2} \left(1 + \frac{A_r}{A_i} \right) \Rightarrow \frac{A_r}{A_i} = \frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_1}$$

REFLEXION NORMALE

$$\left. \begin{aligned} \frac{A_r}{A_i} &= \frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_1} \\ c_i &= \frac{c}{n_i} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{A_r}{A_i} = \frac{\frac{c}{n_2} - \frac{c}{n_1}}{\frac{c}{n_2} + \frac{c}{n_1}} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$



En milieu homogène, l'intensité lumineuse est proportionnelle à A^2 :

$$r = \frac{I_r}{I_i} = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2$$

$$t = \frac{I_t}{I_i} = 1 - r$$

Ex: lentille en verre ($n_2=1,5$) dans de l'air ($n_1=1$) : $r= 4\%$

Conséquence: réflexion totale si $n_2 \rightarrow \infty$ (soit $n_2 \gg n_1$)

REFLEXION NORMALE TOTALE

$$\vec{E}_i(t, x) = \vec{E}_0 \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] \quad \vec{E}_r(t, x) = -\vec{E}_0 \sin \left[\omega \left(t + \frac{x}{c} \right) \right]$$

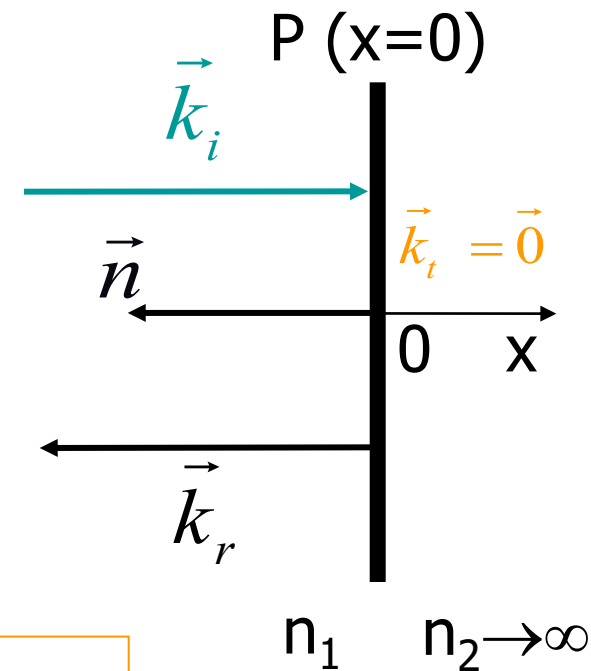
interférences : $\vec{E}(t, x) = \vec{E}_i(t, x) + \vec{E}_r(t, x)$

$$\vec{E}(t, x) = \vec{E}_0 \left\{ \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] - \sin \left[\omega \left(t + \frac{x}{c} \right) \right] \right\}$$

Rappel: $\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$

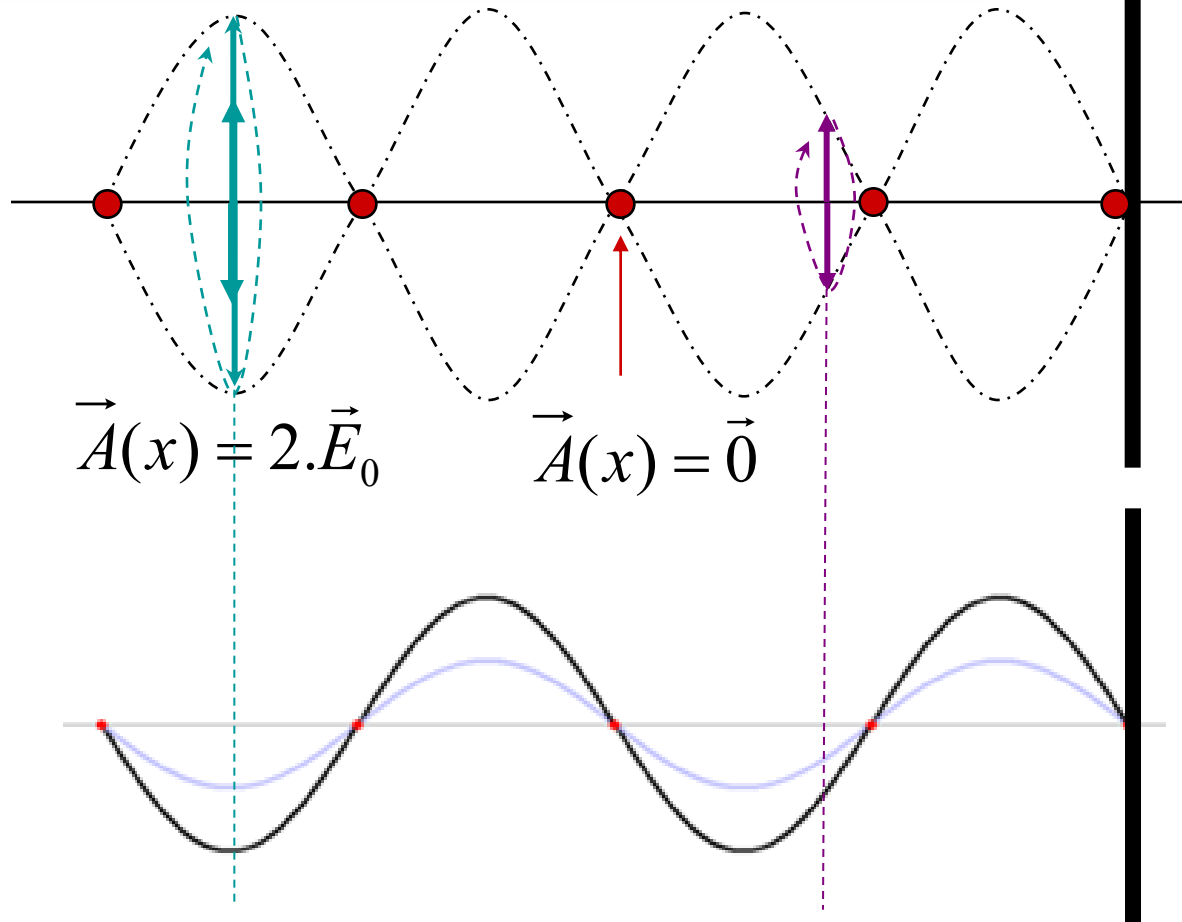
donc : $\vec{E}(t, x) = 2\vec{E}_0 \left\{ \sin \left[-\frac{\omega \cdot x}{c} \right] \cos[\omega \cdot t] \right\}$

$$\vec{E}(t, x) = \left[-2 \sin \left(\frac{\omega \cdot x}{c} \right) \vec{E}_0 \right] \cdot \cos(\omega \cdot t) = \vec{A}(x) \cdot \cos(\omega \cdot t)$$



ONDE STATIONNAIRE

$$\vec{E}(t, x) = \left[-2 \sin\left(\frac{\omega \cdot x}{c}\right) \vec{E}_0 \right] \cos(\omega \cdot t) = \vec{A}(x) \cos(\omega \cdot t)$$



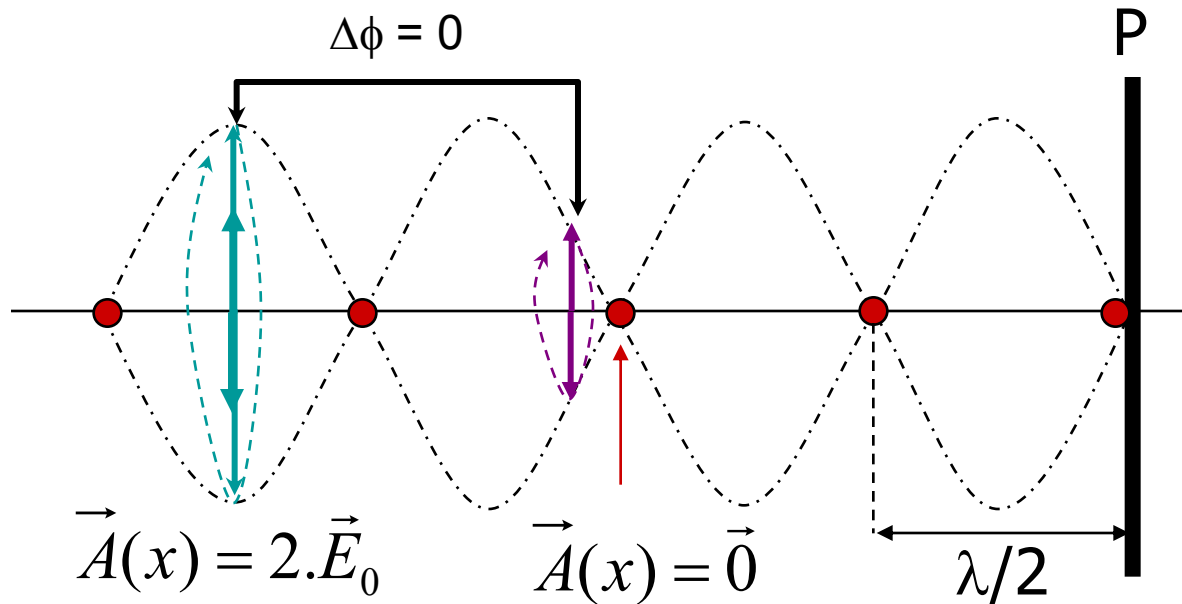
Pas de
déphasage

Amplitude

$$\vec{A}(x) = -2 \sin\left(\frac{\omega \cdot x}{c}\right) \vec{E}_0$$

variable avec x

ONDE STATIONNAIRE



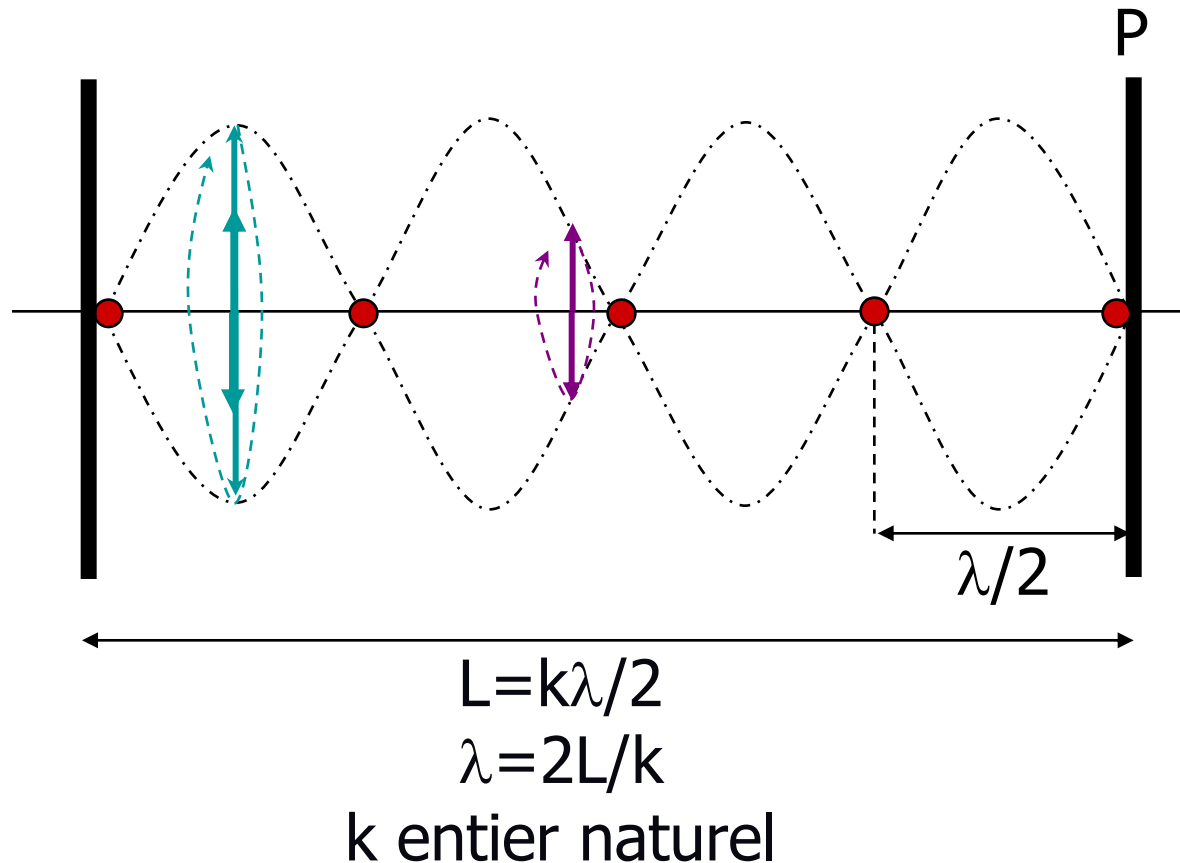
Pas de
déphasage

Amplitude $A(x)$
variable avec x

$$\sin\left(\frac{\omega.x}{c}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{2\pi.x}{cT} = \frac{2\pi.x}{\lambda} = N.\pi \Leftrightarrow x \in \left\{0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, 3\frac{\lambda}{2}, \dots\right\}$$

$$\vec{E}(t, x) = \left[-2 \sin\left(\frac{\omega.x}{c}\right) \vec{E}_0 \right] \cos(\omega.t) = \vec{A}(x). \cos(\omega.t)$$

ONDE STATIONNAIRE & QUANTIFICATION



Si le milieu est limité de dimension L , λ ne peut prendre que certaines valeurs discrètes $2L/k$:

$$\lambda = 2L, L, 2L/3, L/2, \dots$$

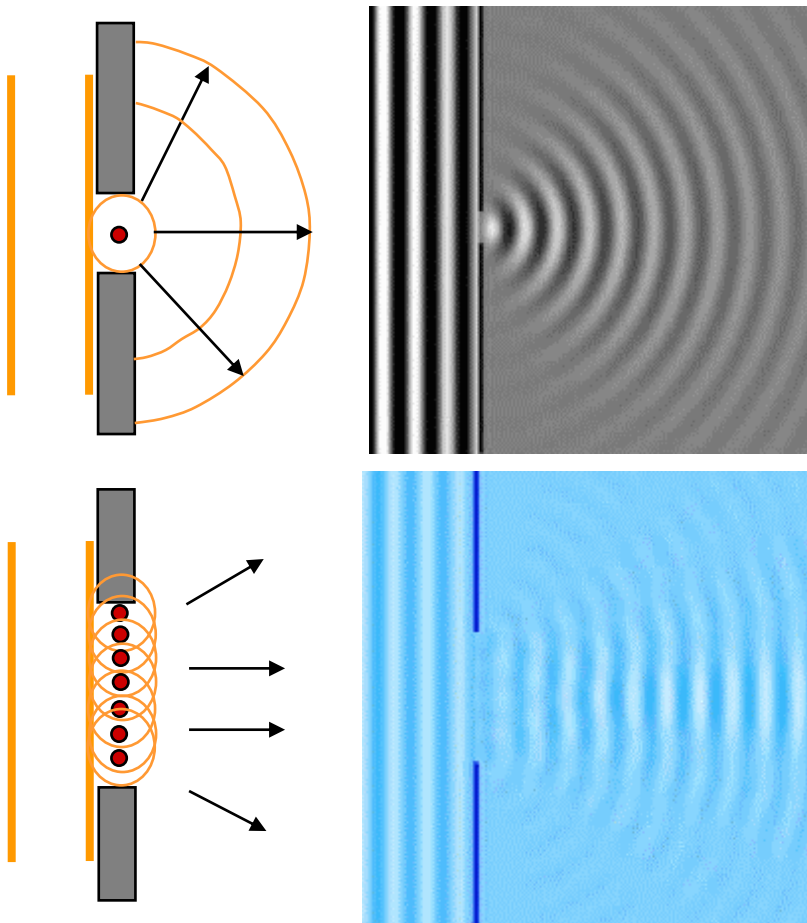
On dit que ces grandeurs sont **quantifiées**

$$\vec{E}(t, x) = \left[-2 \sin\left(\frac{\omega \cdot x}{c}\right) \vec{E}_0 \right] \cos(\omega \cdot t)$$

DIFFRACTION

Rappel du principe de Huygens-Fresnel : chaque point d'une surface d'onde agit comme une source ponctuelle émettant en phase,

Diffraction = changements de direction de propagation d'une onde au passage d'un trou percé dans un écran



Si le trou étroit (par rapport à λ), après l'écran :
Après l'écran :

- ① une seule onde sphérique se propage
- ② l'onde plane s'est transformée en onde sphérique

Si le trou est assez large, après l'écran :

- ① plusieurs ondes sphériques se propagent.
- ② un déphasage apparaît entre les rayons émis dans une direction
- ③ ces ondes cohérentes réémises peuvent s'additionner algébriquement = interférences

WOOCLAP 6



Allez sur **wooclap.com** et utilisez le code **OMUE7**

La résolution d'un microscope, ou d'un appareil d'imagerie médicale,

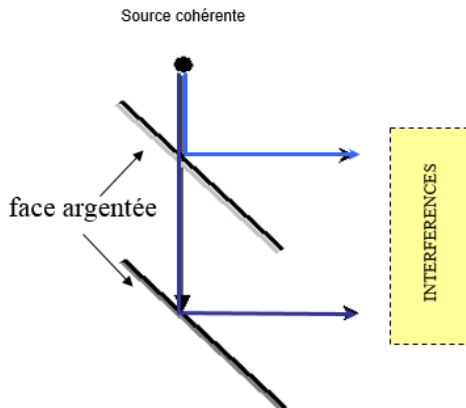
- est la dimension du plus petit objet observable avec cet appareil
- est la distance minimale qui doit séparer deux objets pour les rendre discernables
- est meilleure dans l'air que dans le vide
- s'améliore si le diamètre de l'objectif augmente

Cliquez sur l'écran projeté pour lancer la question

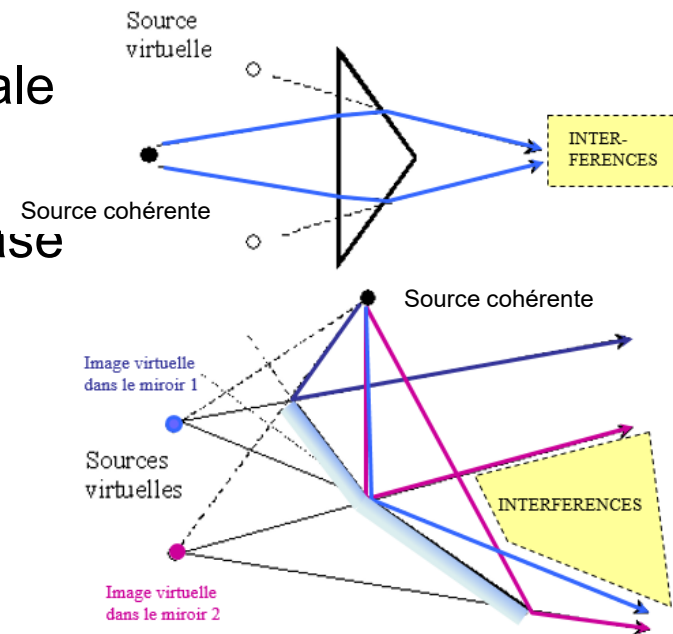
wooclap 105% 0 / 0

INTERFERENCES

- Définition : **Addition algébrique d'ondes progressives pures cohérentes**
 - Attention : il ne s'agit pas simplement de l'addition des intensités des ondes (qui a lieu même avec des ondes incohérentes)
- Exemples :
 - Onde stationnaire après réflexion normale
 - Ondes sphériques après diffraction
 - Onde fractionnée avec décalage de phase



Miroirs réfléchissant et semi-réfléchissant



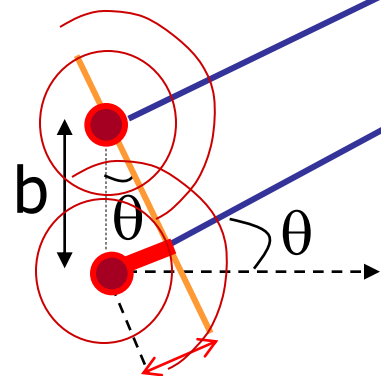
Bi-prisme et miroirs de Fresnel



INTERFERENCES DE 2 SOURCES COHERENTES

Rappel : $\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

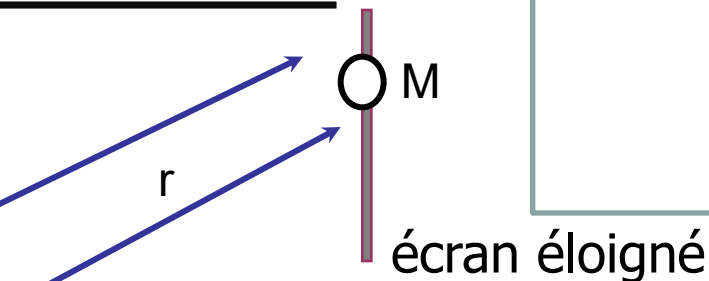
2 sources
cohérentes



$$D = b \cdot \sin \theta$$

$$\varphi = \frac{\omega}{c} D = \frac{2\pi}{\lambda} D$$

$$\Rightarrow \varphi = 2\pi \frac{b \cdot \sin \theta}{\lambda} \text{ indépendant du temps } t$$



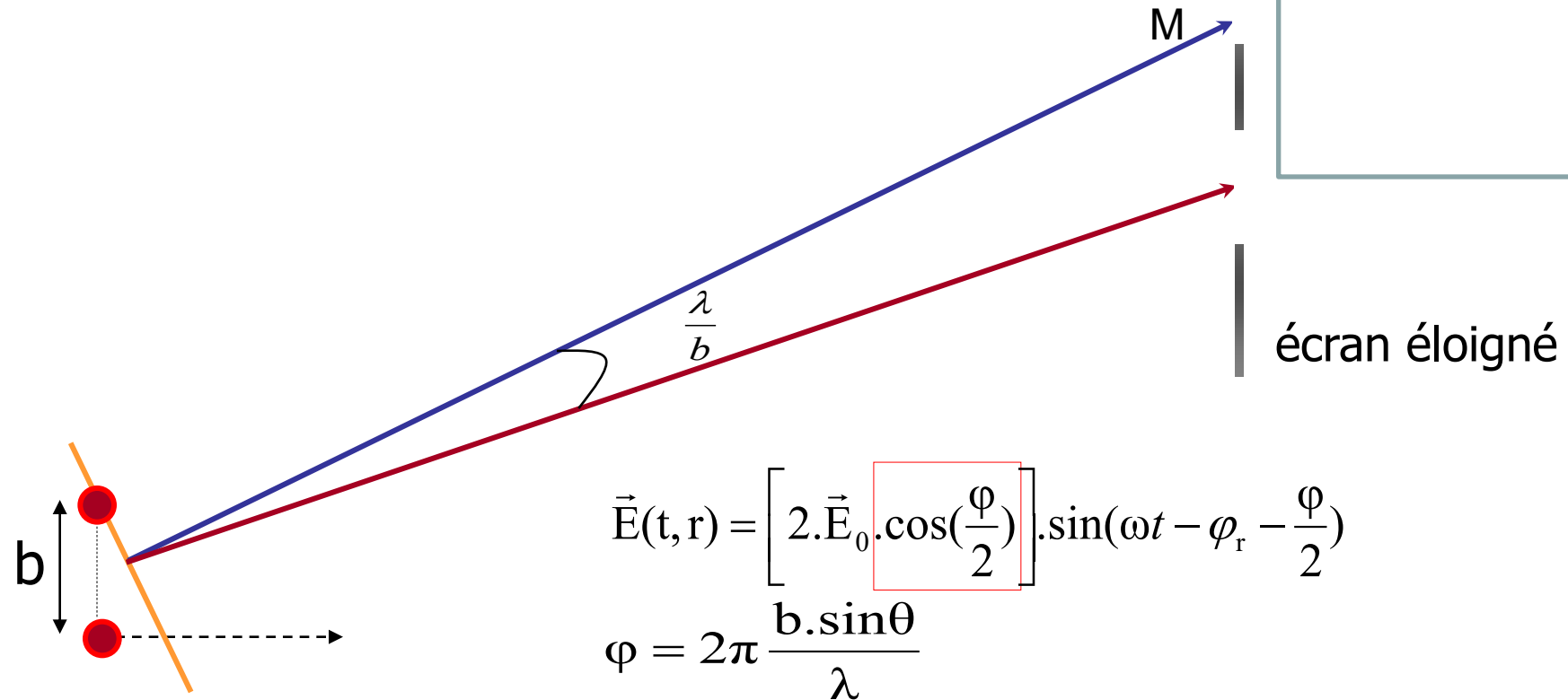
$$\vec{E}(t, r) = \vec{E}_0 \left[\sin(\omega \cdot t - \varphi_r) + \sin(\omega \cdot t - \varphi_r - \varphi) \right]$$

$$\vec{E}(t, r) = 2 \cdot \vec{E}_0 \sin\left(\frac{2\omega \cdot t - 2\varphi_r - \varphi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$

$$\vec{E}(t, r) = \left[2 \cdot \vec{E}_0 \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right] \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \varphi_r - \frac{\varphi}{2}\right)$$

$$(\text{où } \varphi_r = \frac{\omega r}{c})$$

INTERFERENCES DE 2 SOURCES COHERENTES



Amplitude (donc intensité) maximum si $|\cos(\varphi/2)|$ maximum, soit si $\varphi/2$ multiple de π

$$\frac{\varphi}{2} = \pi \cdot \frac{b \cdot \sin\theta}{\lambda} = k \cdot \pi \Leftrightarrow \sin\theta = k \cdot \frac{\lambda}{b} \approx \theta$$

Succession de bandes claires et sombres → mesures de petits déplacements, astronomie

INTERFERENCES APRES DIFFRACTION

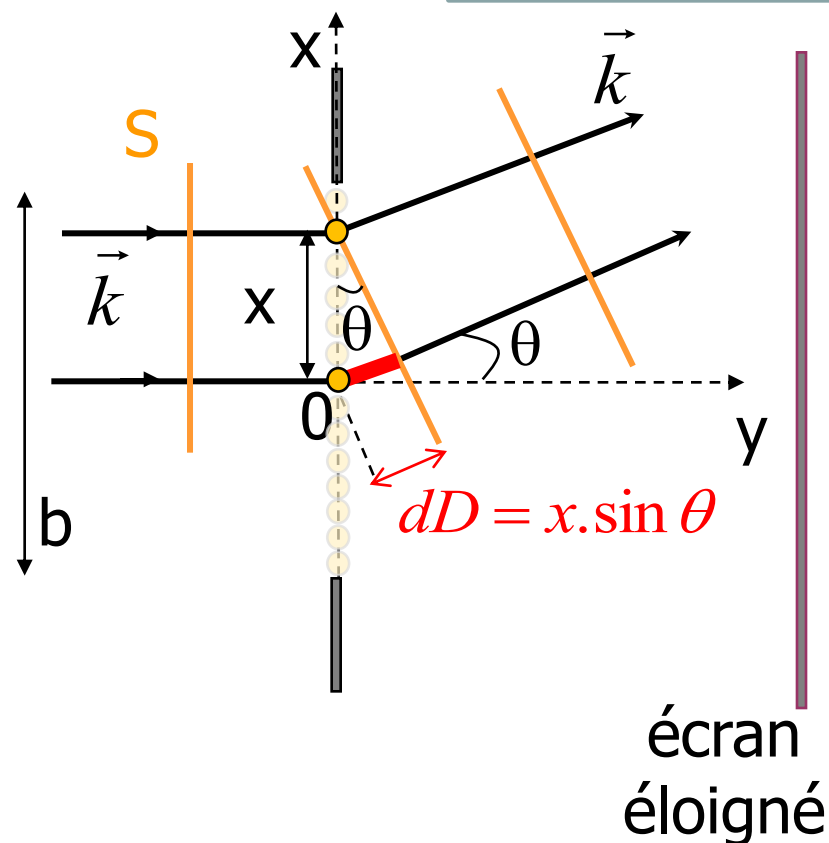
Calcul du déphasage entre deux rayons distants de x , diffractés sous un angle θ :

$$d\varphi = \frac{\omega}{c} dD = \frac{2\pi}{\lambda} dD$$

$$\Rightarrow d\varphi = \frac{2\pi \cdot \sin \theta}{\lambda} x = \Theta \cdot x$$

Dans la direction θ , l'onde observée après diffraction est la somme de toutes les ondes déphasées ayant passé l'obstacle entre $-b/2$ et $+b/2$ et ayant été diffractées dans la direction θ :

$$\vec{E} = \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\vec{A}_0}{b} \sin(\omega \cdot t - \Theta x) \cdot dx$$



CALCUL DE L'ONDE DIFFRACTEE

(LE DETAIL DU CALCUL N'EST PAS EXIGIBLE)

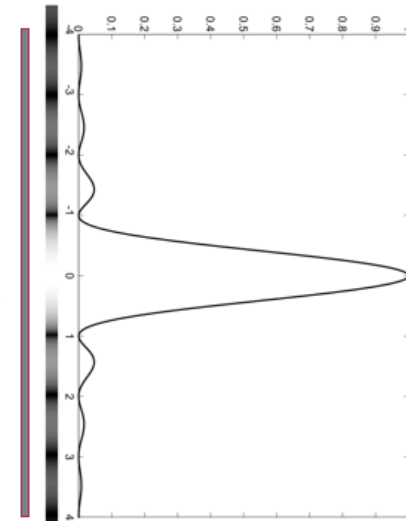
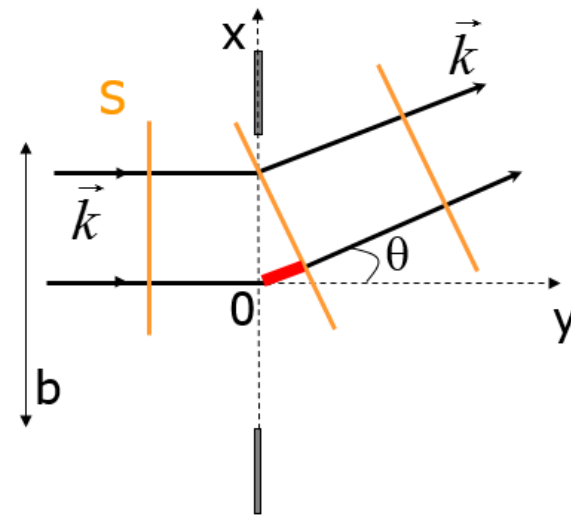
$$\vec{E} = \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\vec{A}_0}{b} \sin(\omega t - \Theta x) dx = \frac{\vec{A}_0}{b} \frac{1}{\Theta} [\cos(\omega t - \Theta x)]_{-b/2}^{b/2}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{A}_0}{b} \frac{1}{\Theta} \left[\cos\left(\omega t - \frac{\Theta b}{2}\right) - \cos\left(\omega t + \frac{\Theta b}{2}\right) \right] \quad \text{or} \quad \cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p-q}{2} \sin \frac{p+q}{2}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -\frac{\vec{A}_0}{b} \frac{2}{\Theta} \sin\left(-\frac{\Theta b}{2}\right) \sin(\omega t) = \vec{A}_0 \sin(\omega t) \frac{\sin(\Theta b/2)}{\Theta b/2} \quad \text{avec} \quad \Theta = \frac{2\pi \sin \theta}{\lambda}$$

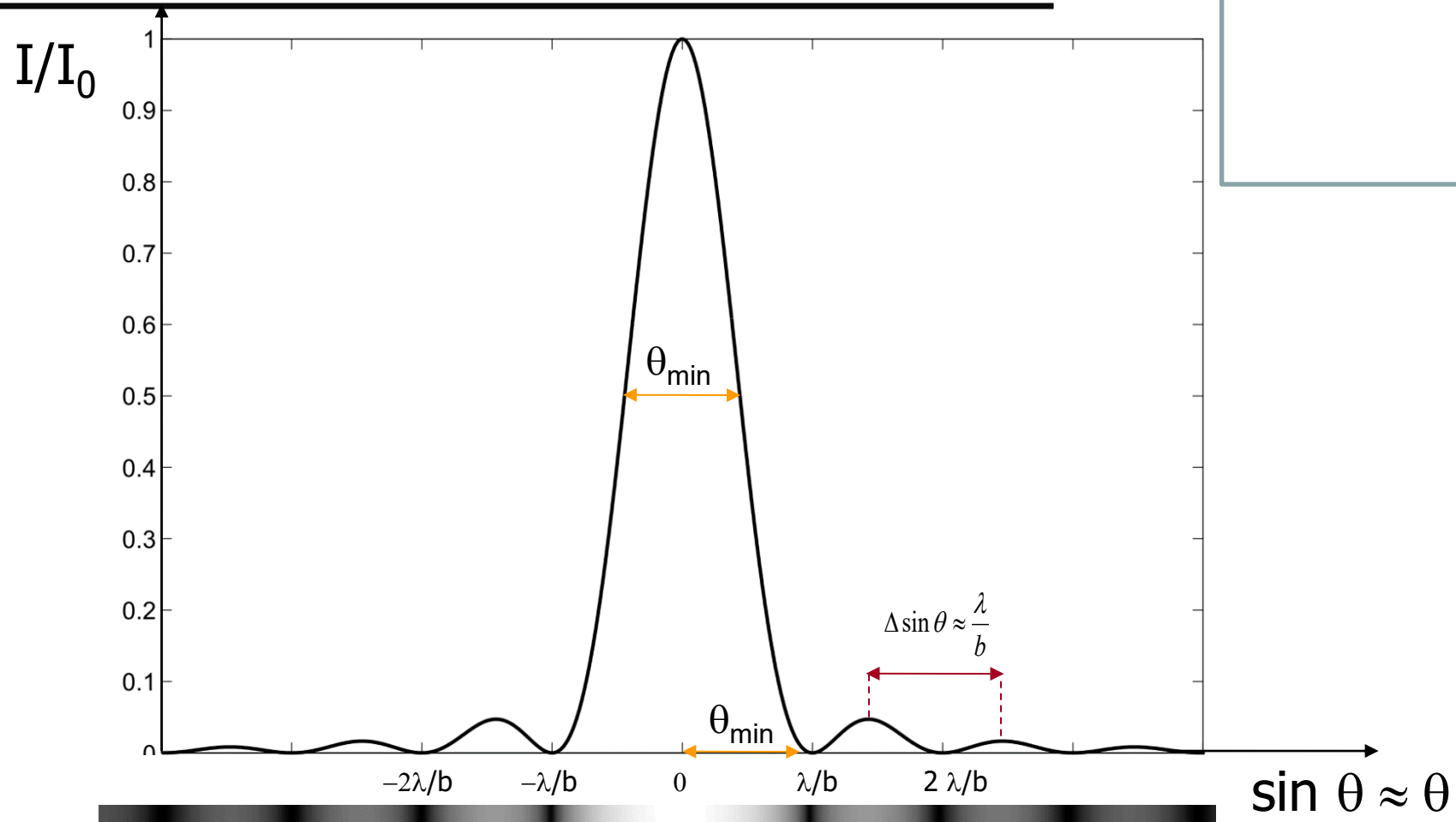
$$\Rightarrow \vec{E} = \vec{A}_0 \cdot \sin c\left(\frac{\pi b \sin \theta}{\lambda}\right) \sin(\omega t)$$

\vec{A}



$$\vec{A} = \vec{A}_0 \cdot \text{sinc}\left(\frac{\pi b \sin \theta}{\lambda}\right) = \vec{0} \Leftrightarrow \sin \theta_{\min} = N \frac{\lambda}{b}, \quad N \text{ entier}$$

INTERFERENCES APRES DIFFRACTION



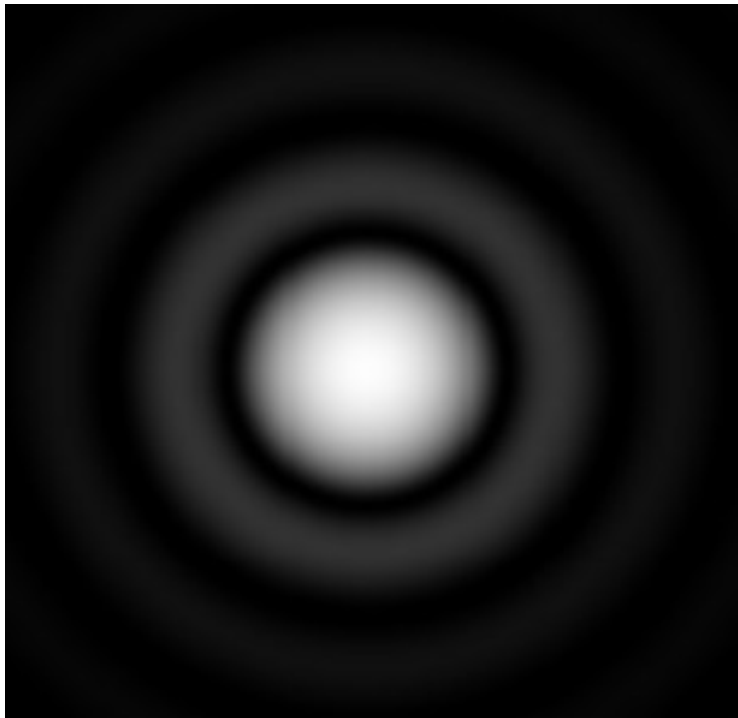
$\sin \theta_{\min} = \frac{\lambda}{b} \approx \theta_{\min}$ est aussi la largeur à mi-hauteur du maximum principal

DIFFRACTION PAR DES ECRANS

ORIFICE CARRE DE COTE b

$$\sin \theta_{\min}^N = N \cdot \frac{\lambda}{b}$$

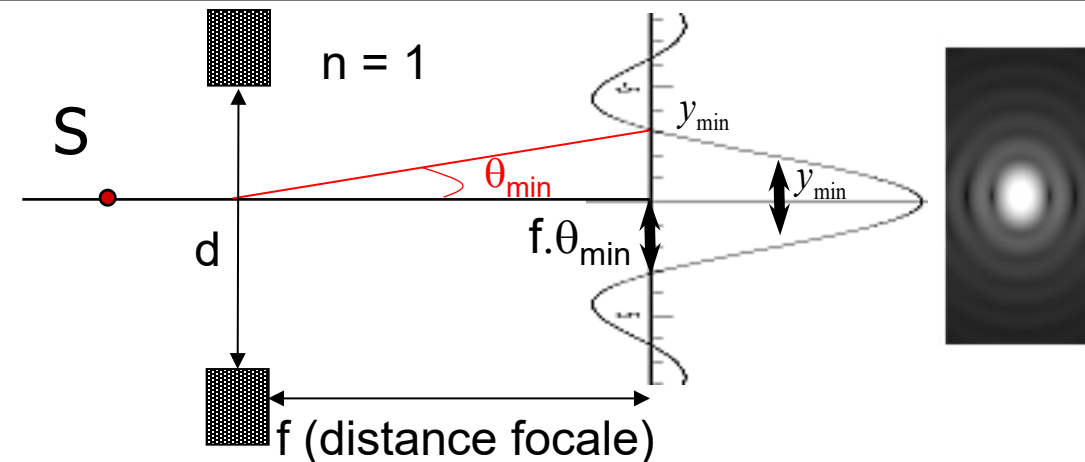
ORIFICE CIRCULAIRE DE DIAMETRE d



$$\sin \theta_{\min}^N = 1,22 \cdot N \cdot \frac{\lambda}{d}$$

N entier positif

LA DIFFRACTION LIMITE LA RESOLUTION



$$\theta_{\min} \approx \sin \theta_{\min} = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{d}$$

$$y_{\min} \approx f \cdot \theta_{\min} \approx f \cdot 1,22 \cdot \frac{\lambda}{d}$$

$N = f/d =$ **nombre d'ouverture** des objectifs photographiques ($d = f/2,8 > f/22$)

$$y_{\min} \approx f \cdot \theta_{\min} \approx 1,22 \cdot \lambda \cdot N$$

θ_{\min} est la **résolution angulaire**

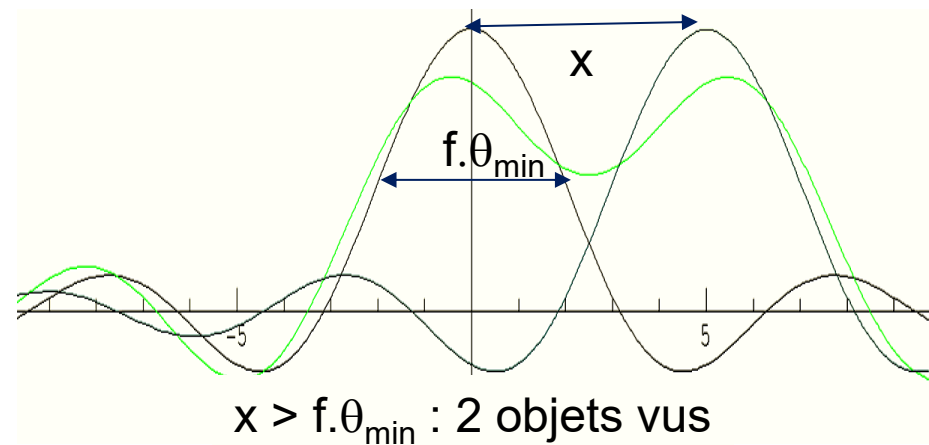
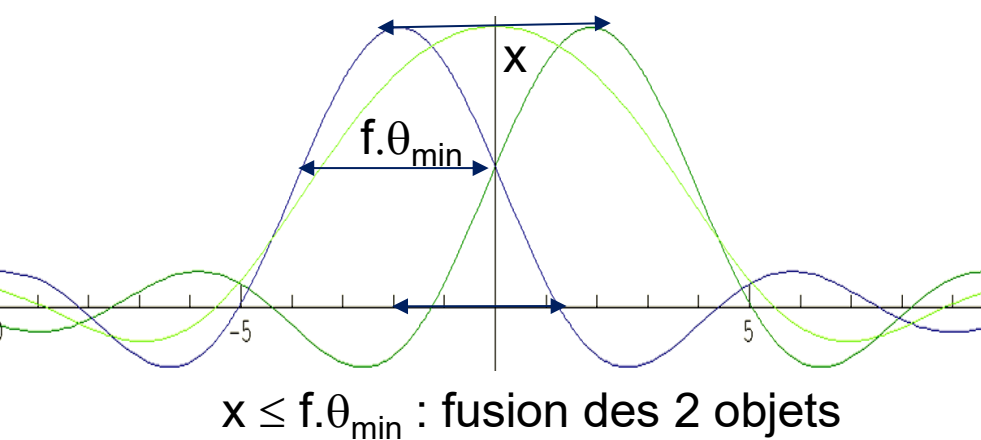
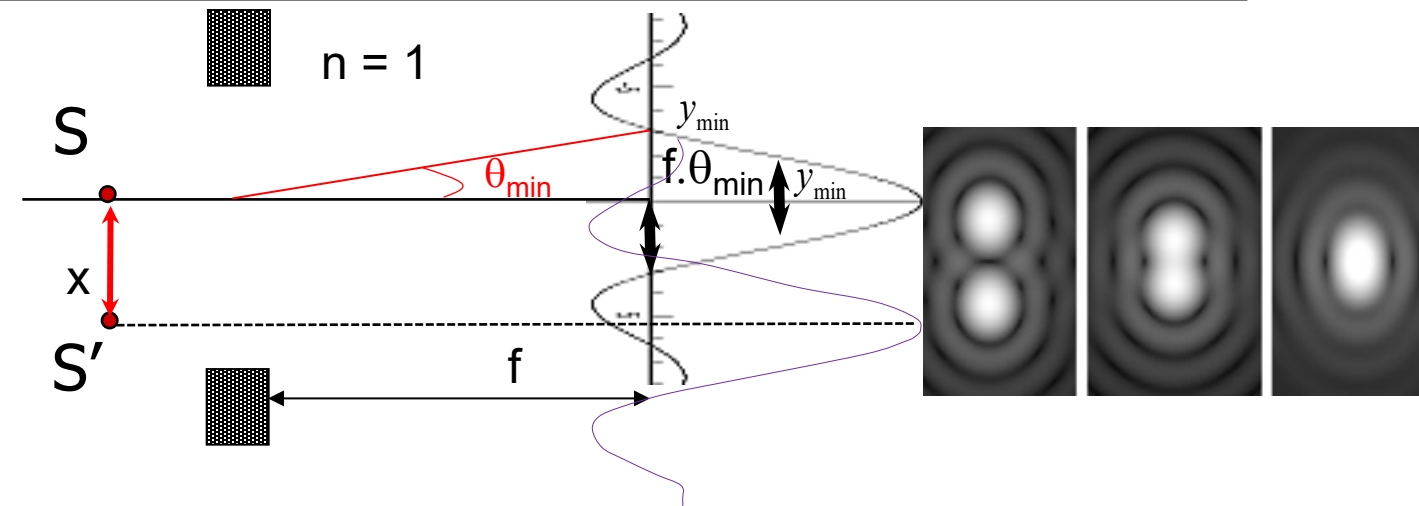
y_{\min} est la **résolution spatiale**

Plus le nombre d'ouverture $N = f/d$ est grand,
plus la diffraction dégrade la résolution ($y_{\min} \uparrow$)



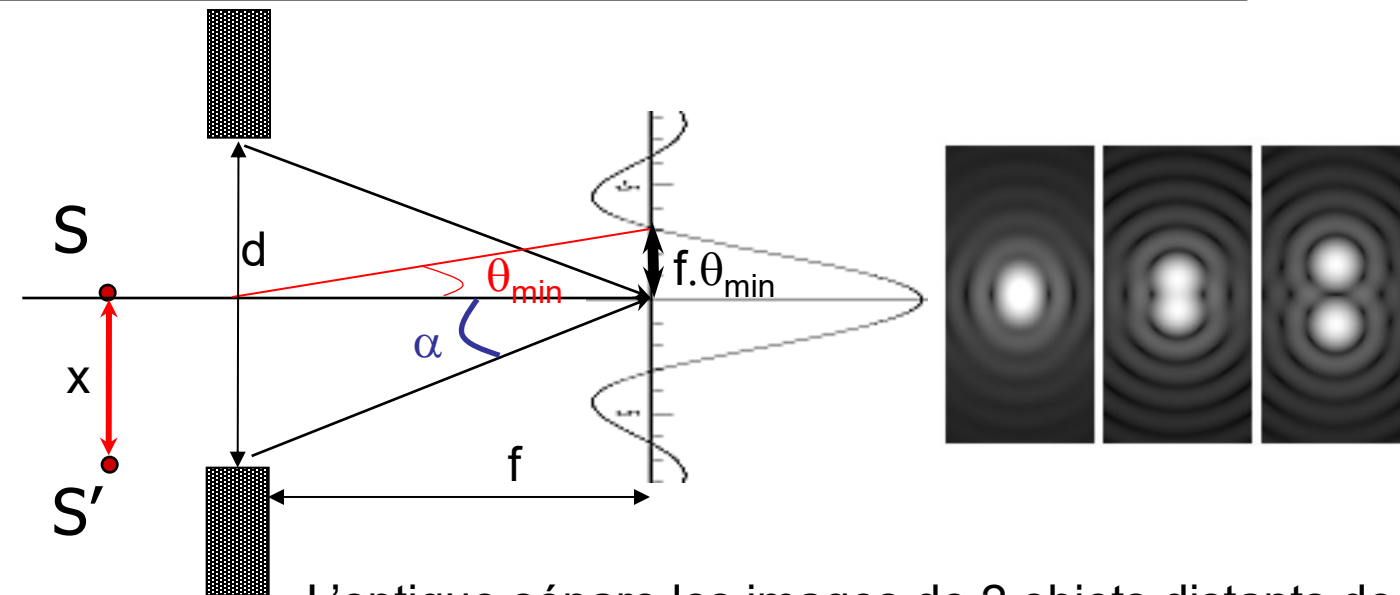
$N \downarrow$ et $d \uparrow$
 \varnothing tache \downarrow
résolution \uparrow

LA DIFFRACTION LIMITE LA RESOLUTION



Le diaphragme sépare les images si $x > \text{LMH} = f \cdot \theta_{\min} = 1,22 \cdot \lambda \cdot f / d = 1,22 \cdot \lambda \cdot N$

LA DIFFRACTION LIMITE LA RESOLUTION



L'optique sépare les images de 2 objets distants de $x > LMH = f \cdot \theta_{\min}$
 $LMH = R = \text{pouvoir séparateur} = \text{résolution}$

$$\sin \alpha \approx \tan \alpha = \frac{d/2}{f} = \frac{d}{2f} \Rightarrow \frac{f}{d} \approx \frac{1}{2 \sin \alpha}$$

Si on interpose une goutte d'huile d'indice n entre le diaphragme et l'écran de visualisation, il faut remplacer la longueur d'onde dans le vide λ par λ/n :

$$\lambda_n = c_n \cdot T = \frac{c}{n} \cdot T = \frac{\lambda}{n}$$

Pouvoir séparateur d'un instrument d'optique:

$$R = 1,22 \cdot \lambda \cdot \frac{f}{d} = \frac{0,61 \cdot \lambda}{\sin \alpha}$$

ou $\frac{0,61 \cdot \lambda}{n \cdot \sin \alpha}$ si le milieu image est d'indice n

LA DIFFRACTION LIMITE LA RESOLUTION

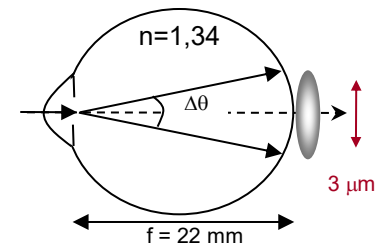
Résolution angulaire $\theta_{\min} = 1,22 \cdot \lambda/d$

Résolution spatiale $R = 1,22 \cdot \lambda f/d = 0,61 \cdot \lambda/(n \cdot \sin \alpha)$

- **Pupille** $d = 5 \text{ mm}$, $\lambda_n = 500/1,34 \text{ nm} \Rightarrow \theta_{\min} = 91 \text{ } \mu\text{rad}$.
 $R = f \cdot \theta_{\min} = 2 \text{ } \mu\text{m}$

- **Microscope** $d = 1 \text{ cm}$, $\lambda = 500 \text{ nm}$, $n \cdot \sin \alpha = 1,5$
 $\Rightarrow R = 0,2 \text{ } \mu\text{m}$ et donc $f = 3,3 \text{ mm}$ et $\theta_{\min} = 61 \text{ } \mu\text{rad}$

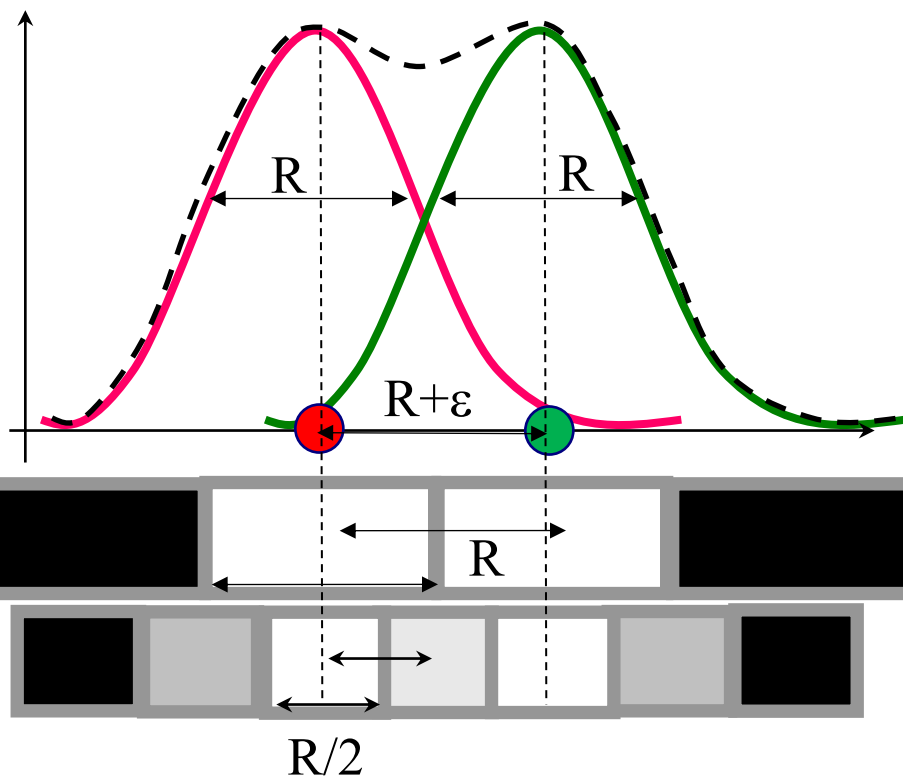
- Intérêt des optiques de **grand diamètre** (téléscopes)
- **intérêt des faibles λ** (rayons X ou γ , ...)
- **Intérêt d'un milieu de n élevé** entre la lame et le microscope



RESOLUTION ET NUMERISATION



$$R = f \cdot \theta_{\min}$$



Théorème d'échantillonnage de Shannon:

Numérisation sans perte d'information



Dimension du pixel = $R/2$

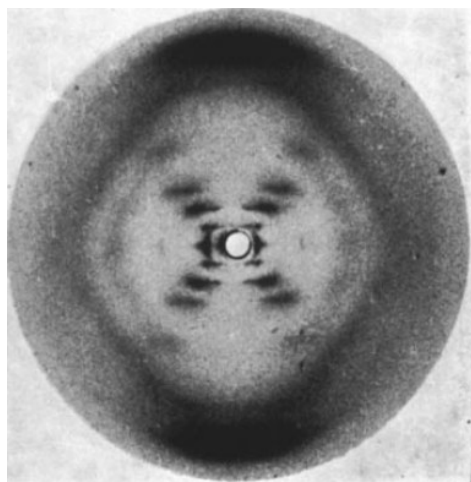
Exemple: calcul du diamètre optimal
des cônes de la rétine: $2 \mu\text{m}/2 = 1 \mu\text{m}$

Données histologiques :

Bâtonnets : $2 \mu\text{m}$; Cônes : 1 à $3 \mu\text{m}$

APPLICATIONS DE LA DIFFRACTION

- Holographie
- **Détermination des structures moléculaires**
 - $\sin \theta \approx \lambda/d$ donne l'ordre de grandeur de d
 - La symétrie de la figure de diffraction reflète celle de l'objet diffractant
 - **Rayons X : $\lambda \approx \text{\AA}$, adaptés à sonder les structures moléculaires**
 - L'analyse de Fourier des figures de diffraction générées par des molécules biologiques cristallisées permet d'en déduire la structure



R Franklin 1920-58

« photographie 51 »
RE Franklin & R Gosling.
Nature. 171,740-741. 1953



A structure of DNA
JD Watson & FHC Crick.
Nature. 171, 737-738. 1953
(parmi 5 articles)

OBJECTIFS DU POINT D' ÉTAPE 3

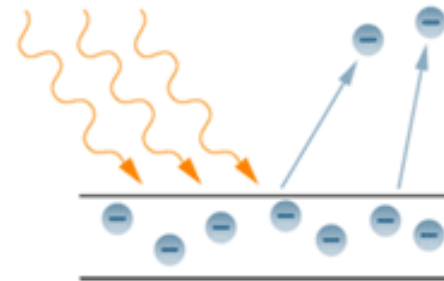
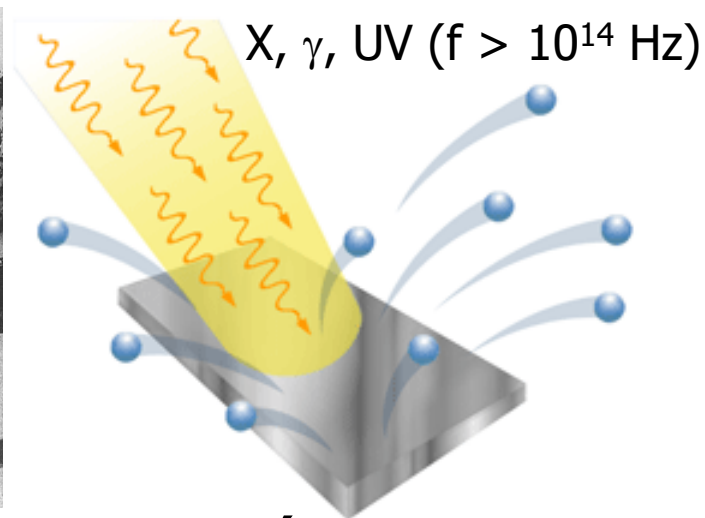
Définir, caractériser et manipuler:

- Les hypothèses de l'optique géométrique
- La relation de conjugaison du dioptré sphérique
- La correction des amétropies sphériques
- Les coefficients de réflexion et de transmission
- Une onde stationnaire en lien avec la quantification
- Les ondes cohérentes, interférence, diffraction.
- Évaluer si des interférences sont possibles
- Calculer un déphasage et une interférence
- Manipuler la relation $\sin \theta_{\min} = N \cdot \lambda / b$
- Les caractéristiques de résolution des instruments optiques et les conditions de numérisation.

APPROCHE EXPERIMENTALE



↳ Pression de radiation: lumière \Rightarrow chocs de particules ?

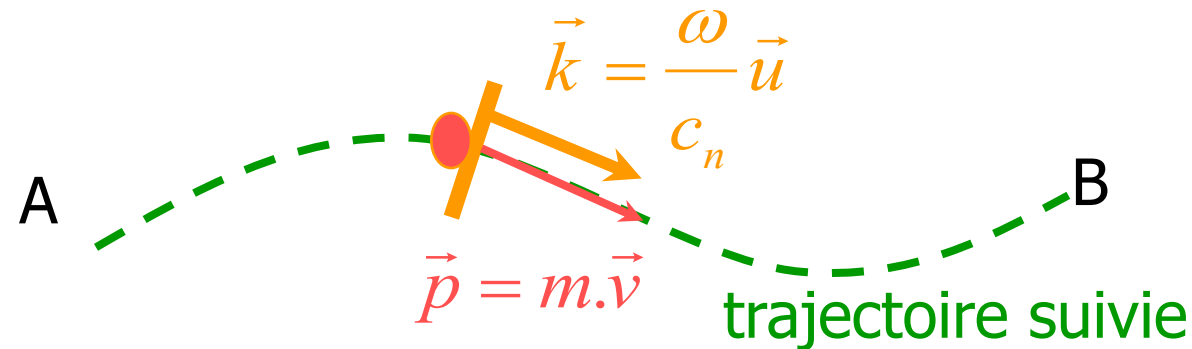


1905: effet photo-électrique seulement avec UV, X ou γ

PASS ↳ Lumière = Particules dont l'énergie dépend de f ?



DUALITE ONDE-CORPUSCULE



Problème : modéliser ensemble les deux caractéristiques de la lumière :

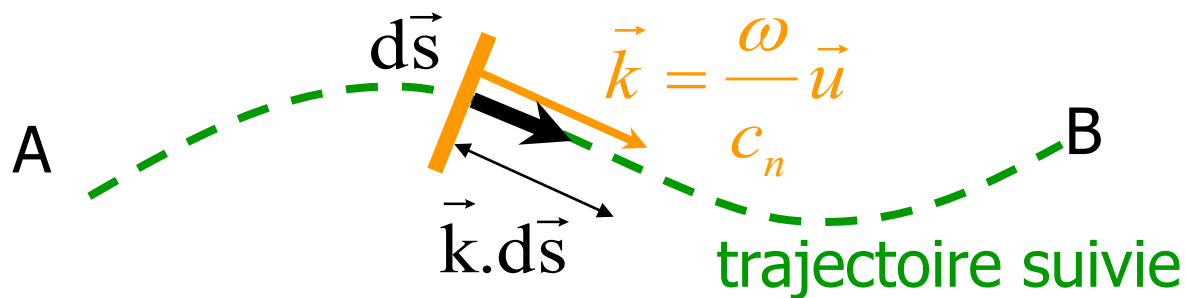
- ondulatoires : réflexion, réfraction, diffraction, interférences...
- corpusculaires : chocs, effet photo-électrique, effet Compton...

Idée : Modéliser via le principe de moindre action et l'analogie entre :

- | | | | |
|--------------------------|----------------|---|---------------------------------|
| • <u>ondulatoire</u> : | surface d'onde | / | vecteur d'onde \vec{k} |
| • <u>corpusculaire</u> : | masse | / | quantité de mouvement \vec{p} |

PRINCIPES DE MOINDRE ACTION

Aspect ondulatoire: principe de Fermat (1657)



1601-1665

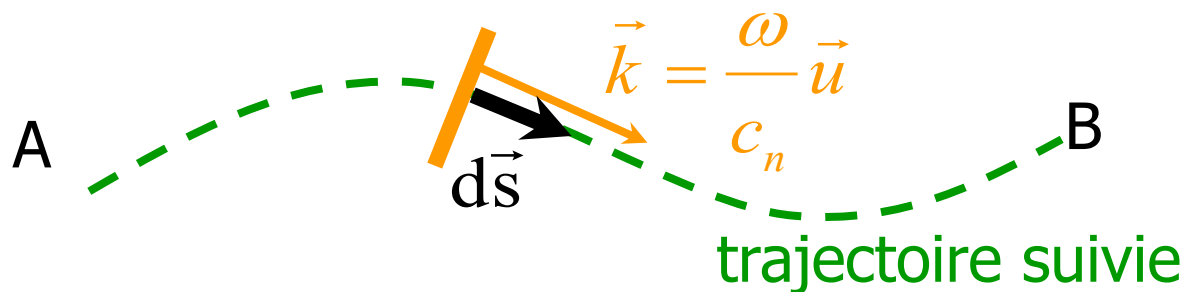
$$C = \int_A^B n \cdot ds \quad \text{chemin optique minimal}$$

$$C = \int_A^B n \cdot ds = \int_A^B \frac{c}{c_n} \cdot ds = \int_A^B \frac{c}{c_n} \frac{\omega}{\omega} \cdot ds = \frac{c}{\omega} \int_A^B \frac{\omega}{c_n} \cdot ds = \frac{c}{\omega} \int_A^B \vec{k} \cdot d\vec{s}$$

car $n = \frac{c}{c_n}$

PRINCIPES DE MOINDRE ACTION

Aspect ondulatoire: principe de Fermat (1657)



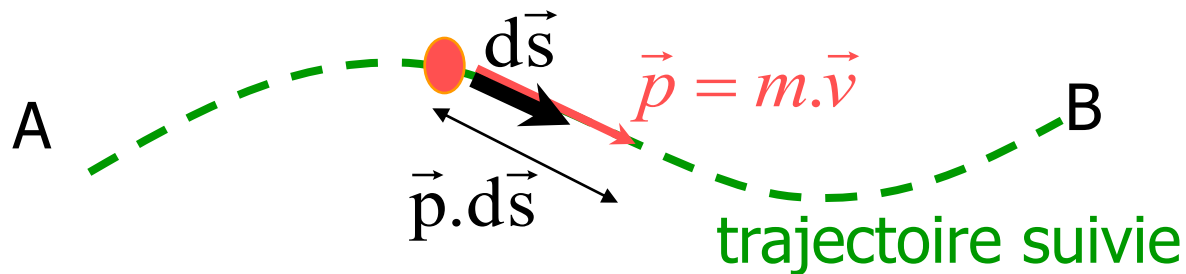
1601-1665

$$A = \int_A^B \vec{k} \cdot d\vec{s}$$

minimale

PRINCIPES DE MOINDRE ACTION

Aspect corpusculaire: principe de Maupertuis (1744)



$$A = \int_A^B \vec{p} \cdot d\vec{s} \quad \text{minimale}$$

Justifications :

$$m \text{ et } v \text{ constants} \Rightarrow \int_A^B \vec{p} \cdot d\vec{s} = \int_A^B m \cdot v \cdot ds = m \cdot v \cdot \int_A^B ds = m \cdot v \cdot (s_B - s_A)$$

$$E_c \text{ constant} \Rightarrow \int_A^B \vec{p} \cdot d\vec{s} = \int_A^B m \cdot v \cdot ds = \int_A^B m \cdot v \cdot \frac{ds}{dt} \cdot dt = \int_A^B m \cdot v^2 \cdot dt = 2 \cdot E_c \int_A^B dt = 2 \cdot E_c (t_B - t_A)$$

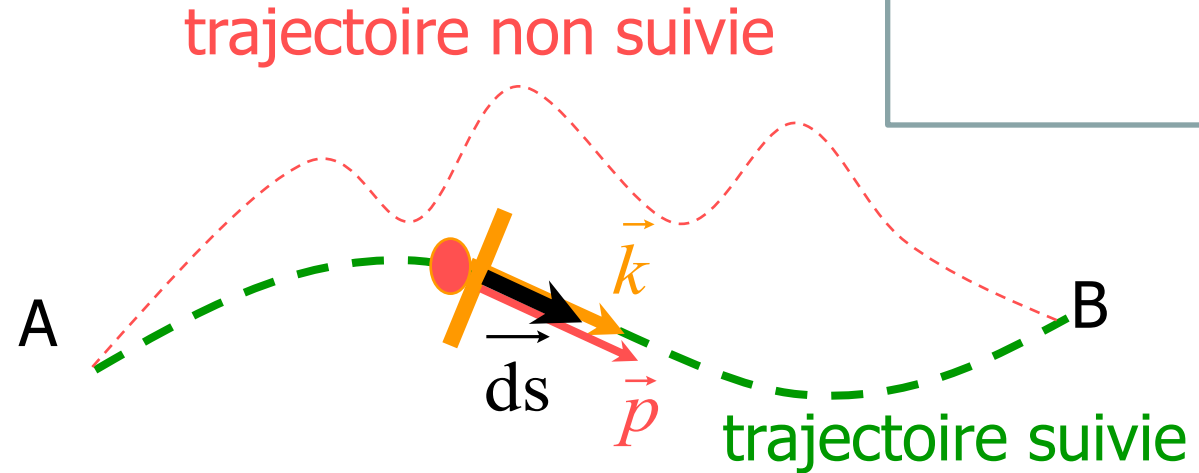


1698-1769

PRINCIPES DE MOINDRE ACTION

$$A = \int_A^B \vec{k} \cdot d\vec{s}$$

$$A' = \int_A^B \vec{p} \cdot d\vec{s}$$



Description ondulatoire et corpusculaire de la lumière
 $\Rightarrow A$ et A' minimaux ensembles

Il suffit d'avoir \vec{p} et \vec{k} proportionnels :

$$\vec{p} = \hbar \cdot \vec{k}$$

RELATION DE LOUIS DE BROGLIE

$$p = \hbar \cdot k \Rightarrow p = \hbar \cdot \frac{\omega}{c_n} = \hbar \cdot \frac{2\pi}{\lambda_n} = \frac{h}{\lambda_n}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Longueur d'onde (m)
 ONDE

Constante de Planck
 $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$
 $\hbar = h/2\pi$

quantité de mouvement
 de la particule (kg.m.s^{-1})
 PARTICULE

\leftrightarrow



1892-1987

APPLICATION NUMERIQUE

- Sujet de 70 kg se déplaçant à 10 km/h

$$\lambda = \frac{6.62.10^{-34}}{70.10000/3600} = 3,4.10^{-36} \text{ m} \ll 10^{-18} \text{ m (électron)}$$

- Électron accéléré sous 100 V

$$\frac{1}{2} m.v^2 = e.V \Rightarrow m^2.v^2 = 2m.e.V \Rightarrow p = m.v = \sqrt{2.m.e.V} = 5,4.10^{-24} \text{ kg.m.s}^{-1}$$

$$\lambda = \frac{6.62.10^{-34}}{5,4.10^{-24}} = 1,2.10^{-10} \text{ m} \approx \text{dimensions atomiques}$$

Donc : comportement ondulatoire (diffraction) des électrons

Les électrons \Rightarrow \uparrow résolution des microscopes ($\propto \lambda \downarrow / d$)

mais ce comportement ne peut pas se manifester pour un humain ...

3 CONSEQUENCES DE LA DUALITE O.C

- Relation du quantum d'Einstein
 - Que signifie $\lambda=h/p$ dans le cas d'un photon ($m=0$ mais $p\neq 0$) ?
- Relations d'incertitudes d'Heisenberg
 - Ou comment le hasard entre en jeu du fait de la dualité onde-corpuscule
- Quantification des grandeurs physiques
 - Ou l'on renonce à la continuité des grandeurs physiques

WOOLAP 7



Allez sur **wooclap.com** et utilisez le code **OMUE7**

On dispose de deux horloges identiques parfaitement justes et

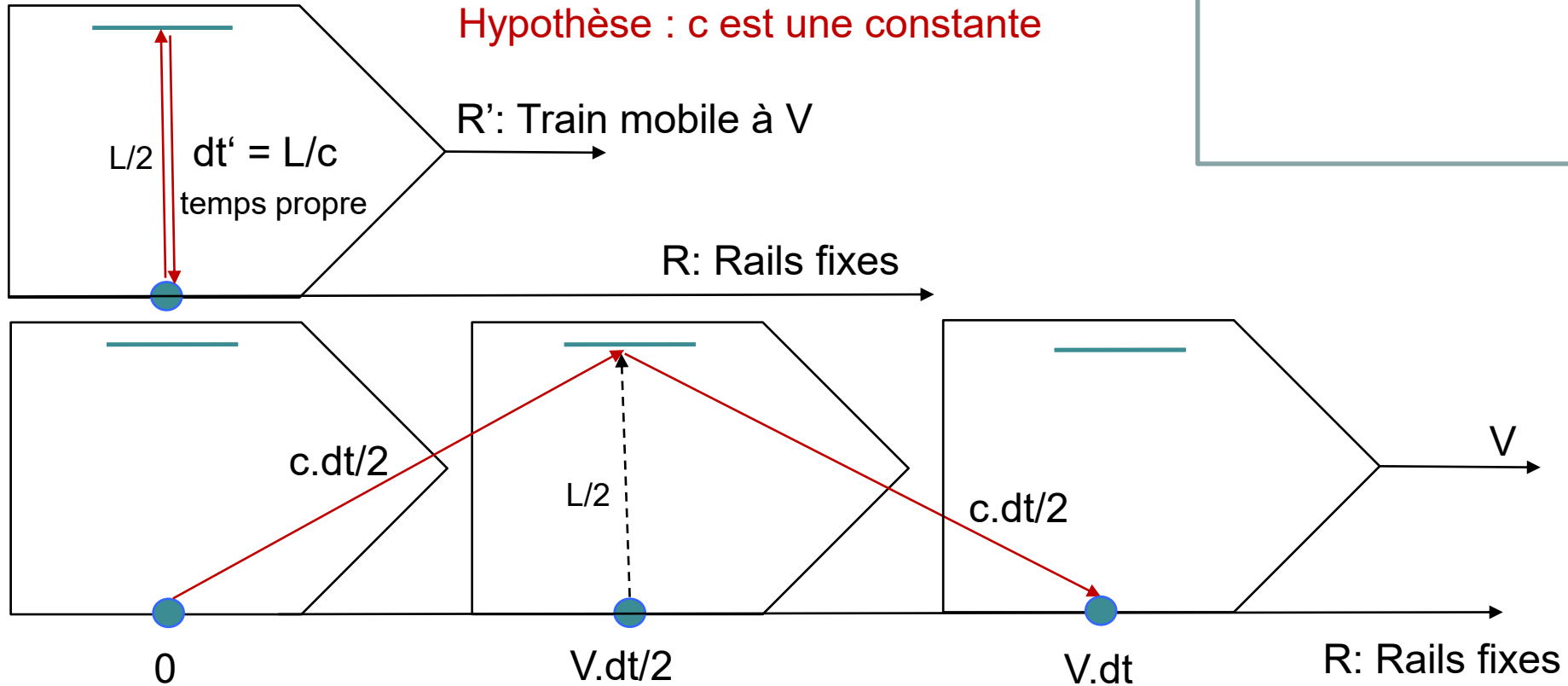
- 1 Les deux horloges sont toujours synchronisées car elles sont parfaitement justes 0% 0
- 2 Les deux horloges ne donnent plus la même heure du fait du mouvement de l'une d'elle 0% 0
- 3 Les deux horloges ne donnent plus la même heure du fait du séjour en altitude de l'une d'elle 0% 0

Cliquez sur l'écran projeté pour lancer la question

wooclap 105% 0 / 0

RELATIVITE RESTREINTE

Hypothèse : c est une constante



$$\left(\frac{c \cdot dt}{2}\right)^2 = \left(\frac{V \cdot dt}{2}\right)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2 \Rightarrow dt^2 \cdot (c^2 - V^2) = L^2 = c^2 \cdot dt'^2 \Rightarrow dt^2 = \frac{c^2 \cdot dt'^2}{c^2 - V^2} = \frac{dt'^2}{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

$$dt = \frac{dt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \gamma \cdot dt' \quad \text{où} \quad \gamma \geq 1$$

Exemple: $V = 0,87 \cdot c \Rightarrow \gamma = 2$

Si vue de l'intérieur du train, l'horloge bat toutes les ns ($dt' = L/c = 10^{-9}$ s), alors elle bat 2 fois plus lentement ($dt = 2$ ns), vue du sol.



IMPULSION & ENERGIE EN RELATIVITE



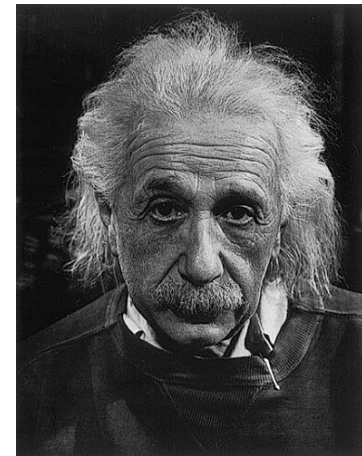
$$p = m \frac{dx}{dt'} = m \frac{dx}{dt} \frac{dt}{dt'} = m \frac{dx}{dt} \gamma \Rightarrow \boxed{p = \gamma \cdot m \cdot v} \quad \text{où} \quad \frac{dt}{dt'} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma$$

En particulier, $\boxed{v = c \Rightarrow m = 0}$

de plus, comme $(1 - \varepsilon)^n \stackrel{\varepsilon \rightarrow 0}{\approx} (1 - n \cdot \varepsilon)$

$$\gamma \cdot mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = mc^2 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \stackrel{v \ll c}{\approx} mc^2 \cdot \left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right) = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 = E$$

Donc $\boxed{E = \gamma \cdot mc^2}$ et au repos : $\boxed{E = mc^2}$



$$E = \gamma \cdot m \cdot c^2 = \frac{p}{v} \cdot c^2 \xrightarrow{v \rightarrow c} p \cdot c \quad \text{donc} \quad \boxed{m = 0 \Rightarrow E = p \cdot c}$$

A Einstein
1879-1955

Remarque, plus généralement :

$$E^2 = \gamma^2 m^2 c^4 = m^2 c^4 (1 + \gamma^2 - 1) = m^2 c^4 \left(1 + \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} - 1\right) = m^2 c^4 \left(1 + \frac{\frac{v^2}{c^2}}{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right) = m^2 c^4 \left(1 + \gamma^2 \frac{v^2}{c^2}\right)$$

PASS $\Rightarrow E^2 = m^2 c^4 + m^2 c^2 \gamma^2 v^2 \Rightarrow E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2$



RELATION DU QUANTUM

Pour une particule (**PHOTON**) associée à une onde électromagnétique se déplaçant à la célérité de la lumière c :

$$M = \frac{m_{repos}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{donc } v = c \Rightarrow m_{repos} = 0$$

$$m_{repos} = 0 \Rightarrow E = p.c$$

La relation de L. de Broglie s'écrit dans ce cas particulier :

$$p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow$$

$$E = \frac{hc}{\lambda} = hf = \hbar.\omega$$

$$\hbar \stackrel{DEF}{=} \frac{h}{2\pi}$$

E : énergie du photon

ω , f et λ : pulsation, fréquence et longueur de l'OEM associée

c : célérité des OEM dans le vide;

h : constante de Planck, \hbar : constante de Planck réduite

RELATION DU QUANTUM

$$E = \frac{hc}{\lambda} = hf = \hbar.\omega \quad \text{où} \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

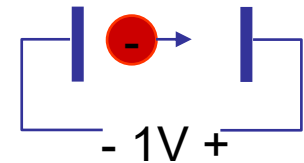
Électron-volt = énergie acquise
par un électron accéléré sous 1 V :

$$E = q.V \quad \text{où} \quad q=e \quad \text{et} \quad V=1$$

$$1 \text{ eV} = 1,602.10^{-19} \text{ J}$$

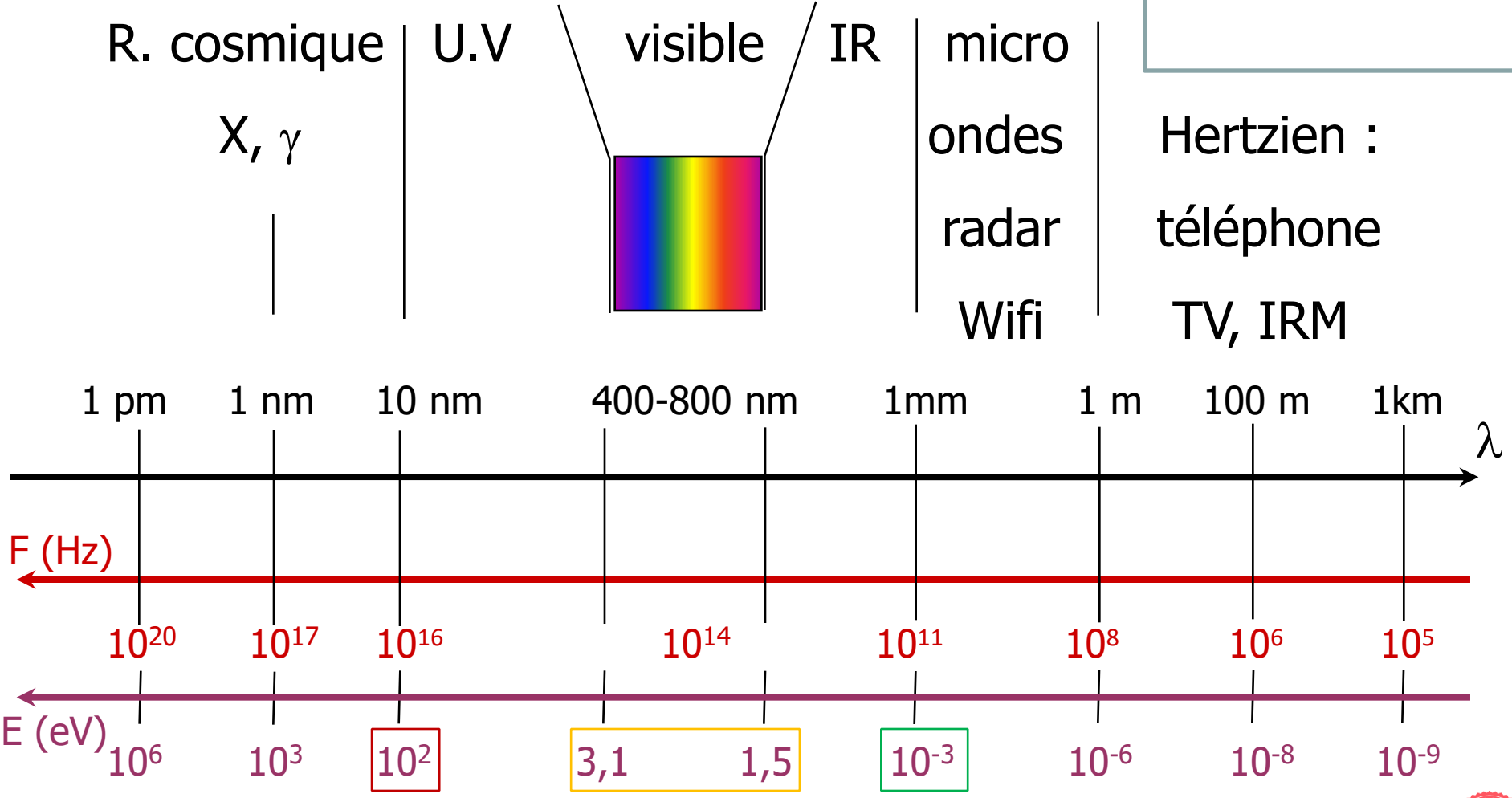
$$E(\text{eV}) = \frac{h.c}{e.\lambda(\text{nm}).10^{-9}} \Rightarrow E(\text{eV}) = \frac{6,626.10^{-34}.2,998.10^8}{1,602.10^{-19}.\lambda(\text{nm}).10^{-9}}$$

$$E(\text{eV}) = \frac{1240}{\lambda(\text{nm})}$$

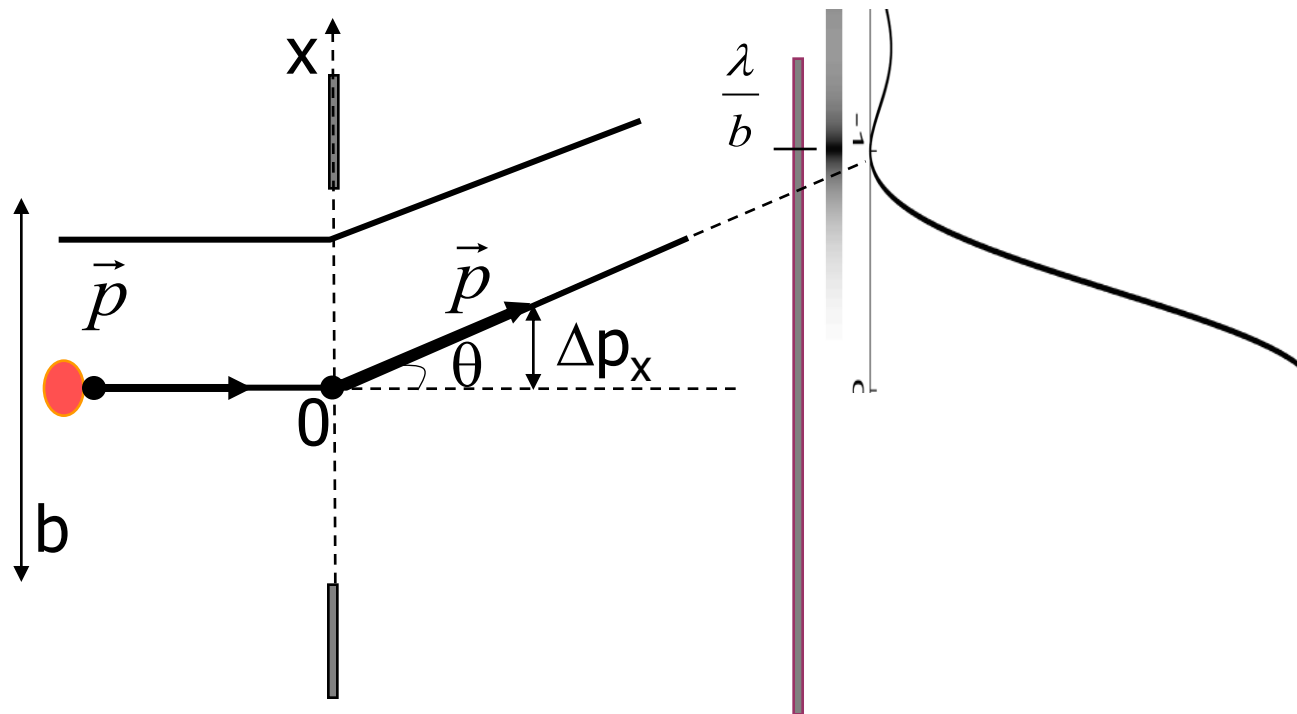


Attention: cette relation ne s'applique pas aux particules de masses au repos non nulles

CLASSIFICATION SIMPLIFIEE



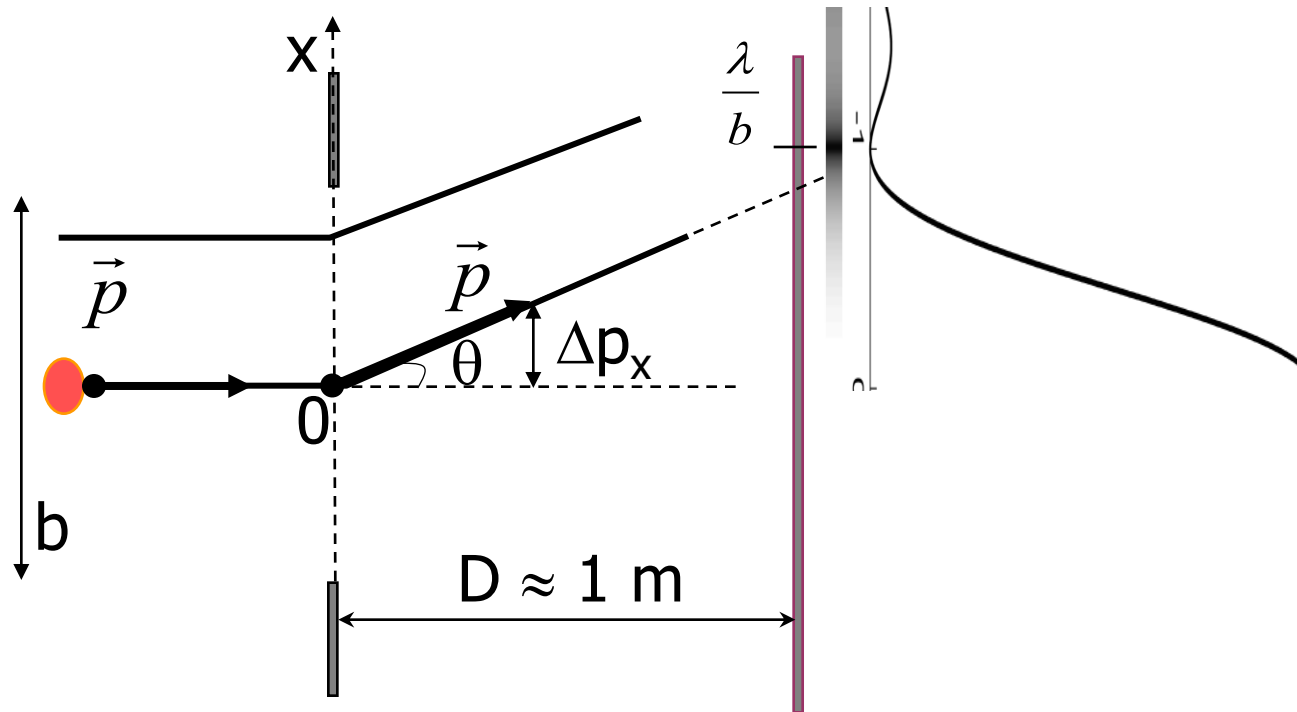
RETOUR SUR LA DIFFRACTION



La **même figure d'interférences** est enregistrée sur une plaque photographique lorsque les photons sont **émis un par un**

Interprétation ?

RETOUR SUR LA DIFFRACTION



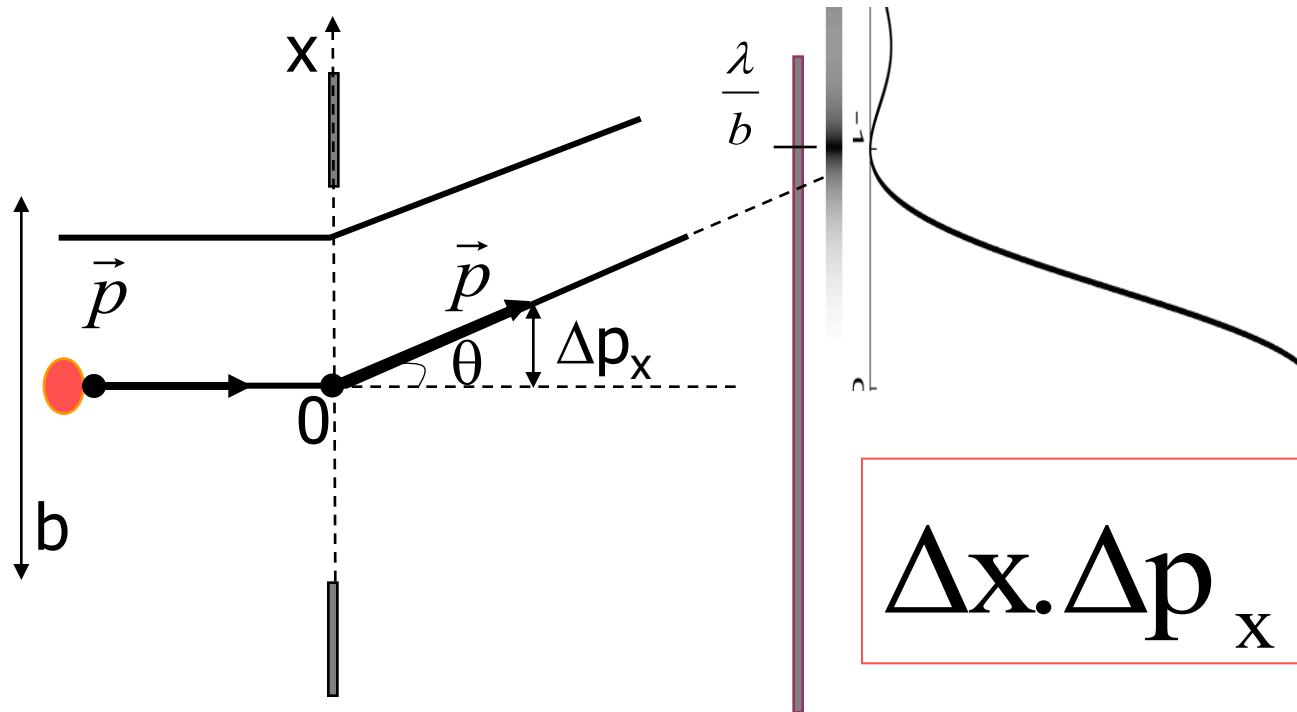
Incertitude sur la position du photon : $\Delta x = b$

Incertitude sur l'impulsion du photon : $\Delta p_x = p \cdot \sin \theta$

si θ petit et $D \approx 1 \text{ m}$, alors $p \cdot \sin \theta \approx p \cdot \theta \approx p \cdot \frac{\lambda}{b}$

Alors $\Delta x \cdot \Delta p_x \approx b \cdot p \cdot \frac{\lambda}{b} = p \cdot \lambda = h (\approx h/2\pi)$

RETOUR SUR LA DIFFRACTION



$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar \neq 0$$

L'incertitude sur la direction de diffraction de l'OEM se retrouve dans l'impossibilité de connaître avec une absolue précision à la fois la position et l'impulsion du photon

RELATIONS D'INCERTITUDE D'HEISENBERG

$$\Delta x . \Delta p_x \geq \hbar$$

$$\Delta E . \Delta t \geq \hbar$$

ΔE : énergie échangée lors
d'une interaction de durée Δt

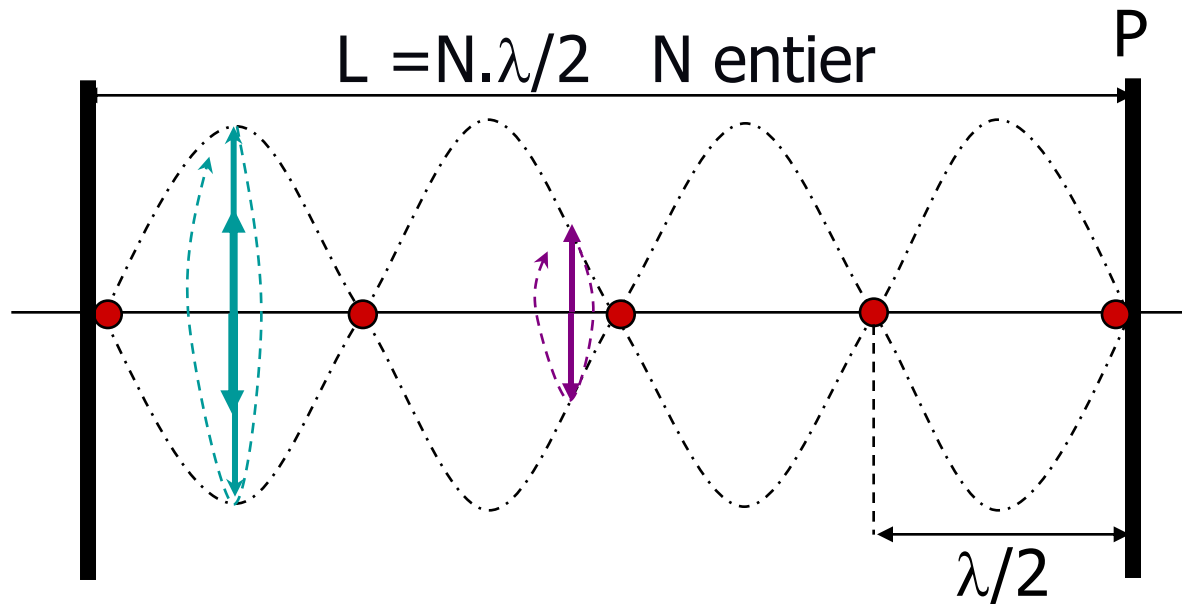


1901-1976

Pour calculer une trajectoire à partir de la relation fondamentale de la dynamique ($\Sigma f = ma$), il faut connaître exactement les positions et impulsions initiales, ce qui n'est pas le cas.

Donc, il n'y a pas de trajectoire définie à l'échelle des particules élémentaires, mais seulement des probabilités de présence p

QUANTIFICATION



Dualité Onde-particule \Rightarrow L. d'onde $\lambda = 2 \cdot L/N$ quantifiée
 \Rightarrow fréquence $f = c/\lambda = N \cdot c/(2L)$ quantifiée
 \Rightarrow Énergie $= hf = N \cdot h \cdot c/(2L)$ quantifiée

Les grandeurs physiques ne varient pas continûment, mais par multiples d'une grandeur élémentaire: elles sont quantifiées.

LE MODELE STANDARD



BOSONS DE JAUGE (INTERACTIONS)

INTERACTION	BOSON	CIBLE	PORTEE fm	I/I _f
FORTE	8 GLUONS	HADRON	1	1
ELECTRO- MAGNETIQUE	PHOTON	CHARGE	∞	10 ⁻³
FAIBLE	Z ⁰ W ⁺ , W ⁻	TOUTE	10 ⁻³	10 ⁻⁵
GRAVITATION	(GRAVITON) ?	MASSIQUE	∞	10 ⁻³⁸



FERMIONS (MATIERE)

6 quarks ← → 6 leptons

u	c	t	2e/3
d	s	b	-e/3

e	μ	τ	-e
ν _e	ν _μ	ν _τ	0

+ 6 anti-quarks
6 anti-leptons

paire/triplets :
HADRONS



proton = (uud) $q = \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) \cdot e = e$

neutron = (udd) $q = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3}\right) \cdot e = 0$

ELECTRON
e = 1,6 10⁻¹⁹ C



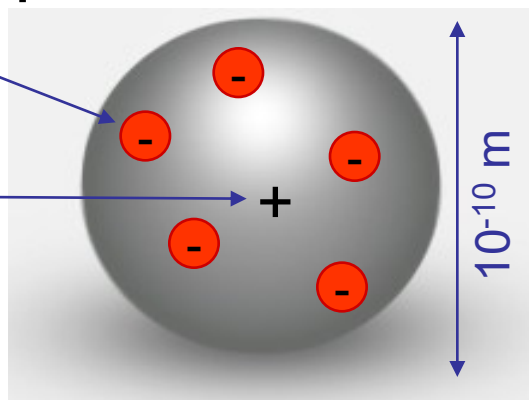
MODELES ATOMIQUES

- Modèle atomique de Thomson

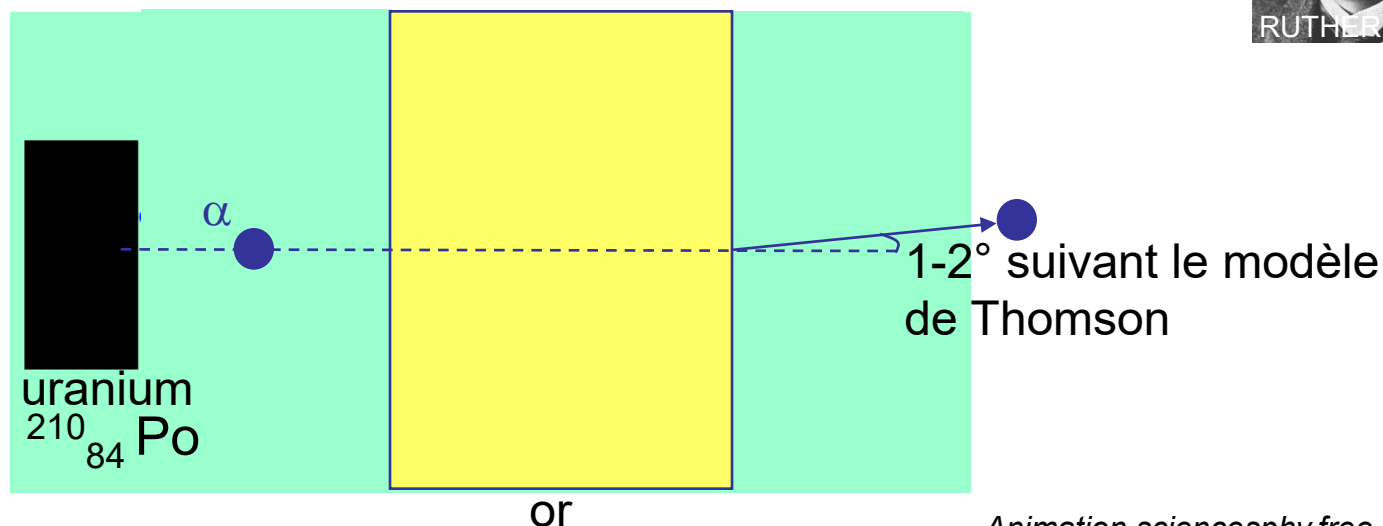
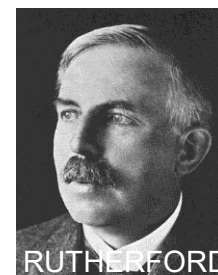
Z électrons
de charge $-e$

charge $+Ze$
uniforme

Atome neutre



- Expérience d'E. Rutherford (1911)



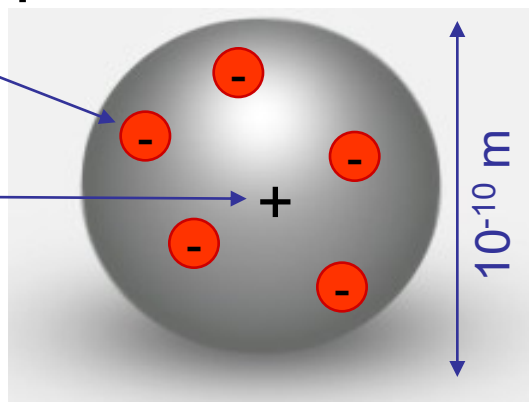
MODELES ATOMIQUES

- Modèle atomique de Thomson

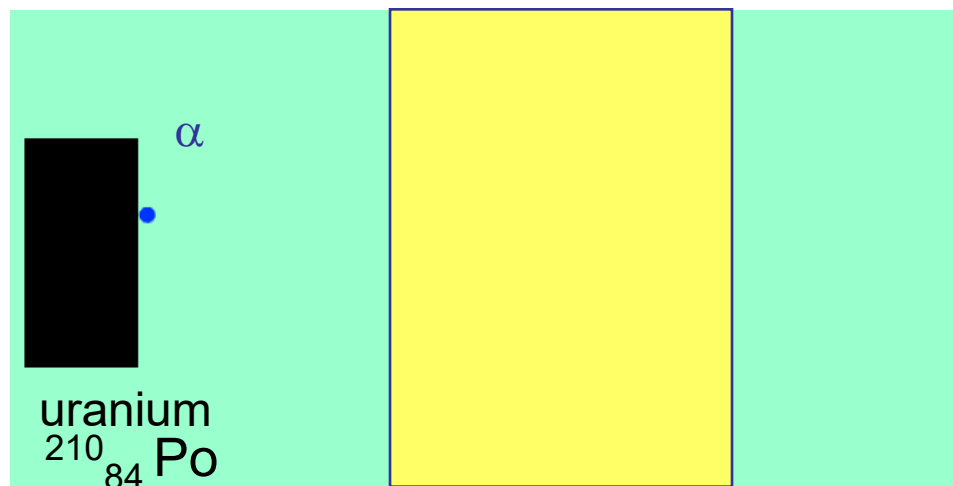
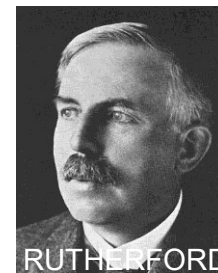
Z électrons
de charge $-e$

charge $+Ze$
uniforme

Atome neutre



- Modèle atomique d'E. Rutherford (1911)



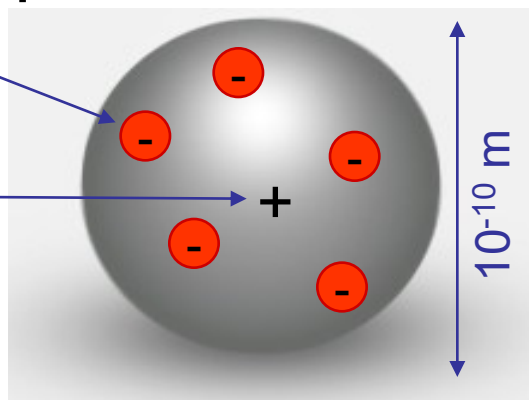
MODELES ATOMIQUES

- Modèle atomique de Thomson

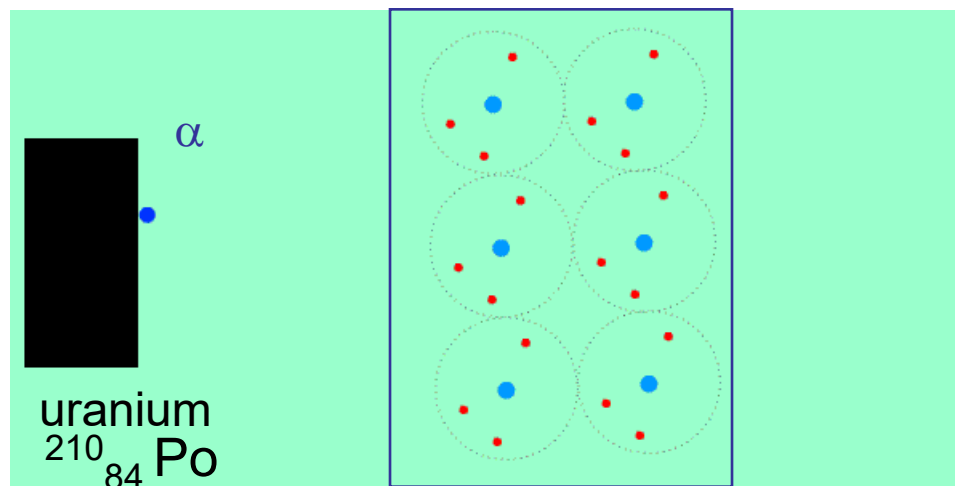
Z électrons
de charge $-e$

charge $+Ze$
uniforme

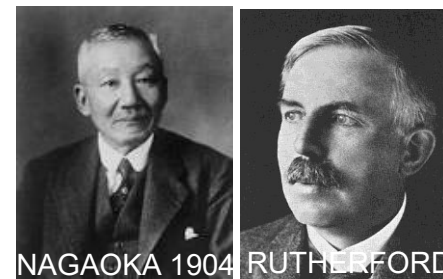
Atome neutre



- Modèle atomique d'E. Rutherford (1911)



or

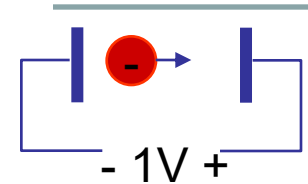


UNITES EN PHYSIQUE ATOMIQUE

- Energie : **électron-volt** (eV)

- 1 eV = énergie cinétique acquise par un électron qui passe, dans le vide, d'un point à un autre ayant un potentiel supérieur de 1 volt

- $1 \text{ eV} = e \cdot V = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$



- Masse :

- Unité de masse atomique** = u

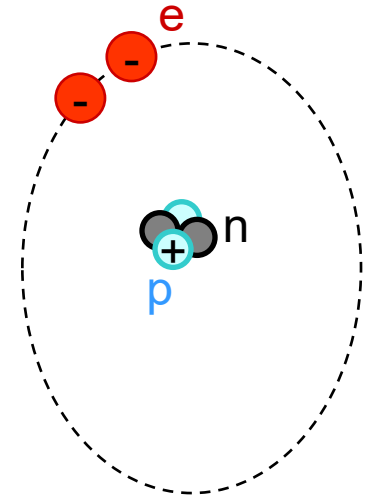
- $1 \text{ u} = \frac{1}{12}$ masse d'un atome de carbone 12: $1 \text{ u} = \frac{1}{12} \cdot \frac{12 \cdot 10^{-3}}{6,022 \cdot 10^{23}} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

- Au repos: $E = m \cdot c^2 \Rightarrow m = E/c^2$ en **MeV** ou MeV/c²

$$1 \text{ u} = \frac{1,66 \cdot 10^{-27} \cdot (299\,792\,458)^2}{1,602 \cdot 10^{-19}} = 931 \text{ MeV}$$

MODELE ATOMIQUE DE RUTHERFORD

- Atome : ${}^A_Z X$
 - Z = numéro atomique = Nb d'électrons et de protons
 - A = nombre de masse = Nb de nucléons ($A=Z+N$)
 - $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} = 0,511 \text{ MeV}$
 $\ll m_p = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \approx 938 \text{ MeV} < m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \approx 940 \text{ MeV}$
- **ISOTOPE** : même Z *exemple* : ${}^1_1\text{H}$ et ${}^2_1\text{H}$
- **ISOBARE** : même A *exemple* : ${}^{40}_{19}\text{K}$ et ${}^{40}_{20}\text{Ca}$
- **ISOTONE** : même N *exemple* : ${}^{26}_{12}\text{Mg}$ et ${}^{27}_{13}\text{Al}$
- Dimensions des nucléons $r \approx 1,4 \text{ fm}$
- Dimension du noyau R / $\frac{4}{3} \pi R^3 \approx A \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow R \approx \sqrt[3]{A} \cdot r$
 - $R < 257^{1/3} \cdot 1,4 < 10 \text{ fm} \Rightarrow$ interaction forte dans le noyau

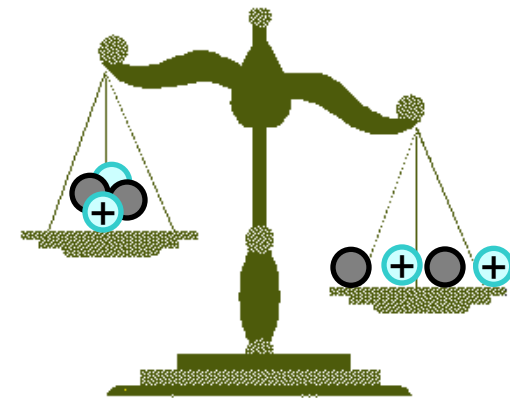
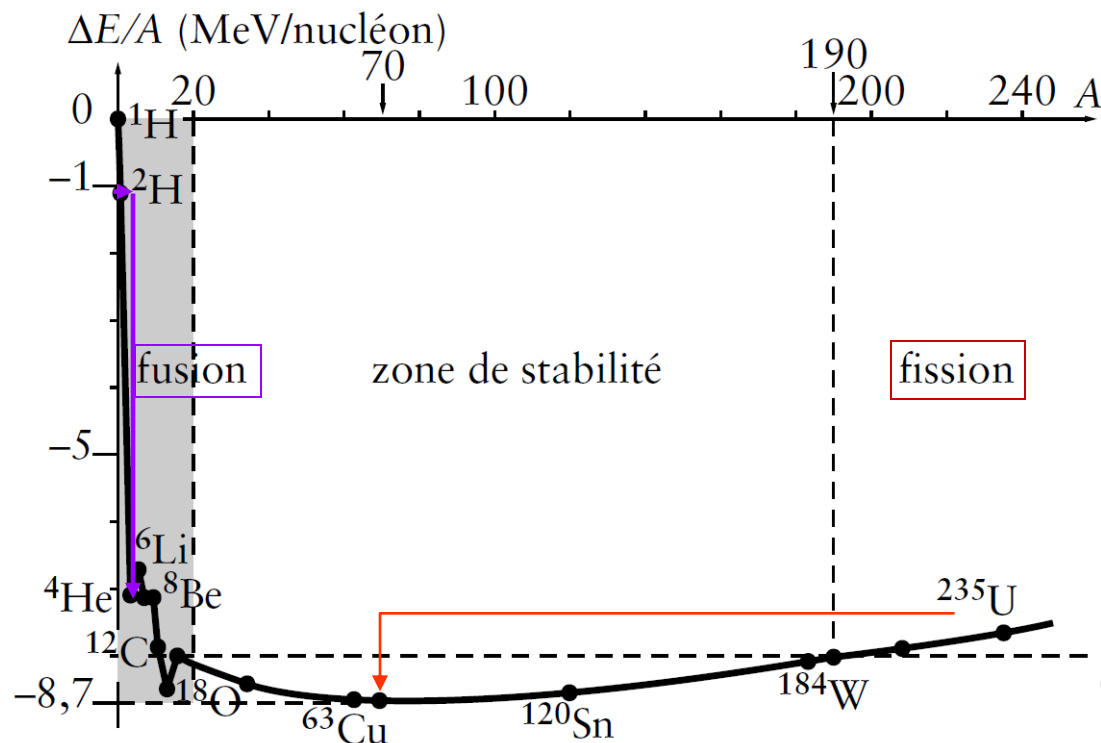


MODELE ATOMIQUE DE RUTHERFORD

- Défaut de masse : $M({}_Z^AX) < Z.m_p + (A - Z).m_n$

Le défaut de masse correspond à une énergie de liaison nucléaire par interaction forte

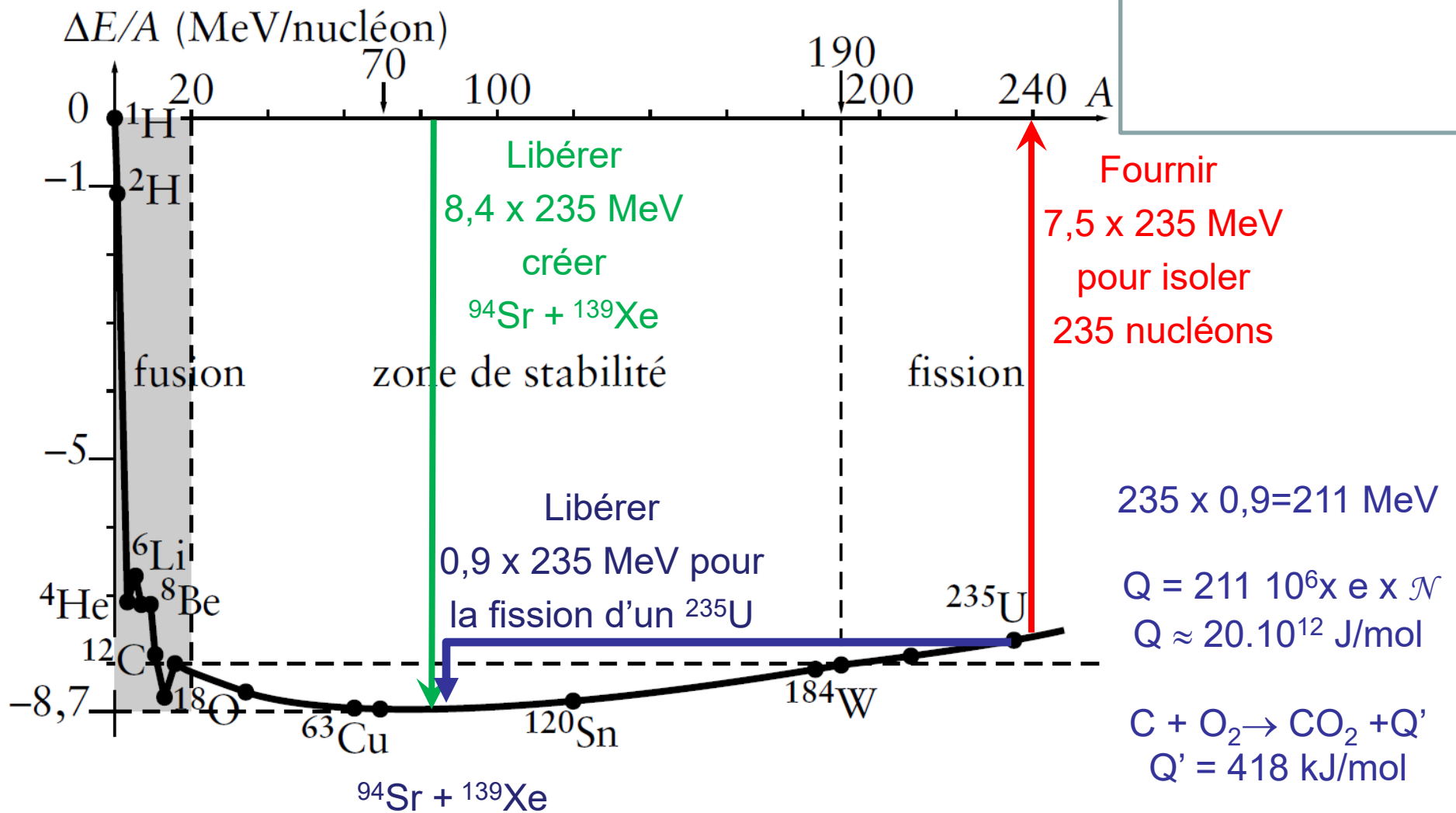
$$\Delta M = \frac{\Delta E}{c^2} = Z.m_p + (A - Z).m_n - M({}_Z^AX) > 0$$



Courbe d'Aston



ENERGIES DE FISSION ET FUSION



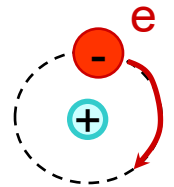
OBJECTIFS DU POINT D' ÉTAPE 4

- **Savoir expliquer et manipuler :**
 - $\lambda = h/p$ et $E = hc/\lambda$ pour les photons
 - $0 < \Delta x \cdot \Delta p_x$ et la perte du concept de trajectoire
 - La quantification des grandeurs physiques
- **Savoir manipuler :**
 - Les relations $\lambda = h/p$ et $E = hc/\lambda$
 - Et les conséquences de $E = hc/\lambda$ sur la classification des REM
- **Connaître:** les ordres de grandeur limites en énergie des photons :
 - (X, γ) : $E > 10\text{-}100\text{ eV}$; (visible) : $E = 1\text{-}3\text{ eV}$; (Hertzien) : $E < 1\text{ meV}$
- **Savoir définir et manipuler :**

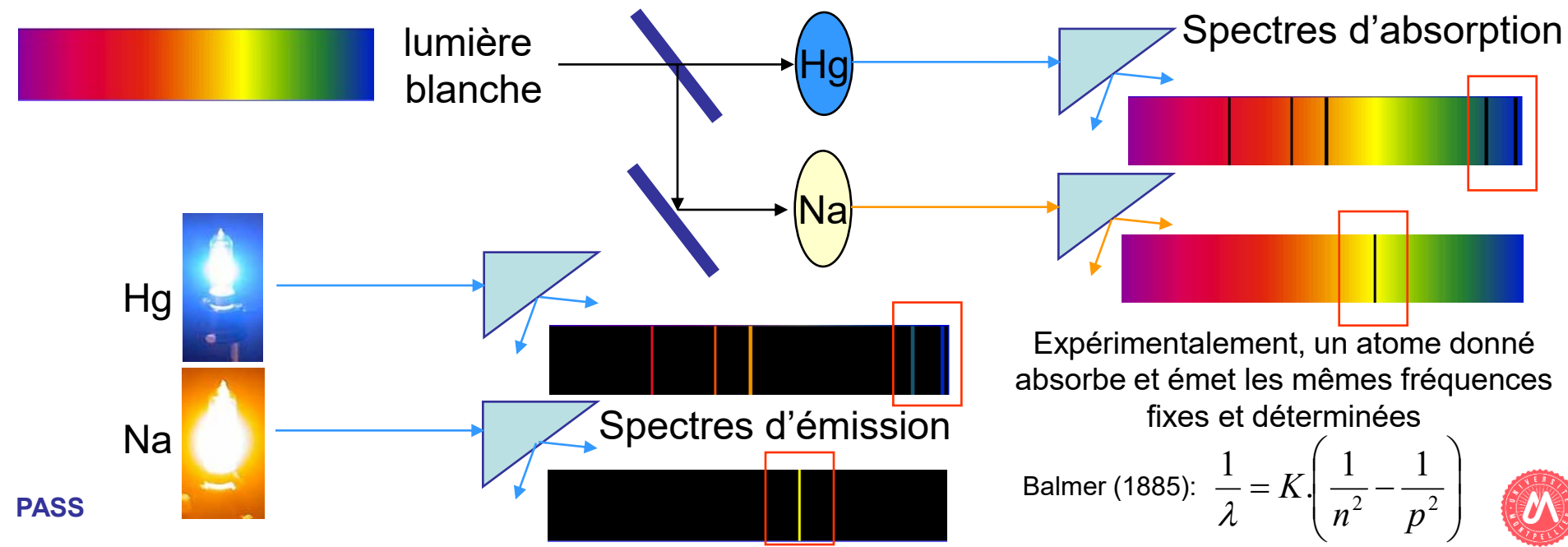
Le modèle de Rutherford, ses limites, isotope, isotone, isobare
Les unités atomiques de masse et d'énergie, le défaut de masse ΔM

MODELE ATOMIQUE DE RUTHERFORD

- Un électron en orbite s'écraserait sur le noyau
 - mouvement accéléré (circulaire, de période T)
 - donc rayonne une onde électromagnétique $f=1/T$ (antenne)
 - donc **perd de l'énergie** et T diminue $\Rightarrow f \uparrow$



- et émettrait des fréquences continûment variables.



WOOLAP 8



Allez sur **wooclap.com** et utilisez le code **OMUE7**



Pourquoi un électron atomique ne peut-il pas prendre un niveau d'énergi...

① parce que l'électron est soumis à une force d'attraction électrostatique due à la charge électrique positive du noyau

0%

0



② parce que l'énergie d'interaction électrostatique entre deux charges électriques est une constante qui ne dépend que des charges

0%

0



Cliquez sur l'écran projeté pour lancer la question

③ parce qu'un électron atomique est aussi une onde stationnaire

0%

0



wooclap



105%



0 / 0

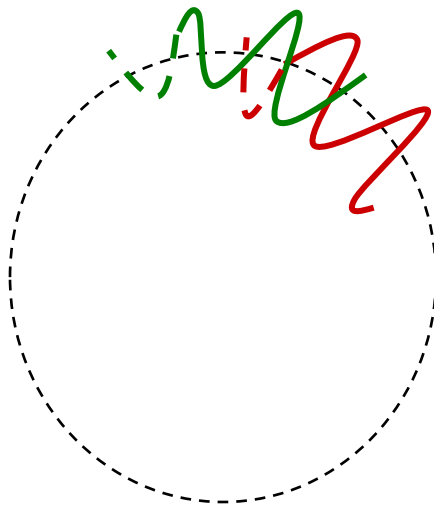


MODELE ATOMIQUE DE BOHR

- Dualité onde-électron \Rightarrow quantification

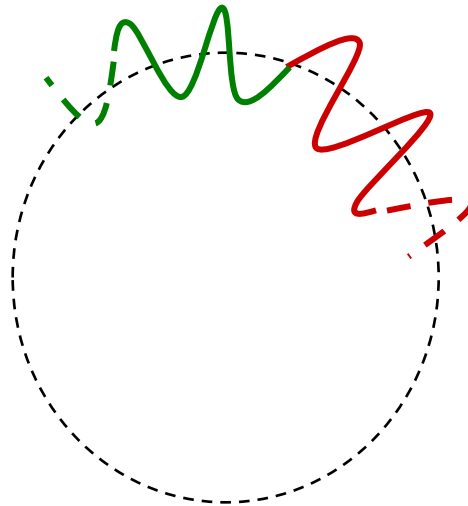
$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

- Quantification : $2\pi r = n\lambda$



$$2\pi r = k \frac{\lambda}{2}$$

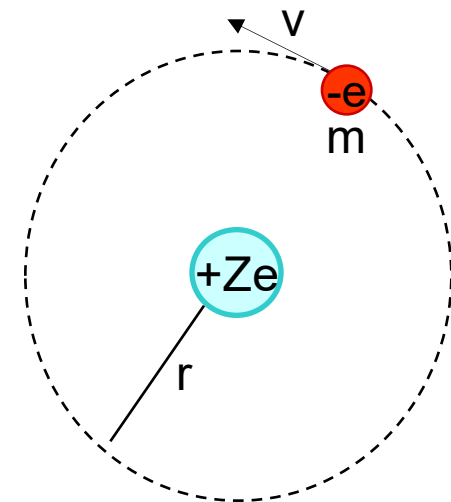
k entier impair



$$2\pi r = n\lambda$$

$$k = 2.n$$

hydrogénoïde : $1e^-$



MODELE ATOMIQUE DE BOHR

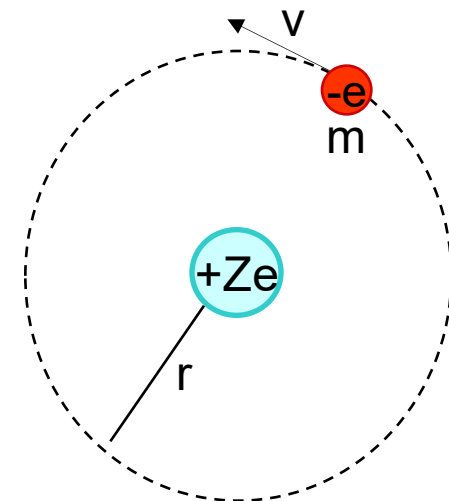
- Dualité onde-électron \Rightarrow quantification

- Quantification :
$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{mv} \\ 2\pi r &= n\lambda \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2\pi r = \frac{nh}{mv}$$
$$\Rightarrow mv r = n\hbar \text{ où } \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

- D'où la **quantification du M^t cinétique** de l'e⁻ :

$$\|\vec{L}\| = \|\vec{p} \wedge \vec{r}\| = mv r = n\hbar \text{ avec } n = 1, 2, \dots$$

hydrogénoïde : 1e⁻



MODELE ATOMIQUE DE BOHR

- Dualité onde-électron \Rightarrow quantification

- Quantification :
$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{mv} \\ 2\pi r &= n\lambda \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2\pi r = \frac{nh}{mv} \Rightarrow mvr = n\hbar \text{ où } \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

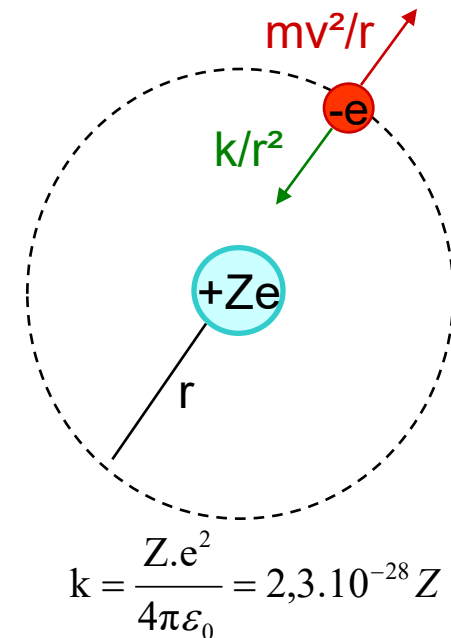
- D'où la **quantification du M^t cinétique** de l'e⁻ :

$$\|\vec{L}\| = \|\vec{p} \wedge \vec{r}\| = mvr = n\hbar \text{ avec } n = 1, 2, \dots$$

- RFD :
$$\left. \begin{aligned} \frac{k}{r^2} &= \frac{mv^2}{r} \Rightarrow (mv)^2 = \frac{km}{r} \\ \text{mais } (mv)^2 &= \left(\frac{n\hbar}{r} \right)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{r = n^2 \frac{\hbar^2}{km} = n^2 \cdot r_0}$$

$$r_0 = \frac{0,53}{Z} 10^{-10} m$$

hydrogénoïde : 1e⁻



quantification de rayon orbital

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

- Energie cinétique de l'e⁻ :

$$\left. \begin{array}{l} E_c = \frac{1}{2}mv^2 \\ RFD \Rightarrow (mv)^2 = \frac{km}{r} \end{array} \right\} \Rightarrow E_c = \frac{k}{2r}$$

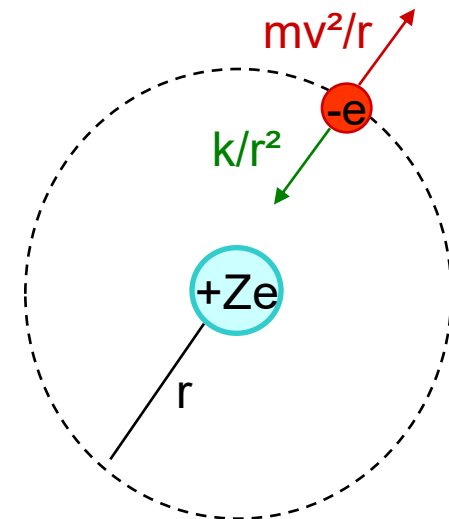
- Energie potentielle de l'e⁻ :

- En prenant $E_p(\infty)=0$

$$E_p = -eV = -\frac{k}{r}$$

$$V = \frac{Z.e}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

hydrogénoïde : 1e⁻



$$k = \frac{Z.e^2}{4\pi\epsilon_0} = 2,3.10^{-28} Z$$

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

- Energie cinétique de l'e⁻ :

$$\left. \begin{array}{l} E_c = \frac{1}{2}mv^2 \\ RFD \Rightarrow (mv)^2 = \frac{km}{r} \end{array} \right\} \Rightarrow E_c = \frac{k}{2r}$$

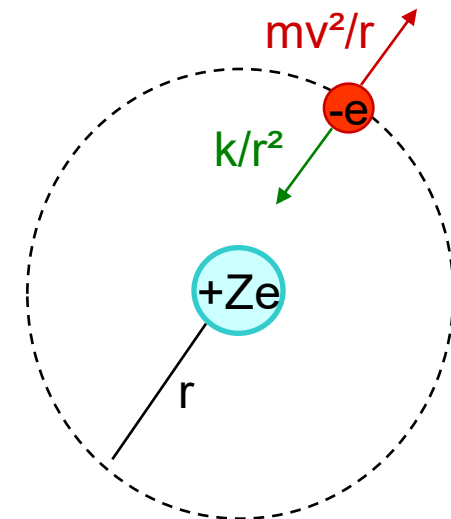
- Energie potentielle de l'e⁻ : $E_p = -eV = -\frac{k}{r}$
 - En prenant $E_p(\infty)=0$

- Energie de l'électron : $E = E_c + E_p = -\frac{k}{2r}$

$$r = n^2 \frac{\hbar^2}{km} \Rightarrow E = -\frac{m}{2} \left(\frac{k}{\hbar} \right)^2 \frac{1}{n^2} \Rightarrow E = -\frac{me^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \frac{Z^2}{n^2}$$

$$E(eV) = -13,6 \cdot \frac{Z^2}{n^2}$$

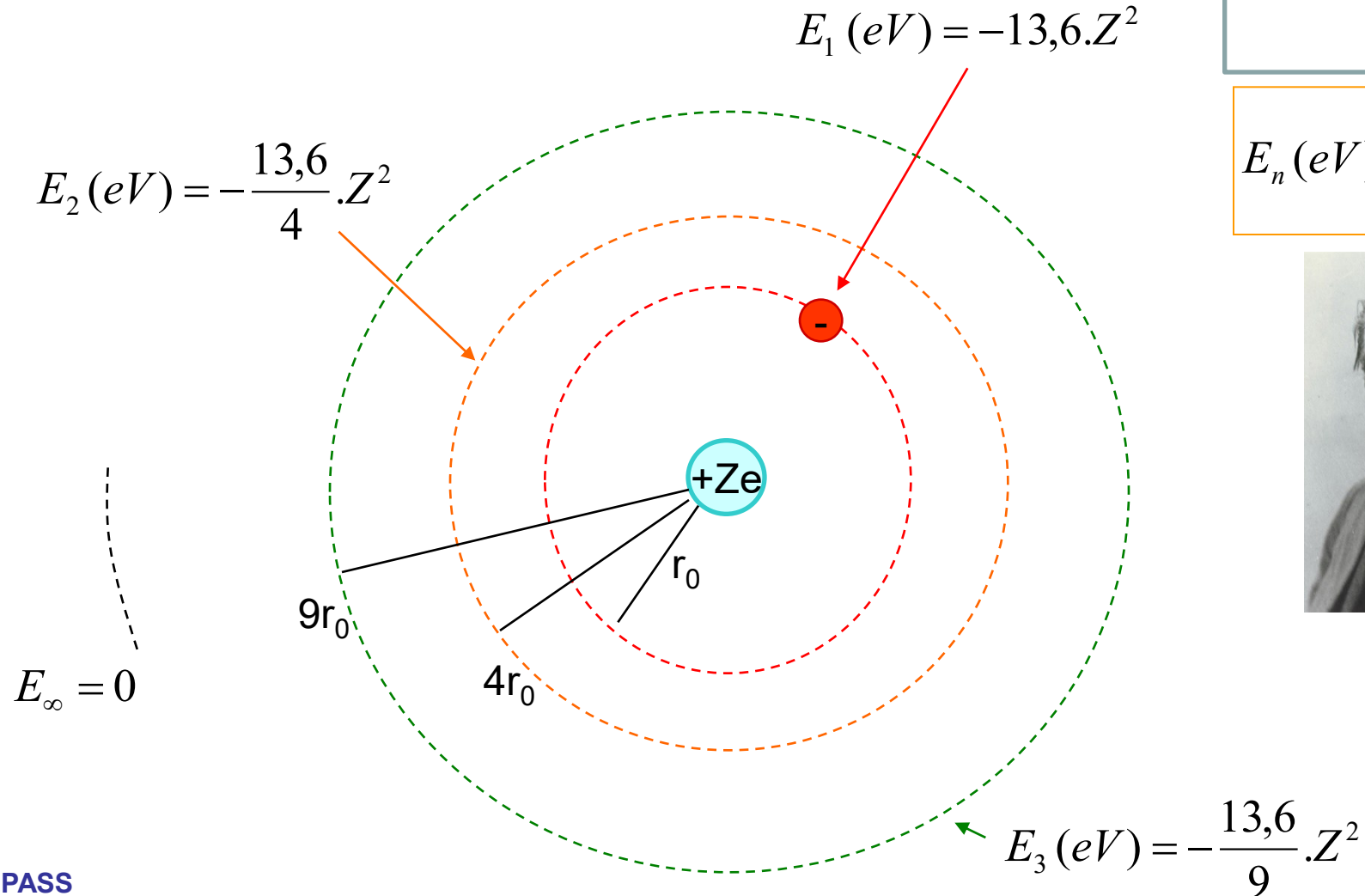
hydrogénoïde : 1e⁻



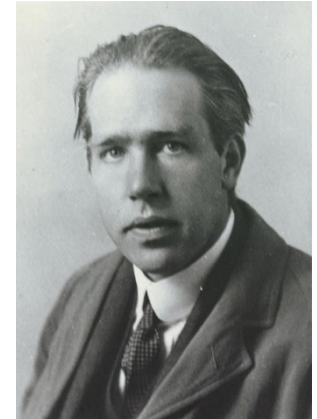
$$k = \frac{Z \cdot e^2}{4\pi\epsilon_0} = 2,3 \cdot 10^{-28} Z$$

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

Pour un atome hydrogénoïde (i.e à un électron)



$$E_n (eV) = -13,6 \cdot \frac{Z^2}{n^2}$$

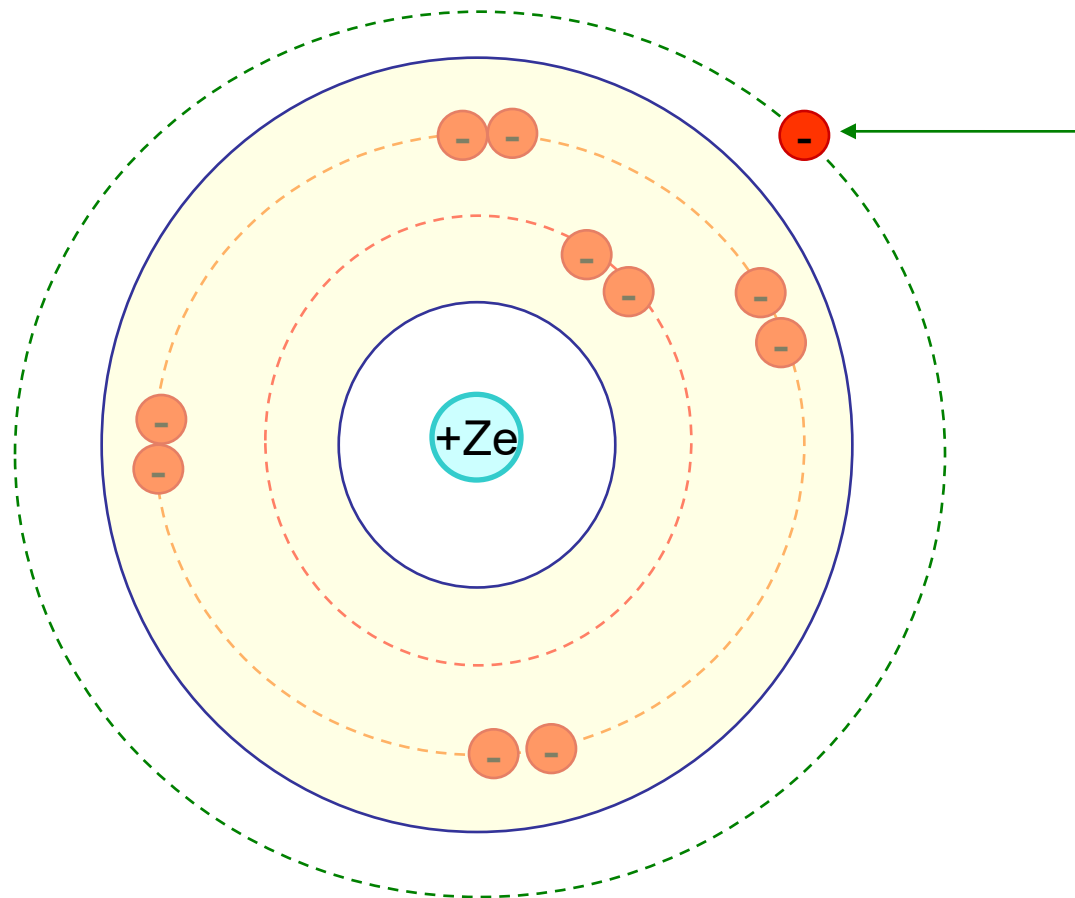


N. Bohr



MODELE ATOMIQUE DE BOHR

Pour un atome à plus d'un électron ($Z > 1$)



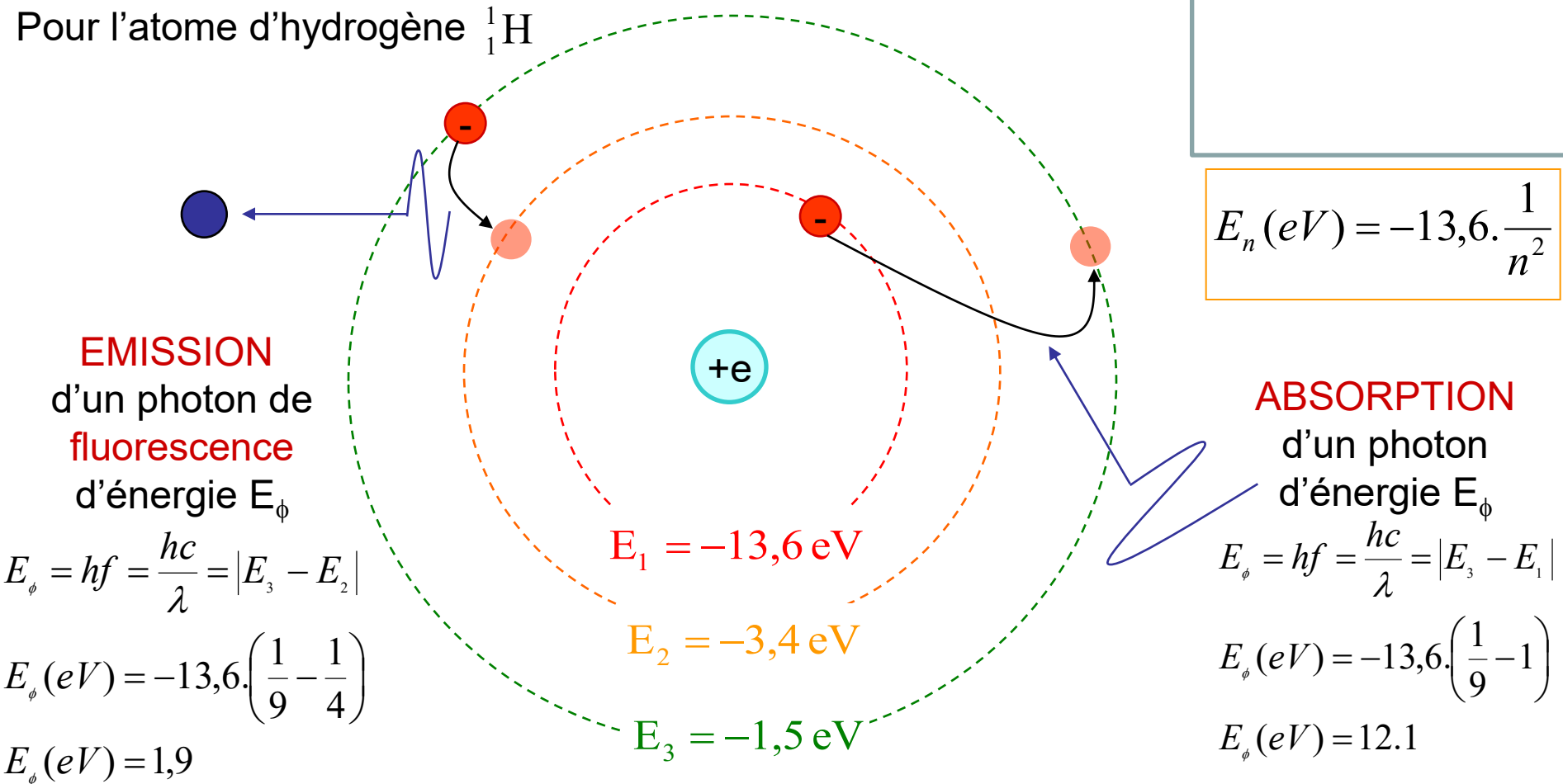
EFFET D'ÉCRAN :

la charge du noyau « vue »
par l'électron périphérique
semble diminuée de $\sigma.e$

$$E_{n,\sigma}(eV) = -13,6 \cdot \frac{(Z - \sigma)^2}{n^2}$$

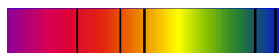
MODELE ATOMIQUE DE BOHR

Pour l'atome d'hydrogène ${}^1_1\text{H}$



Explique la formule de **Balmer** (1885) pour une transition $p \rightarrow n$ et aux spectres d'absorption/émission :

PASS

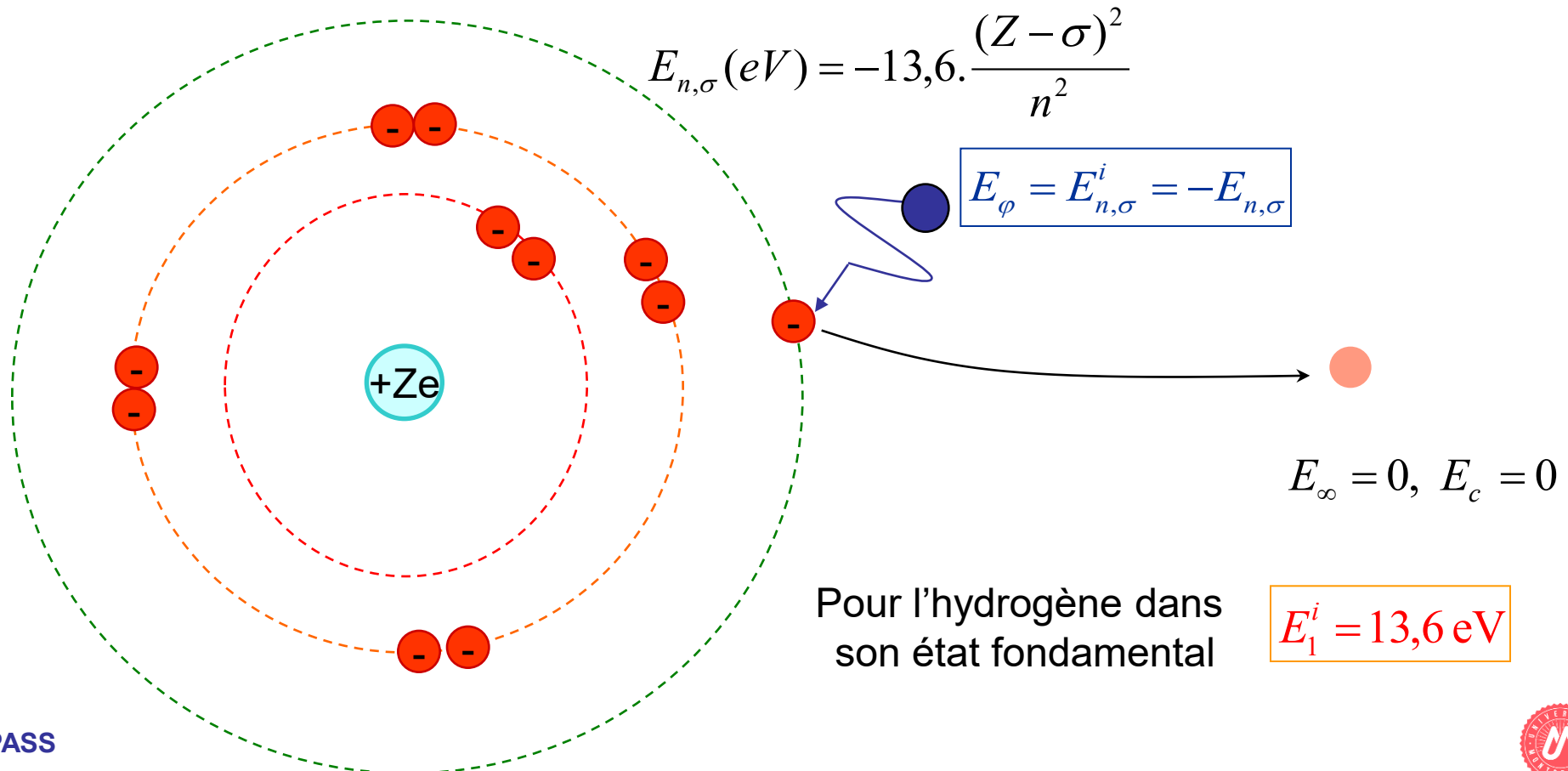


$$\frac{1}{\lambda} = K \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right) = -\frac{13,6 \cdot e}{h \cdot c} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right)$$



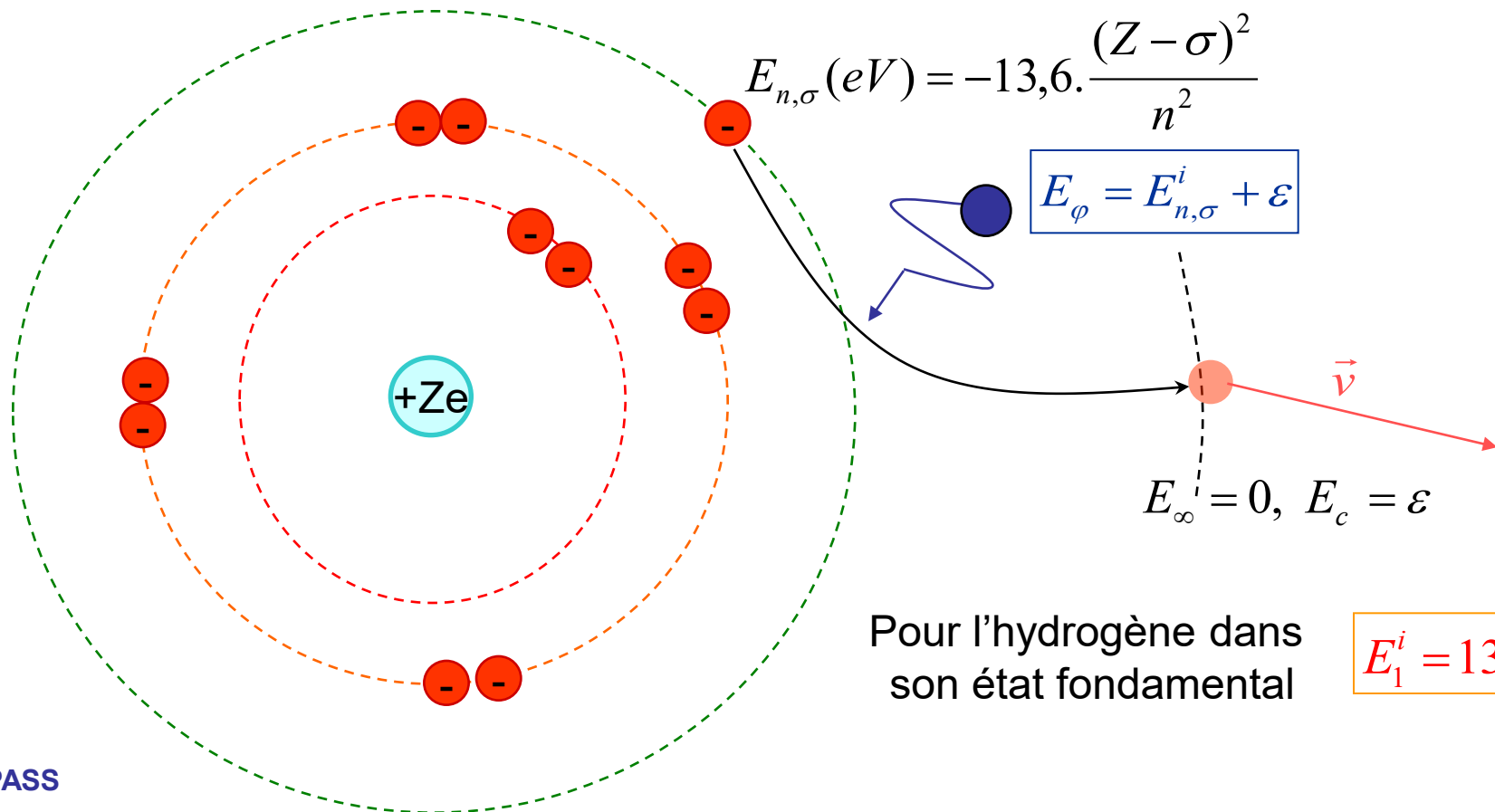
ENERGIE D'IONISATION $E_{n,\sigma}^i = -E_{n,\sigma}$

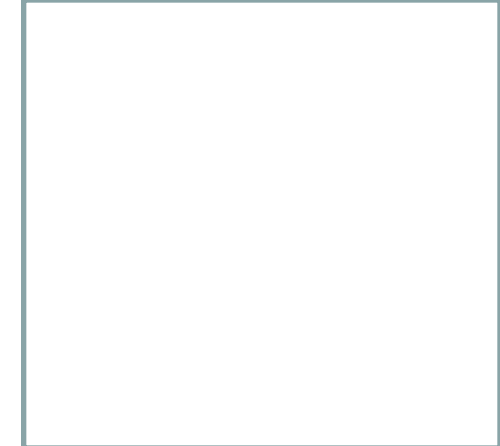
C'est l'énergie minimale nécessaire pour soustraire un électron atomique à l'influence électrostatique du noyau



ENERGIE D'IONISATION $E_{n,\sigma}^i = -E_{n,\sigma}$

C'est l'énergie minimale nécessaire pour soustraire un électron atomique à l'influence électrostatique du noyau





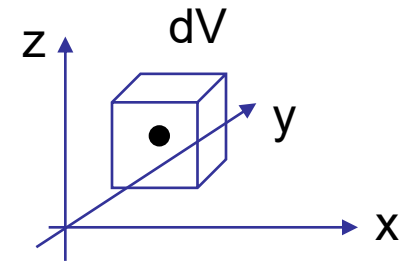
LIMITES DU MODELE DE BOHR

- Le modèle de Bohr est semi-classique
 - est validé expérimentalement
sur ^1_1H pour $E_n(\text{eV}) = -13,6/n^2$, mais pas pour $\|\vec{L}\| = n.\hbar$
 - notion de «trajectoire» de l'électron incohérente
- Du fait des inégalités d'Heisenberg :
 - pas de trajectoires
 - seulement des probabilités de présence de l'e⁻
- Comment déterminer cette probabilité p ? :
 - hypothèse: p liée à une fonction ψ associée à l'e⁻

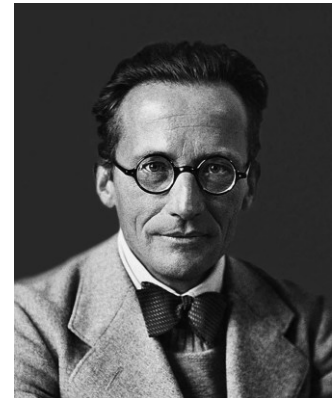
- **Interprétation de Copenhague** (M. Born, 1926) :

La **fonction d'onde** ψ d'une particule détermine sa probabilité de présence en

un lieu dV à l'instant t : $p = |\psi(x, y, z, t)|^2 dV$



- La fonction ψ peut être cherchée comme une OPS, $\psi(t, x) = \sin(\omega \cdot t - k \cdot x)$, avec la relation de Louis de Broglie $p = \hbar \cdot k$



E Schrödinger
1887-1961

UNE APPROCHE DE L'EQUATION DE SCHRODINGER

Hypothèse : Densité de probabilité $\psi(x) = \sin(\omega.t - k.x)$

$$\Rightarrow \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} [\sin(\omega.t - k.x)] = -k.\cos(\omega.t - k.x)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} [-k.\cos(\omega.t - k.x)] = -k^2.\sin(\omega.t - k.x)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k^2.\psi(x) = 0 \quad \text{mais } p = \hbar.k \Rightarrow k^2 = \left(\frac{p}{\hbar}\right)^2 = \left(\frac{m.v}{\hbar}\right)^2$$

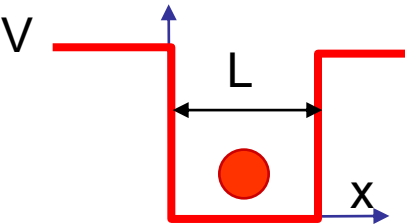
$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \left(\frac{m.v}{\hbar}\right)^2.\psi(x) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\hbar^2}{2.m} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{m.v^2}{2}.\psi(x) = \frac{\hbar^2}{2.m} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + (E - V).\psi(x) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(t,x)}{\partial x^2} + V.\psi = E.\psi} \quad \Rightarrow \quad \psi \Rightarrow p = |\psi(x,y,z,t)|^2 dV$$

EQUATION DE SCHRODINGER

Exemple pour un puits de potentiel : $V(x) = 0$ sauf si $x \in [0, L]$ où $V(x) = V$

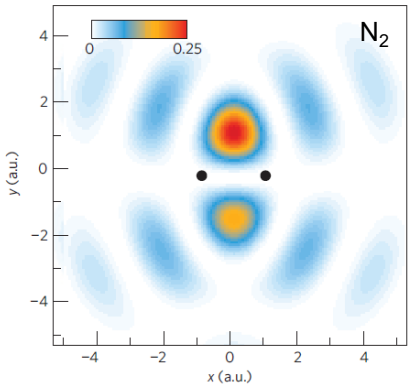


$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(n \frac{\pi x}{L}\right) \text{ et } E_n = \frac{h^2}{8mL^2} n^2$$

En 3D, ψ et E dépendent de trois nombres entiers (n,l,m) : nb. Quantiques

Pour un électron dans un atome ($V \propto \frac{1}{r}$) : $\psi(n,l,m)$ avec :

	nombre quantique...	valeurs	grandeur quantifiée
n	principal	1,2,... (K,L,M,...)	couche, énergie
l	secondaire	0,1,...,n-1 (s,p,d,f)	$\ \vec{L}\ = \ \vec{p} \wedge \vec{r}\ = \sqrt{l(l+1)}\hbar$ sous-couche, énergie (via σ)
m	magnétique	-l,...,0,...,l	$L_z = m\hbar$
m_s	spin	$-\frac{1}{2}$ ou $+\frac{1}{2}$	$\ \vec{S}\ = \sqrt{s(s+1)}\hbar$; $s = \frac{1}{2}$; $S_z = m_s\hbar$; $m_s = \pm s$



S. Haessler et al.
Nature Physics 2010; 6:200-206

Exemple :

$n = 1 \xrightarrow{\text{Schrödinger}} \psi_{1,0,0}(r) = \frac{e^{-\frac{r}{r_0}}}{\sqrt{\pi \cdot r_0^3}} \Rightarrow dp = \frac{e^{-\frac{2 \cdot r}{r_0}}}{\pi \cdot r_0^3} \cdot r^2 \cdot dr$ qui est maximale pour $r = r_0$

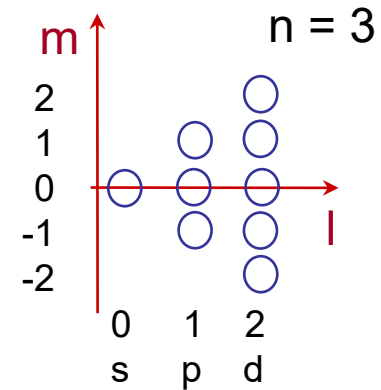


COUCHES ELECTRONIQUES ATOMIQUES (Cf. ED 3)

**TRAITE
EN ED 3**

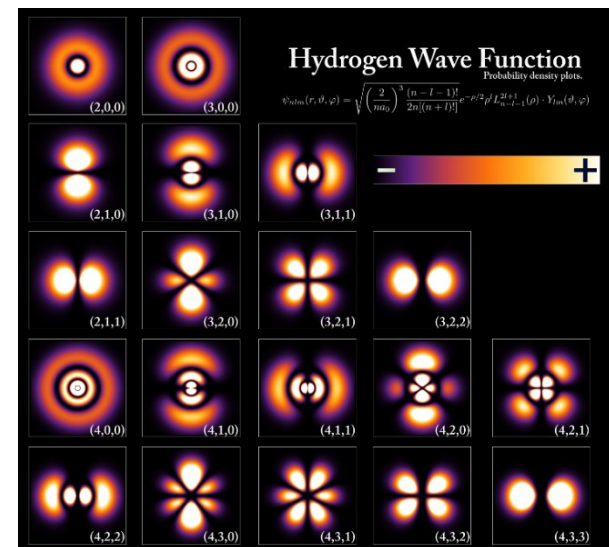
- Principe d'exclusion de Pauli (1925) :
1 seul électron par quadruplet (n, l, m, m_s)
- Pour la couche n :
 - $0 \leq l \leq n-1 \Rightarrow n$ sous-couches
 - $-l \leq m \leq l \Rightarrow 2l+1$ cases
 - $m_s = \pm 1/2 \Rightarrow 2$ e-/case

} n^2
cases



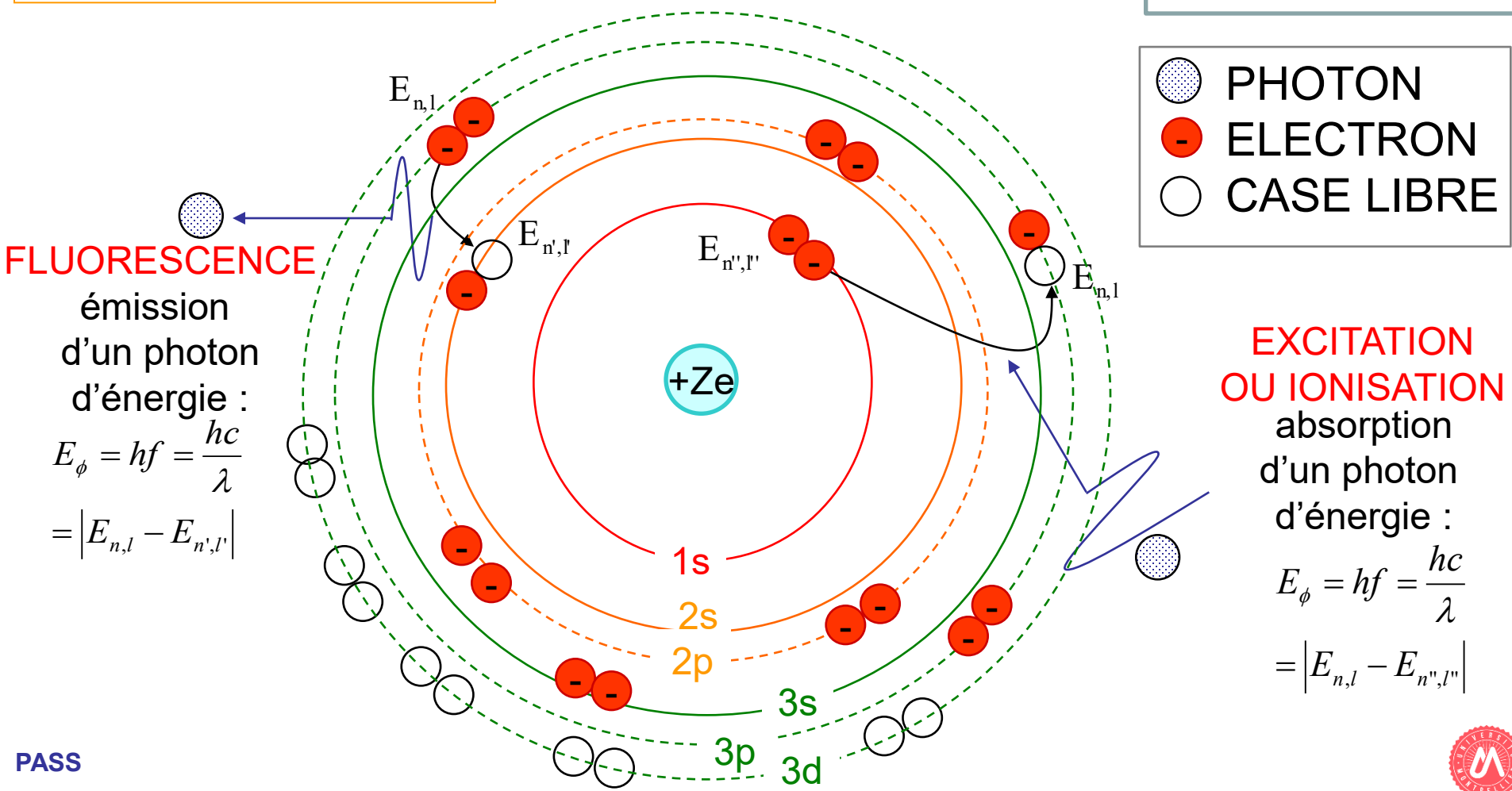
au plus $2.n^2$ e⁻ sur la couche n

Cf. ED 3 et vos cours de chimie...



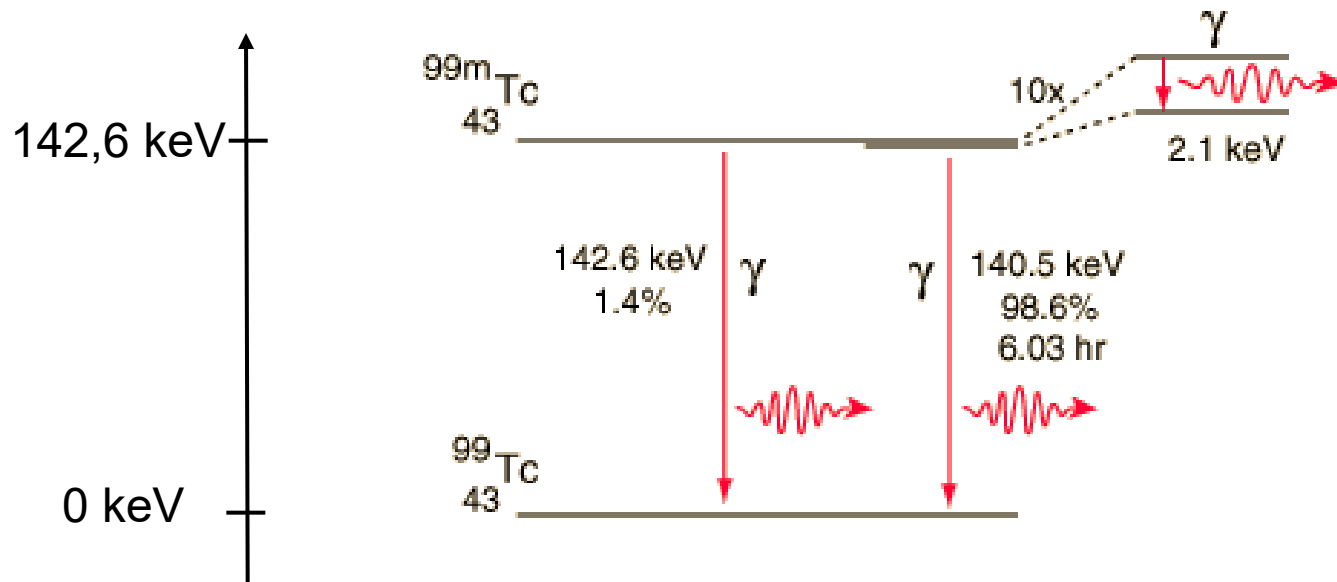
MODELE ATOMIQUE

$$E_{n,l} = -\frac{me^4}{8h^2\epsilon_0^2} \frac{(Z - \sigma(n,l))^2}{n^2}$$



MODELE NUCLEAIRE

- Nucléons: \pm même **modèle en couches**,
- **$E[n,l,j(m,s)]$** , j demi-entier pour quantifier les moments orbital et intrinsèque couplés des nucléons
- Un nucléon peut passer d'un niveau excité au niveau fondamental en émettant un **photon gamma (γ)**



WOOLAP 9



Allez sur **wooclap.com** et utilisez le code **OMUE7**

Qu'est-ce qui peut rendre cancérigène un rayonnement auquel un sujet ...

- 1 sa capacité à ioniser des électrons engagés dans des liaisons covalentes 0% 0
- 2 l'échauffement des tissus par conversion en chaleur de l'énergie du rayonnement 0% 0
- 3 l'intensité d'un rayonnement 0% 0
- 4 Les ondes émises par un téléphone portable à proximité du cerveau 0% 0

wooclap 105% 0 / 0

Cliquez sur l'écran projeté pour lancer la question



RAYONNEMENTS IONISANTS

Rayonnement ionisant, définition :

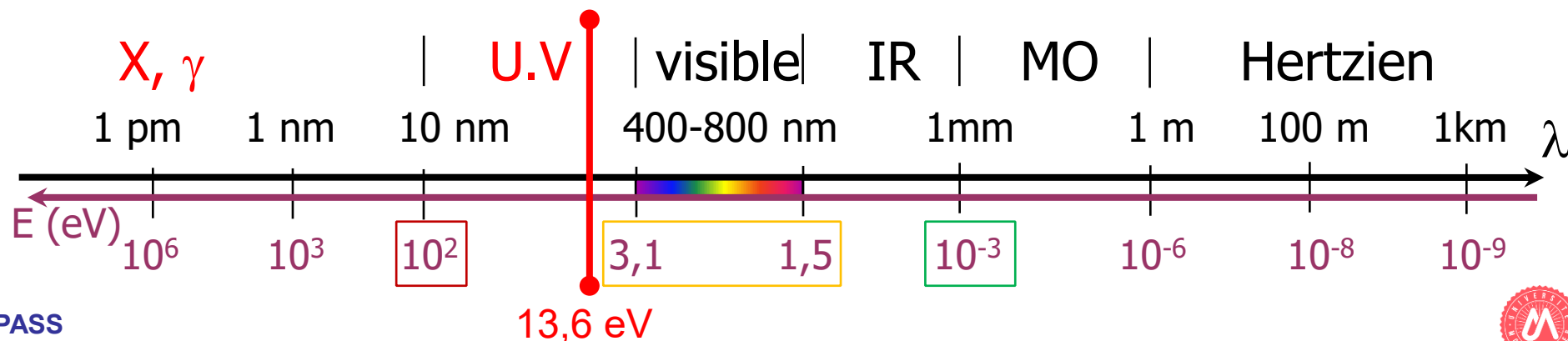
capable d'ioniser l'électron K de l'hydrogène.

Une particule est dite ionisante si son énergie dépasse **13,6 eV**

mais, **les énergies moyennes d'ionisation** sont plus élevées :

Dans l'eau : 32 eV

Dans l'air : 34 eV



RAYONNEMENTS IONISANTS

Rayonnement ionisant, définition :

capable d'ioniser l'électron K de l'hydrogène.

Une particule est dite ionisante si son énergie dépasse **13,6 eV**

mais, **les énergies moyennes d'ionisation** sont plus élevées :

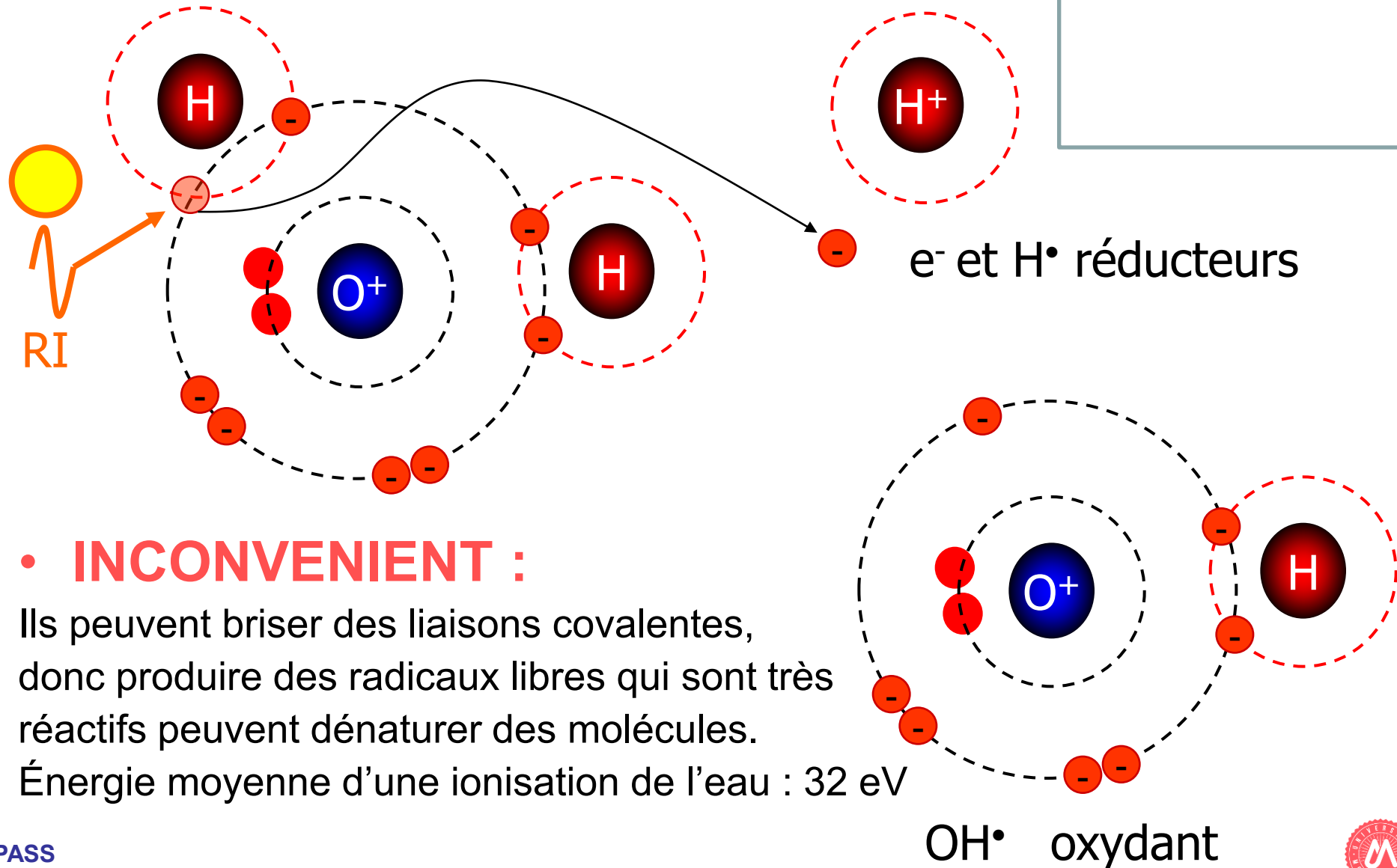
Dans l'eau : 32 eV

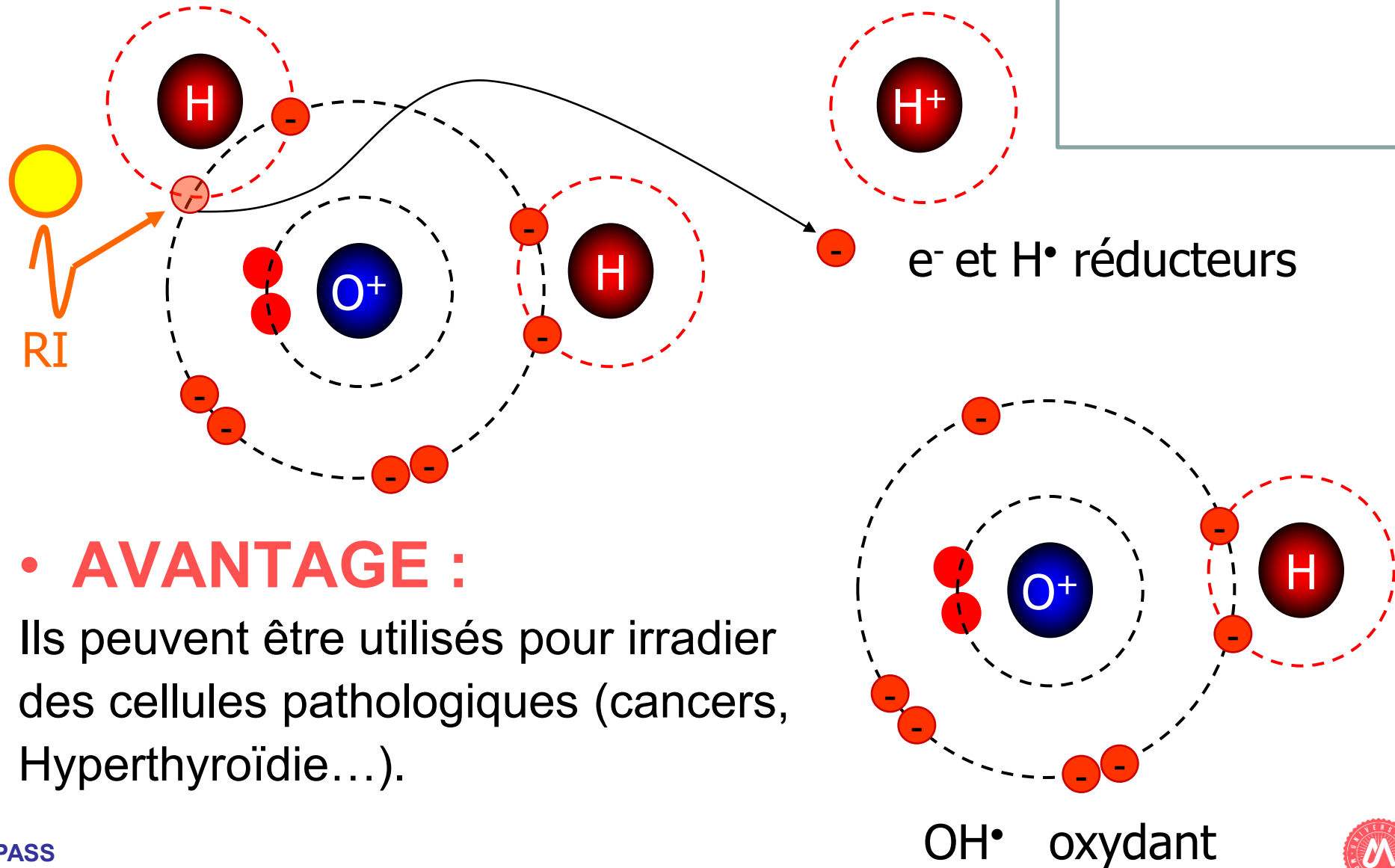
Dans l'air : 34 eV

Les particules ionisantes d'intérêt en santé sont :

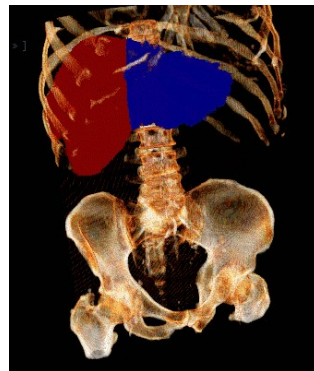
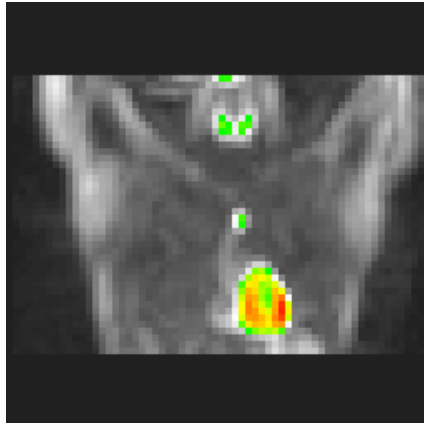
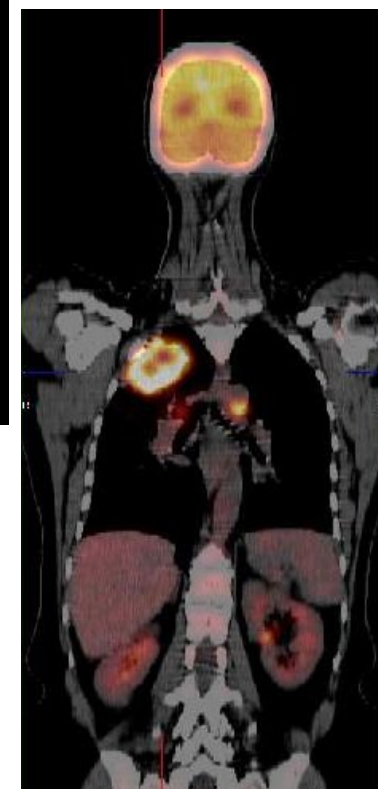
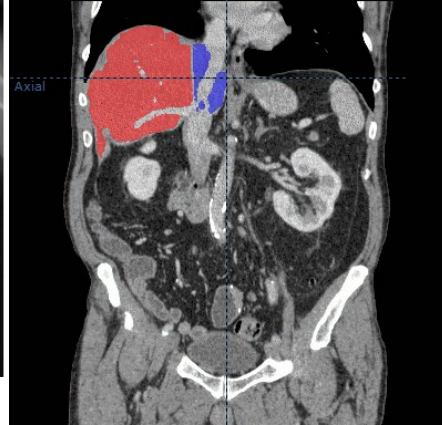
Les neutrons, protons, électrons, alpha d'énergie $> 13,6$ eV
et leurs antiparticules

Les photons X et γ





ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA PHOTONS IONISANTS



- **AVANTAGE :**

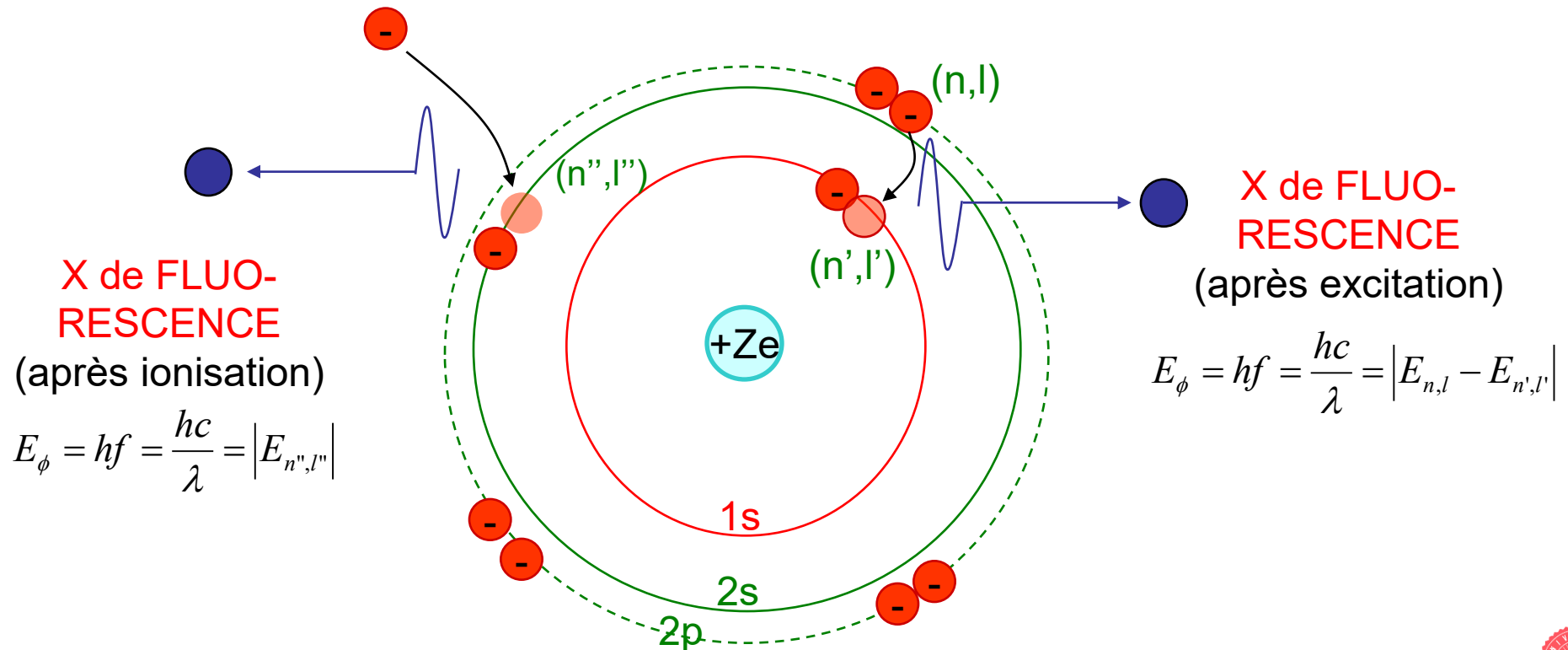
Les photons ionisants peuvent traverser la matière,
donc permettre de sonder l'intérieur d'un organisme

PRODUCTION DE RAYONS X (ED 4)

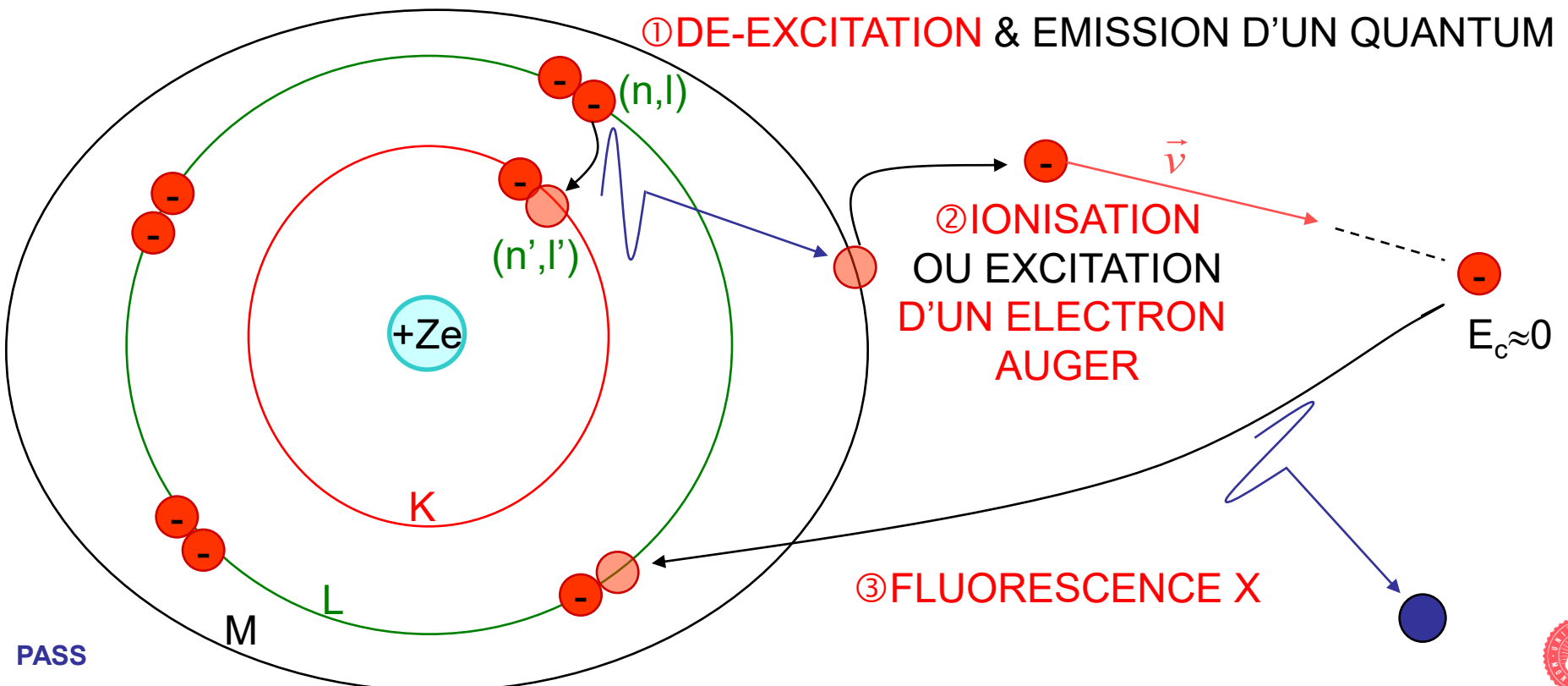
Eléments du programme traités lors de l'ED 4 :

- Dé-excitation d'électrons atomiques
 - Fluorescence, effet Auger, conversion interne
 - Spectres de raies associés à ces processus
 - Intérêt en spectroscopie
- Freinage d'électrons (bremsstrahlung)
 - Spectre continu du rayonnement de freinage
 - Raies de fluorescence surajoutées
 - Application en imagerie radiologique
 - Application en ostéodensitométrie

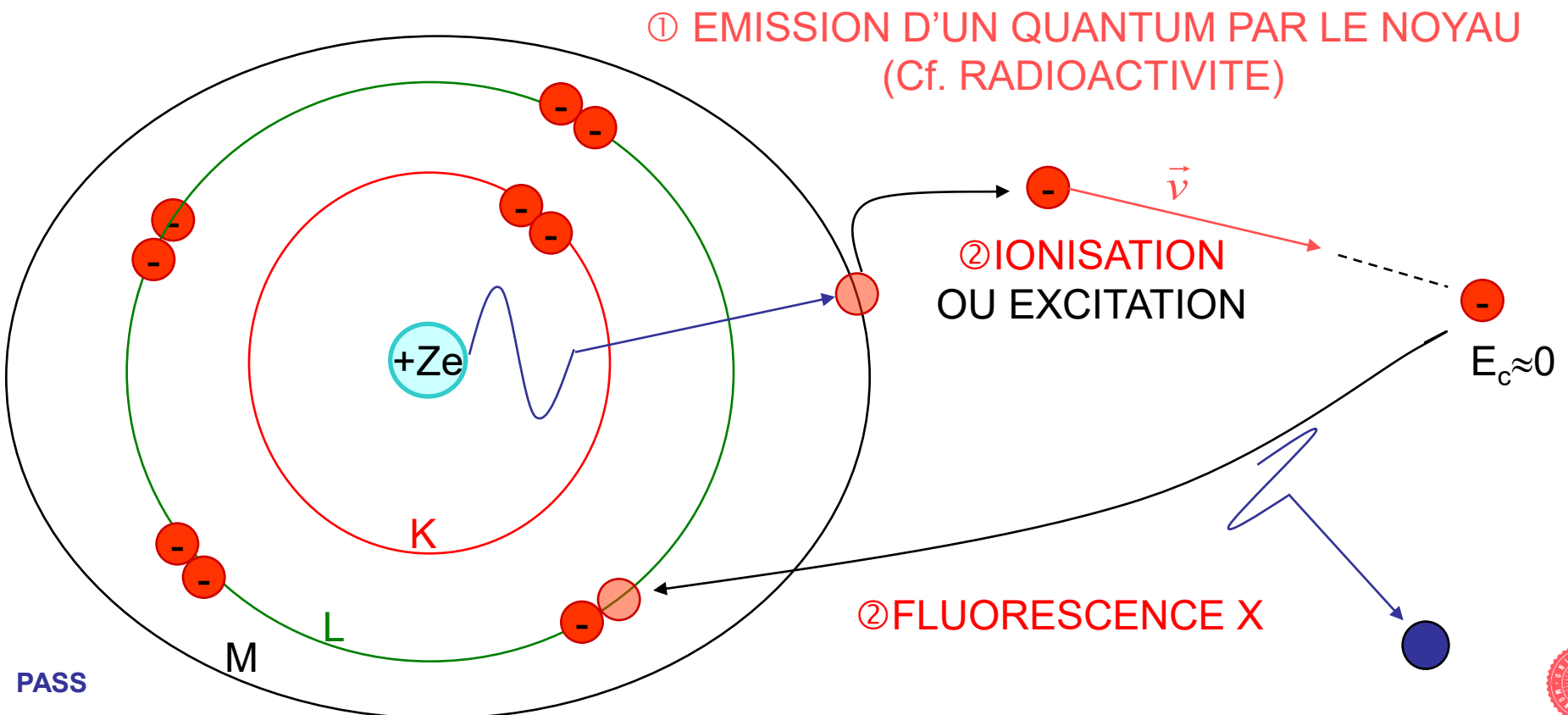
- Dé-excitation d'électrons atomiques
 - **Fluorescence**, effet Auger, conversion interne
- Freinage d'électrons (bremsstrahlung)



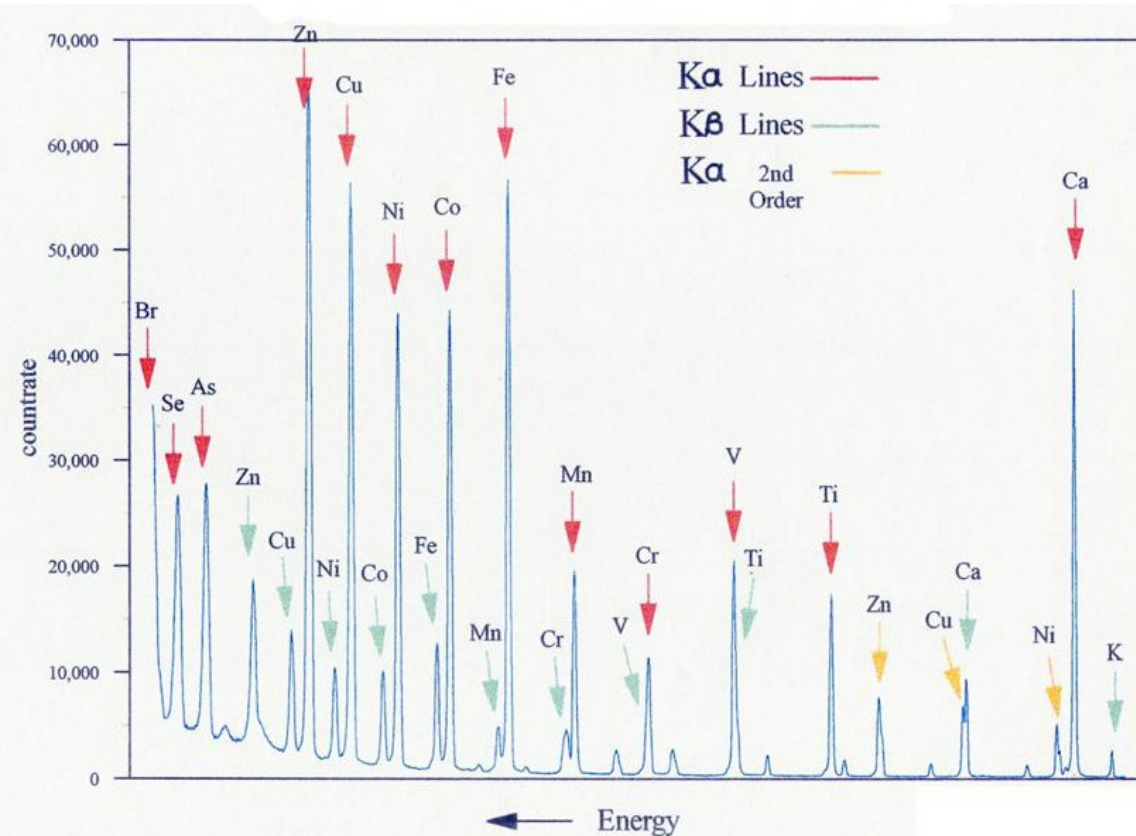
- Dé-excitation d'électrons atomiques
 - Fluorescence, **effet Auger**, conversion interne
- Freinage d'électrons (bremsstrahlung)



- Dé-excitation d'électrons atomiques
 - Fluorescence, effet Auger, **conversion interne**
- Freinage d'électrons (Bremsstrahlung)

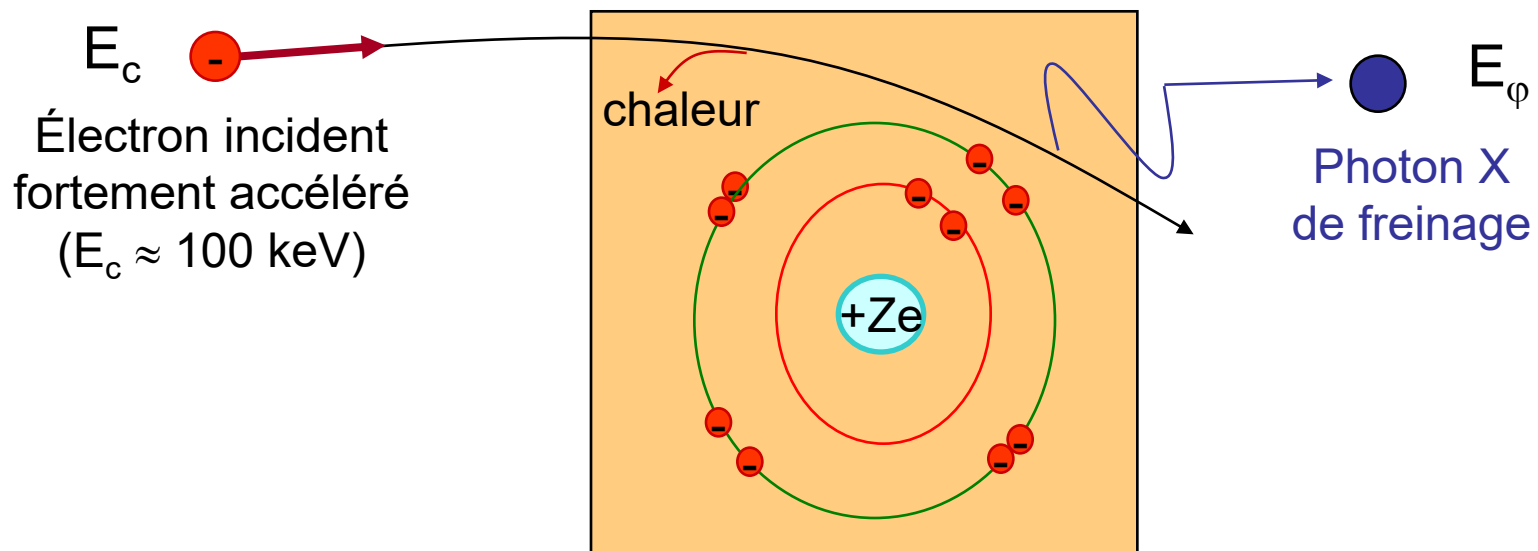


- Dé-excitation d'électrons atomiques
 - Fluorescence, effet Auger, **conversion interne**
- Freinage d'électrons (Bremsstrahlung)

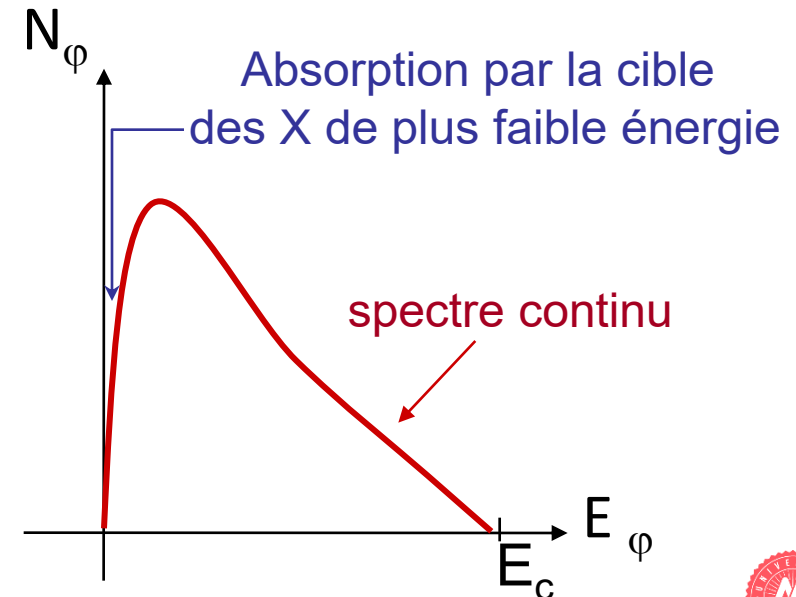
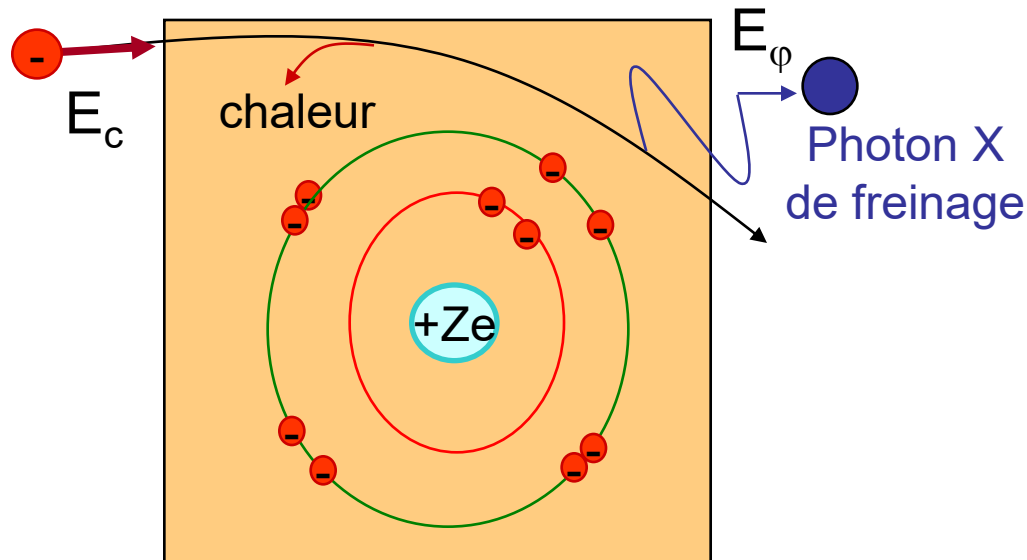


Dans tous les cas donc, on observera un **spectre discret** de fluorescence permettant d'analyser la composition atomique massique d'un échantillon

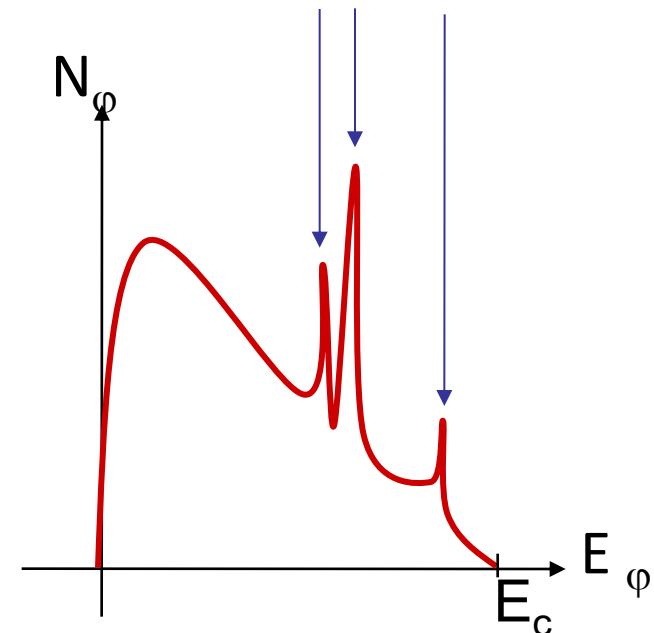
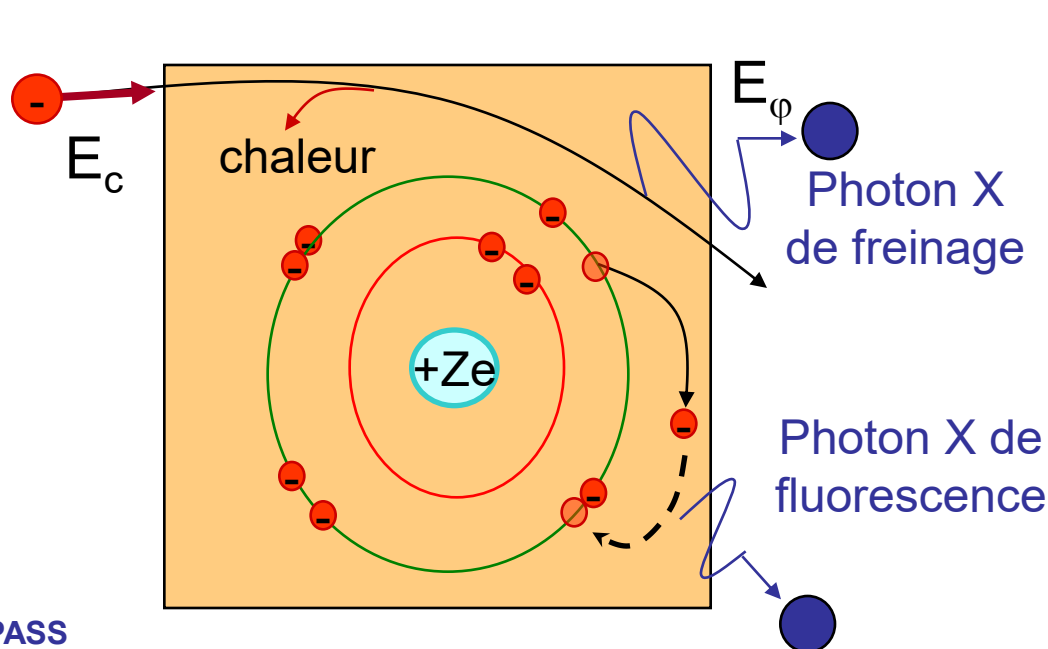
- Dé-excitation d'électrons atomiques
- Freinage d'électrons (bremsstrahlung)
 - Particule chargée décélérée par interaction électrostatique avec noyaux de la cible: émission d'un REM
 - Energie rayonnée $\propto a^2 \propto (Ze^2/mr^2)^2$ donc importante pour les e^-
 - La fraction de l' $E_c(e^-)$ rayonnée augmente avec $E_c(e^-)$ et Z^2 (le reste de l' $E_c(e^-)$ perdue l'est sous forme d'excitations et de chaleur)



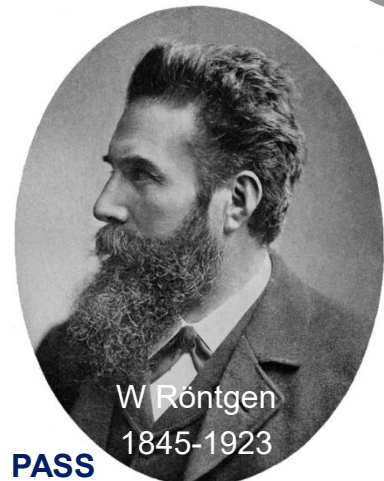
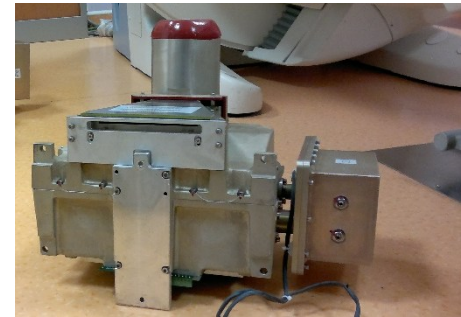
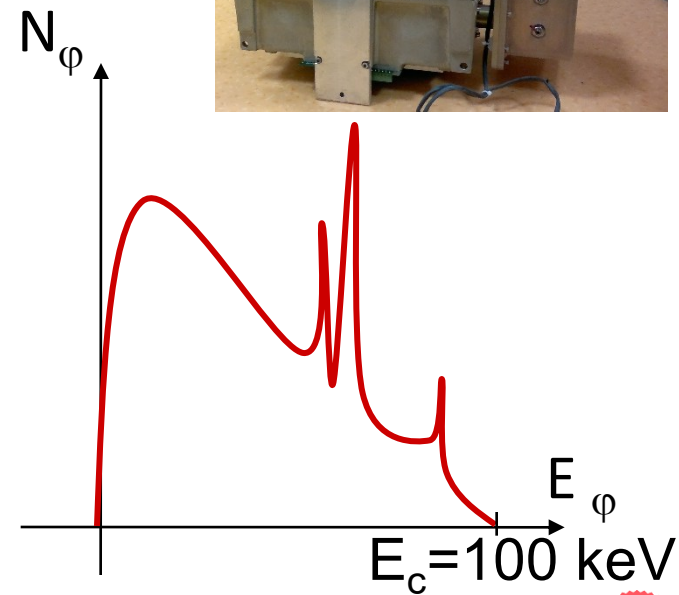
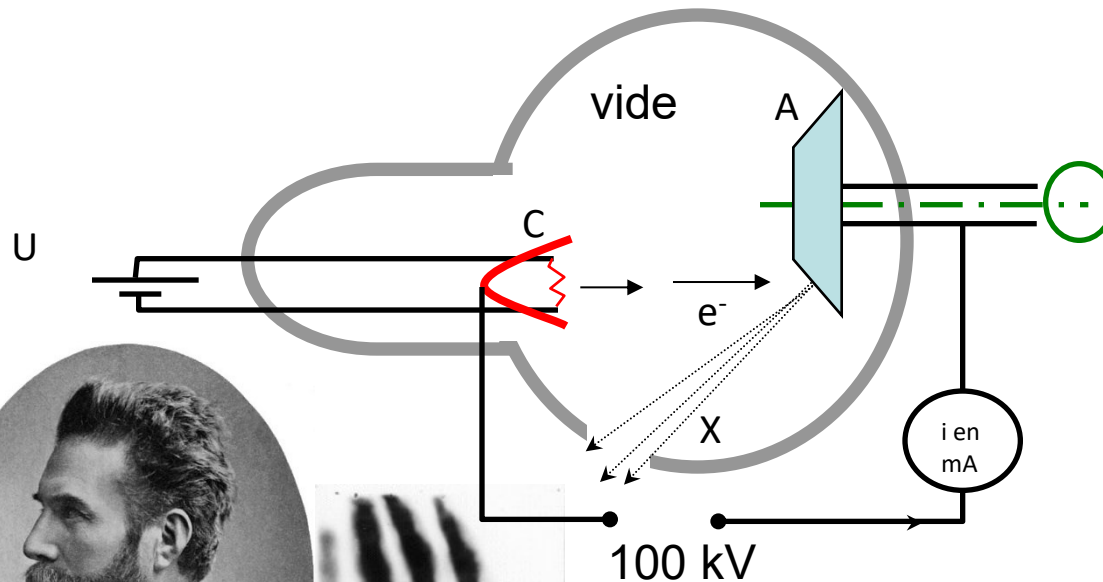
- Dé-excitation d'électrons atomiques
- Freinage d'électrons (bremsstrahlung)
 - L' $E_c(e^-)$ peut être intégralement fournie à un unique photon ($E_\phi = E_c$), ou fournie à plusieurs photons et perdue en partie sous forme de chaleur, d'où un **spectre continu** de rayonnement ($0 < E_\phi < E_c$)



- Dé-excitation d'électrons atomiques
- Freinage d'électrons (bremsstrahlung)
 - L' $E_c(e^-)$ peut être intégralement fournie à un unique photon ($E_\phi = E_c$), ou fournie à plusieurs photons et perdue en partie sous forme de chaleur, d'où un spectre continu de rayonnement ($0 < E_\phi < E_c$)
 - Ionisations au sein de la cible \Rightarrow **photons de fluorescence** en sus



- Dé-excitation d'électrons atomiques
- Freinage d'électrons (bremsstrahlung)
 - Applications : Le tube à rayons X des appareils de radiologie et les ostéodensitomètres bi-photoniques (DEXA).



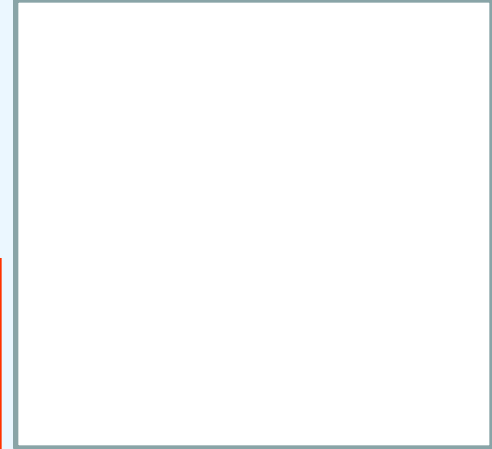
W Röntgen
1845-1923



22/12/1895



OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 5



Savoir définir et manipuler

- Les limites du modèle atomique de Rutherford
- Le modèle de Bohr-Sommerfeld
- Les énergies des électrons atomiques
- Energies d'ionisation, d'excitation, de fluorescence
- Les niveaux d'énergie des nucléons

- Un rayonnement ionisant ($E > 13,6 \text{ eV}$; $\lambda < 91 \text{ nm}$)
- L'énergie moyenne d'ionisation de l'eau (32 eV)
- L'intérêt et la dangerosité des rayons ionisants

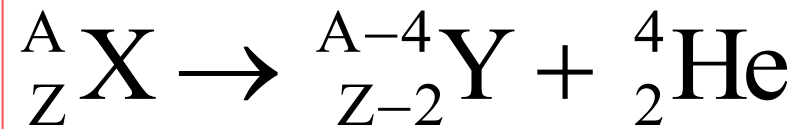
- Les modes de production des rayons X (cf. ED 4)
- Les spectres associés & leurs utilisations (cf. ED 4)

- Transformation d'un noyau « père » X en un noyau « fils » Y : ${}^A_ZX \rightarrow {}^{A'}_ZY + \text{particules}$
- Si noyau instable : $Z \neq N=A-Z$ ou $Z \geq 84$
- À condition :
 - D'un bilan énergétique positif : $E_d \geq 0$
 - De la conservation de la charge, de l'impulsion...
- 50 isotopes radioactifs naturels (périodes longues)
- tous les isotopes artificiels sont radioactifs

- Classement par interaction impliquée
 - **Interaction forte** : radioactivité alpha (α)
 - **Interaction faible** :
 - » radioactivité bêta (β)
 - » capture électronique
 - **Interaction EM** :
 - » radioactivité gamma (γ)
 - » conversion interne
 - » création de paires
- Loi de décroissance radioactive



- Emission d'un noyau d'hélium :



- Energie disponible :

$$E_d = M(X).c^2 - [M(Y) + M(\alpha)].c^2$$

$$E_d = [M(X) - M(Y) - M(\alpha)].c^2$$

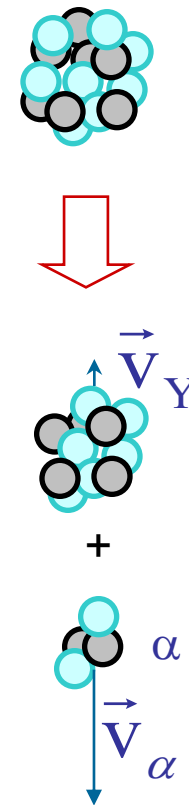
$$E_d = [\mathcal{M}(X) - Z.m_{e^-} - \mathcal{M}(Y) + (Z-2).m_{e^-} - \mathcal{M}(\alpha) + 2.m_{e^-}].c^2$$

$$E_d = \mathcal{M}(X).c^2 - [\mathcal{M}(Y) + \mathcal{M}(\alpha)].c^2$$

avec $\mathcal{M}({}^A_Z X) = M({}^A_Z X) + Z.m_{e^-}$: masse atomique

et $M({}^A_Z X)$ masse nucléaire

- $E_d \geq 0 \Rightarrow A > 150$: concerne les isotopes lourds



Henri Becquerel

1852-1908

« Rayons uraniques »

en 1896

puis en 1898

E Rutherford (α, β)

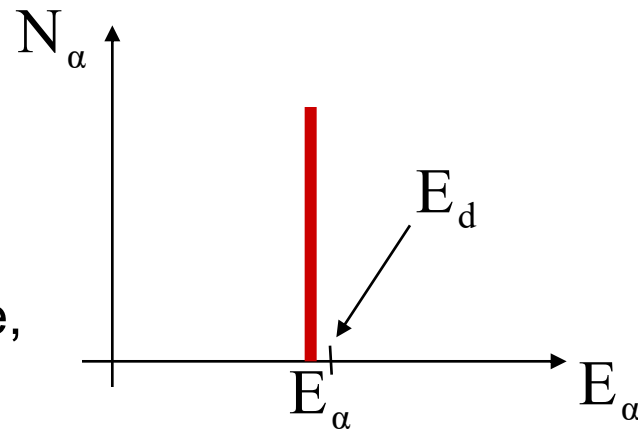
- **Spectre de raie unique** (approximation) :

$$m_{\alpha} v_{\alpha} = m_Y v_Y \Rightarrow (m_{\alpha} v_{\alpha})^2 = (m_Y v_Y)^2 \Rightarrow E_Y = \frac{m_{\alpha}}{m_Y} E_{\alpha}$$

$$E_d = E_Y + E_{\alpha} = E_{\alpha} \cdot \left(1 + \frac{m_{\alpha}}{m_Y} \right)$$

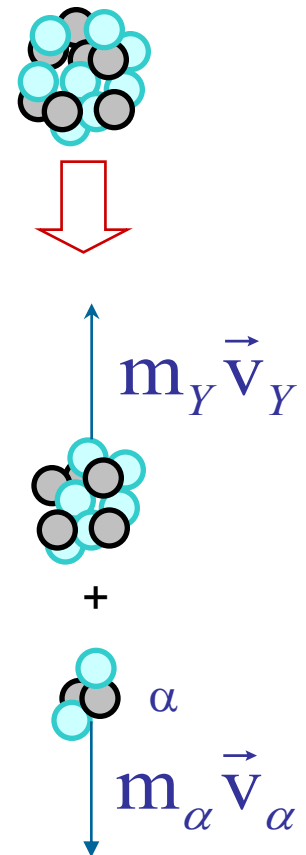
$$\text{donc : } E_{\alpha} = \frac{m_Y}{m_Y + m_{\alpha}} E_d$$

Énergie des α unique, précise,
 et de peu inférieure à E_d



- Ordre de grandeur : $E_{\alpha} \approx 4\text{-}9 \text{ MeV}$, ionisant
- Applications : **radiothérapie** superficielle & métabolique

Radium 223 (métas de prostate)



- Transformations **isobariques** : même A

$Z > N = A - Z \Rightarrow \text{proton} \rightarrow \text{neutron}$

$Z < N = A - Z \Rightarrow \text{neutron} \rightarrow \text{proton}$

- 3 types de radioactivité isobarique :
 - radioactivité **bêta moins**
 - radioactivité **bêta plus**
 - **capture électronique**

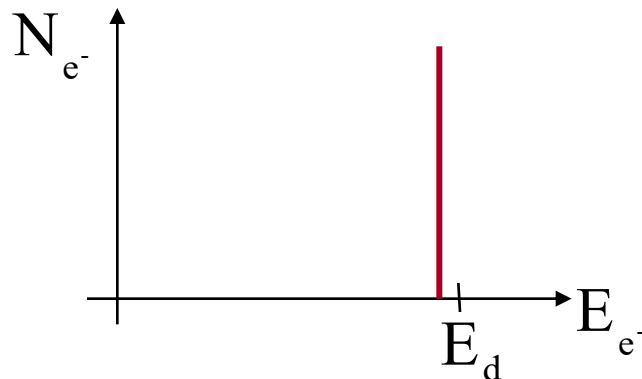
- Chadwick 1914 : émission d'électrons par des noyaux riches en neutrons



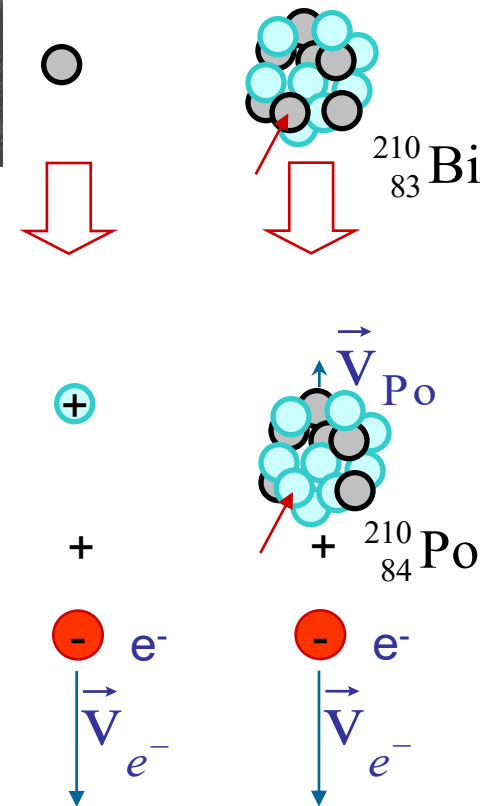
J Chadwick
1891-1974

- Energie disponible :

$$E_d = M(X).c^2 - [M(Y) + M(e^-)].c^2 = \mathcal{M}(X).c^2 - \mathcal{M}(Y).c^2$$



Spectre de raies ?



WOOCCLAP 10



Allez sur **wooclap.com** et utilisez le code **OMUE7**

Quelles hypothèses pourraient expliquer que l'électron émis dans une ...

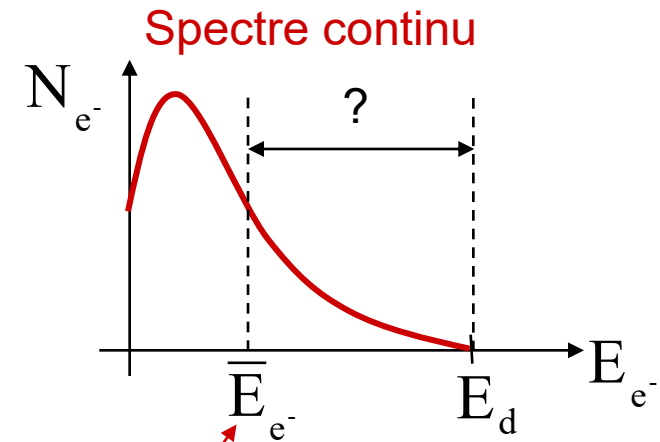
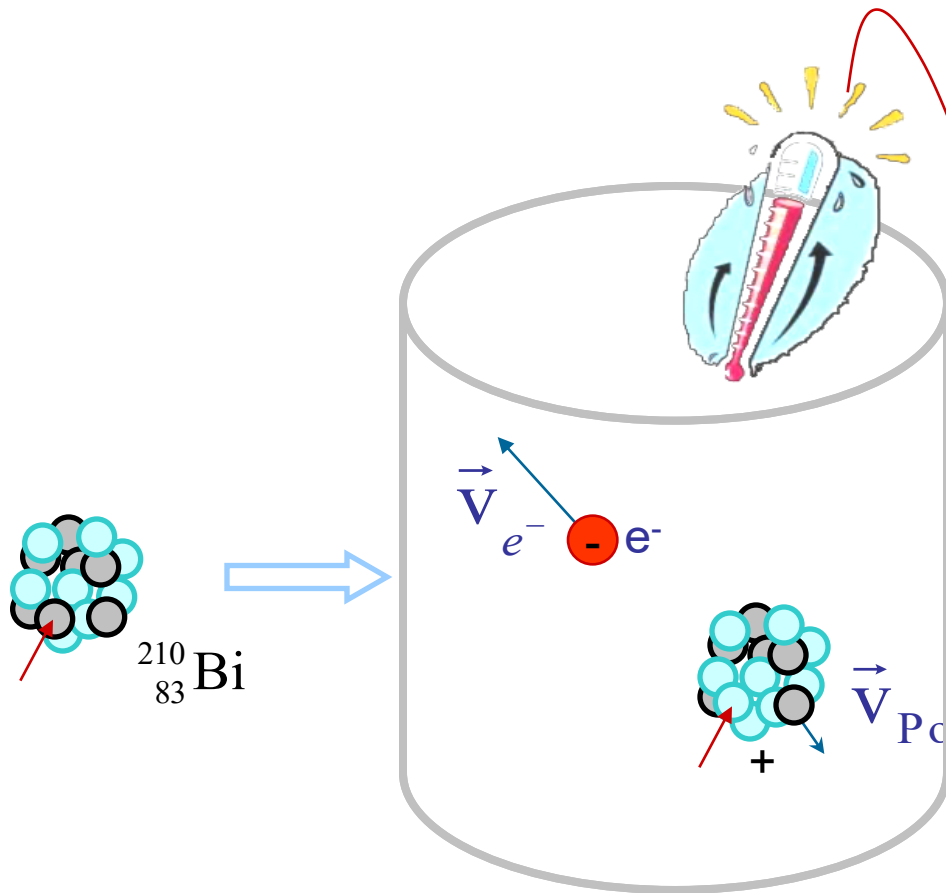
- ① les électrons peuvent avoir perdu une partie de leur énergie dans le Bi et le Po sous forme de chaleur, avant d'être détectés. 0% 0 personnes
- ② une partie variable de l'énergie disponible est acquise par le noyau de Po sous forme d'énergie cinétique 0% 0 personnes
- ③ une partie variable de l'énergie disponible est acquise par le noyau de Po et place ses nucléons dans un état excité 0% 0 personnes
- ④ une particule supplémentaire non détectée est émise avec l'électron et se partage avec ce dernier l'énergie disponible. 0% 0 personnes

Cliquez sur l'écran projeté pour lancer la question

wooclap 105% 0 / 0

- Où est perdue l'énergie ?

Ralentissement variable des e^- (1922, Meitner) ?



1925, Ellis et Wooster : calorimétrie

ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

RADIOACTIVITE BETA MOINS

Lettre ouverte au groupe de personnes radioactives à la réunion du Gauverein à Tübingen.
Zürich, 4 décembre 1930. Institut de physique de l'ETH Gloriastrasse Zürich.

Chères dames et messieurs radioactifs,

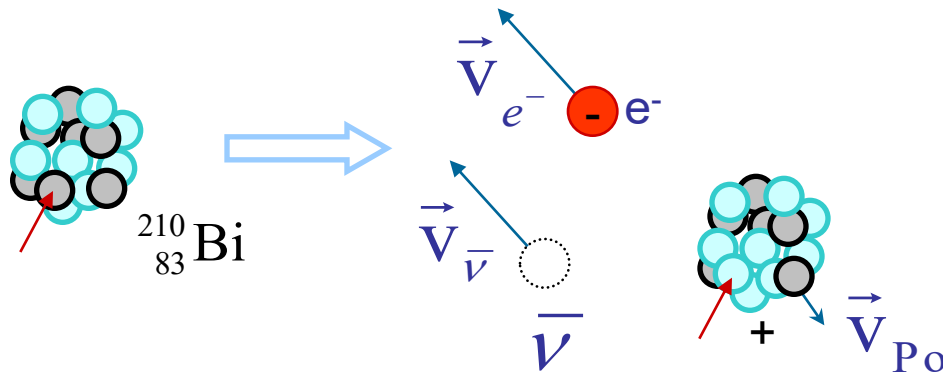
Comme le porteur de ces lignes, que je vous demande gracieusement d'écouter, vous l'expliquera plus en détail, à cause des statistiques "erronées" des noyaux N- et Li-6 et du spectre bêta continu, j'ai trouvé un *remède désespéré* pour sauver le "théorème d'échange" des statistiques et *la loi de conservation de l'énergie*. Il s'agit de la possibilité qu'il existe dans les noyaux des particules *électriquement neutres, que j'appellerai neutrinos*, de spin $1/2$, qui obéissent au principe d'exclusion et qui diffèrent des quanta de lumière en ce qu'ils *ne se déplacent pas à la vitesse de la lumière*. La masse des neutrinos devrait être du même ordre de grandeur que celle de l'électron et, en tout état de cause, *ne devrait pas être supérieure à 0,01 masse de proton*. - Le spectre bêta continu aurait alors un sens si l'on suppose que dans la désintégration bêta, en plus de l'électron, un neutrino est émis de telle sorte que la somme des énergies du neutrino et de l'électron soit constante. Maintenant, il s'agit aussi de savoir quelles forces agissent sur les neutrinos. Pour moi, le modèle le plus probable pour le neutrino semble être, pour des raisons de mécanique ondulatoire (le porteur de ces lignes en sait plus), que le neutrino au repos est un dipôle magnétique avec un certain moment μ . Les expériences semblent exiger que l'effet ionisant d'un tel neutrino ne puisse pas être plus grand que celui d'un rayon gamma, et alors μ n'est probablement pas autorisé à être plus grand que $e \cdot (10^{-13} \text{ cm})$. Mais jusqu'à présent, *je n'ai pas osé publier quoi que ce soit à propos de cette idée*, et je me tourne d'abord vers vous, *chers radioactifs*, pour vous demander *s'il est probable de trouver des preuves expérimentales* de l'existence d'un tel neutrino s'il a la même capacité, ou peut-être une *capacité dix fois plus grande, de traverser [la matière] qu'un rayon gamma*. J'admets que mon remède peut sembler presque improbable car on aurait probablement vu ces neutrinos, s'ils existent, depuis longtemps. *Mais qui ne risque rien n'a rien, et la gravité de la situation*, due à la structure continue du spectre bêta, est éclairée par une remarque de mon honorable prédécesseur, M. Debye, qui me disait récemment à Bruxelles : *"Oh, il vaut mieux ne pas y penser du tout, comme à de nouveaux impôts"*. Il faut donc discuter sérieusement de chaque moyen de sauvetage. Ainsi, chers radioactifs, examinez et jugez. - Malheureusement, *je ne peux pas me présenter personnellement à Tübingen, car je suis indispensable ici à Zurich pour un bal* dans la nuit du 6 au 7 décembre. Avec mes meilleures salutations à vous, et aussi à Monsieur Beck, votre humble serviteur.

signé W. Pauli



- Où est perdue l'énergie ?

1931, Pauli: émission d'une particule non détectée ?



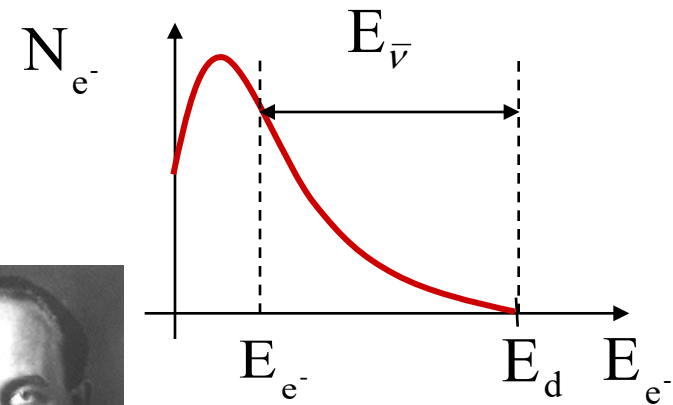
- Anti-neutrino** : $\bar{\nu}_e = \bar{\nu}$
 - Interaction/matière ≈ 0
 - charge nulle, $v \approx c$
 - $0 < m < 0,45 \text{ eV}$
 - observés en 1956



W. PAULI
1900-1958



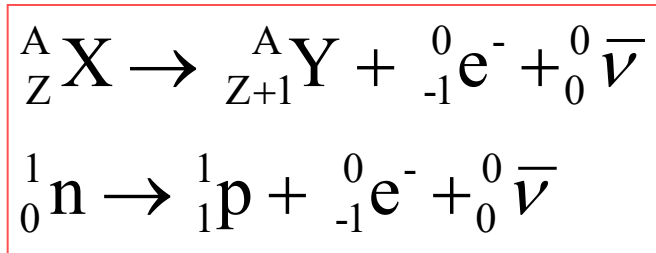
E. FERMI
1901-1954



Spectre continu
(pour l' e^- et le $\bar{\nu}$)

RADIOACTIVITE BETA MOINS

- Emission d'un **électron** et d'un $\bar{\nu}$:

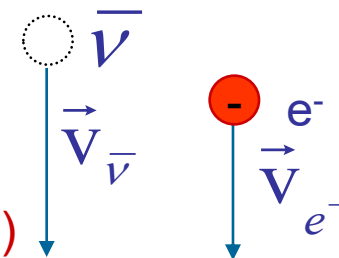
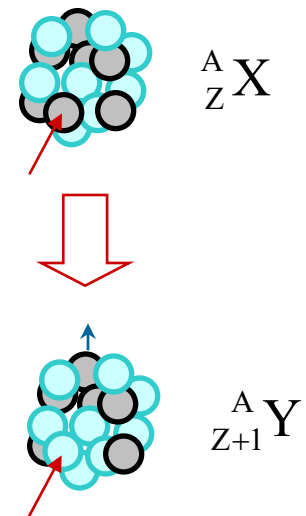
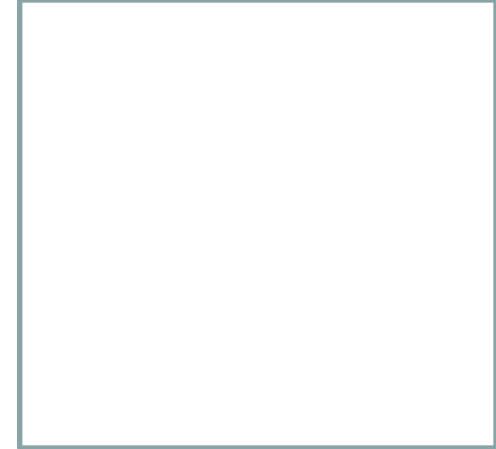


- Energie disponible :

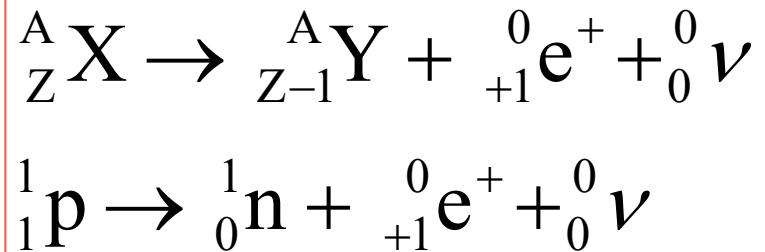
$$E_d = M(X).c^2 - [M(Y) + M(e^-)].c^2$$

$$E_d = \mathcal{M}(X).c^2 - \mathcal{M}(Y).c^2 = E_{e^-} + E_{\bar{\nu}}$$

- Spectre **continu** pour l'électron, ionisant
- Applications : **Radiothérapie métabolique par l'e⁻**
 - Synoviorthèses isotopiques (${}^{169}_{68}\text{Er}$, ${}^{186}_{75}\text{Re}$, ${}^{90}_{39}\text{Y}$)
 - Traitement antalgique des métastases osseuses (${}^{153}_{62}\text{Sm}$, ${}^{89}_{38}\text{Sr}$)
 - Hyperthyroïdies et cancers thyroïdiens (${}^{131}_{53}\text{I}$),
 - cancers du foie (${}^{90}_{39}\text{Y}$), de la prostate et neuroendocrines (${}^{177}_{71}\text{Lu}$)



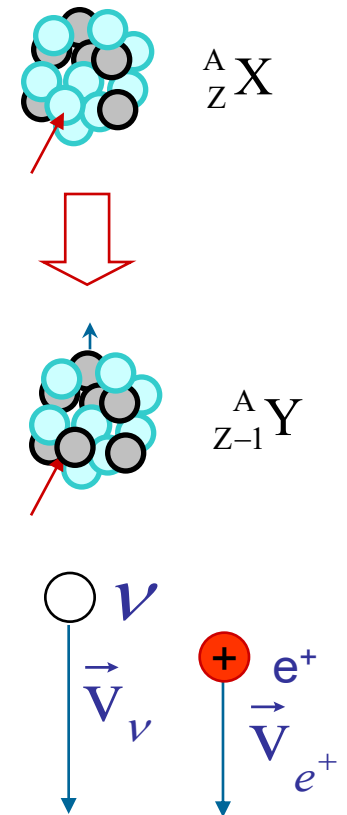
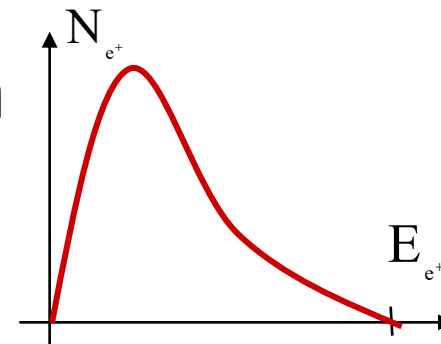
- Emission d'un **positon** et d'un **neutrino** par un noyau riche en protons :



- Energie disponible :

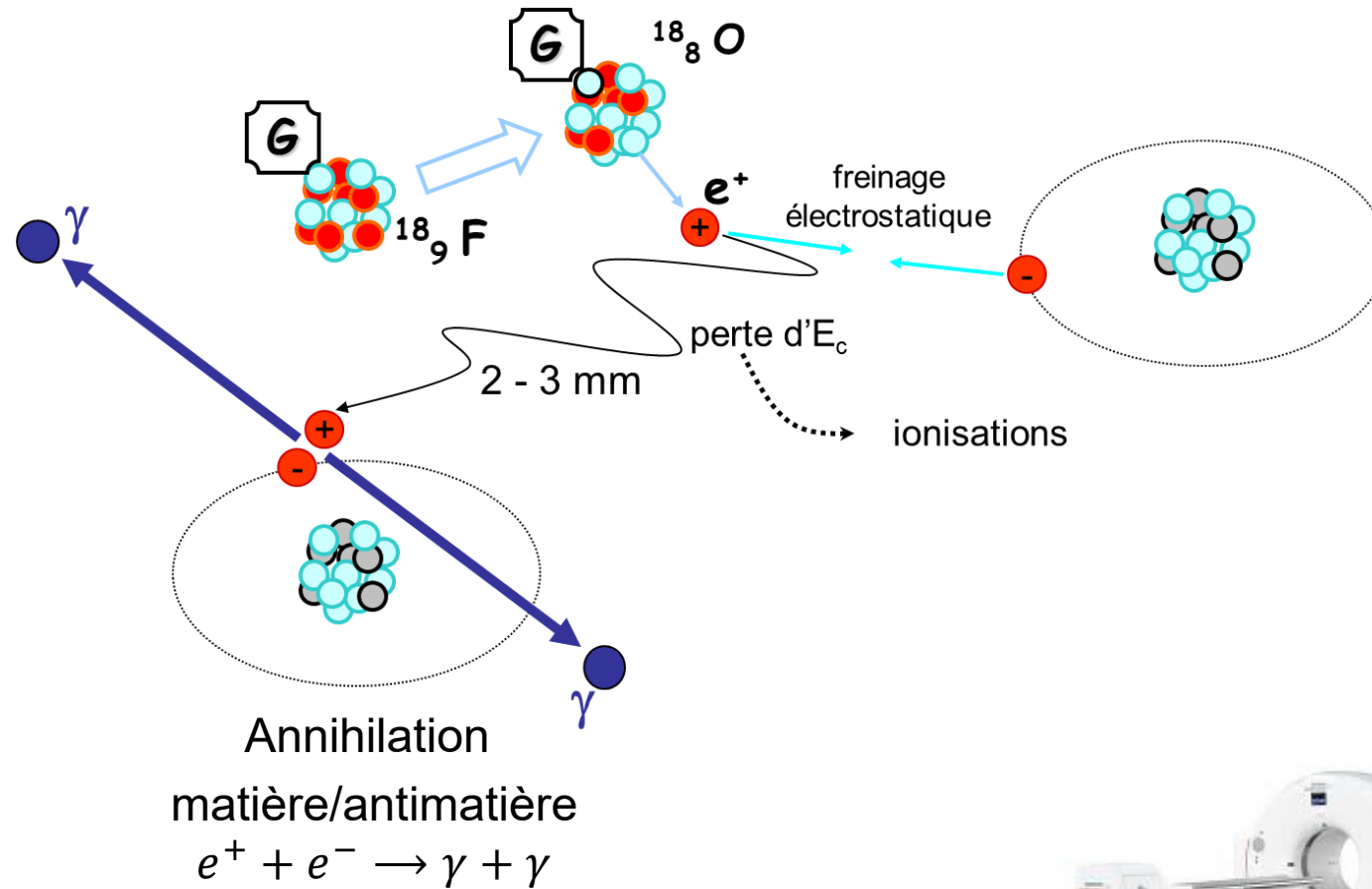
$$E_d = [M(X) - M(Y) - m_e]c^2 = [\mathcal{M}(X) - \mathcal{M}(Y) - 2m_e]c^2$$

- Spectre **continu** du positon

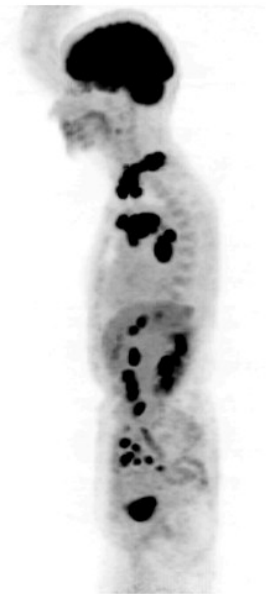


ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

RADIOACTIVITE BETA PLUS



Émission de 2 **PHOTONS** partant à 180°
d'énergie $E = 511 \text{ keV} = m_e c^2$

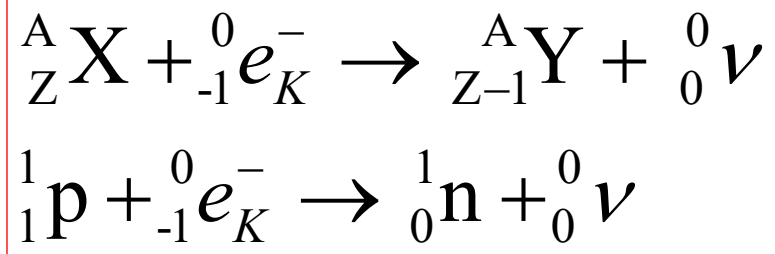


Tomographie par Emission de Positons
TEP = Scintigraphie en coïncidence



CAPTURE ELECTRONIQUE

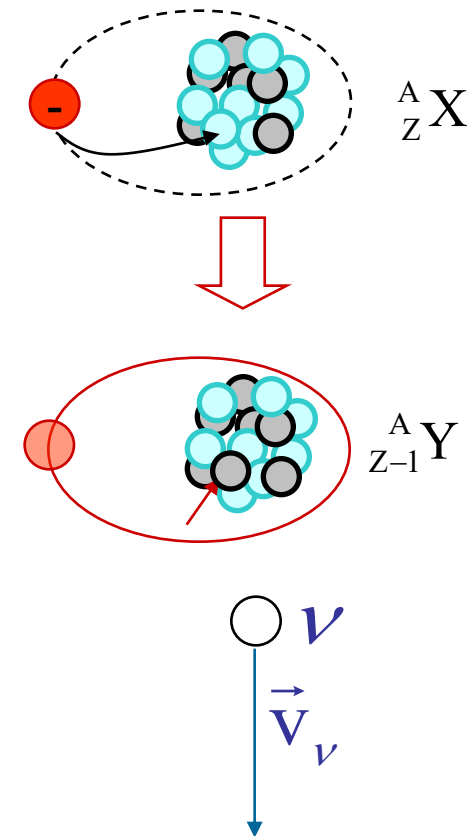
- Capture d'un électron atomique K par un noyau riche en protons :
 - En compétition avec β^+



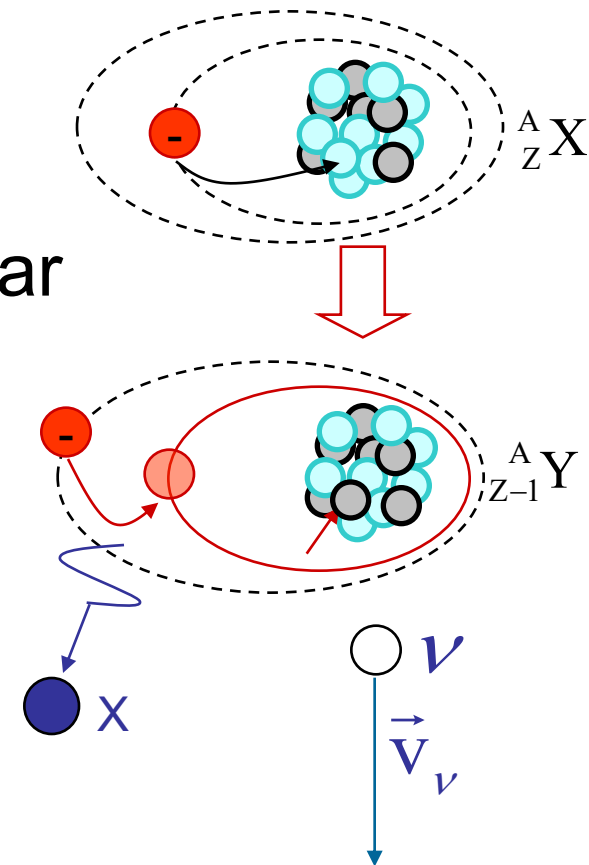
- Energie disponible :

$$E_d = [M(X) + m_e - M(Y)]c^2 - E_K^i$$

$$E_d = [\mathcal{M}(X) - \mathcal{M}(Y)]c^2 - E_K^i$$



- Il s'ensuit l'émission de photons X de fluorescence caractéristiques de l'atome fils Y
- Application : dosage de protéines par Radio-Immuno-Array (RIA) via un comptage X
 - Application : comptage à 35 keV pour de l' ^{125}I fixée sur la molécule à doser.

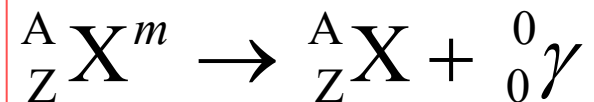


RADIOACTIVITE PAR INTERACTION EM

Il en existe 3 modes :

- Radioactivité gamma (γ)
- Conversion interne et création de paires

- RA γ = émission d'un **photon** :



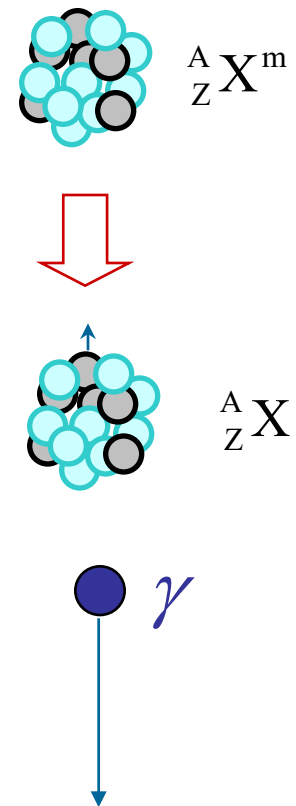
- Energie disponible :

$$E_d \approx E_\gamma = hf = \frac{hc}{\lambda} = [M({}^A_ZX^m) - M({}^A_ZX)]c^2$$

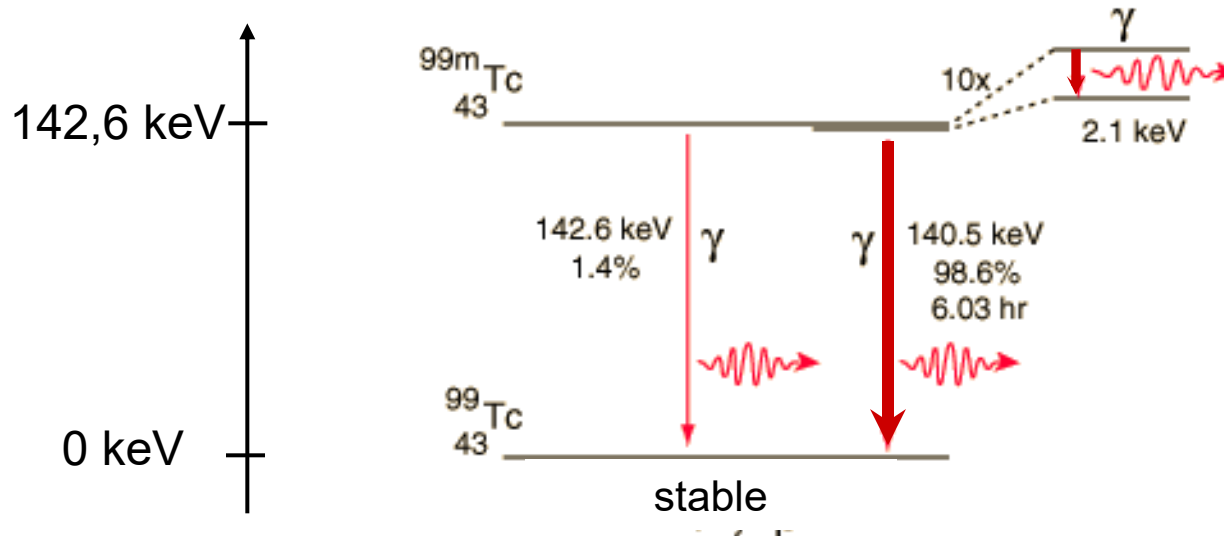
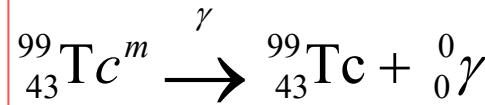
- Spectre **de raies**



Paul VILLARD, 1900



- Applications : le technétium 99m



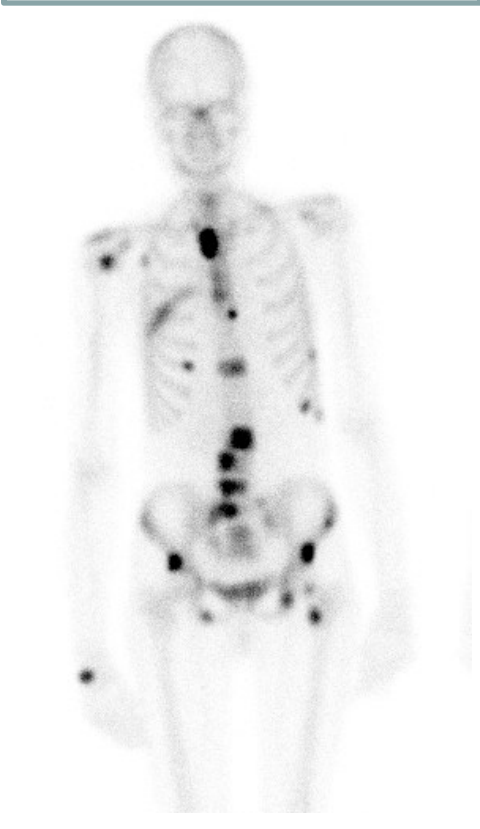
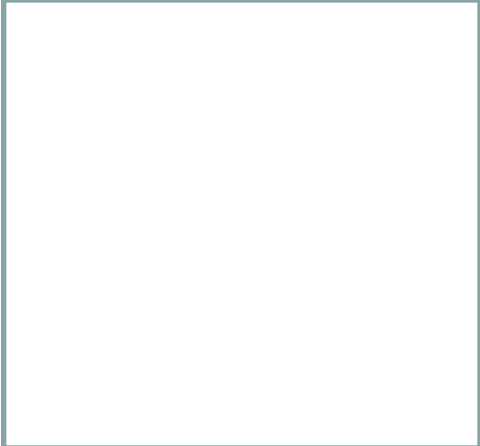
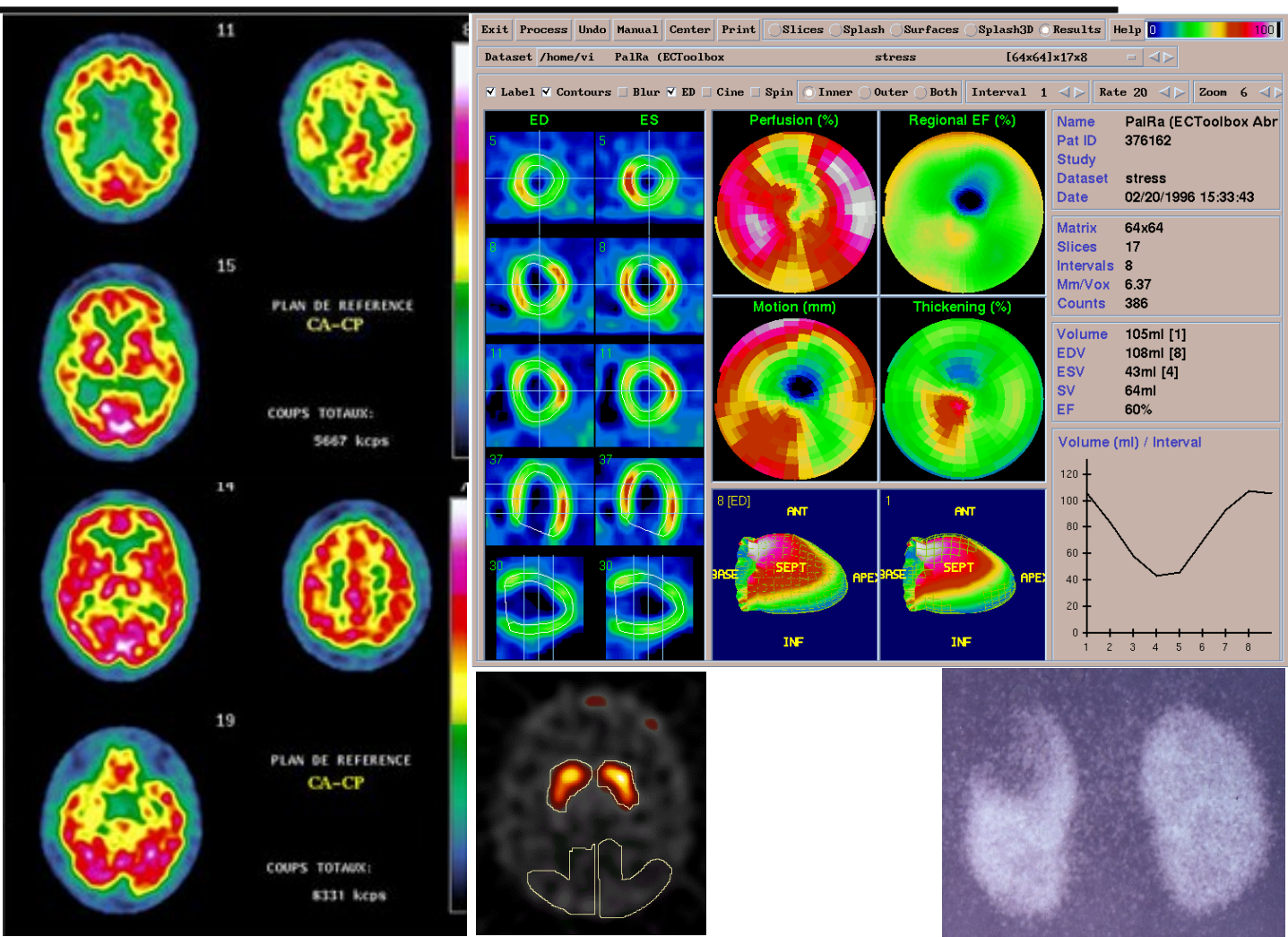
Scintigraphie
d'émission
mono-
photonique :

Single
Photon
Emission
Computed
Tomography

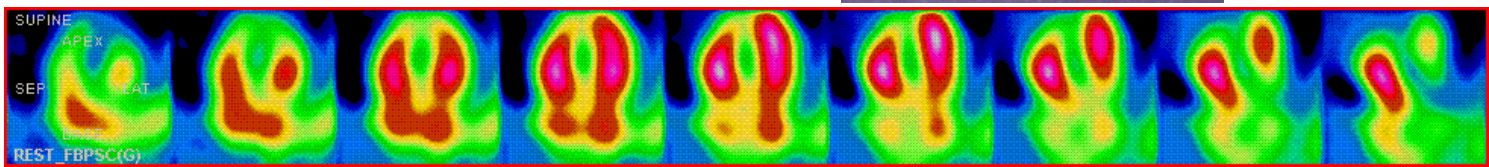
- D'autres isotopes sont utilisés (${}_{53}^{123}\text{I}$ ou ${}_{53}^{131}\text{I}$, ${}_{36}^{81}\text{Kr}$, ${}_{49}^{111}\text{In}$, ${}_{81}^{201}\text{Tl}$...)



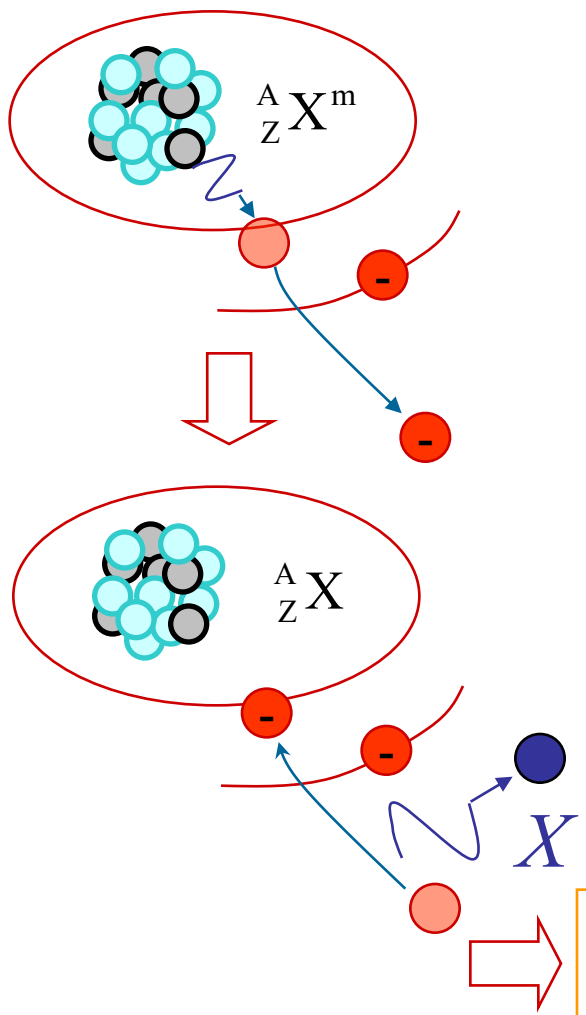
ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA RADIOACTIVITE GAMMA (SPECT)



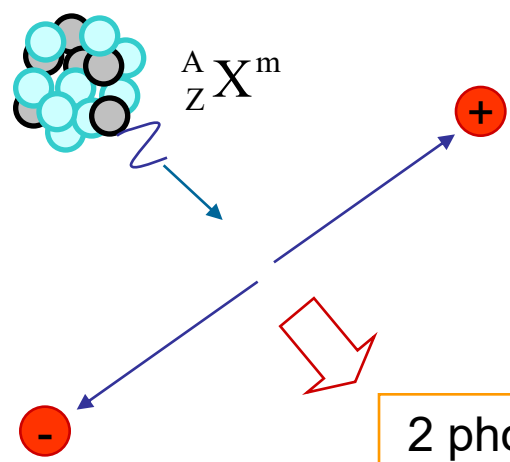
PASS



- Conversion interne



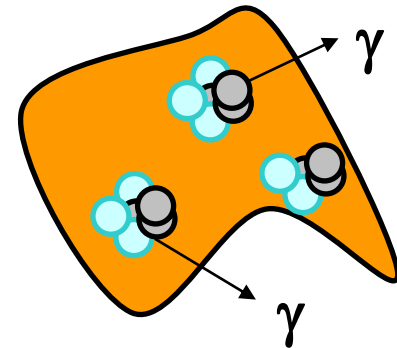
Création de paires
Si $E_d > 1,02 \text{ MeV}$



2 photons γ de 511 keV
(annihilation du e^+)
+
fluorescence X du fait
des ionisations de l' e^-
et du e^+

spectre de raies de
fluorescence X

- **N** = Nombre de noyaux radioactifs
 λ = proba. qu'un isotope se désintègre/sec
 $\lambda = (-dN/N)/dt$, soit en moyenne $\bar{C} = -\Delta N = \lambda.N.\Delta t$
- **P(C_{Δt}=n)** : probabilité de mesurer $n \neq \bar{C}$ photons issus de désintégrations dans un intervalle de temps Δt
- Le phénomène de désintégration est aléatoire
 - **sans mémoire** : désintégrations indépendantes
 - **stationnaire** : proba(désintégration entre t et $t+\Delta t$) ne dépend que de Δt , et pas de t .
 - **rare** $\lambda \ll 1$

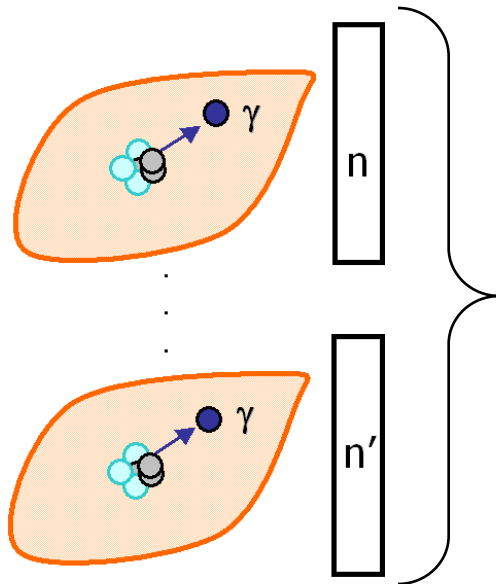


\bar{C} photons γ

- Processus **sans mémoire, stationnaire, rare**



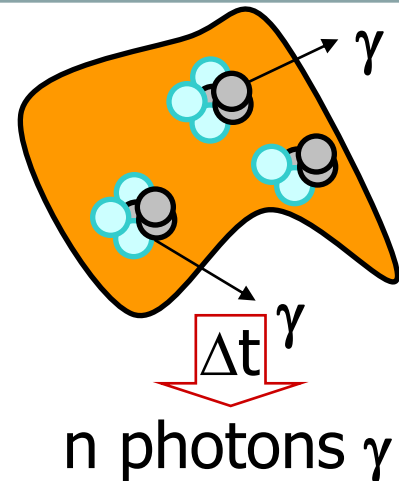
Processus **POISSONNIEN** (1711,1837)



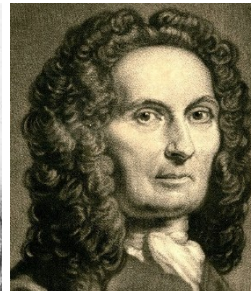
$\bar{C} = \lambda.N.\Delta t$
comptage moyen sur un grand
nombre d'expériences identiques

$$P(C_{\Delta t} = n) = e^{-\bar{C}} \frac{(\bar{C})^n}{n!}$$

$$P(C_{\Delta t} = n) = e^{-\lambda N \Delta t} \frac{(\lambda N \Delta t)^n}{n!}$$



S.D. POISSON
1781-1840



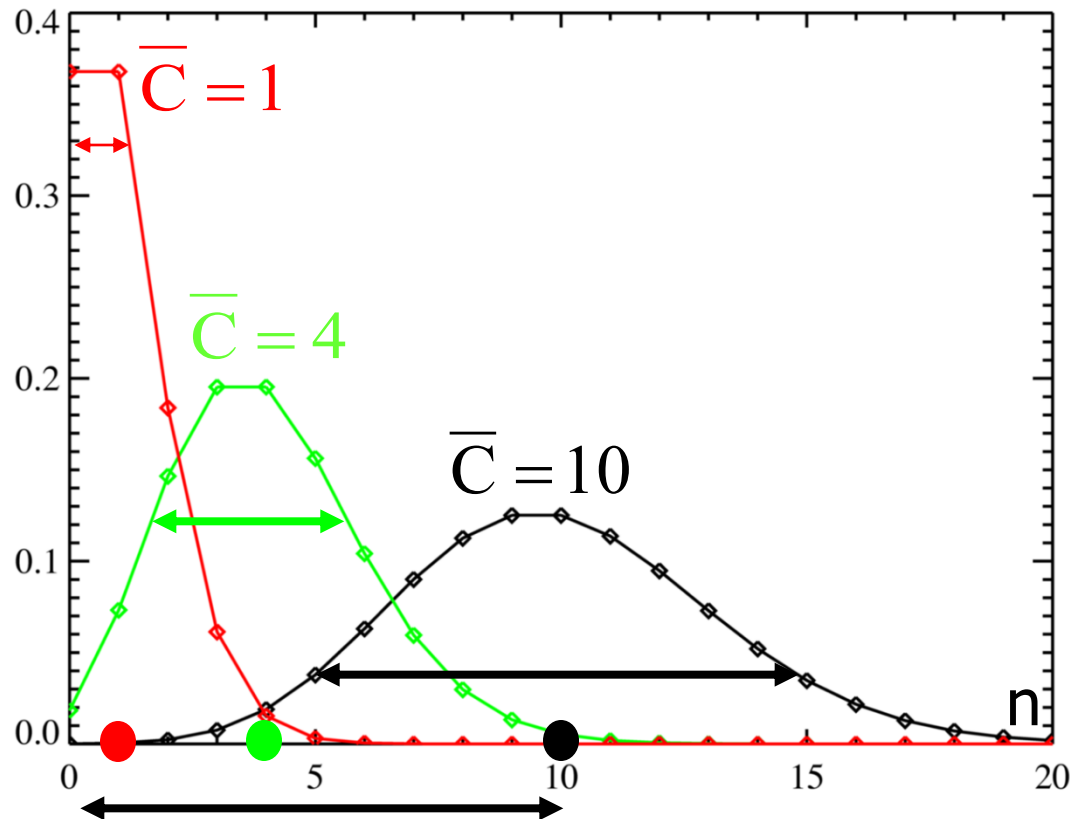
A de Moivre
1667-1754

- Processus **sans mémoire, stationnaire, rare**



Processus **POISSONNIEN**

$P(C_{\Delta t}=n)$



Propriété essentielle
d'une statistique de Poisson :

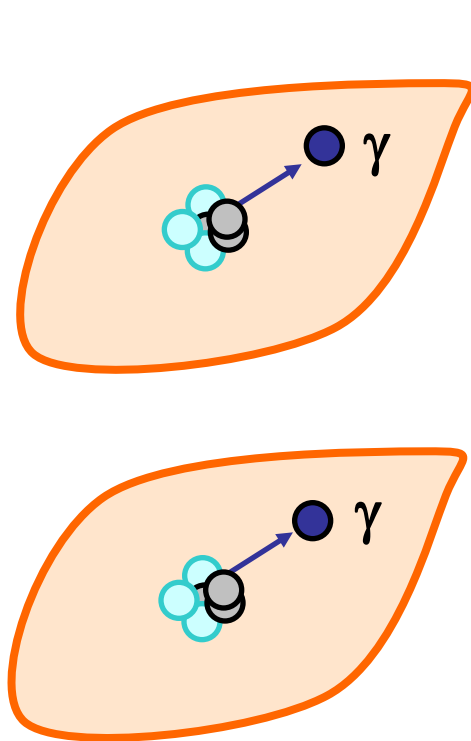
$$\bar{C} = \lambda N \Delta t = \sigma^2$$

$$\Rightarrow \frac{S}{B} = \frac{\bar{C}}{\sigma} = \frac{\bar{C}}{\sqrt{\bar{C}}}$$

$$\frac{S}{B} = \sqrt{\bar{C}}$$

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

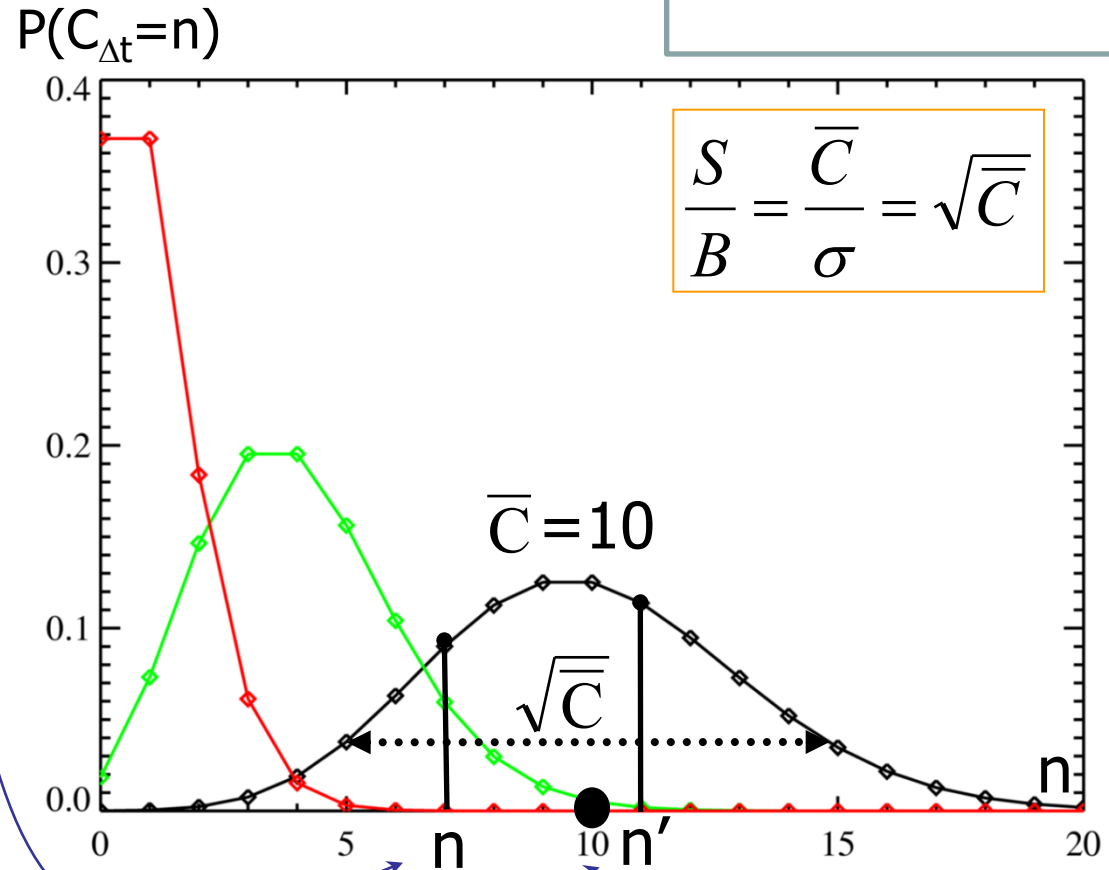
Processus aléatoire suivant une loi de Poisson : $\sigma^2 = \bar{C}$



n
 n'

$$C \in [\bar{C} - \sqrt{\bar{C}}, \bar{C} + \sqrt{\bar{C}}]$$

$$p = 68,3\%$$



$$\frac{S}{B} = \frac{\bar{C}}{\sigma} = \sqrt{\bar{C}}$$

« tirage au sort » suivant P

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE



Le taux de comptage
est 5 fois plus élevé
sur l'image de gauche,
donc le rapport S/B est
plus de 2 fois meilleur
($\sqrt{5}=2,24$)

$$\frac{S}{B} = \sqrt{C} \text{ est multiplié par } 2,24$$

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

- N_0 = nombre initial de noyaux radioactifs
- $N(t)$ = nombre de noyaux non encore désintégrés à t
- λ = probabilité qu'un isotope se désintègre/sec

$$\frac{dN(t)}{N(t)} \stackrel{\text{def}}{=} -\lambda \cdot dt$$

$$\begin{aligned} \text{Si } dt \rightarrow 0, \quad N'(t) &= \frac{N(t + dt) - N(t)}{dt} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{dN(t)}{dt} \\ \Rightarrow dN(t) &= N'(t) \cdot dt \Rightarrow \frac{dN(t)}{N(t)} = \frac{N'(t)}{N(t)} dt = [\ln N(t)]' \cdot dt \stackrel{\text{def}}{=} -\lambda \cdot dt \end{aligned}$$

$$\text{donc } [\ln N(t)]' = -\lambda$$

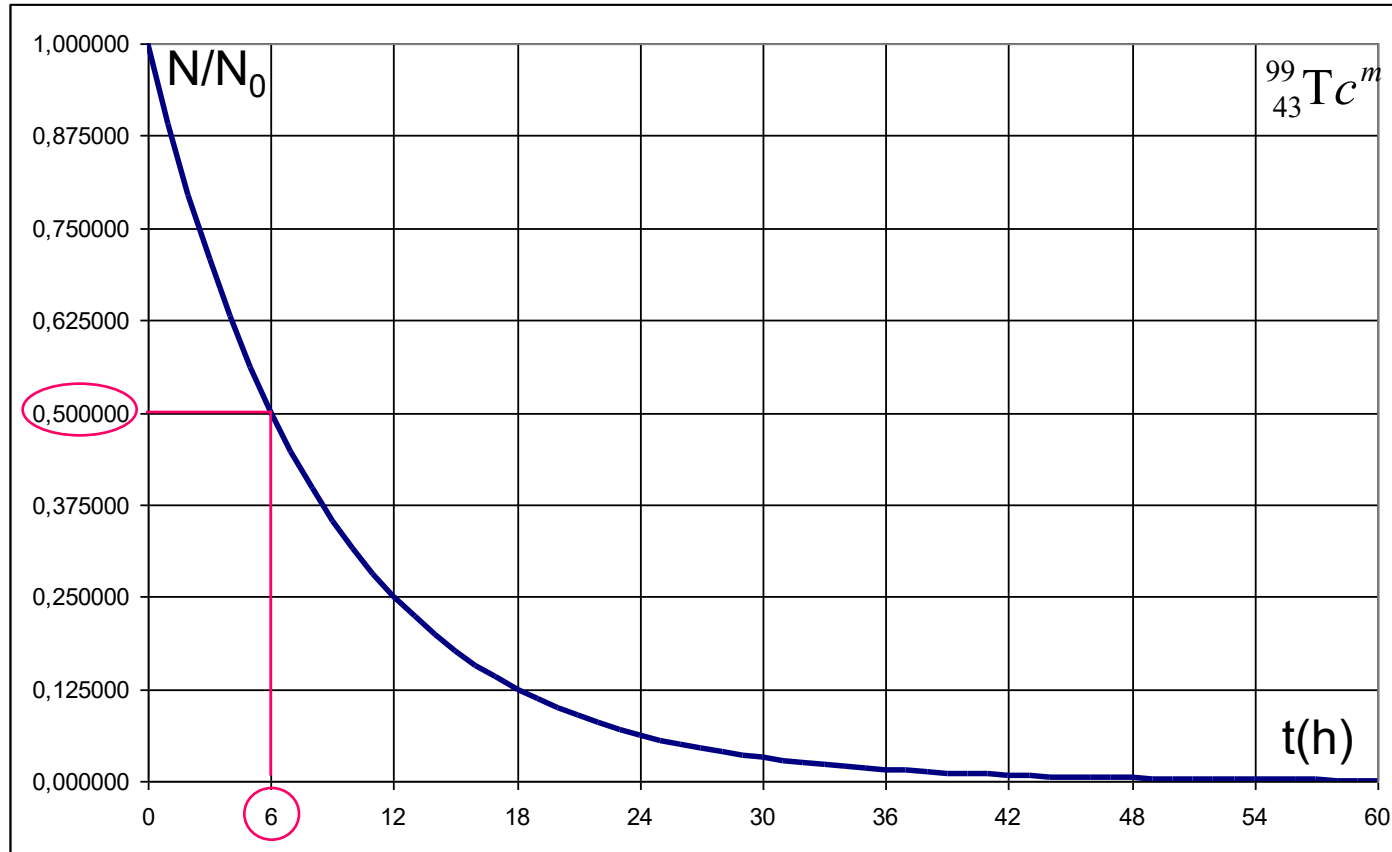
$$\text{en intégrant : } \ln N(t) = -\lambda \cdot t + K$$

$$\text{et donc } N(t) = e^{-\lambda \cdot t + K} = e^K \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$$N_0 \stackrel{\text{def}}{=} N(t = 0) = e^K$$

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda \cdot t}$$

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE



Période : durée moyenne nécessaire à la désintégration de la moitié des noyaux d'un échantillon

$$N(T) = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda \cdot T} \Rightarrow \ln 2 = \lambda \cdot T \Rightarrow T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

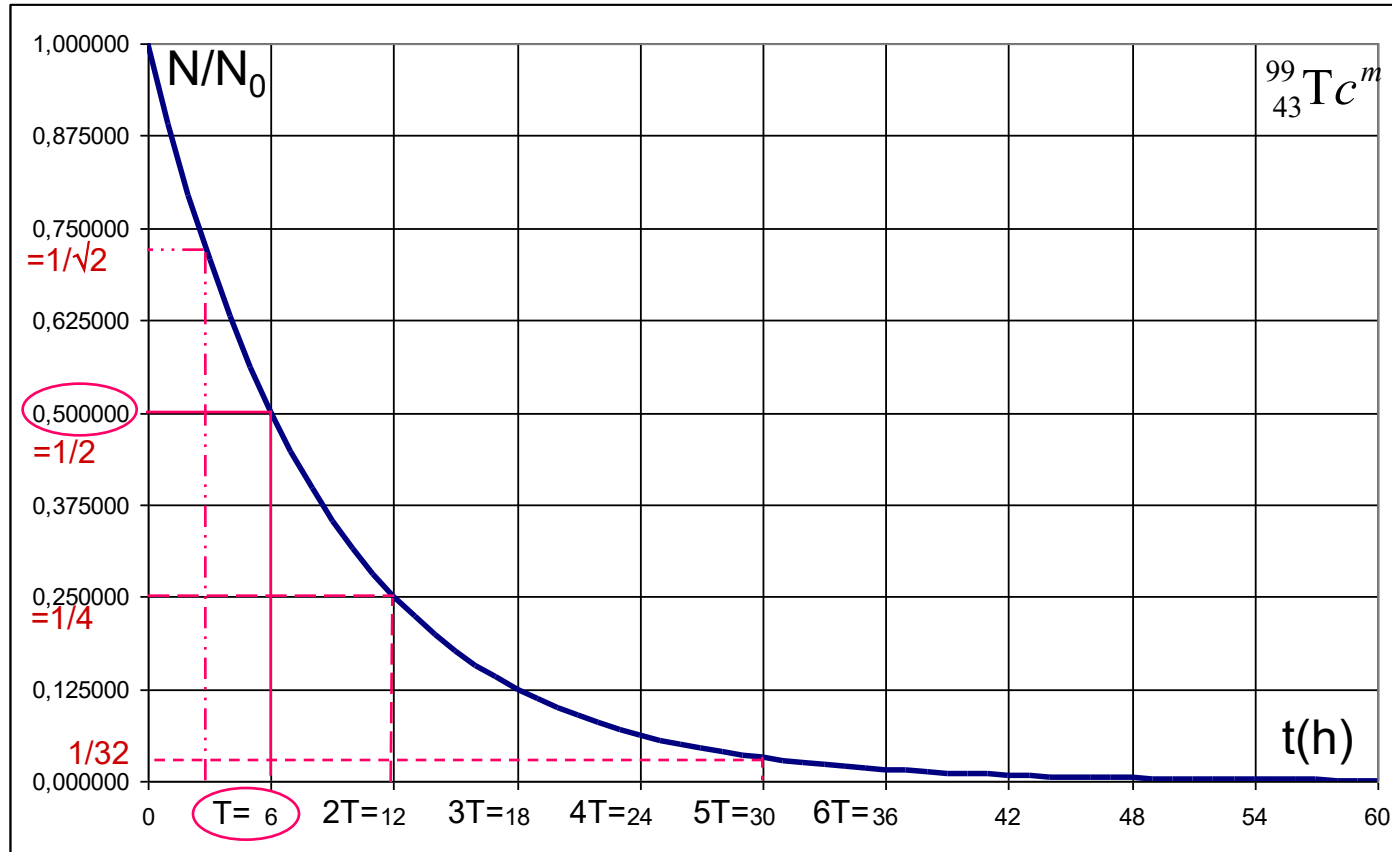
$$N(t) = N_0 e^{-\lambda \cdot t}$$

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0,69}{\lambda}$$

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} \cdot t}$$

$$N(t) = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}}$$

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE



Dix périodes sont nécessaires pour diminuer le nombre de noyaux radioactifs d'un facteur supérieur à 1000 ($2^{10}=1024$)

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0,69}{\lambda}$$

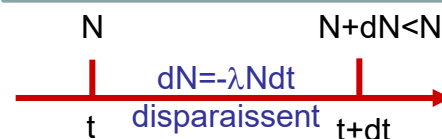
$$N(t) = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}}$$

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

COMPLEMENT
HORS PROGRAMME
A L'EXAMEN
DE PASS

Vie moyenne τ d'un isotope avant désintégration:

A l'instant t , il reste $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ noyaux radioactifs parmi lesquels, en moyenne, $dN(t) = \lambda \cdot N(t) \cdot dt$ se désintégreront entre t et $t+dt$, donc auront « vécu radioactifs » t secondes.



$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_{t=0}^{\infty} t \cdot dN(t) = \frac{1}{N_0} \int_{t=0}^{\infty} t \cdot \lambda N(t) \cdot dt = \frac{1}{N_0} \int_{t=0}^{\infty} t \cdot \lambda N_0 e^{-\lambda t} dt = \lambda \int_{t=0}^{\infty} t \cdot e^{-\lambda t} dt$$

Intégration par parties : $\int d(u \cdot v) = [uv] = \int v \cdot du + u \cdot dv \Rightarrow \int u \cdot dv = [uv] - \int v \cdot du$

$$\int_{t=0}^{\infty} \overset{u}{t} \cdot \overset{dv}{e^{-\lambda t}} dt = \left[-\overset{u}{t} \cdot \overset{v}{\frac{e^{-\lambda t}}{\lambda}} \right]_0^{\infty} - \int_0^{\infty} -\overset{v}{\frac{1}{\lambda}} e^{-\lambda t} \cdot \overset{du}{dt} dt = \frac{1}{\lambda} \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \left[\frac{e^{-\lambda t}}{-\lambda} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda^2}$$

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_{t=0}^{\infty} t \cdot dN = \lambda \int_{t=0}^{\infty} t \cdot e^{-\lambda t} dt = \lambda \cdot \frac{1}{\lambda^2} \Rightarrow \tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T}{\ln 2}$$

$${}^{99}_{43}\text{Tc}^m : \tau \approx 8,7 \text{ h}$$



ACTIVITE

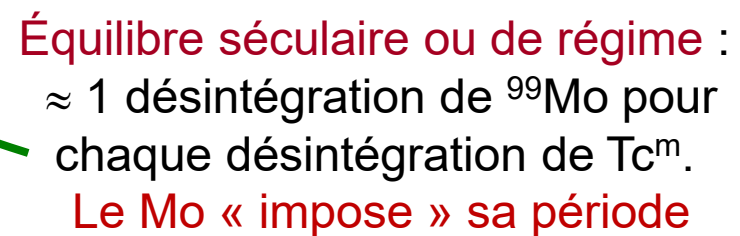
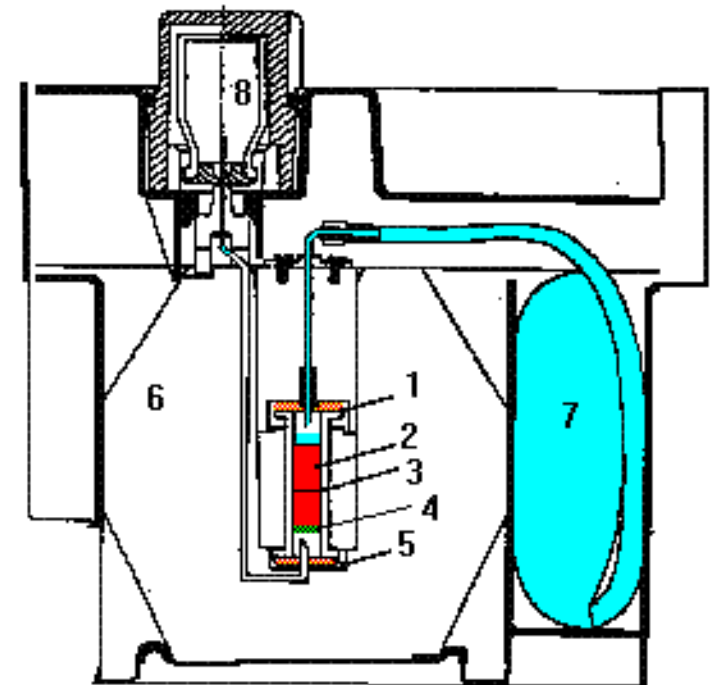
- Activité^{DEF} = nombre de désintégrations par seconde au sein d'un échantillon
- Unité SI: Becquerel (Bq) : 1 Bq = désintégration/sec.
- Autre unité: curie (Ci) : 1 mCi = 37 MBq

$$A(t) = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \left| \frac{d}{dt} N_0 e^{-\lambda t} \right| = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

- donc l'activité est proportionnelle à $N(t)$, nombre de noyaux non encore désintégrés :

$$A(t) = \lambda \cdot N(t)$$

COMPLEMENT
HORS PROGRAMME
A L'EXAMEN
DE PASS

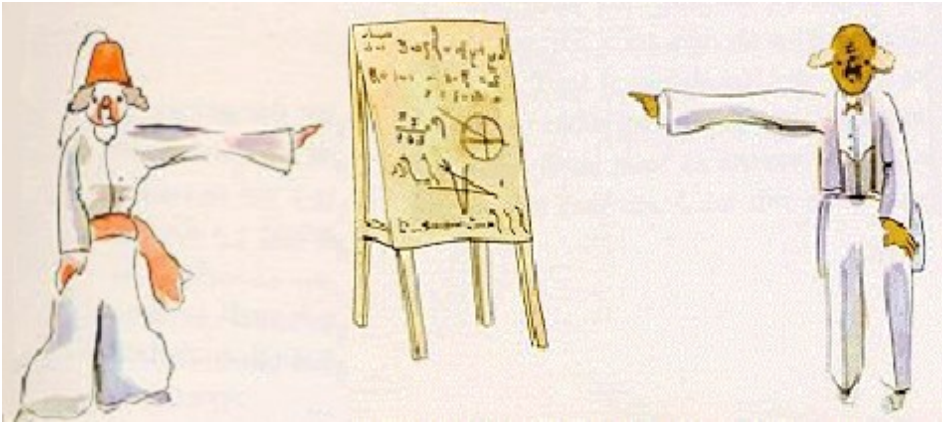


OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 6

Définir et caractériser :

- Les réactions radioactives : équation, conditions, E_d spectre, applications...
- Statistique de Poisson, $V=E$.
- Les taux de comptages en scintigraphie ($S/B = \sqrt{N}$)
- La loi de décroissance : $N(t) = N_0 e^{-\lambda \cdot t} = N_0 \cdot 2^{-t/T}$
- Les définitions de λ , T
- L'activité en Bq : $A(t) = \lambda \cdot N(t)$

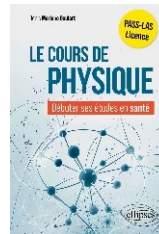
BIBLIOGRAPHIE



Je vous remercie pour votre attention
et vous souhaite tout le succès que vous mériterez pour la suite de l'année

Physique pour les sciences de la vie (tome 1: la physique et ses méthodes; tome 2: la matière; tome 3: les ondes)
A. Bouyssy, M. Davier, B. Gatty. DIA Université. Belin, 1988.

Cours de physique pour débiter ses études en santé.
D. Mariano-Goulart. Ellipse, 2026 (à paraitre en avril).



<https://www.radiofrance.fr/franceculture/podcasts/serie-douze-cles-pour-la-physique>. G Lochak.

RAPPELS DE PHYSIQUE EXPLIQUES EN ED1

FORCE & TRAVAIL

TRAITE
EN ED 1

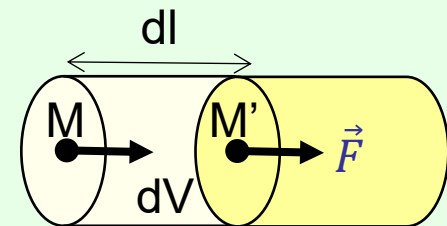
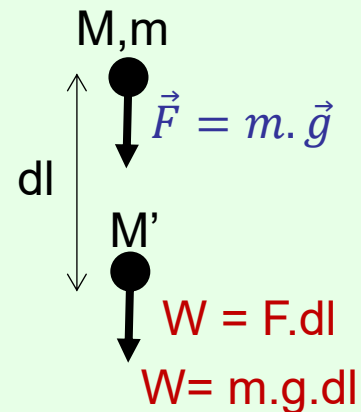
- Une force \vec{F} est ce qui fait varier la quantité de mouvement d'un mobile dans le temps: $\vec{F} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{d\vec{p}}{dt}$.

Si $v \ll c$ et m constant: $\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \cdot \frac{d(\vec{v})}{dt} = m \cdot \vec{a}$

- Le travail W est l'énergie échangée lorsque le point d'application d'une force se déplace :

$$dW \stackrel{\text{def}}{=} \vec{F} \cdot d\vec{l} = F \cdot dL \cdot \cos(\widehat{\vec{F}, d\vec{l}})$$

$$W_{L=M \rightarrow M'} = \int_M^{M'} \vec{F} \cdot d\vec{l}$$



$$F = P \cdot S$$

$$dW = F \cdot dl = P \cdot S \cdot dl$$

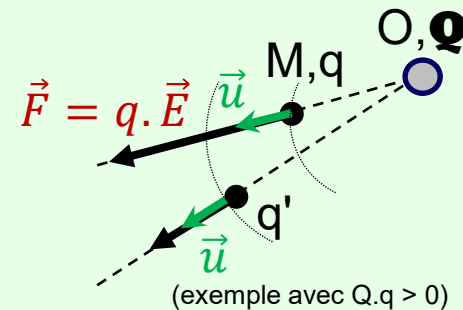
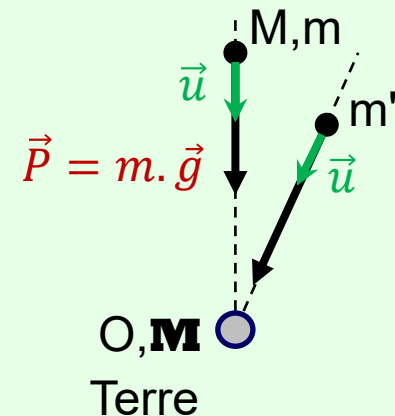
$$dW = P \cdot dV$$

FORCE CENTRALE

TRAITE
EN ED 1

- Certaines forces se décomposent en $\vec{F} := s \cdot \vec{C}$ où $s \in \mathbb{R}$ caractérise l'objet qui subit la force ($s = m$ ou q , masse ou charge d'une particule), et $\vec{C}(x, y, z)$ est un **champ vectoriel** ($\vec{C} = \vec{g}$ ou \vec{E} pour la gravitation ou l'électrostatique).
- Une force est **centrale** si il existe un point fixe O tel qu'à tout instant, la force observée en tout point M est portée par la direction (MO)

Pesanteur:



GRAVITE ET ELECTROSTATIQUE

TRAITE
EN ED 1

- Les forces de gravité et électrostatique sont des cas particuliers de forces centrales créées par un champ vectoriel où :

$$\vec{C} = K \cdot \frac{\vec{u}}{r^2} \quad \text{avec} \quad \vec{u} = \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|} \quad \text{et} \quad \vec{r} = \pm \overrightarrow{M0}$$

$$\vec{F} = s \cdot K \cdot \frac{\vec{u}}{r^2}$$

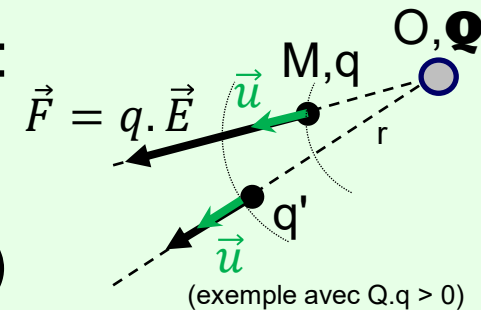
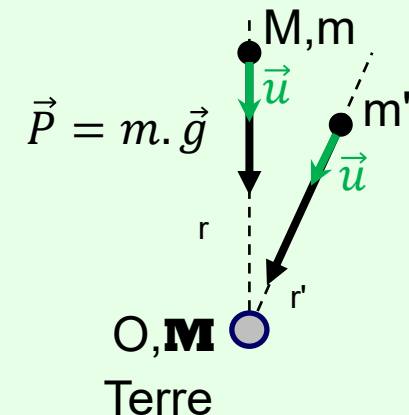
s = masse ou charge électrique du mobile M.

K > 0 dépend de la source du champ et du milieu:

Gravitation: $K = \mathcal{G} \cdot \mathbf{M}$ ($\mathcal{G} = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$)

Electrostatique: $K = \frac{\mathcal{F}}{\varepsilon_r} \cdot \mathbf{Q}$ ($\mathcal{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$)

Pesanteur:



Potentiel, Energie potentielle d'un champ central en $1/r^2$

TRAITE
EN ED 1

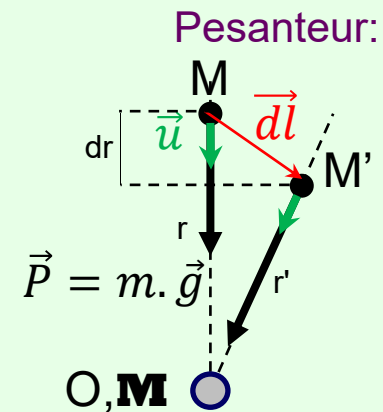
- Gravitation/Electrostatique: $\vec{F} := s \cdot K \cdot \frac{\vec{u}}{r^2}$:

$$W_{M \rightarrow M'} = \int_M^{M'} \vec{F} \cdot d\vec{l} = K \cdot s \cdot \int_M^{M'} \frac{\vec{u} \cdot d\vec{l}}{r^2} = K \cdot s \cdot \int_M^{M'} \frac{dr}{r^2} =$$

$$K \cdot s \cdot \left[-\frac{1}{r} \right]_r^{r'} = K \cdot s \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) = E_P(M) - E_P(M')$$

W indépendant du chemin suivi entre M et M'.

Force conservative (pour l'énergie: $E_c + E_p = \text{cste}$)



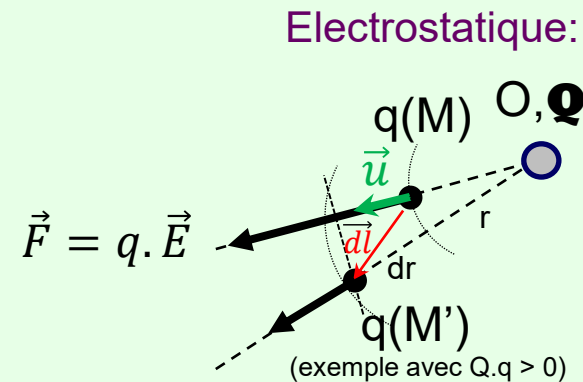
Force électrostatique ou de gravitation :

Force centrale: $\vec{F} := s \cdot \vec{C}$ avec $\vec{C} := K \cdot \frac{\vec{u}}{r^2}$

$$E_P = s \frac{K}{r} := s \cdot V \quad \text{avec } V := \frac{K}{r}$$

Electrostatique: $s = q$ $K = \frac{\mathcal{F}}{\epsilon_r} \cdot Q$

Gravitation: $s = m$ $K = \mathcal{G} \cdot M$

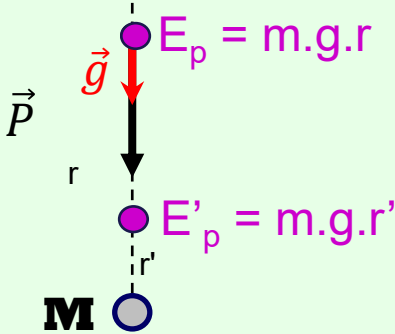


SYNTHESE

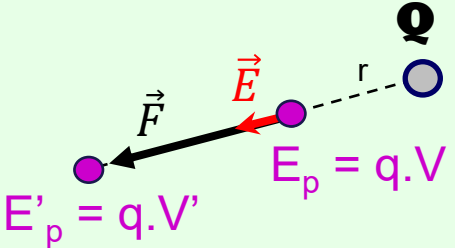
TRAITE
EN ED 1
(SYNTHESE)

	PESANTEUR	ELECTROSTATIQUE
Source	Masse de la terre M	Charge Q
s	Masse de la particule m	Charge de la particule q
$\vec{C} = K \cdot \frac{\vec{u}}{r^2}$	$\vec{g} = (G \cdot M) \cdot \frac{\vec{u}}{r^2}$	$\vec{E} = \left(\frac{\mathcal{F}}{\epsilon_r} \cdot Q \right) \cdot \frac{\vec{u}}{r^2}$
$V = K/r$	$G \cdot M \cdot \frac{1}{r} = g \cdot r$	$\frac{\mathcal{F}}{\epsilon_r} \cdot Q \cdot \frac{1}{r} = E \cdot r$
$E_p = s \cdot V$	$m \cdot G \cdot M \cdot \frac{1}{r} = m \cdot g \cdot r = m \cdot V$	$q \cdot \frac{\mathcal{F}}{\epsilon_r} \cdot Q \cdot \frac{1}{r} = q \cdot E \cdot r = q \cdot V$
$\vec{F} = s \cdot \vec{C}$	$\vec{P} = m \cdot \vec{g} = G \cdot M \cdot m \cdot \frac{\vec{u}}{r^2}$	$\vec{F} = q \cdot \vec{E} = \frac{\mathcal{F}}{\epsilon_r} \cdot Q \cdot q \cdot \frac{\vec{u}}{r^2}$
Constantes	$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$	$\mathcal{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

Pesanteur:



Electrostatique:



(Exemple avec Q et q positifs)

Remarque : $-\frac{d}{dr}(E_p) = -\frac{d}{dr}\left(\frac{K \cdot s}{r}\right) = -K \cdot s \cdot \frac{d}{dr}\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{K \cdot s}{r^2} = F$
Une force centrale en $1/r^2$ « dérive de l'énergie potentielle »

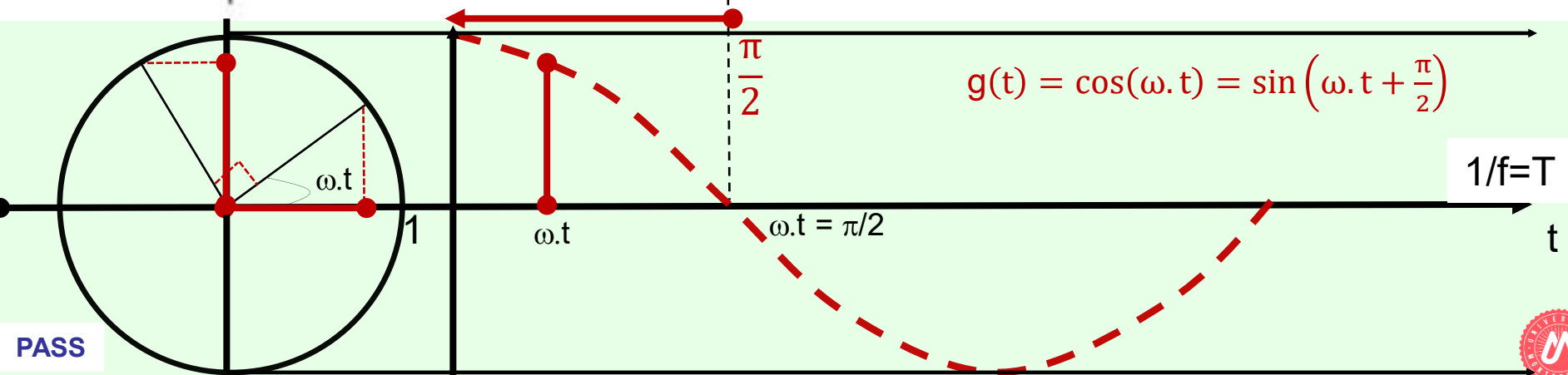
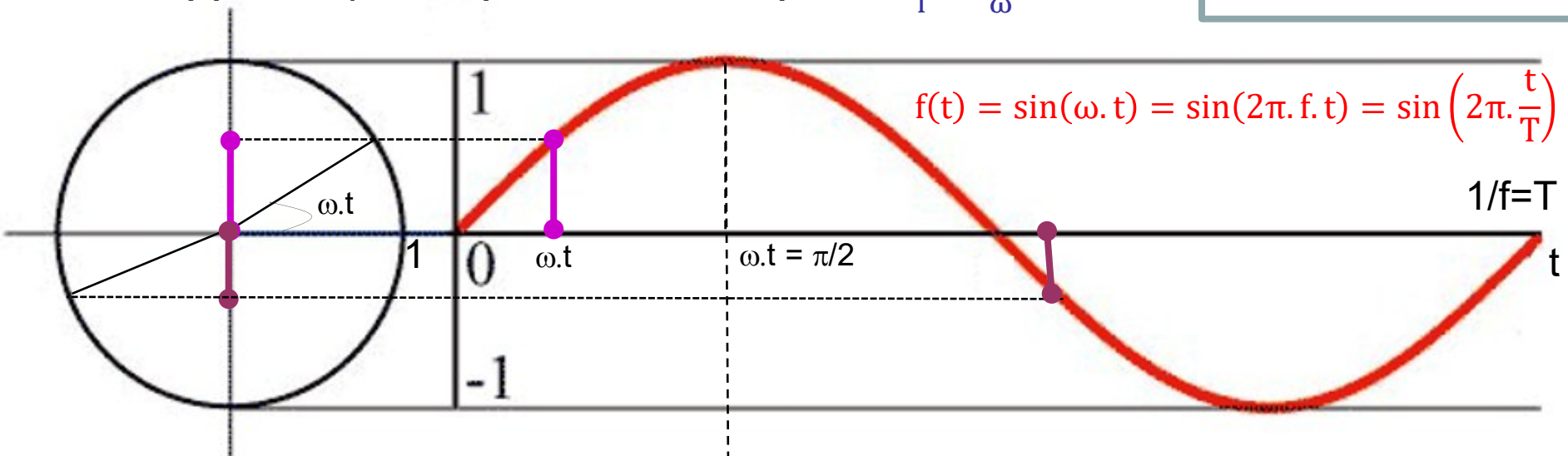


RAPPEL: FONCTION SINUS $f(t) = \sin(\omega.t)$

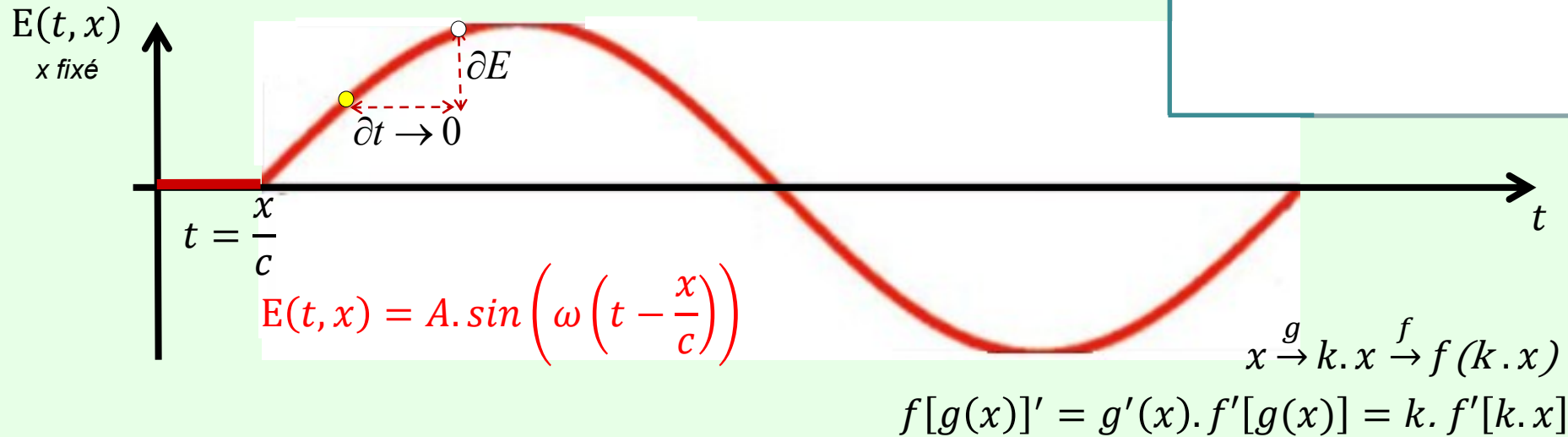
Pulsation propre (rad.s^{-1}) :

$$\omega = 2\pi.f = \frac{2\pi}{T}$$

Période (s) et fréquence (Hertz = $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$) : $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$



Rappel: la dérivation



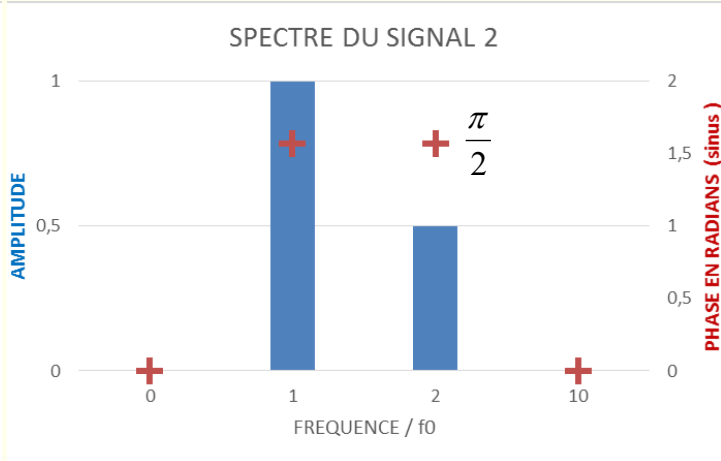
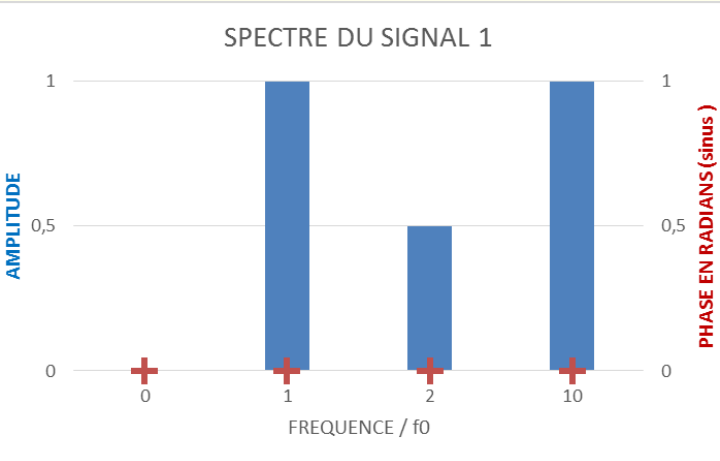
$$\frac{\partial E}{\partial t} \stackrel{\text{def}}{=} E'(t)_{x \text{ constant}} = \frac{\partial}{\partial t} \left[A \cdot \sin\left(\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \right] = \omega \cdot A \cdot \cos\left(\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} \stackrel{\text{def}}{=} E'(x)_{t \text{ constant}} = \frac{\partial}{\partial x} \left[A \cdot \sin\left(\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \right] = -\frac{\omega}{c} \cdot A \cdot \cos\left(\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$$

EXERCICES

PASS

SPECTRE, TRANSFORMÉE DE FOURIER



Connaissance
Réflexion
Les deux

☒ A. Le point (0,0) est centre de symétrie du graphe du signal 1 (signal impair) .

$$s1(t) = \sin(t) + \frac{1}{2} \sin(2.t) + \sin(10.t)$$

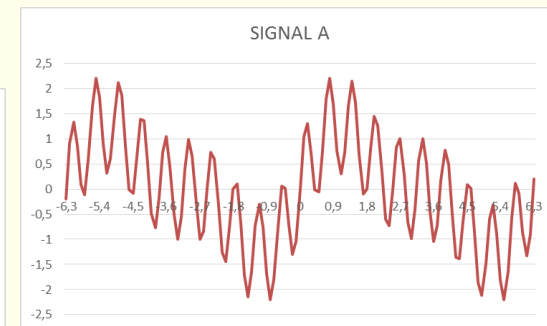
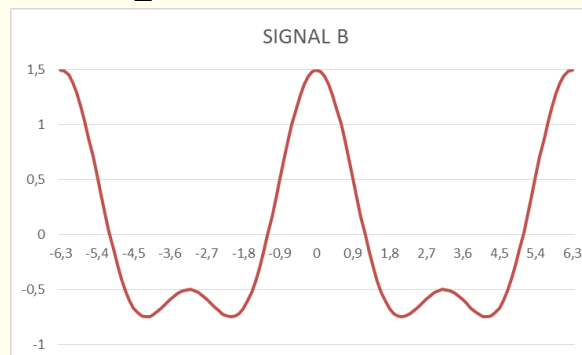
☒ B. L'axe des ordonnées est axe de symétrie du graphe du signal 2 (signal pair).

$$s2(t) = \sin\left(t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2} \sin\left(2.t + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(t) + \frac{1}{2} \cos(2.t)$$

☒ C. Le signal A peut correspondre au spectre 1.

☐ D. Le signal 2 est le signal 1

PASS avancé de 1,57 secondes.



EQUATION DE D'ALEMBERT

Montrez que la connaissance de la fonction $g(t,x)$ caractéristique d'une onde progressive périodique quelconque permet d'en déduire la célérité de cette onde.



Connaissance
Réflexion
Les deux

Il suffit de le démontrer sur l'une des composantes harmoniques de l'OP qui s'écrit en toute généralité : $g(t,x) = A \sin \left[\omega \left(t \pm \frac{x}{c} \right) \right]$

On calcule la **dérivée partielle** $\frac{\partial g(t,x)}{\partial x}$ d'une fonction $g(t,x)$ suivant la variable x est la dérivée de g par rapport à x calculée en supposant constante l'autre variable t .

La **dérivée partielle seconde** est notée : $\frac{\partial^2 g(t,x)}{\partial x^2}$

$$g(t,x) = A \sin \left[\omega \left(t \pm \frac{x}{c} \right) \right] \Rightarrow \frac{\partial g}{\partial x} = \pm \left(\frac{\omega}{c} \right) . A \cos \left[\omega \left(t \pm \frac{x}{c} \right) \right] \text{ et } \frac{\partial g}{\partial t} = \omega . A \cos \left[\omega \left(t \pm \frac{x}{c} \right) \right]$$
$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial^2 g(t,x)}{\partial x^2} = - \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 . g(t,x) \\ \frac{\partial^2 g(t,x)}{\partial t^2} = - \omega^2 . g(t,x) \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 g(t,x)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 g(t,x)}{\partial t^2}}$$

Equation de d'Alembert caractéristique d'une onde progressive, permet de calculer c à partir d'une modélisation de l'onde



CONCOURS PACES 2011

Dans un milieu de propagation homogène, on considère une onde électromagnétique plane caractérisée par le champ électrique $(E_x, E_y, E_z) = (0, 0, 100.\sin[628.(t-0,5.10^{-8}.y)])$ dans le repère orthonormé direct (O, x, y, z) .

Connaissance

Réflexion

Les deux

☒ A. Le champ électromagnétique se déplace le long de la direction y.

$$E_z(t, y) = E_0 \sin[\omega.(t - \frac{y}{c_n})]$$

☒ B. Le champ électromagnétique est une radiation de fréquence 100 Hz.

$$\omega = 628 = 2\pi f \Rightarrow f = 100 \text{ Hz}$$

☐ C. Le champ électrique est polarisé rectilignement suivant la direction y.

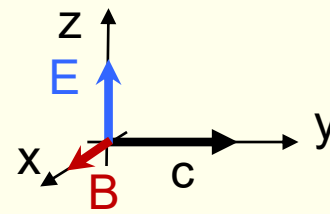
Non, suivant z

☒ D. Les composantes en y et z du champ magnétique sont nulles à tout instant.

$$\vec{B} = (1/c_n).\vec{u} \wedge \vec{E} \Rightarrow B_x(t, y) = B_0 \sin[\omega.(t - \frac{y}{c_n})]$$

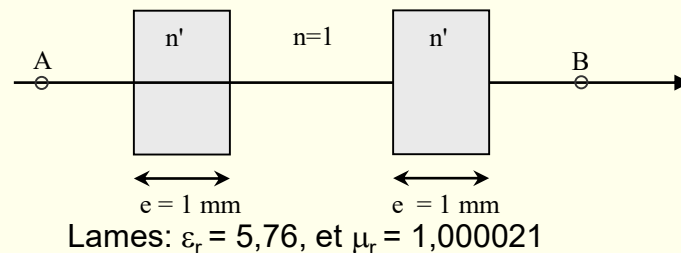
☒ E. L'indice de réfraction du milieu de propagation est 1,5.

$$\frac{\omega}{c_n} = \frac{2\pi f}{c_n} = 628.0,5.10^{-8} = \frac{628}{2.10^8} = \frac{2\pi.100}{2.10^8} \Rightarrow n = \frac{c}{c_n} = \frac{3.10^8}{2.10^8} = 1,5$$



CONCOURS PACES 2013

Comprendre que L est un « équivalent de distance dans le vide »,
au sens où : $L = n.(AB) = \frac{c}{c_n} . (AB) \Rightarrow t = \frac{(AB)}{c_n} = \frac{L}{c}$



Connaissance

Réflexion

Les deux

☒ A. L'indice de réfraction des lames est $n' = 2,4$

$$n' = \frac{c}{c_n} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} = \sqrt{5,76 \cdot 1,000021} = 2,40$$

☐ B. La célérité du rayonnement laser dans les lames est de $2 \cdot 10^8$ m/s

$$c_n = \frac{c}{n'} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,4} = 1,25 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

☐ C. La variation de chemin optique induite par l'introduction des deux lames est de 4,8 mm

$$\Delta L = 2 \cdot (n' - 1) \cdot e = 2,8 \text{ mm}$$

☒ D. Après introduction des deux lames, la lumière arrive en B avec $9 \cdot 10^{-12}$ s de retard

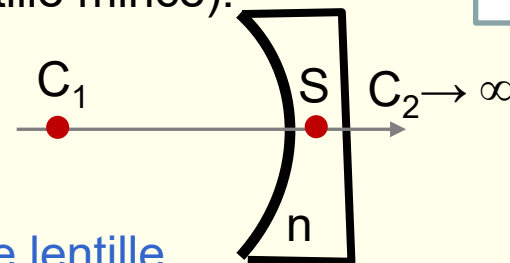
$$\frac{2,8 \cdot 10^{-3}}{\frac{c}{c_n}} = 9,3 \cdot 10^{-12} \text{ s}$$

☒ E. La variation de phase induite par l'introduction des deux lames est inversement proportionnelle à λ .

$$\Delta \varphi = \frac{\omega}{c} \Delta L = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L$$

CONCOURS PACES 2016-2017

Une lentille de verre ($n=1,8$) est constituée d'un dioptre divergent de $R_1= 80$ cm et d'un dioptre plan. On considère que les sommets des 2 dioptres sont confondus (lentille mince).



Connaissance

Réflexion

Les deux

1- Donnez la formule de conjugaison de cette lentille

$$\left. \begin{aligned} \frac{n-1}{SC_1} &= \frac{n}{SA''} - \frac{1}{SA} \\ \frac{1-n}{SC_2} &= 0 = \frac{1}{SA'} - \frac{n}{SA''} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{n-1}{SC_1} = \frac{1}{SA'} - \frac{1}{SA}$$

2- Calculez la puissance de cette lentille

$$\Pi = \frac{n-1}{SC_1} = -\frac{0.8}{80 \cdot 10^{-2}} = -1 \text{ Dp} \quad (SC_1 = -R_1)$$

3- Calculez la focale image de cette lentille

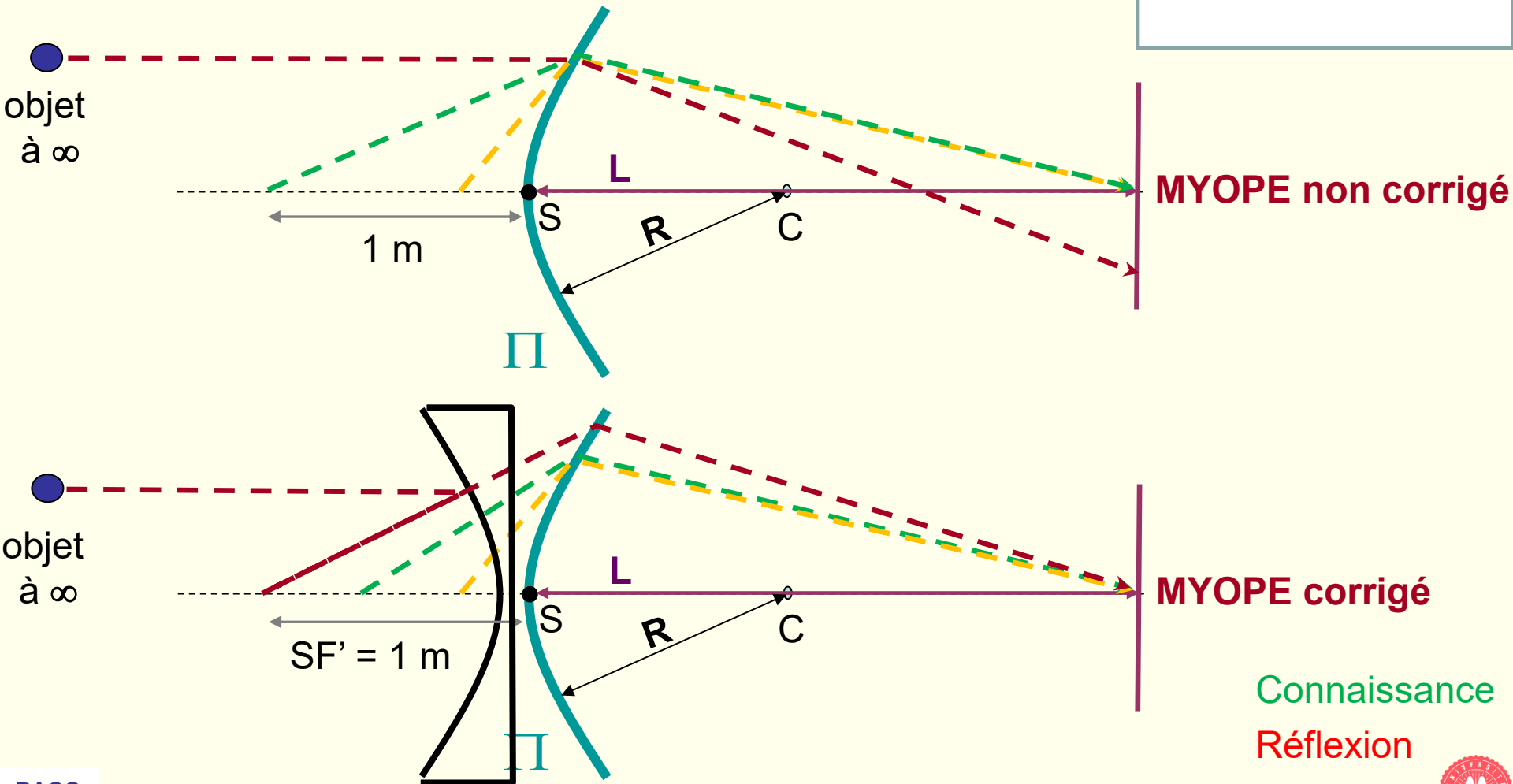
$$\Pi = -1 = \frac{1}{SF'} \Rightarrow SF' = -1 \text{ m}$$

4- Calculez le grandissement d'un objet placé à 1 m en amont de cette lentille

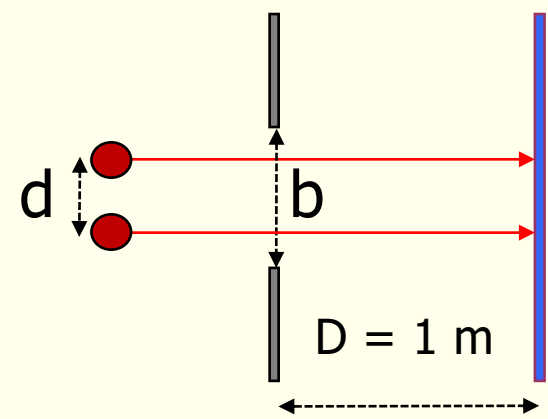
$$\frac{1}{G} = \left| \frac{SA}{SA'} \right| = |\Pi \cdot SA + 1| = |(-1) \cdot (-1) + 1| = 2$$

AMETROPIES SPHERIQUES

Quelle correction proposer à un patient myope qui voit flou tout objet situé au-delà d'un mètre de son œil ?



EXERCICE D'APPLICATION



Ecran éloigné où se forment les images de 2 sources identiques de $\lambda = 500 \text{ nm}$ après traversée d'une fente carrée de largeur $b = 0,5 \text{ mm}$.

Connaissance
Réflexion
Les deux

☒ A. La distance entre le premier minimum et le maximum principal est de l'ordre de 1 mm.

$$\sin \theta_{\min} = \frac{\lambda}{b} \approx \text{tg } \theta_{\min} = \frac{x_{\min}}{D} = x_{\min} = \frac{500 \cdot 10^{-9}}{0,5 \cdot 10^{-3}} = 1 \text{ mm}$$

☒ B. La largeur à mi-hauteur de la tache de diffraction (maximum principal) est de l'ordre de 1 mm.

$$LMH \approx x_{\min} = 1 \text{ mm}$$

☒ C. Si $D = 3 \text{ m}$, la distance entre le 2 maxima est de l'ordre de 3 mm.

$$x = D \cdot \frac{\lambda}{b} = 3 \cdot 1 \text{ mm} = 3 \text{ mm}$$

☒ D. Si $D = 1 \text{ m}$, Les 2 images seront indiscernables si $d < 1 \text{ mm}$.

Fusion des 2 pics d'intensité
(intersection à plus de 50%
de l'intensité maximale)...

☒ E. Si $D = 3 \text{ m}$, Les 2 images seront indiscernables si $d < 1 \text{ mm}$.



EXERCICE D'APPLICATION

Les énergies d'ionisation de la raie K, d'une raie L et d'une raie M d'un atome à plusieurs électrons sont :

$$E^K_i = 3 \text{ keV}, \quad E^L_i = 0,3 \text{ keV} \quad \text{et} \quad E^M_i = 0,03 \text{ keV}.$$

Connaissance

Réflexion

Les deux

- ☒ A. La transition $L \rightarrow K$ émet un photon X de $\lambda = 0,46 \text{ nm}$.

$$|3 - 0,3| \cdot 10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 4,32 \cdot 10^{-16} = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4,32 \cdot 10^{-16}} = 0,46 \text{ nm}$$

- ☒ B. La transition $L \rightarrow M$ nécessite l'absorption d'un photon d'énergie 0,27 keV.

$$|0,3 - 0,03| = 0,27 \text{ keV}$$

- ☒ C. La transition $M \rightarrow K$ émet un photon de fréquence $718 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$

$$|3 - 0,03| \cdot 10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 4,752 \cdot 10^{-16} = hf \Rightarrow f = \frac{4,752 \cdot 10^{-16}}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 717,8 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

- ☐ D. La transition $M \rightarrow L$ peut provoquer une ionisation sur la couche K.

- ☒ E. La transition $L \rightarrow K$ peut provoquer une ionisation sur la couche M.

Concours PACES 2011

Un tube à rayons X dont l'anode est en tungstène est utilisé avec une tension d'accélération des électrons de 150 kV.

Les énergies d'ionisation des couches K ($n=1, l=0$), L ($n=2, l=0$) et M ($n=3, l=0$) de l'atome de tungstène sont respectivement 69,5 keV, 12,1 keV et 2,8 keV.

- ☒ A. L'énergie véhiculée par le rayonnement X produit est principalement le fait d'un rayonnement de freinage.
- ☒ B. Le spectre du rayonnement X produit est un spectre continu au sein duquel peuvent être observées des raies surajoutées d'énergie 66,7 keV et 57,4 keV.
- ☐ C. L'énergie véhiculée par le rayonnement X produit est principalement le fait de photons de 9,3 keV.
- ☐ D. Une raie unique est observée à 9,3 keV dans le spectre du rayonnement X produit.
- ☒ E. S'il est focalisé sur un tissu humain vivant, le rayonnement X produit par ce tube est capable de créer des radicaux libres.
- ☐ F. L'énergie des photons émis varie entre 0 et 175 keV
- ☐ G. Des photons X non ionisants prédominent dans le rayon X observé

Connaissance

Réflexion

Les deux

$$69,5 - 2,8 = 66,7$$

$$69,5 - 12,1 = 57,4$$

$$12,1 - 2,8 = 9,3$$

pas unique

entre 0 & 150 keV

autoabsorbés

EXERCICE

Pour réaliser une scintigraphie osseuse, on administre par voie intraveineuse 3,8 ng de $^{99}_{43}\text{Tc}^m$ ($T = 6 \text{ h}$) à un patient.

1- Déterminer le nombre de moles de molybdène nécessaire à sa production

$$1 \text{ mole} \equiv 99 \text{ g} \Rightarrow 3,8 \text{ ng} \equiv \frac{3,8 \cdot 10^{-9}}{99} = 38,4 \cdot 10^{-12} \text{ moles de } ^{99}_{43}\text{Tc}^m \text{ ou de } ^{99}_{42}\text{Mo}$$

2- Déterminer l'activité injectée

$$38,4 \cdot 10^{-12} \text{ moles} = 23 \cdot 10^{12} \text{ atomes. } A = \lambda N = \frac{\ln 2}{T} N = \frac{\ln 2}{6.60.60} 23 \cdot 10^{12} = 741 \text{ MBq} = 20 \text{ mCi}$$

3- Déterminer la vie moyenne de ce radio-isotope

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T}{\ln 2} = 8,6 \text{ h} = 8 \text{ h } 39 \text{ min}$$

4- Quelle conséquence aurait l'administration d'une activité 4 fois plus faible

4 fois moins de photons détectés et S/B divisé par 2

En supposant l'absence de toute élimination de cet isotope:

5- Combien de photons gamma seront émis dans l'organisme du patient ? $23 \cdot 10^{12}$

6- Quelle % d'activité persistera 24h après l'injection ?

$$t = 24 \text{ h} = 4.T \Rightarrow A = \frac{A_0}{2^{\frac{t}{T}}} = \frac{A_0}{2^4} = \frac{A_0}{16} = 6.25\% \cdot A_0$$

CAPTURE ELECTRONIQUE (PACES 2013)

On observe l'apparition de manganèse $^{55}_{25}\text{Mn}$ (masse atomique de 54,938 047 u) au sein de fer $^{55}_{26}\text{Fe}$ (masse atomique 54,938 296 u), sans émission de particule chargée positivement ($1 \text{ u} = 931,5 \text{ Mev}/c^2$).

On donne: $E_i^{1s}({}^{55}_{26}\text{Fe}) = 7,11 \text{ keV}$ et $E_i^{1s}({}^{55}_{25}\text{Mn}) = 6,54 \text{ keV}$

$E_i^{2s}({}^{55}_{26}\text{Fe}) = 0,85 \text{ keV}$ et $E_i^{2s}({}^{55}_{25}\text{Mn}) = 0,77 \text{ keV}$

$E_i^{2p}({}^{55}_{26}\text{Fe}) = 0,72 \text{ et } 0,71 \text{ keV}$ et $E_i^{2p}({}^{55}_{25}\text{Mn}) = 0,65 \text{ et } 0,64 \text{ keV}$

Connaissance

Réflexion

Les deux

1- Ecrire la réaction en cause $^{55}_{26}\text{Fe} + {}^0_{-1}e_K^- \rightarrow {}^{55}_{25}\text{Mn} + {}^0_0\nu$

2- Calculer l'énergie emportée par la particule émise

$$E_d = [\mathfrak{M}({}^{55}_{26}\text{Fe}) - \mathfrak{M}({}^{55}_{25}\text{Mn})] \cdot c^2 - E_K^i({}^{55}_{26}\text{Fe})$$

$$= [54,938296 - 54,938047] \cdot 931,5 - 7,11 \cdot 10^{-3} = 224,83 \text{ keV}$$

3- Calculer l'énergie des photons émis après la réaction

(hors Auger sur M) $L1 \rightarrow K : 6,54 - 0,77 = 5,77 \text{ keV}$
 $L2 \rightarrow K : 6,54 - 0,65 \text{ ou } 0,64 = 5,89 \text{ keV ou } 5,90 \text{ keV}$
 $L2 \rightarrow L1 : 0,77 - 0,65 \text{ ou } 0,64 = 0,12 \text{ keV ou } 0,13 \text{ keV}$ } Fluorescence X