

ONDE & MATIERE : PREAMBULE

Prête au vrai maintenant une **oreille attentive**,
Nette de tout souci, **aiguise ton esprit**,
Et mes dons, apprêtés avec un soin fidèle,
Garde d'en faire fi avant d'y rien comprendre,
Car je vais t'exposer les hautes lois du ciel
Et des dieux, dévoiler **d'où procèdent les choses**.

*Quod super est, vacuas auris animumque sagacem
semotum a curis adhibe veram ad rationem,
ne mea dona tibi studio disposta fideli,
intellecta prius quam sint, contempta relinquo.
nam tibi de summa caeli ratione deumque
disserere incipiam et rerum primordia pandam.*

Lucrèce (1^{er} siècle avant JC), De la nature des choses, Chant 1
Vers 50-55. Traduction d'Olivier Sers, Belles lettres, Paris, 2012.



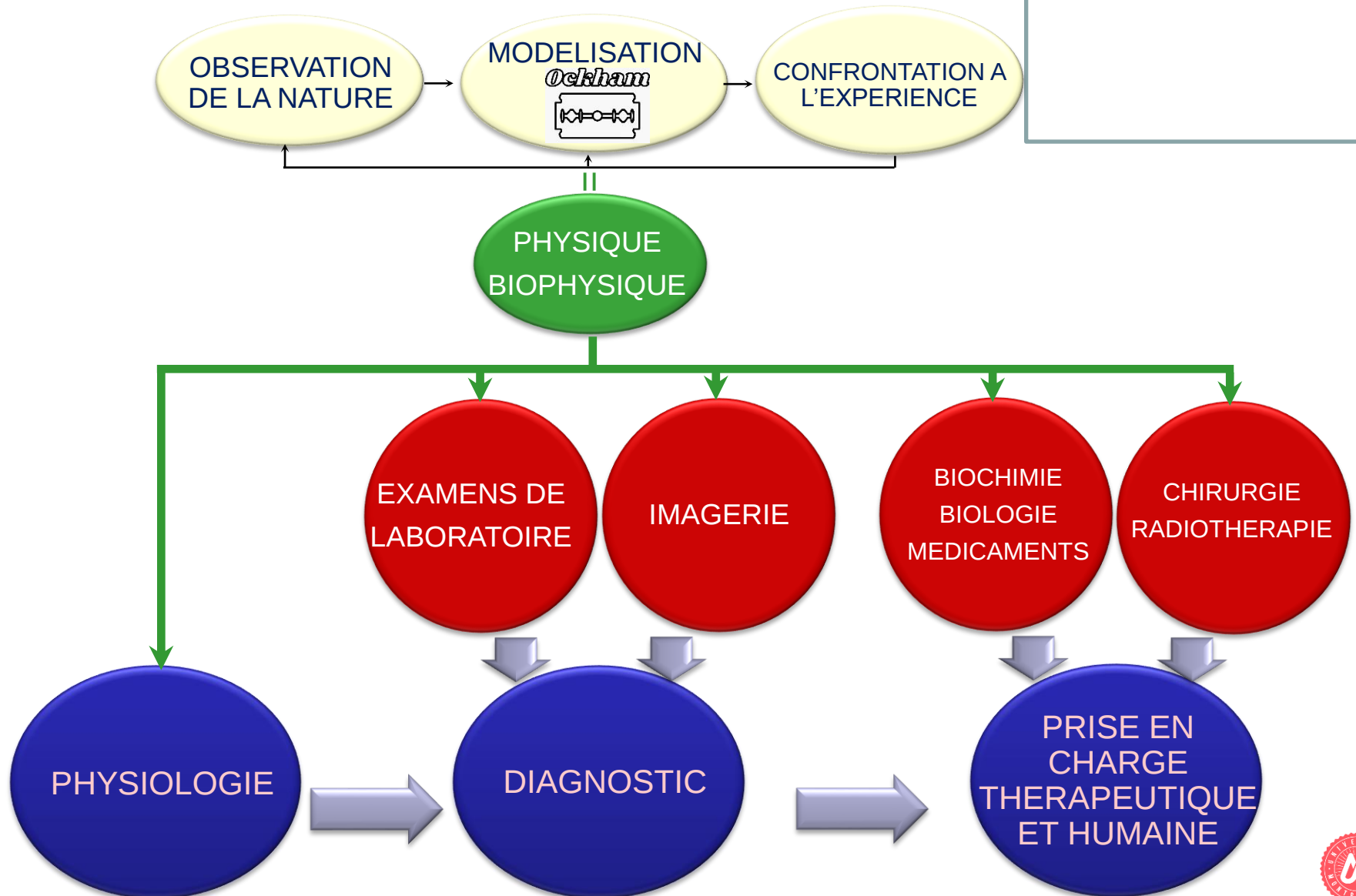
« Le penseur de Tobyl »

Région de Qostanaï, Kazakhstan.



PASS

SOIGNER AU XXI^e SIECLE



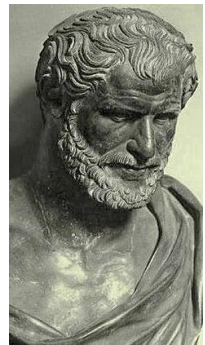
WOOCCLAP 1



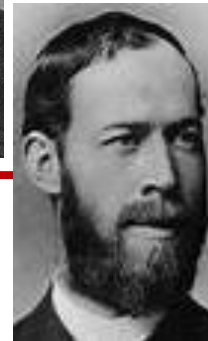
MODELE: ONDE ou PARTICULE ?

ATOME / DISCONTINU

Démocrite	I Newton	J Dalton	D Mendeleïev	J Thompson
460-370	1642-1727	1766-1844	1834-1907	1856-1940
	particules	chimie		électron

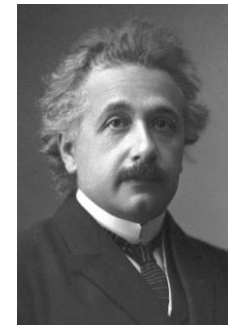


Effet photo
électrique

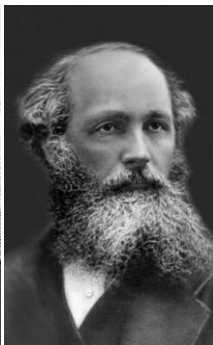
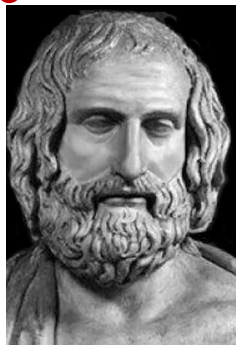


H Hertz
1857-1894
OEM

A Einstein L de Broglie
1879-1955 1856-1972



N Bohr W Heisenberg
1885-1962 1901-1976



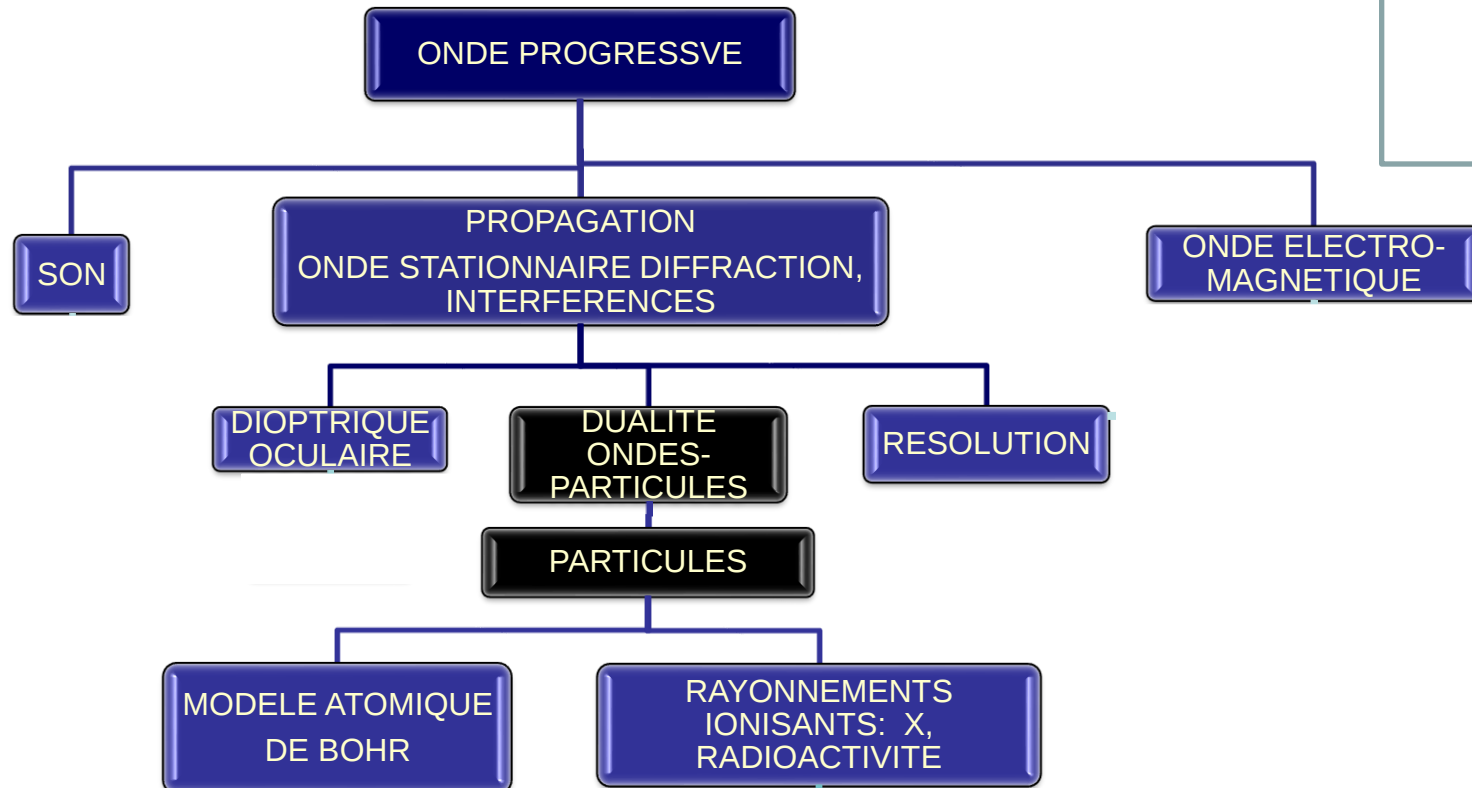
Anaxagore	C Huygens	T Young	A Fresnel	JC Maxwell
500-428	1629-1695	1773-1829	1788-1827	1831-1879

Rayon ? Interférence Diffraction OEM ONDE / CONTINU



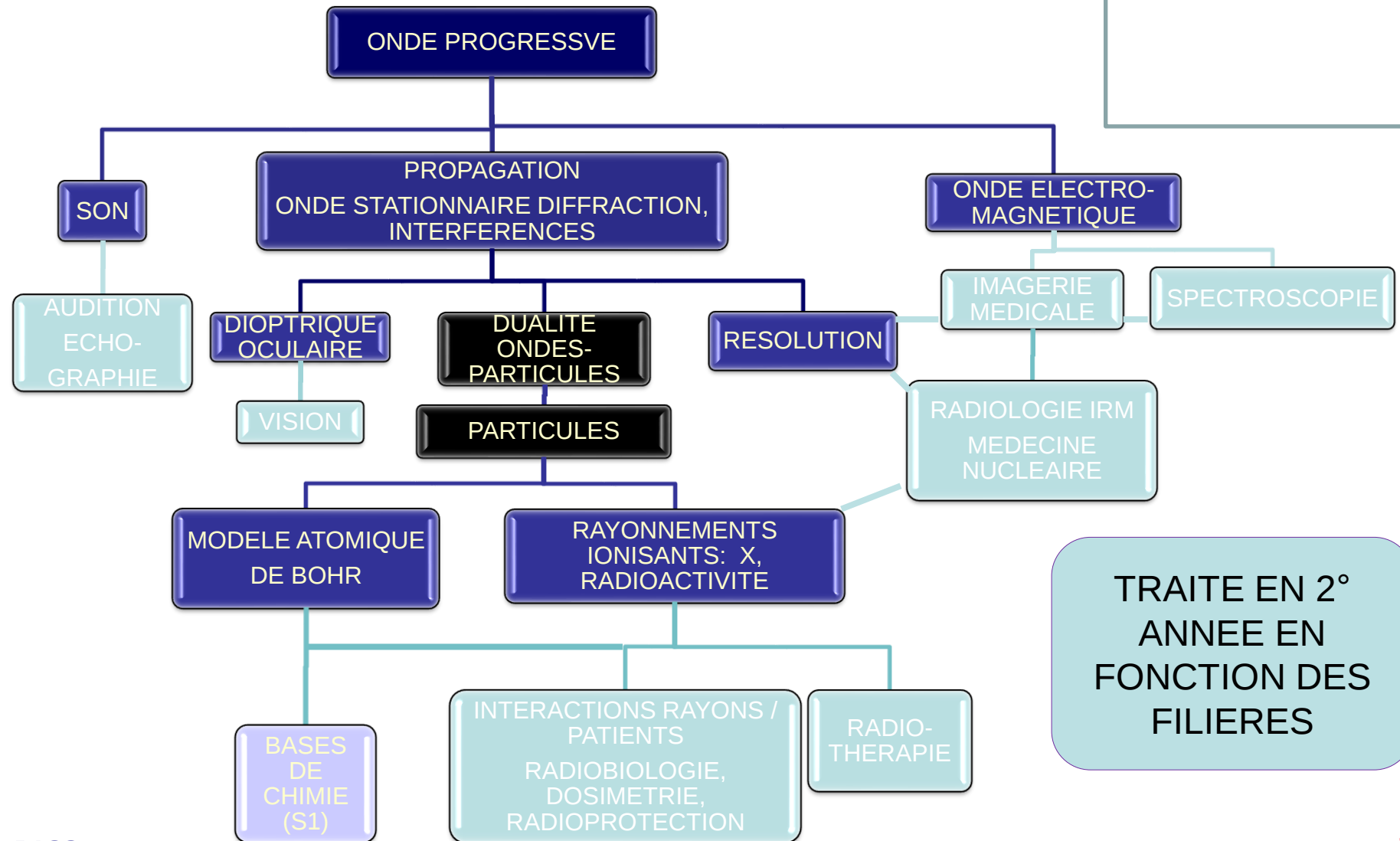
PASS

ONDES ET MATIERE: PROGRAMME



PASS

ONDES ET MATIERE: OBJECTIFS



PASS

ONDE PROGRESSIVE: DEFINITION

Propagation d'une **perturbation** des caractéristiques physiques du **milieu**

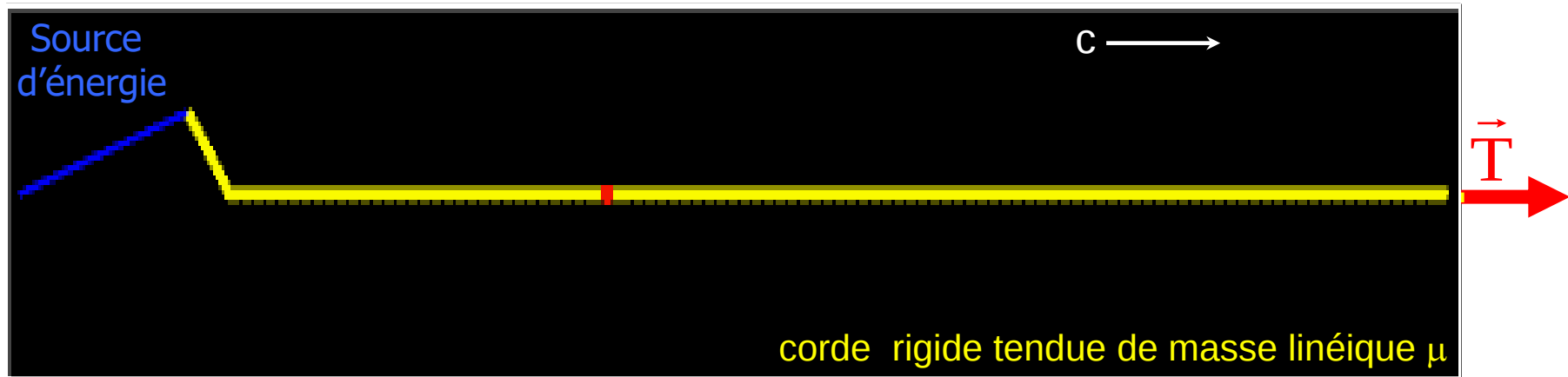
Source
d'énergie

Propagation à la vitesse c (m/s)



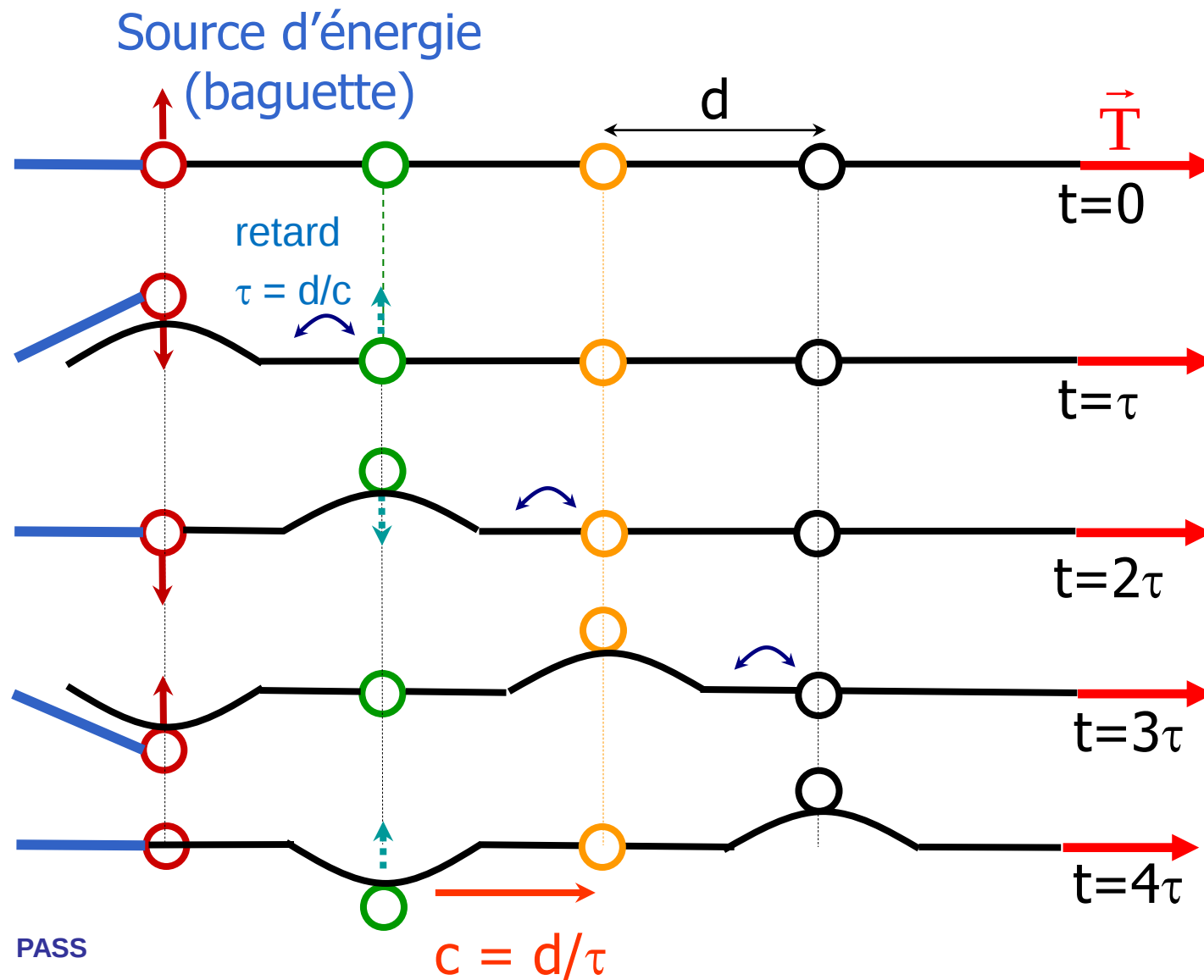
modification locale de position, pression, température, champ électrique, magnétique,...

Exemple : propagation d'une modification périodique de la position verticale d'une corde



PASS

ONDE PROGRESSIVE: CORDE VIBRANTE



Onde
progressive
scalaire
de vibration
transversale



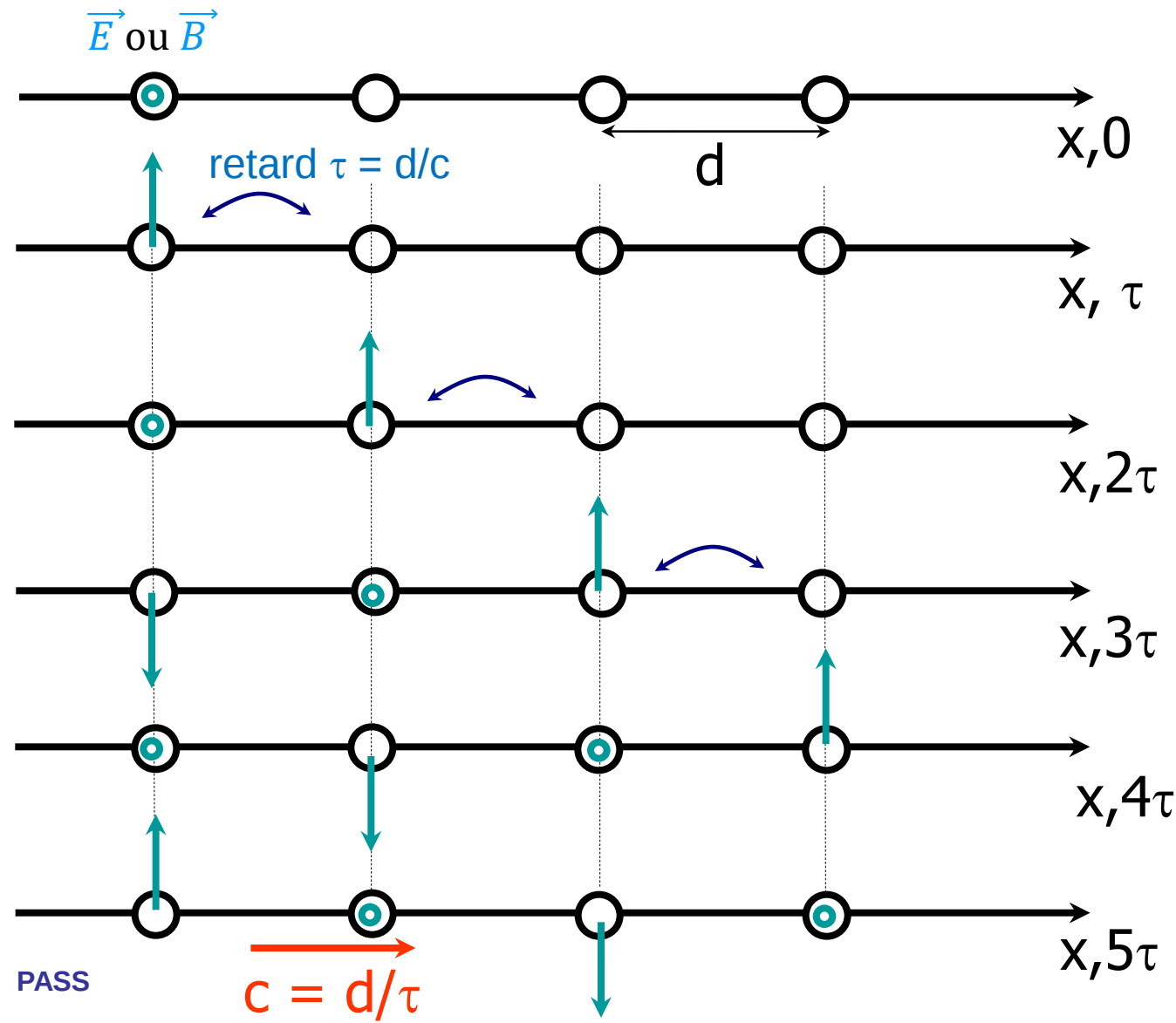
PASS

The diagram shows five horizontal lines representing different spatial positions: x_0 , x_τ , $x_{2\tau}$, $x_{3\tau}$, and $x_{4\tau}$. Vertical dotted lines connect corresponding points on these lines. A red dashed line with arrows shows a path from x_0 to x_τ to $x_{2\tau}$ to $x_{3\tau}$ to $x_{4\tau}$. A green dashed line with arrows shows a path from x_τ to $x_{2\tau}$ to $x_{3\tau}$ to $x_{4\tau}$. An orange dashed line with arrows shows a path from $x_{2\tau}$ to $x_{3\tau}$ to $x_{4\tau}$. A black dashed line with an arrow shows a path from $x_{3\tau}$ to $x_{4\tau}$. A blue arrow labeled "retard $\tau = d/c$ " points from the first vertical line to the second. A red arrow labeled " $c = d/\tau$ " points from the second vertical line to the third. A black arrow labeled " d " points from the third vertical line to the fourth. The word "PASS" is written in blue at the bottom left.



PASS

ONDE PROGRESSIVE: LUMIERE

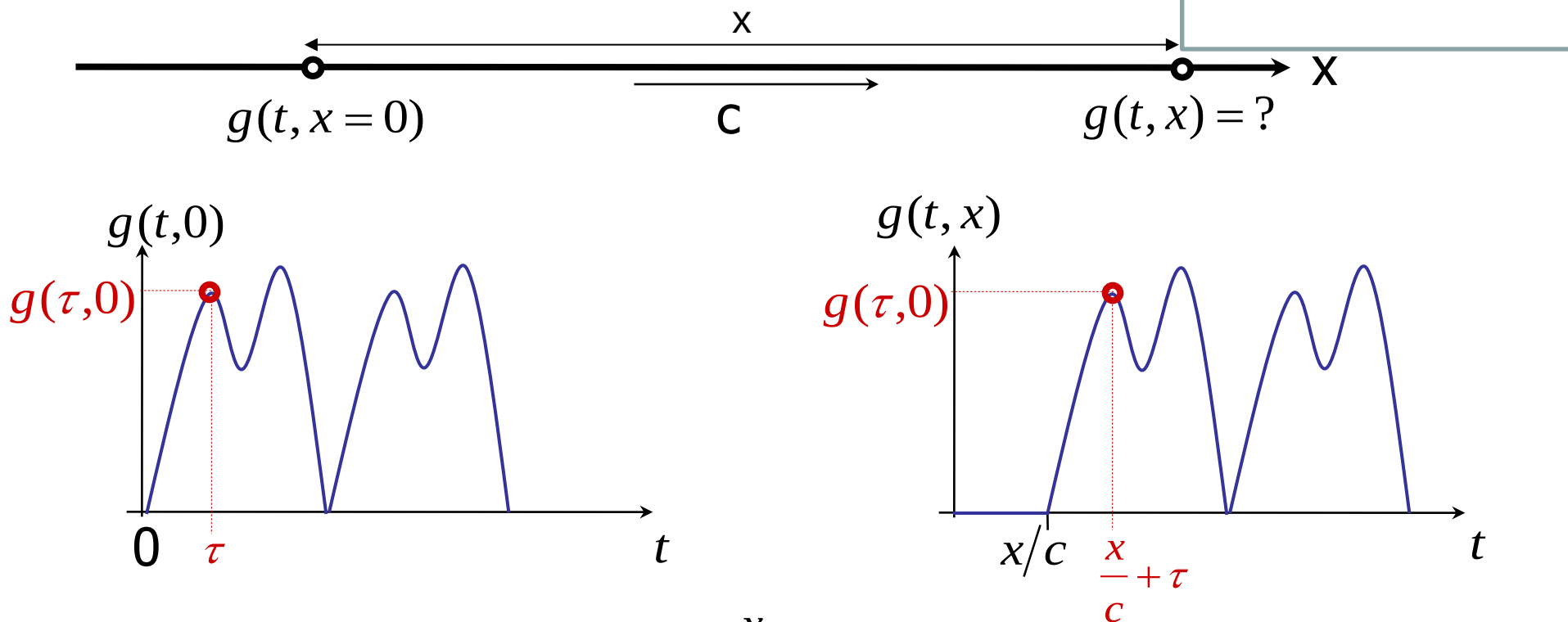


Lumière
=
champ
électromagnétique
=
Onde progressive
vectorielle
transversale



PASS

ONDE PROGRESSIVE: MODELISATION

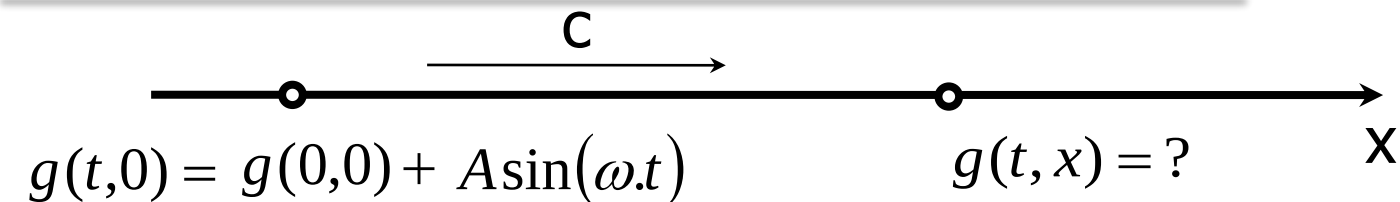


$$g\left(\tau + \frac{x}{c}, x\right) = g(\tau, 0)$$

$$g(t, x) = g\left(t - \frac{x}{c}, 0\right)$$

PASS

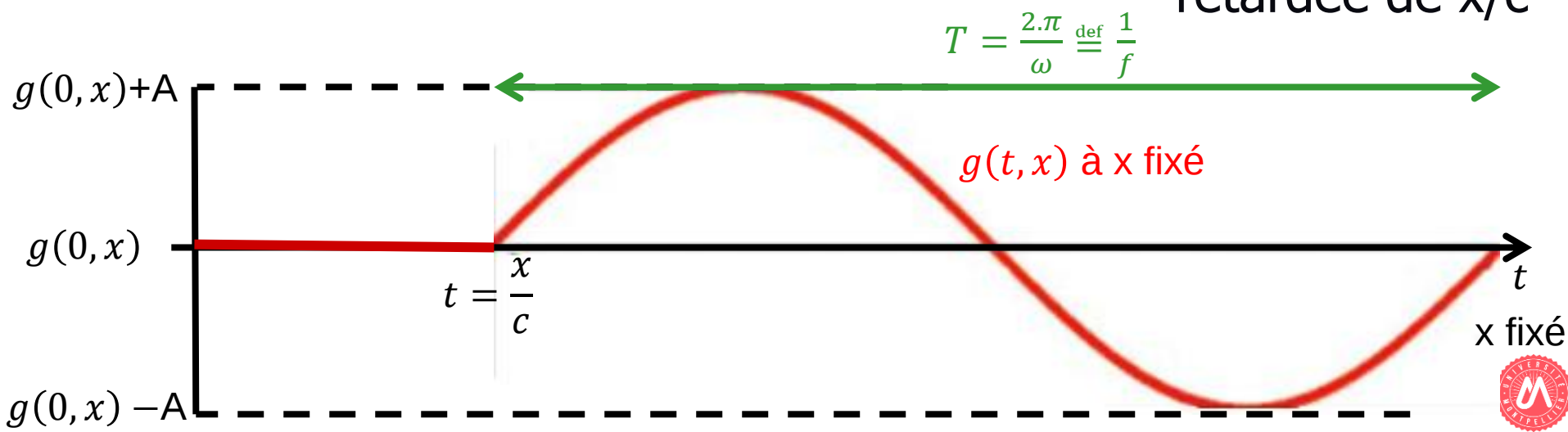
ONDE PROGRESSIVE SINUSOIDALE



$$g(t,x) = g(0,x) + A \sin \left[\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c} \right) \right]$$

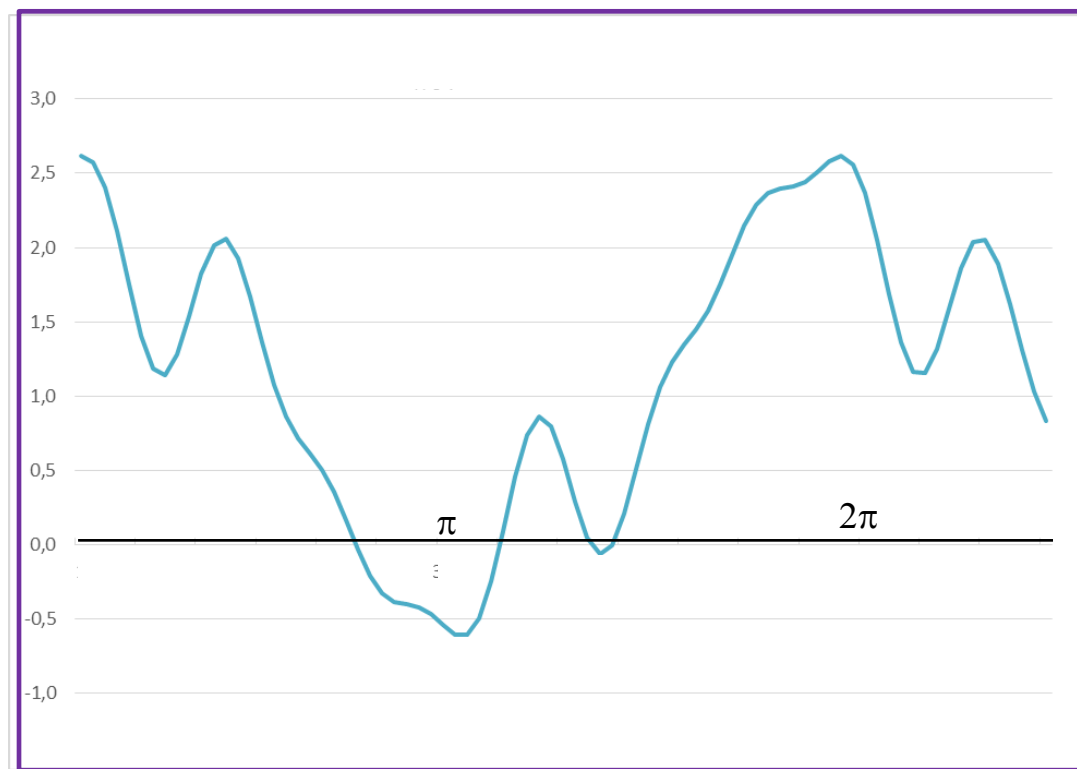
grandeur physique avant la perturbation

perturbation retardée de x/c



PASS

DECOMPOSITION EN OPS

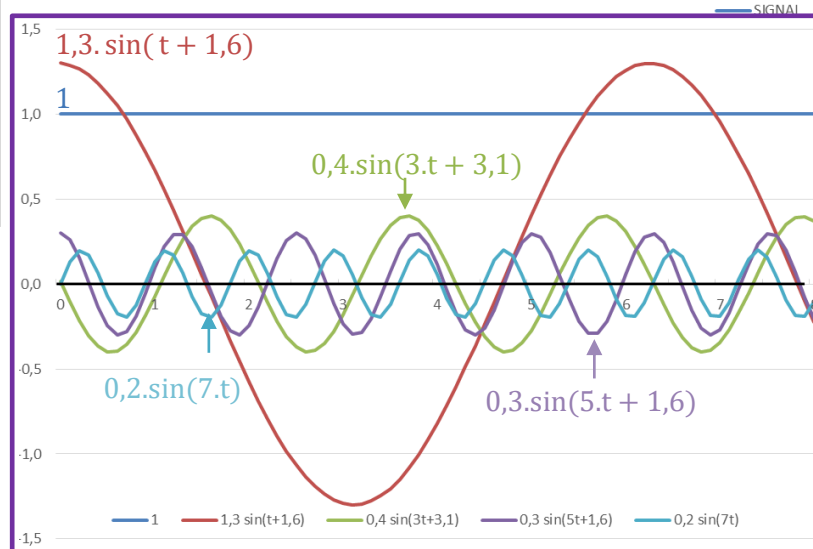
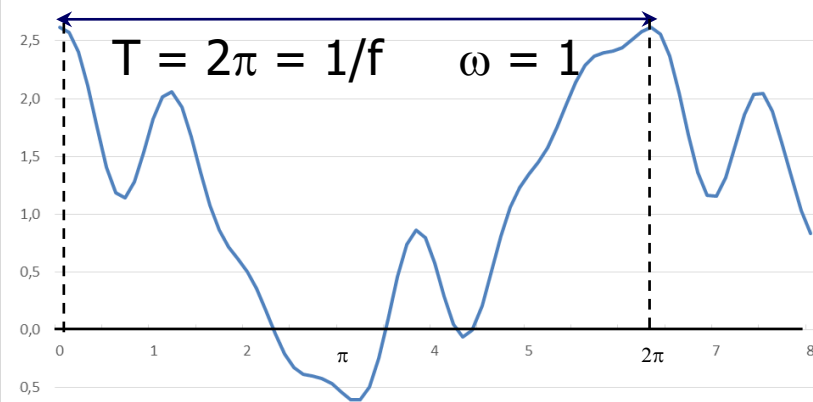


$$g(t) = 1 + 1,3 \cdot \sin(t + 1,6)$$

$$g(t) = 1 + 1,3 \cdot \sin(t + 1,6) + 0,4 \cdot \sin(3t + 3,1)$$

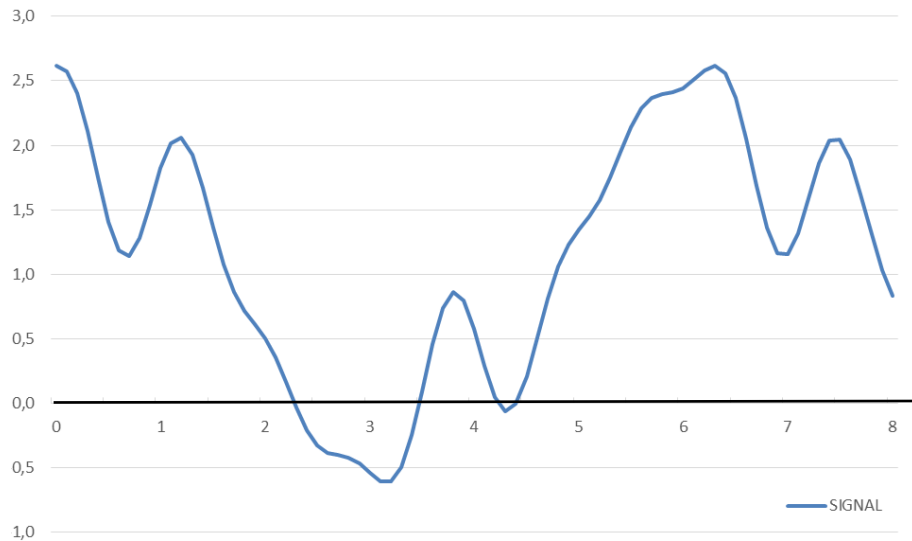
$$g(t) = 1 + 1,3 \cdot \sin(t + 1,6) + 0,4 \cdot \sin(3t + 3,1) + 0,3 \cdot \sin(5t + 1,6)$$

$$g(t) = 1 + 1,3 \cdot \sin(t + 1,6) + 0,4 \cdot \sin(3t + 3,1) + 0,3 \cdot \sin(5t + 1,6) + 0,2 \cdot \sin(7t)$$



PASS

DECOMPOSITION EN OPS

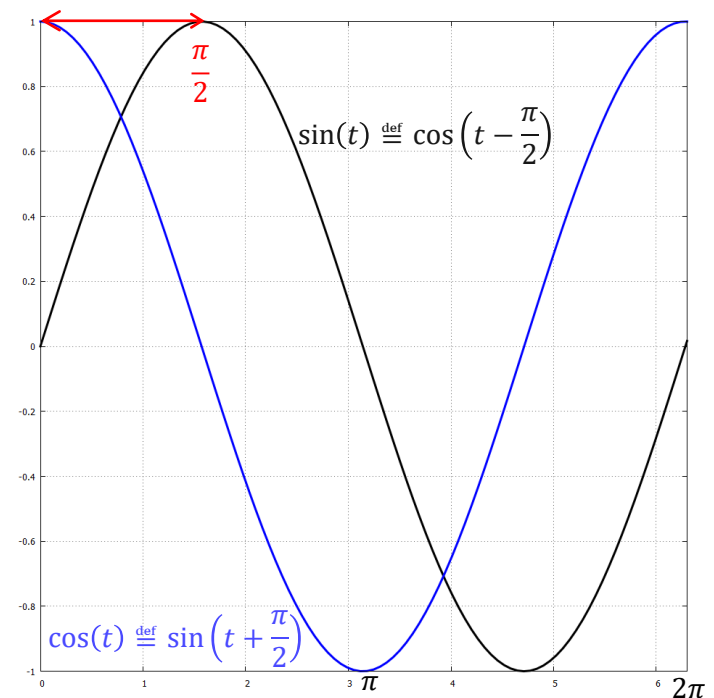


$$g(t) = 1 + 1,3 \cdot \cos(t) + 0,4 \cdot \cos(3 \cdot t + 1,6) + 0,3 \cdot \cos(5 \cdot t) + 0,2 \cdot \cos(7 \cdot t - 1,6)$$

$$g(t) = 1 + 1,3 \cdot \sin(t + 1,6) + 0,4 \cdot \sin(3 \cdot t + 3,1) + 0,3 \cdot \sin(5 \cdot t + 1,6) + 0,2 \cdot \sin(7 \cdot t)$$

$$g(t) = A_0 + A_1 \cos[\omega t + \varphi_1] + A_2 \cos[(2\omega)t + \varphi_2] + \dots$$

$$= A_0 + A_1 \sin\left[\omega t + \varphi_1 + \frac{\pi}{2}\right] + A_2 \sin\left[(2\omega)t + \varphi_2 + \frac{\pi}{2}\right] + \dots$$



$$g(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos[(n\omega)t + \varphi_n] = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin[(n\omega)t + \varphi'_n]$$

$$\varphi'_n = \varphi_n + \frac{\pi}{2}$$

PASS

SERIE DE FOURIER : CAS GENERAL

Pour toute fonction $g(t)$ intégrable de période $T=2\pi/\omega$:

$$g(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos[(n\omega)t + \varphi_n]$$



J FOURIER 1768-1830

Les composantes de cette somme sont les **harmoniques** de fréquence $f_n = n.f = n.\omega/(2\pi)$

Onde portant une fréquence unique: **sinusoïdale = pure = monochromatique = radiation**

Onde caractérisée par une somme d'harmoniques : **onde complexe = polychromatique**

On montre (cf. polycopié) que les coefficients A_n et φ_n se calculent suivant :

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \text{ sauf } A_0 = \frac{a_0}{2}$$

avec

$$\tan \varphi_n = -\frac{b_n}{a_n}$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \cdot \cos(n\omega t) \cdot dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \cdot \sin(n\omega t) \cdot dt$$

PASS

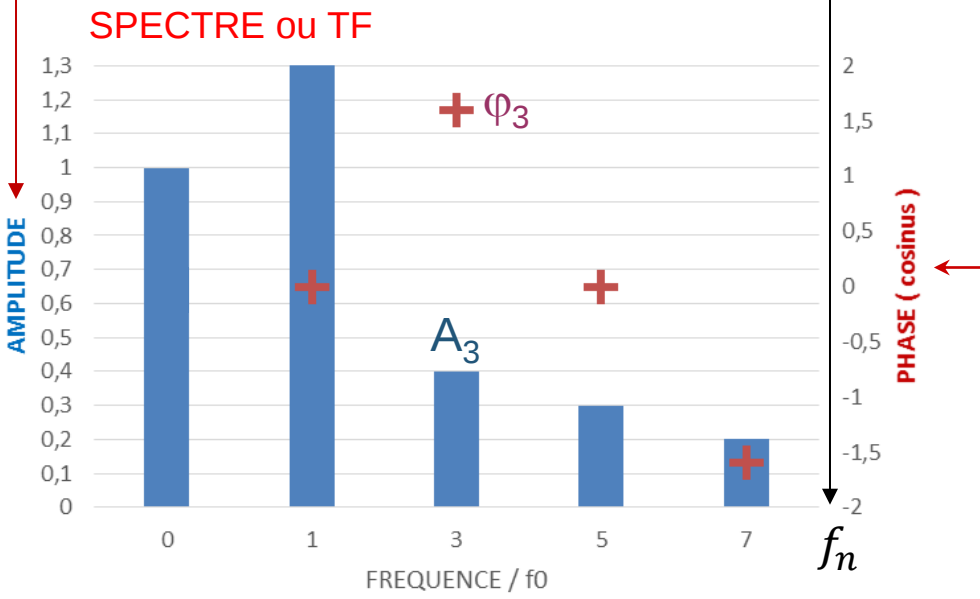
SPECTRE D'UNE ONDE COMPLEXE

$$g(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos[(n\omega)t + \phi_n]$$

amplitude de l'harmonique n → A_n

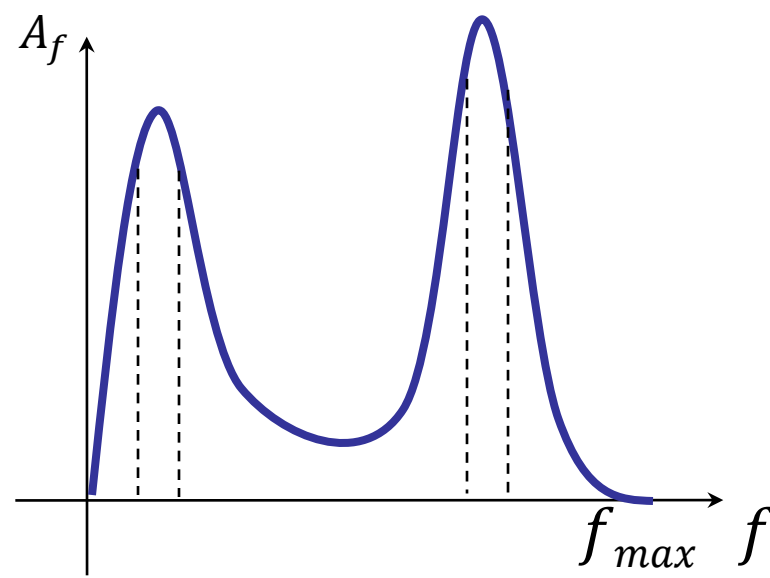
harmonique n de fréquence $n \cdot \frac{\omega}{2\pi} = n \cdot f = f_n$ → $n\omega$

Phase de l'harmonique n → ϕ_n



PASS Spectre discret

Généralisation :



Spectre continu



PASS

CARACTERISTIQUES D'UNE RADIATION

$$g(t, x) = A. \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right]$$

- **Célérité** c , dans ce cas, propagation dans la direction x positifs
- **Amplitude** $= A$ (même unité que la grandeur g)
- **Pulsation propre** : ω en rad/s
- **Fréquence** f en Hertz ($\text{Hz} = \text{s}^{-1}$) : $\omega = 2\pi f$
 ω ou f sont la même grandeur (dans deux unités différentes).
Elles déterminent la nature de l'onde et ses modes d'interaction avec l'environnement...

PASS

CARACTERISTIQUES D'UNE RADIATION

$$g(t, x) = A. \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right]$$

- Périodes

- Par rapport au temps : $T = 1/f = 2\pi/\omega$ en s

- Pour x fixé, $g(t, x) = g(t + T, x)$

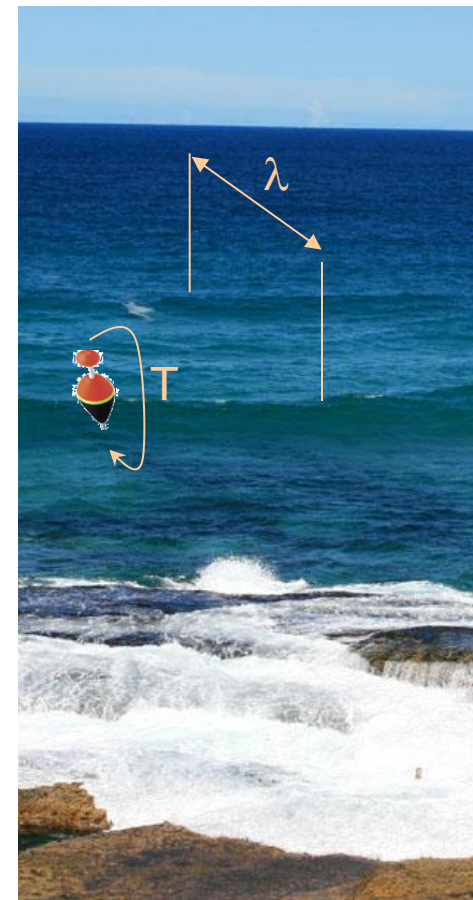
- Par rapport à l'espace : **longueur d'onde**

$$A. \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] = A. \sin \left[\omega \left(t - T - \frac{x}{c} \right) \right] = A. \sin \left[\omega \left(t - \frac{c.T + x}{c} \right) \right]$$

pour t fixé, $g(t, x) = g(t, x + c.T) = g(t, x + \lambda)$

- $\lambda = c.T = \frac{c}{f} = \frac{2\pi c}{\omega}$

- λ est la distance parcourue par l'onde en T secondes.



PASS

CARACTERISTIQUES D'UNE RADIATION

$$g(t, x) = A. \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] = A. \sin[\omega t - \varphi]$$

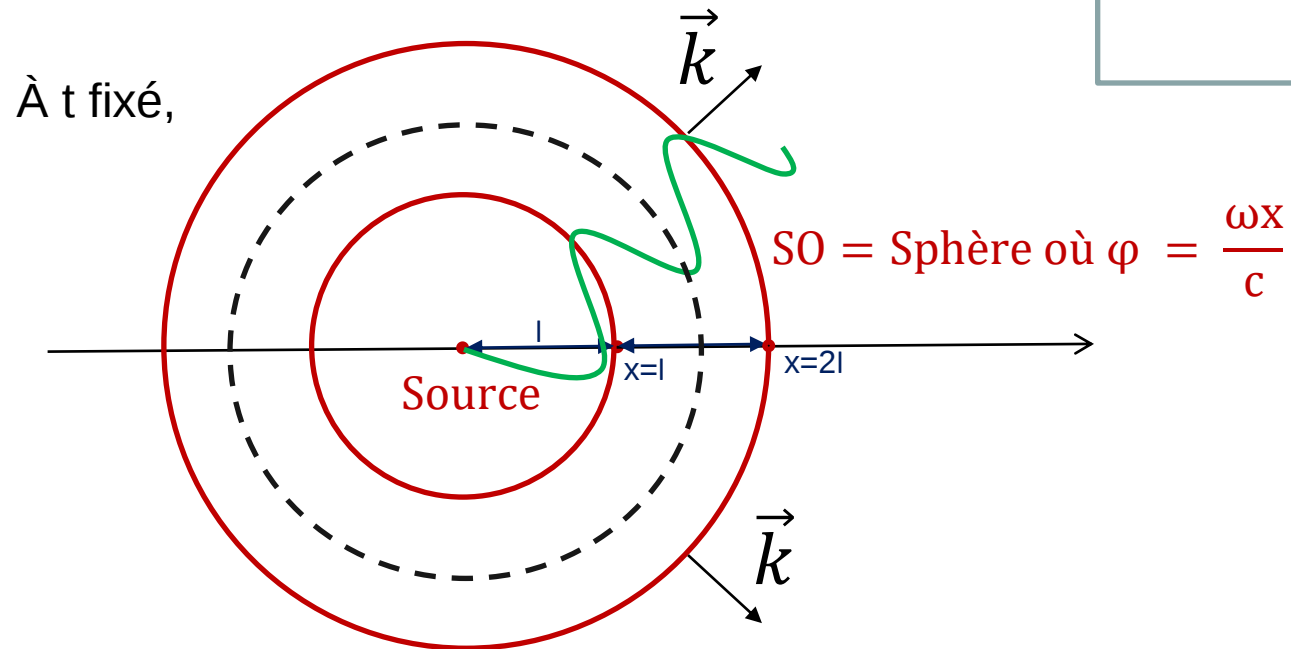
$$g'(t, x) = A. \sin[\omega' t - \varphi']$$

- Phase : $\varphi = \frac{\omega x}{c} = \frac{2\pi f x}{c} = \frac{2\pi x}{\lambda}$
- Surfaces d'onde : surfaces connexes (sphères, plans) contenant l'ensemble des points de même phase
- Vecteur d'onde $\vec{k}$: vecteur perpendiculaire aux surfaces d'ondes de norme : $\|\vec{k}\| \stackrel{\text{def}}{=} k = \frac{\omega}{c} = \frac{\varphi}{x}$ soit $g(t, x) = A. \sin(\omega t - kx)$

PASS

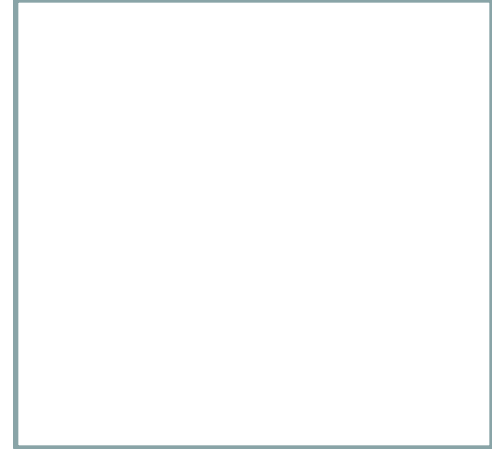
CARACTERISTIQUES D'UNE RADIATION

Exemple pour une source ponctuelle isotrope:



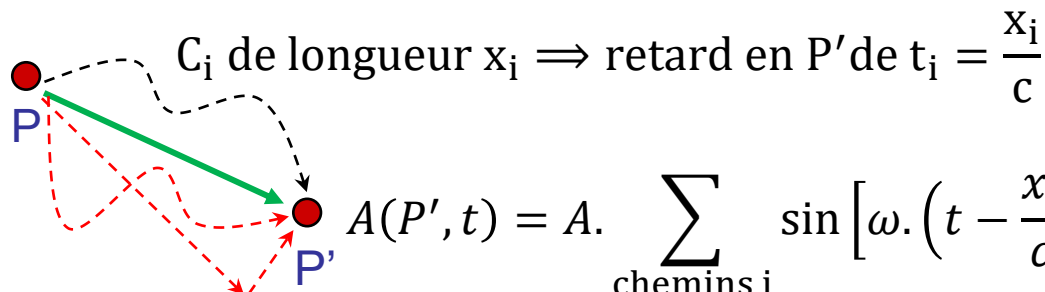
- Deux radiations g et g' sont cohérentes si :
 - $\lambda = \lambda'$ (donc $f = f'$ et $\omega = \omega'$)
 - leur différence de phase $\varphi - \varphi'$ est constante dans le temps

WOOCCLAP 2



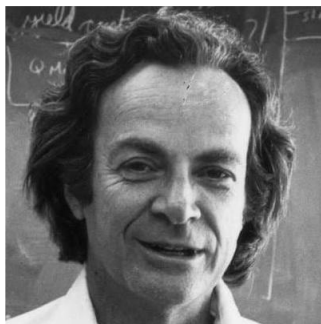
PRINCIPE DE MOINDRE ACTION

Un rayon lumineux visible ($\omega \approx 10^{14}$ rad/s) émis en P est reçu en P' :



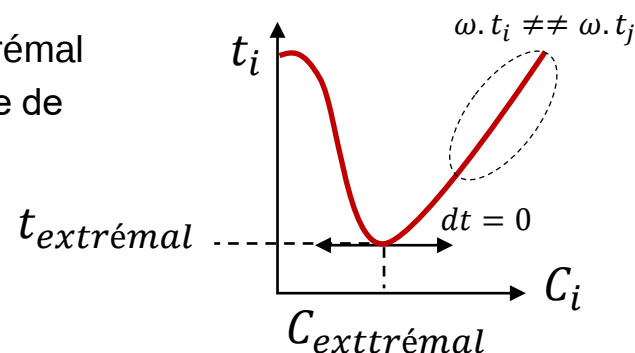
$$A(P', t) = A. \sum_{\text{chemins } i} \sin \left[\omega. \left(t - \frac{x_i}{c} \right) \right] = A. \sum_{\text{chemins } i} \sin[\omega. t - \omega. t_i]$$

= 0 si $\omega. t_i$ varie beaucoup entre les C_i



R Feynman 1918-1988

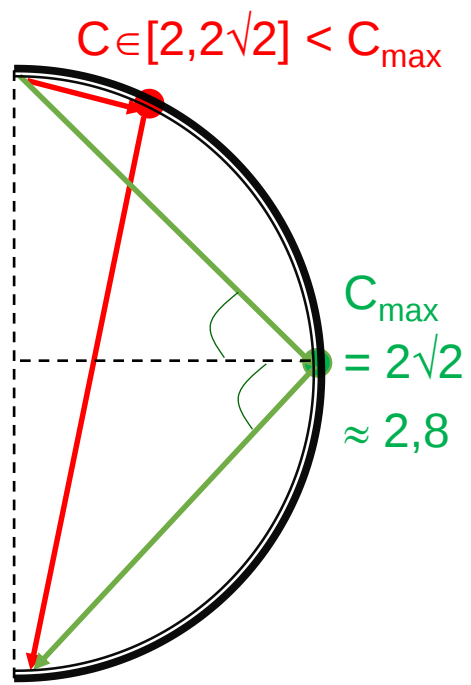
$\Rightarrow A(P') = A. \sin[\omega. t - \omega. t_{\text{extrémal}}]$
 Seule la trajectoire parcourue en un temps extrême (minimum ou maximum) contribue à l'amplitude de l'onde en P'.



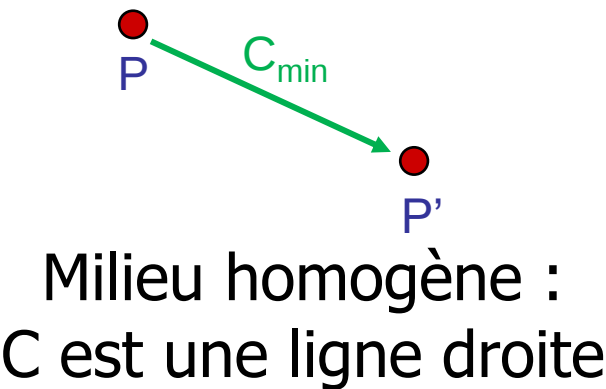
Principe de Moindre Action: Une onde (rayon lumineux) suit la trajectoire parcourue en un temps extrême.

PASS

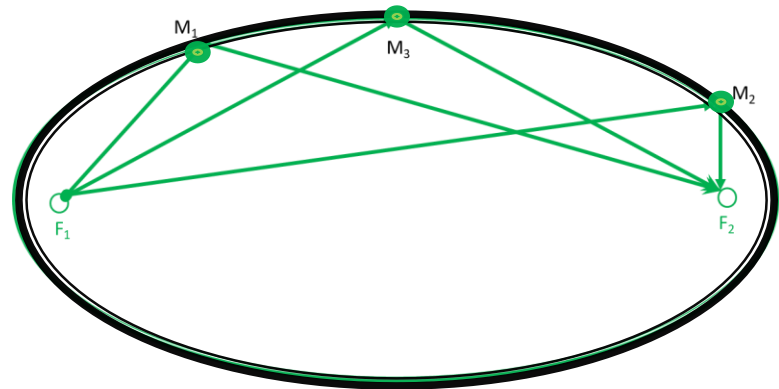
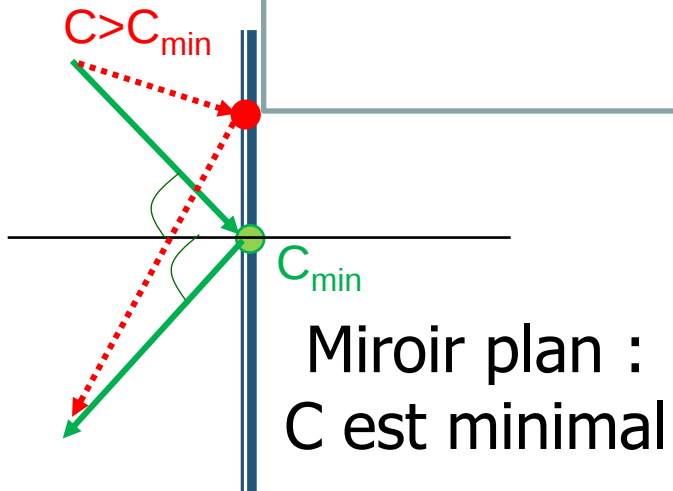
PRINCIPE DE MOINDRE ACTION :



Miroir sphérique
de rayon 1 :
C est maximal



TRAITE
EN ED 2



Miroir elliptique :
C constant entre les foyers



PASS

EXEMPLE DE CHEMIN OPTIQUE MAXIMAL

On place dans le vide ($n=1$) un miroir sphérique de rayon 1 centré à l'origine d'un repère (O, X, Y, Z) . Un rayon issu de A se réfléchit en B sous un angle d'incidence et de réflexion de 45° et atteint le point C. Le chemin optique effectivement suivi entre A et C vaut $L(ABC)=2.\sqrt{2}$.

Calculons la longueur d'un autre chemin optique $L(AMC)$.

Notons $x \in [0, 2]$ la distance entre A et la projection M' de M sur le diamètre $[A, C]$.

Les triangles AMM' , $M'MC$ et AMC sont rectangles

$$AM^2 = MM'^2 + x^2$$

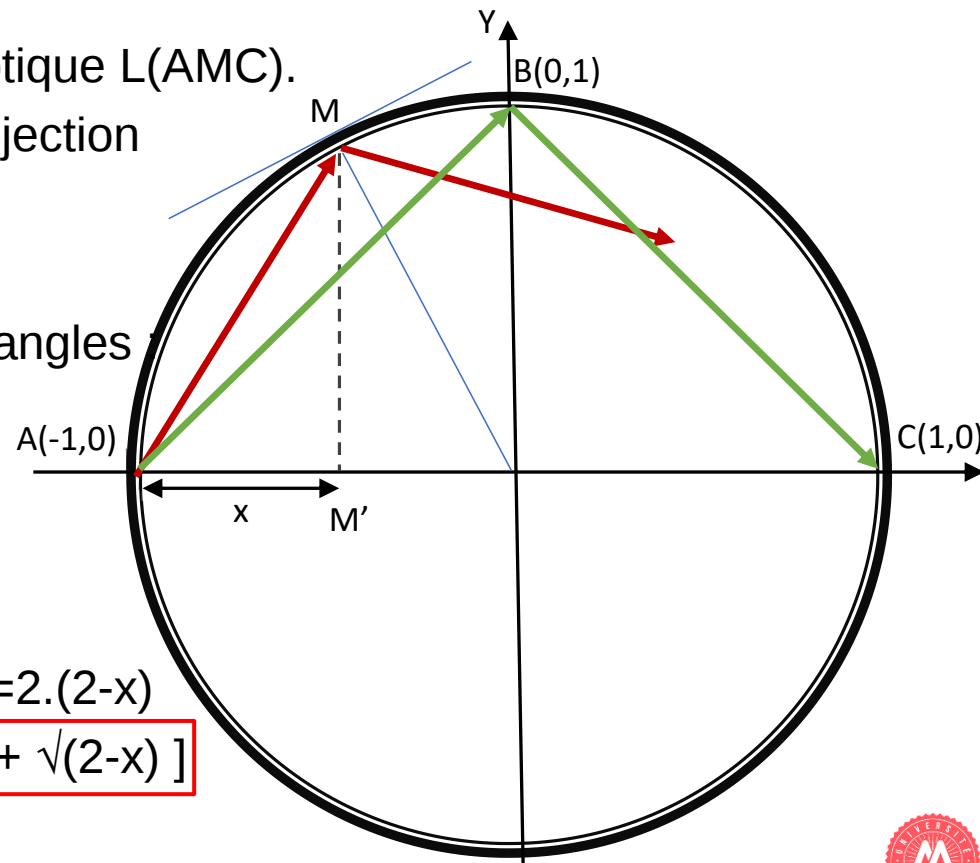
$$MC^2 = MM'^2 + M'C^2 = MM'^2 + (2-x)^2$$

$$AM^2 + MC^2 = AC^2 = 4$$

$$\text{Donc } 2 MM'^2 + x^2 + (2-x)^2 = 4 \Rightarrow MM'^2 = x.(2-x)$$

$$\text{et } AM^2 = MM'^2 + x^2 = 2.x \text{ et } MC^2 = MM'^2 + (2-x)^2 = 2.(2-x)$$

$$\text{Soit } L(AMC) = \sqrt{2.x} + \sqrt{2.(2-x)} = \sqrt{2} . [\sqrt{x} + \sqrt{2-x}]$$



PASS

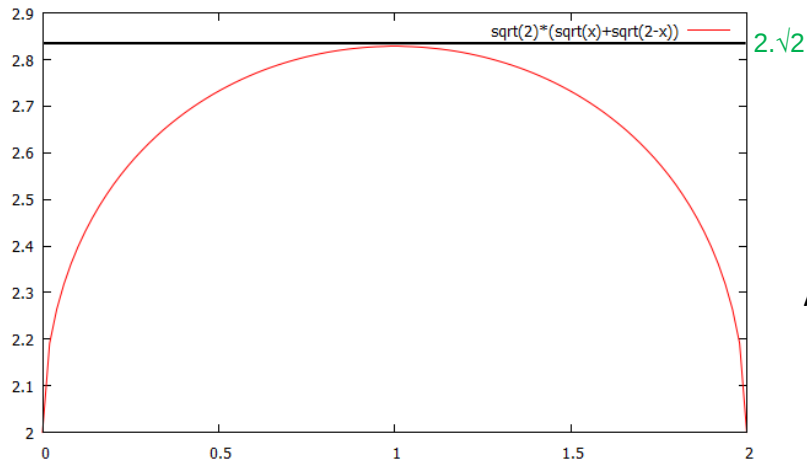
EXEMPLE DE CHEMIN OPTIQUE MAXIMAL

TRAITE
EN ED 2

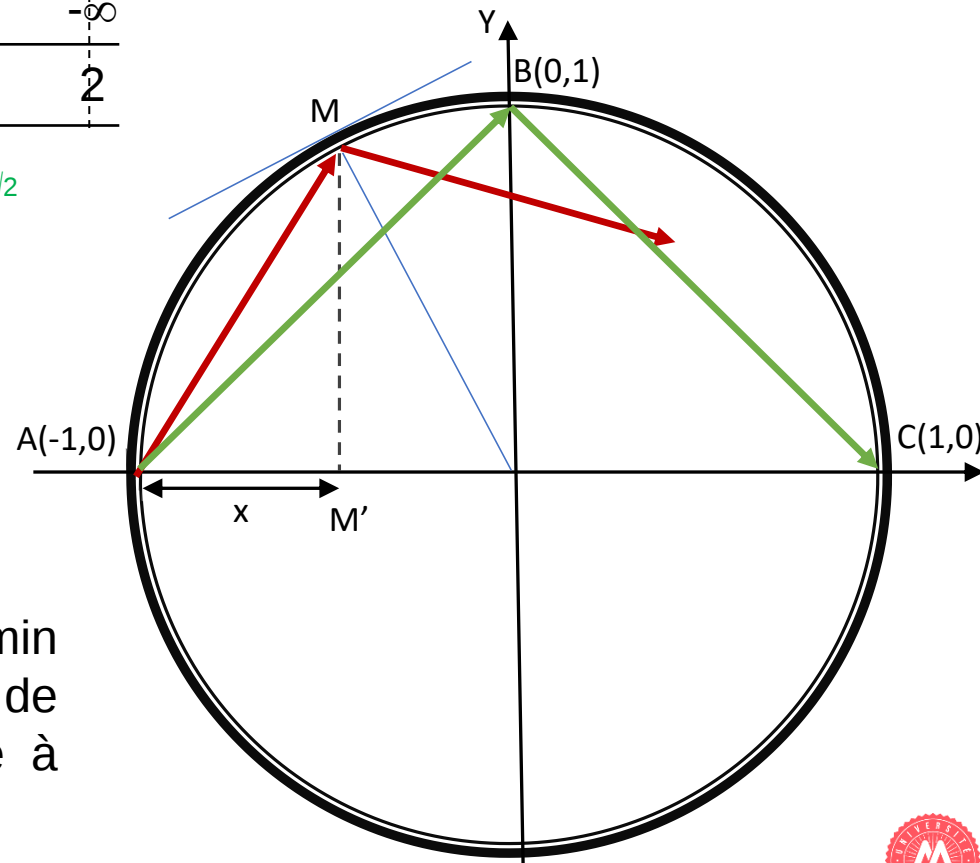
Etudions la fonction $L(x) = \sqrt{2} \cdot [\sqrt{x} + \sqrt{2-x}]$ pour $x \in [0,2]$.

Sa dérivée est $L'(x) = \sqrt{2} \cdot [1/(2\sqrt{x}) - 1/(2\sqrt{2-x})]$:

x	0		1		2
L'(x)	$+\infty$	+	0	-	$-\infty$
L(x)	2	$\nearrow$	$2\sqrt{2}$	$\searrow$	2



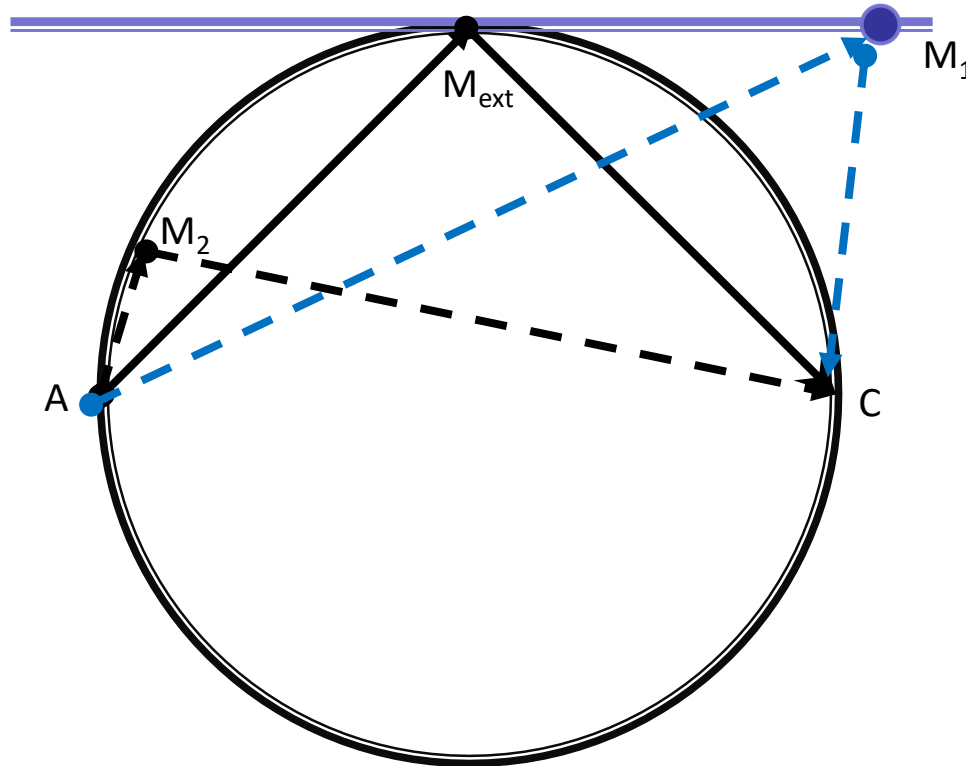
Avec un tel miroir sphérique, le chemin optique effectivement suivi est donc de longueur $L(ABC)$ maximale, supérieure à tout autre chemin $L(AMC)$.



PASS

CHEMINS OPTIQUES MAXIMUM ET MINIMUM

TRAITE
EN ED 2



Pour (A,C) un diamètre, pour tout point M_2 du miroir sphérique $L(AM_2C) < L(AM_{\text{ext}}C)$

Pour tout point M_1 du miroir plan $L(AM_1C) > L(AM_{\text{ext}}C)$

L'unique chemin optique suivi entre A et C est un maximum dans le cas du miroir sphérique et un minimum pour le miroir plan, dans tous les cas un extremum où $\delta L=0$

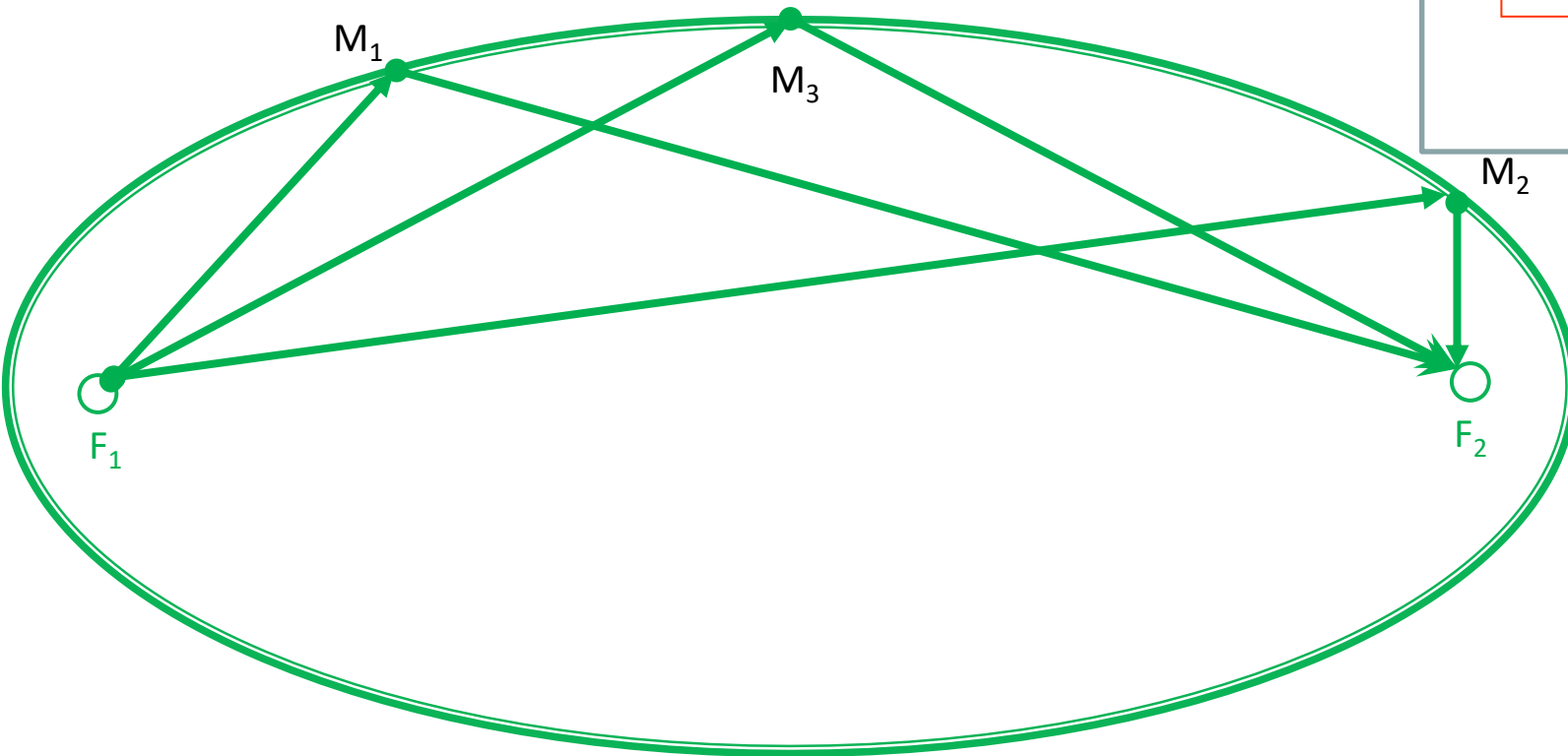
PASS

ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

EXEMPLE DE CHEMIN OPTIQUE CONSTANT

ENTRE LES 2 FoyERS D'UNE ELLIPSE

TRAITE
EN ED 2



Pour tous points M_1 et M_2 d'une ellipse de foyers F_1 et F_2 ,
$$L(F_1 M_1 F_2) = L(F_1 M_2 F_2).$$

Le chemin optique suivi entre ces deux foyers et tout point du miroir elliptique est constant ($\delta L = 0$): Tous les points de réflexion sur l'ellipse sont possibles, et tous les rayons lumineux associés.

PASS

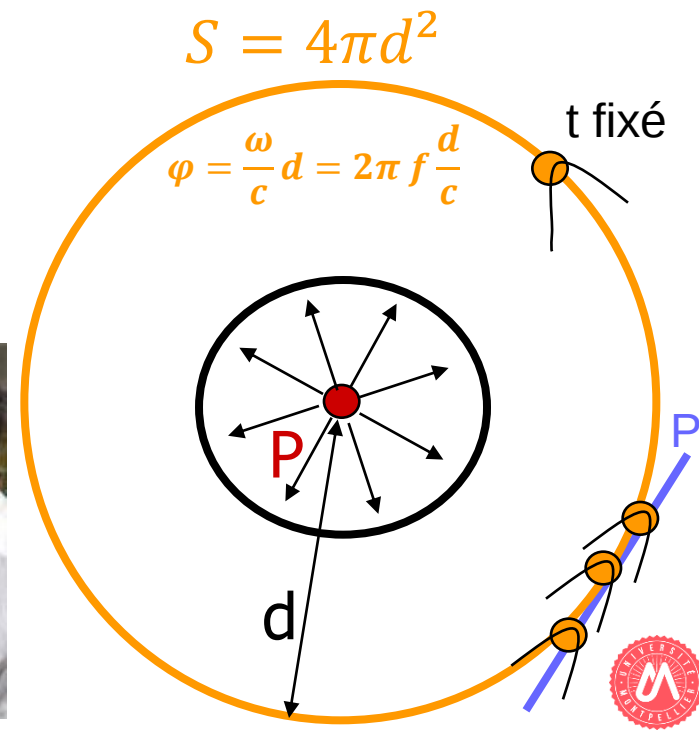
ONDE SPHERIQUE ET LOI EN 1/d²

Une **source ponctuelle** émettant de façon **isotrope** produit une **onde sphérique**.

A une distance d de la source, la puissance émise P se répartit uniformément sur la surface d'une sphère de rayon d :

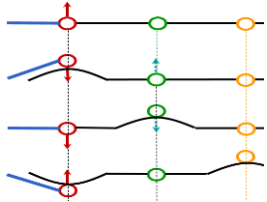
$$I(W/m^2) = \frac{P}{4\pi d^2}$$

La puissance surfacique reçue à la distance d varie donc comme $1/d^2$



PASS

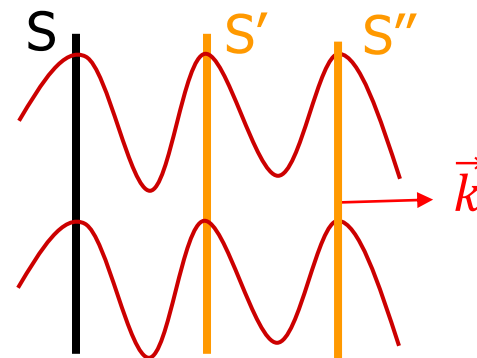
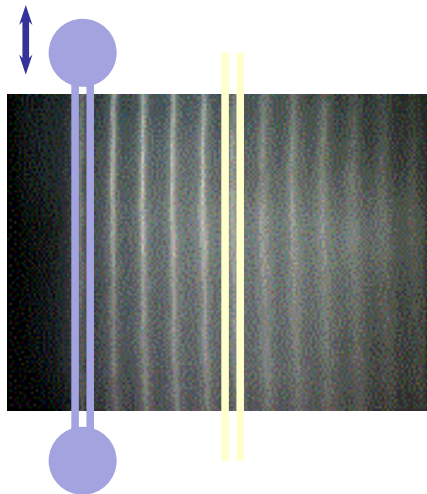
PRINCIPE DE HUYGENS-FRESNEL



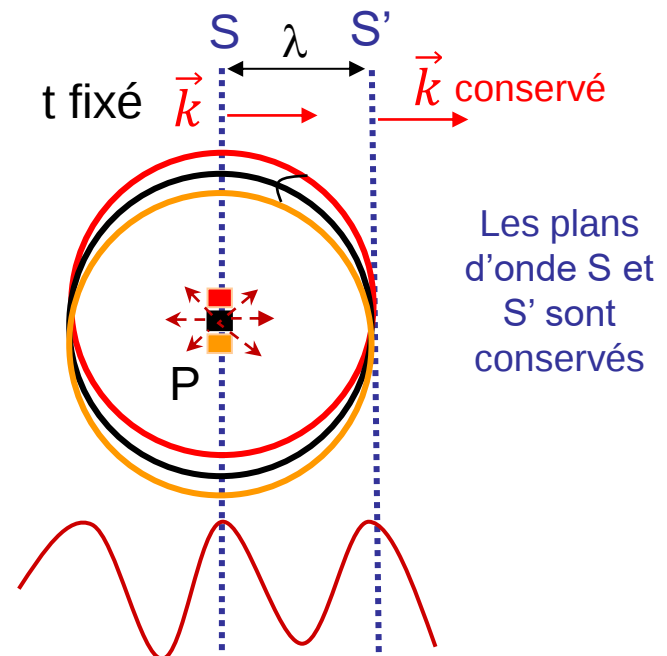
Tout point atteint par une onde issue d'une source se comporte comme une nouvelle source ponctuelle isotrope

Principe de Huygens-Fresnel : chaque point d'une surface d'onde S agit comme une source ponctuelle émettant en phase

Cas d'une onde plane ($S = \text{plan}$) :



Onde plane
t fixé



La surface d'onde se déplace dans la direction de propagation de l'onde en conservant sa forme plane,
PASS
Le vecteur d'onde conserve sa direction, son sens et sa norme.



PASS

PRINCIPE DE HUYGENS-FRESNEL

Principe de Huygens-Fresnel : chaque point d'une surface d'onde S agit comme une source ponctuelle émettant en phase

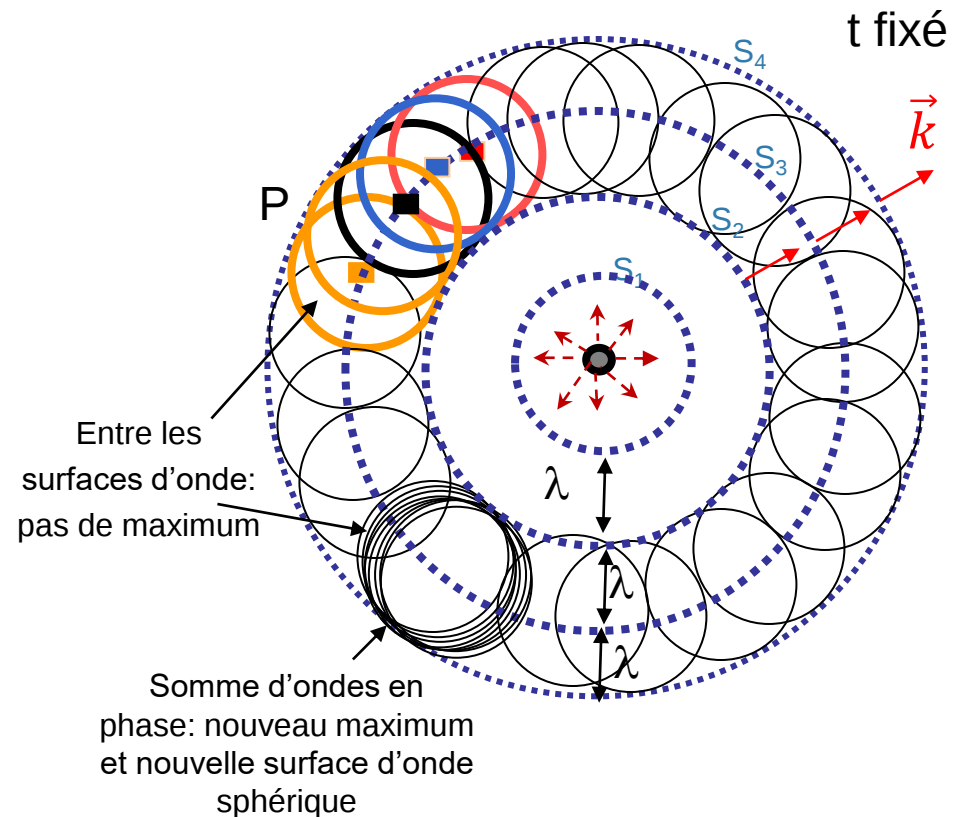
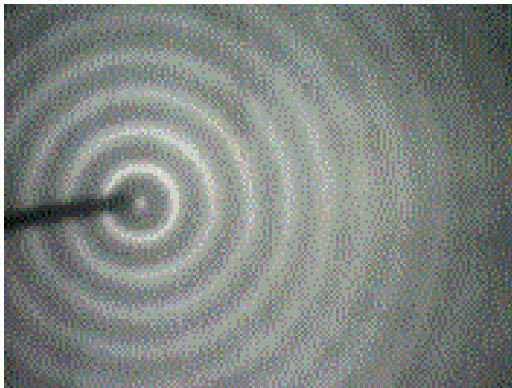
Cas d'une onde sphérique (S = sphère) :



C Huygens
1629-1695



A Fresnel
1788-1827



La surface d'onde se déplace dans la direction de propagation de l'onde en conservant sa forme sphérique,
PASS Le vecteur d'onde conserve sa direction, son sens et sa norme.



PASS

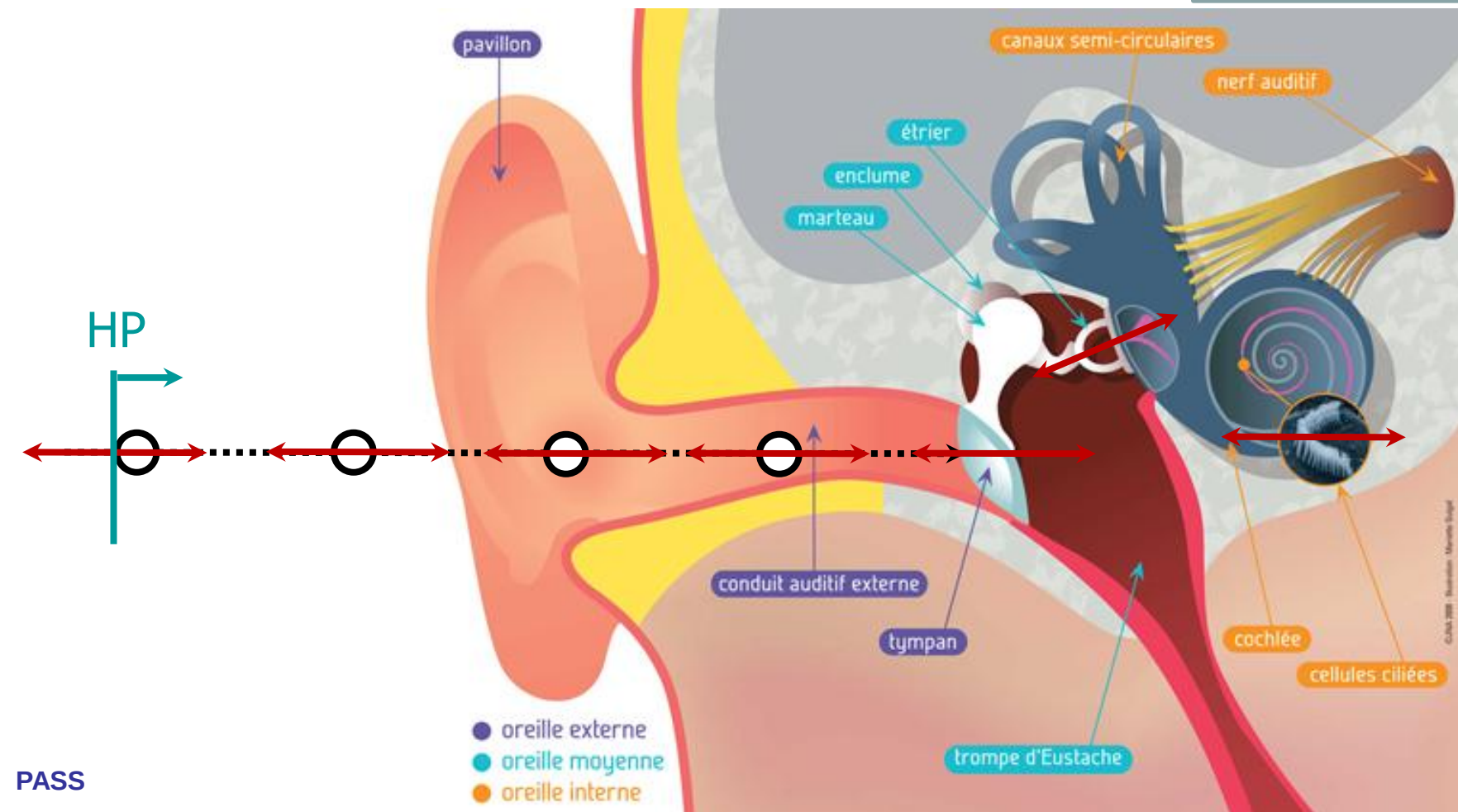
OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 1

- **Savoir définir** : onde progressive, onde pure, onde complexe, harmoniques, spectres et ondes cohérentes.
- **Savoir manipuler les caractéristiques d'une onde** : ω , f , T , λ , ϕ , S_{onde} , $\vec{k}$
- **Savoir modéliser une onde pure** :
 - $g(t,x) = A.\sin[2\pi.f(t-x/c)]$
 - Savoir manipuler ce modèle
- **Savoir utiliser le principe d'Huygens-Fresnel**
- **Savoir exploiter la loi en $1/d^2$ à des fins de radioprotection**

WOOCCLAP 3

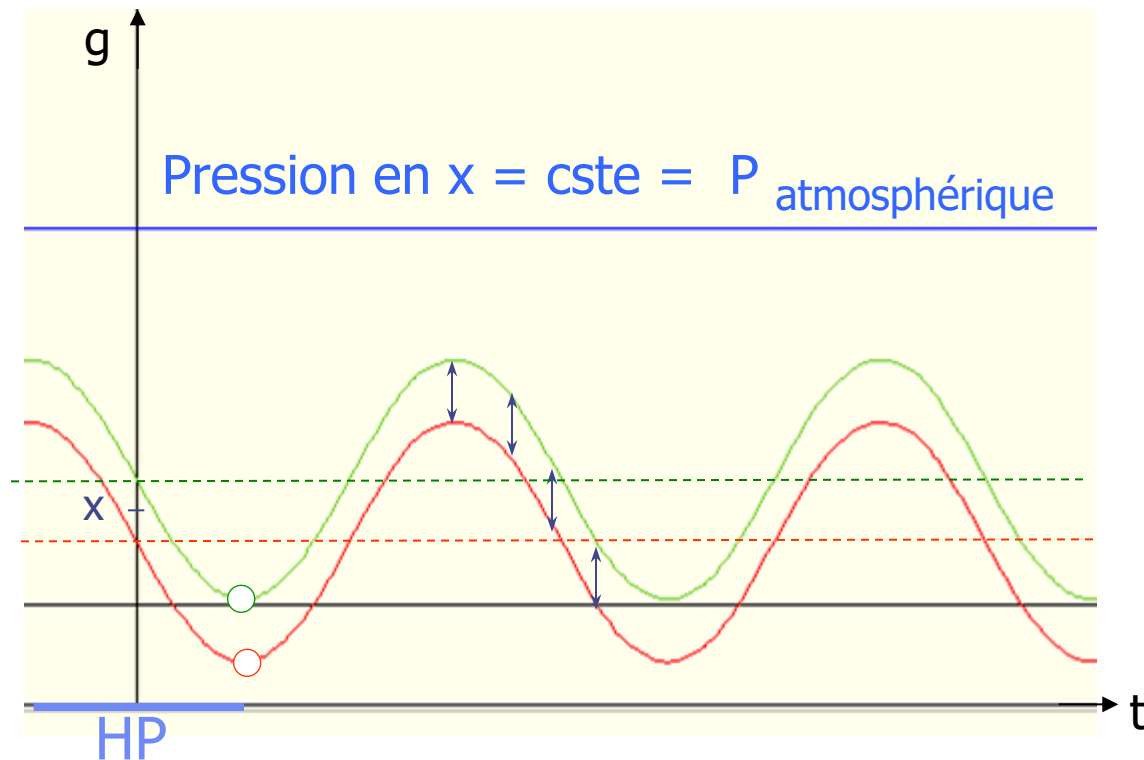


L'ONDE SONORE



PASS

SON = ONDE DE PRESSION



~~$$c \gg x \Rightarrow g(t, x) = x + A \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] \approx x + A \sin[\omega.t]$$~~

Hypothèse $c \gg x$,
 $\Rightarrow \text{retard} = x/c \rightarrow 0$



vibrations en phase,
 écarts conservés,
 densité constante,
 pression constante.

Or dans l'air,
 $c \approx 343 \text{ m/s}$

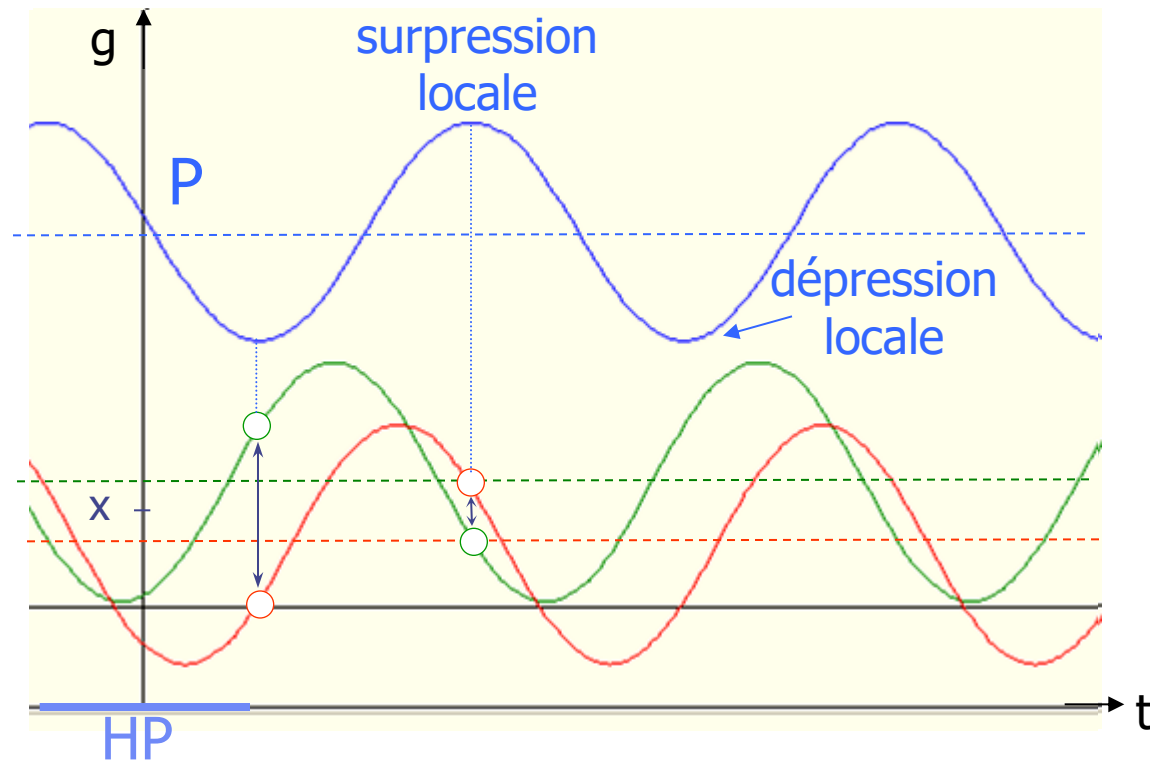


$$c \approx x$$

l'hypothèse $c \gg x$
 est fausse

PASS

SON = ONDE DE PRESSION



déphasage des ondes
de vibration au
voisinage d'un lieu x



onde de surpression
acoustique P qui s'ajoute
à la pression ambiante.

Ordres de grandeur

dans l'air : $P_a = 10^5 \text{ Pa}$

$P = 20 \mu\text{Pa} - 20 \text{ Pa}$

$P \ll P_a$

dans l'eau: $P < \text{kPa}$

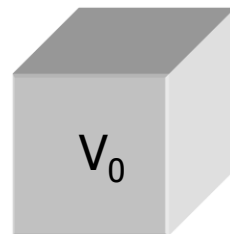
$$c \approx x \Rightarrow g(t, x) = x + A \sin \left[\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c} \right) \right]$$

PASS

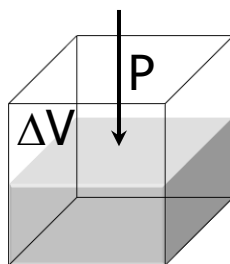
IMPEDANCE ET CELERITE

En définissant le coefficient de compressibilité χ par la réduction en % d'un volume du milieu soumis à une surpression P , on montre que :

$$P = \frac{1}{\chi \cdot c} \cdot v \stackrel{\text{DEF}}{=} Z \cdot v$$

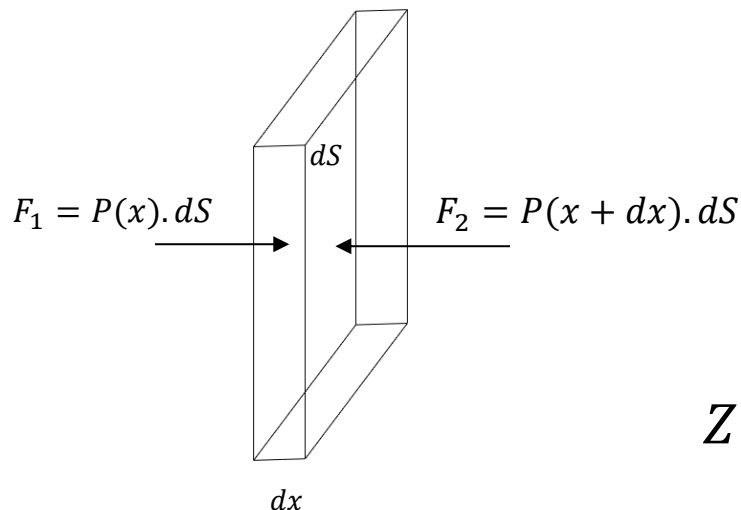


$$\chi \stackrel{\text{def}}{=} -\frac{1}{P} \frac{\Delta V}{V_0}$$



$$\begin{aligned} \chi_{\text{air}} &= 6,54 \cdot 10^{-6} / \text{Pa} \\ \chi_{\text{air}} &= 66 \% / \text{atm} \\ (1 \text{ atm} &= 1013 \text{ hPa}) \end{aligned}$$

**DEMONTRE
EN ED 2**



En appliquant la relation fondamentale de la dynamique à une tranche de milieu de propagation de masse volumique ρ , on montre que :

$$Z = \rho \cdot c$$

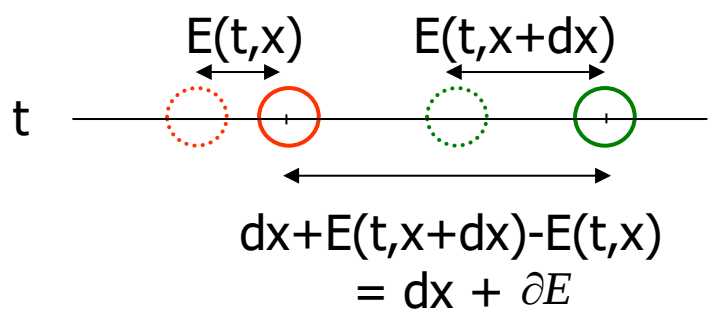
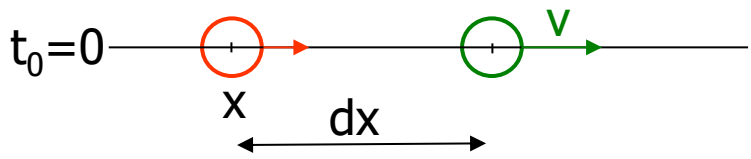
$$Z = \rho \cdot c = \frac{1}{\chi \cdot c} \Rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{\chi \cdot \rho}}$$

$$\text{Pour de l'air à } 20^\circ\text{C}, c = \frac{1}{\sqrt{6,54 \cdot 10^{-6} \cdot 1,3}} = 343 \text{ m/s}$$

PASS

SON = ONDE DE PRESSION

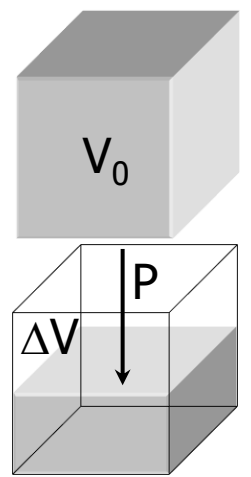
TRAITE
EN ED 2



Compressibilité

$$\chi = -\frac{1}{P} \frac{\Delta V}{V_0}$$

en Pa⁻¹, exprimant
la diminution relative
de distance (ou de volume)
par Pascal de surpression
apporté



$$\left. \begin{aligned} P &= -\frac{1}{\chi} \frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{1}{\chi} \frac{\partial}{\partial x} \left[A \sin \left(\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c} \right) \right) \right] = \frac{A \cdot \omega}{\chi \cdot c} \cdot \cos \left(\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c} \right) \right) \\ v &= \frac{\partial}{\partial t} \left[A \sin \left(\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c} \right) \right) \right] = A \cdot \omega \cdot \cos \left(\omega \cdot \left(t - \frac{x}{c} \right) \right) \text{ vitesse de vibration} \end{aligned} \right\} \Rightarrow P = \frac{1}{\chi \cdot c} \cdot v = Z \cdot v$$

Z = L'impédance acoustique du milieu (kg.m⁻²s⁻¹)
La pression est une OPS déphasée (de 90°) par rapport à la position E

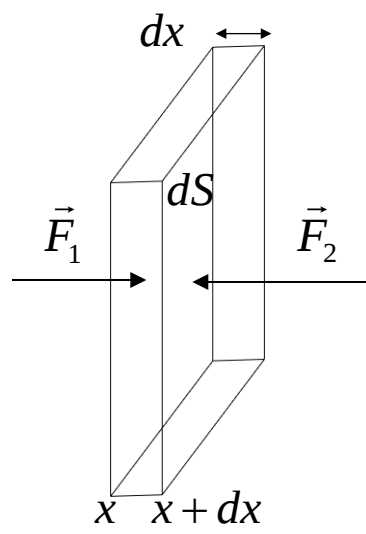


PASS

IMPEDANCE ET CELERITE

TRAITE
EN ED 2

On applique la relation fondamentale de la dynamique à une tranche de milieu de propagation de masse volumique ρ , de surface dS et d'épaisseur dx .



$$m.\frac{dv}{dt} = F_1 - F_2 = [P(x) - P(x + dx)].dS = -\frac{\partial P}{\partial x}.dx.dS$$

$$P = Z.v = Z.A.\omega.\cos\left(\omega.(t - \frac{x}{c})\right) \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial x} = \frac{Z.A.\omega^2}{c} \sin\left(\omega.(t - \frac{x}{c})\right)$$

$$\Rightarrow m.\frac{dv}{dt} = -\frac{ZA\omega^2}{c} \sin\left(\omega.(t - \frac{x}{c})\right).dx.dS$$

$$\text{mais } v = A.\omega.\cos\left(\omega.(t - \frac{x}{c})\right) \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial t} = -A.\omega^2.\sin\left(\omega.(t - \frac{x}{c})\right), \text{ donc}$$

$$m = \rho.dS.dx = \frac{Z}{c} dx.dS \Rightarrow \boxed{Z = \rho.c}$$



Conséquence: $Z = \rho.c = \frac{1}{\chi.c} \Rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{\chi.\rho}}$

pour de l'air à 20°C et 1 atm: $\rho = 1,204 \text{ kg/m}^3$ et $\chi = 7,04 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}^{-1}$

$$\Rightarrow c = 1/\sqrt{(\chi.\rho)} = 343 \text{ m/s et } Z = \rho.c = 413 \text{ kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$$

Loi de Laplace
1749-1827



PASS

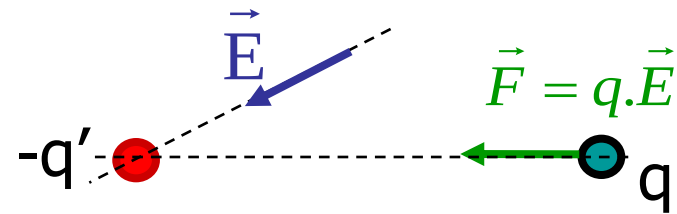
RAPPELS ELECTRO ET MAGNETOSTATIQUE

Champs statiques (créés par des distributions de charges ou de courants électriques **constants dans le temps**). Exemples :

- **Charge ponctuelle permanente** $\Rightarrow \vec{E}$

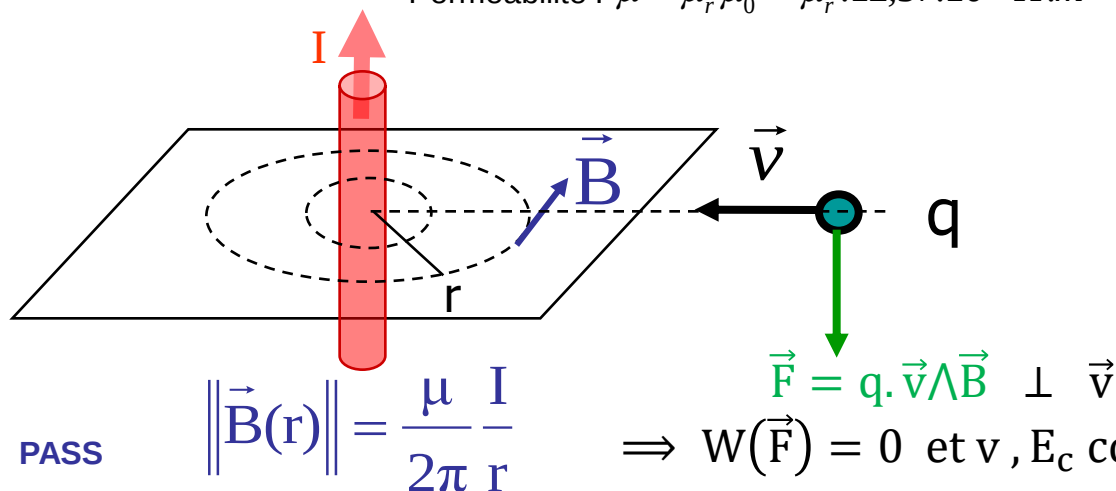
$$\|\vec{E}(r)\| = \frac{q'}{4\pi\epsilon} \frac{1}{r^2} \quad V = \frac{q'}{4\pi\epsilon} \frac{1}{r} \quad E_p = q.V = \frac{q.q'}{4\pi\epsilon} \frac{1}{r}$$

$$\|\vec{F}(r)\| = q \cdot \frac{q'}{4\pi\epsilon} \frac{1}{r^2} \quad \text{Permittivité: } \epsilon = \epsilon_r \epsilon_0 = \epsilon_r \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} F.m^{-1}$$



- **Circuit de courant permanent** $\Rightarrow \vec{B}$

$$\text{Perméabilité : } \mu = \mu_r \mu_0 = \mu_r \cdot 12,57 \cdot 10^{-7} H.m^{-1}$$



RAPPEL :

$$(\vec{v}, \vec{B}) \rightarrow \vec{v} \wedge \vec{B} \perp \text{PLAN}(\vec{v}, \vec{B})$$

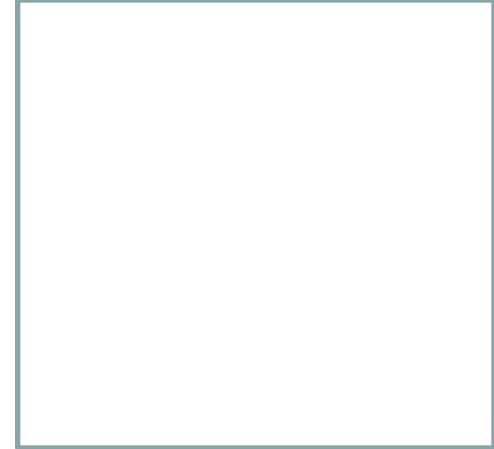
$$\|\vec{v} \wedge \vec{B}\| = \|\vec{v}\| \cdot \|\vec{B}\| \cdot \sin(\widehat{(\vec{v}, \vec{B})})$$

$$\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow \|\vec{v} \wedge \vec{B}\| = \|\vec{v}\| \cdot \|\vec{B}\|$$

$$(\vec{v}, \vec{B}, \vec{v} \wedge \vec{B}) \text{ direct}$$

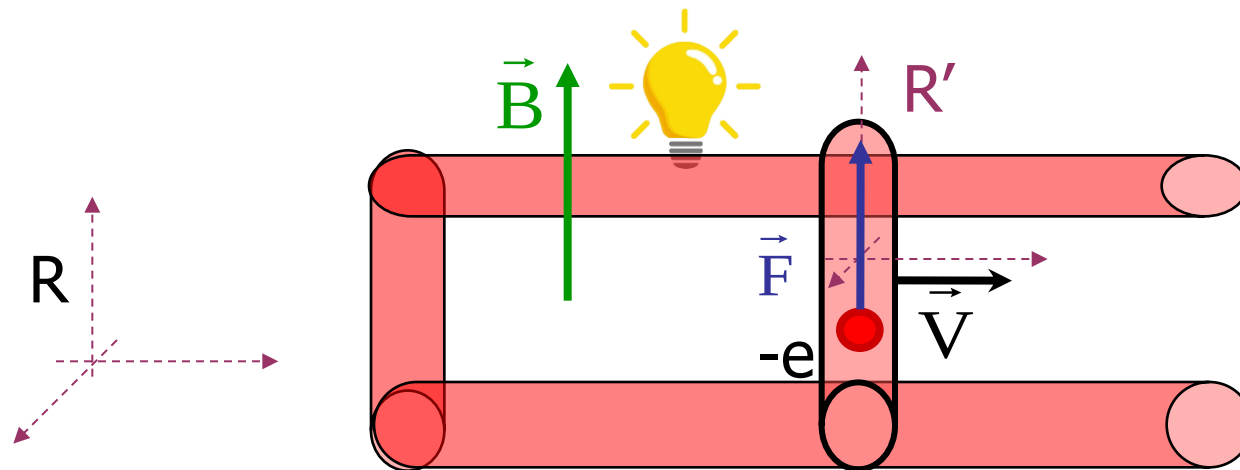


WOOCCLAP 4



LIEN ELECTRICITE / MAGNETISME

(Romagnosi 1802, Ørsted 1820)



$$\vec{F} = -e(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

$$\vec{F}' = -e(\vec{E}' + \vec{v}' \wedge \vec{B}')$$

Dans R fixe , champ $(\vec{E}, \vec{B})$
déplacement de charges dans
un champ magnétique ($\vec{v} = \vec{V}$)
sans champ électrique ($\vec{E} = \vec{0}$)

$$\vec{F} = -e \cdot \vec{V} \wedge \vec{B}$$

Dans R' mobile, champ $(\vec{E}', \vec{B}')$
charges statiques ($\vec{v}' = \vec{0}$), donc
pas de force magnétique :

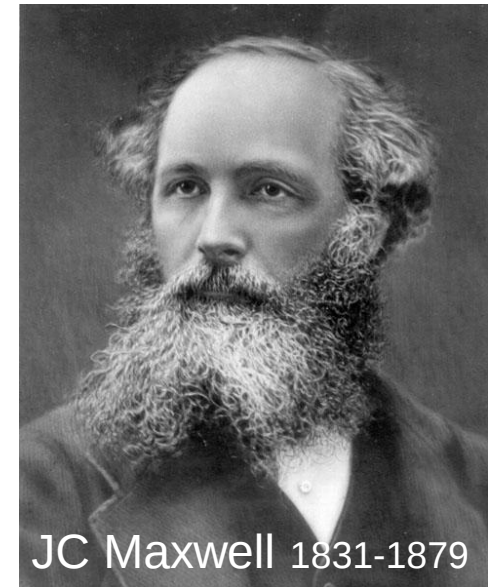
$$\vec{F}' = -e \cdot \vec{E}'$$

donc $\vec{E}' = \vec{V} \wedge \vec{B}$

PASS

COUPLAGE ELECTROMAGNETIQUE

- charges et courants constants $\Rightarrow$ champs E et B constants et **indépendants l'un de l'autre**.
- charges et courants variables $\Rightarrow$ champs E et B variables et **couplés**.



- **Equations de Maxwell**: empiriques (fin XIX^e siècle), puis conséquence théorique de la relativité restreinte (théorie des champs, début XX^e siècle).

PASS

LES EQUATIONS DE MAXWELL

Un champ électromagnétique est caractérisé par un couple de vecteurs $\vec{B}(B_x, B_y, B_z)$ et $\vec{E}(E_x, E_y, E_z)$ satisfaisants :

Une densité de charge crée un champ électrique $\vec{E} = (E_x, E_y, E_z)$.

Il n'existe pas de charges magnétiques.

Un champ magnétique variable dans le temps crée (induit) un champ électrique (également variable dans le temps).

Un courant électrique $\vec{j} = (j_x, j_y, j_z)$, mais aussi un champ électrique variable dans le temps crée (induit) un champ magnétique.

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{\partial B_x}{\partial t} \\ \frac{\partial B_y}{\partial t} \\ \frac{\partial B_z}{\partial t} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \\ \frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \end{pmatrix} = \epsilon \cdot \mu \cdot \begin{pmatrix} \frac{\partial E_x}{\partial t} \\ \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix}$$

$\rho = n \cdot q$ = densité de charge en C/m³
 n = nombre de particules chargées/m³

$j = n \cdot q \cdot v = \rho \cdot v$ = densité de courant en A/m²

Variation de $\vec{B}$ dans le temps ou charges électriques $\Rightarrow \vec{E}$
 Variation de $\vec{E}$ dans le temps ou courants électriques $\Rightarrow \vec{B}$

PASS

LES EQUATIONS DE MAXWELL DANS LE VIDE

APPLICATION :

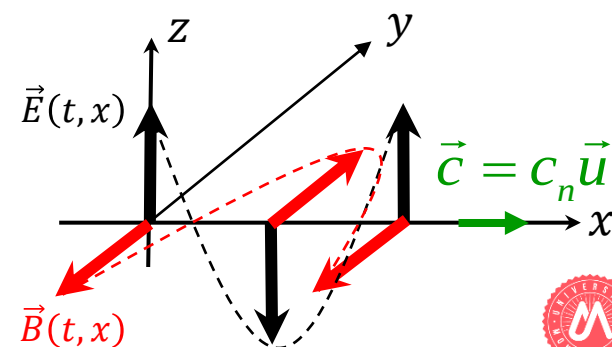
- Soit une onde électrique $\vec{E}(t, x) = \begin{pmatrix} E_x = 0 \\ E_y = 0 \\ E_z = E_0 \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right] \end{pmatrix}$

- 3° relation de Maxwell (couplage) :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \end{pmatrix} = -\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{\partial E_z}{\partial x} \\ 0 \end{pmatrix} = -\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} \Rightarrow B_x = B_z = 0 \text{ et } \frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial B_y}{\partial t}$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial \left(E_0 \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right] \right)}{\partial x} = -\frac{E_0 \cdot \omega}{c_n} \cos \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right] \Rightarrow B_y = -\frac{E_0}{c_n} \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right]$$

$$\Rightarrow \vec{B}(t, x) = \begin{pmatrix} B_x = 0 \\ B_y = -\frac{E_0}{c_n} \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right] \\ B_z = 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \boxed{\vec{B} = \frac{1}{c_n} \vec{u} \wedge \vec{E}}$$



PASS

CELERITE DE LA LUMIERE

Dans cet exemple donc :

$$\vec{E}(t, x) = \begin{pmatrix} E_x = 0 \\ E_y = 0 \\ E_z = E_0 \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right] \end{pmatrix} \quad \vec{B}(t, x) = \begin{pmatrix} B_x = 0 \\ B_y = -\frac{E_0}{c_n} \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right] \\ B_z = 0 \end{pmatrix}$$

4° équation de Maxwell (en l'absence de courant) :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \\ \frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \end{pmatrix} = \epsilon \mu \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\partial B_y}{\partial x} \end{pmatrix} = \epsilon \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{pmatrix} \Rightarrow \frac{\partial B_y}{\partial x} = \epsilon \mu \frac{\partial E_z}{\partial t}$$

$$\frac{\partial B_y}{\partial x} = \epsilon \mu \frac{\partial E_z}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{E_0}{c_n} \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right] \right) = \epsilon \mu \frac{\partial}{\partial t} \left(E_0 \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c_n} \right) \right] \right) \Rightarrow \left(\frac{\omega}{c_n} \right) \cdot \left(\frac{E_0}{c_n} \right) = \epsilon \mu \cdot \omega \cdot E_0$$

$$c_n = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

$$\text{Dans le vide } c = \frac{1}{\sqrt{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 12,57 \cdot 10^{-7}}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

PASS

EN SYNTHESE :

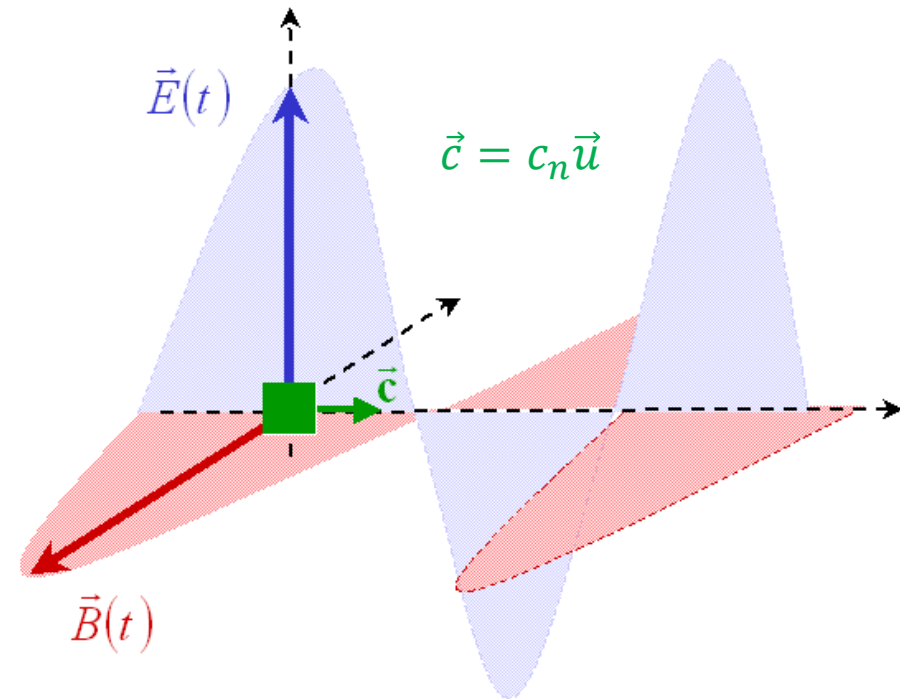
1- OEM = onde progressive **transversale** constituée d'un couple indissociable de vecteurs $(\vec{E}(t), \vec{B}(t))$

2- Source d'OEM :

- charges, courants électriques variables,
- champ $\vec{E}(t)$ ou $\vec{B}(t)$ variable

3- $\vec{E}(t)$ et $\vec{B}(t)$ varient **en phase**, à la **même fréquence**, restent **orthogonaux** entre eux et à la direction de propagation $\vec{u}$:

$$\vec{B} = \frac{1}{c_n} \vec{u} \wedge \vec{E}$$



OP vectorielle transversale

PASS

EN SYNTHÈSE :

4- Caractéristiques EM d'un milieu de propagation :

- Vide: **permittivité** $\varepsilon_0 \stackrel{\text{def}}{=} 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$, **perméabilité** $\mu_0 \stackrel{\text{def}}{=} 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$
- Milieu matériel : $\varepsilon \stackrel{\text{def}}{=} \varepsilon_r \varepsilon_0$ et $\mu \stackrel{\text{def}}{=} \mu_r \mu_0$

5- **Célérité** des OEM dans le vide : $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

dans un milieu matériel : $c_n = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}} = \frac{c}{n}$

6- **Indice de réfraction** d'un milieu matériel ($n = 1$ dans le vide):

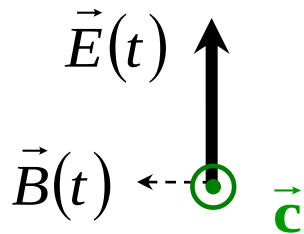
$$n = \frac{c}{c_n} = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r} \geq 1$$

PASS

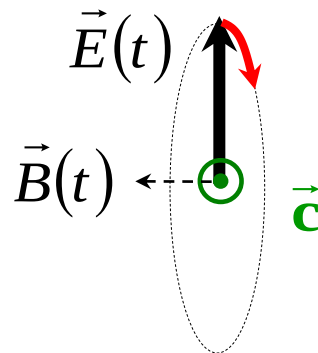
POLARISATION

Si la direction de $\vec{E}$ (donc de $\vec{B}$) est :

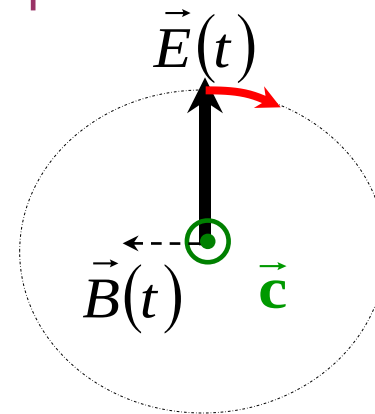
- fixe : **polarisation rectiligne**
- tourne à vitesse angulaire constante
 - en décrivant un cercle : **polarisation circulaire**
 - en décrivant une ellipse: **polarisation elliptique**



rectiligne



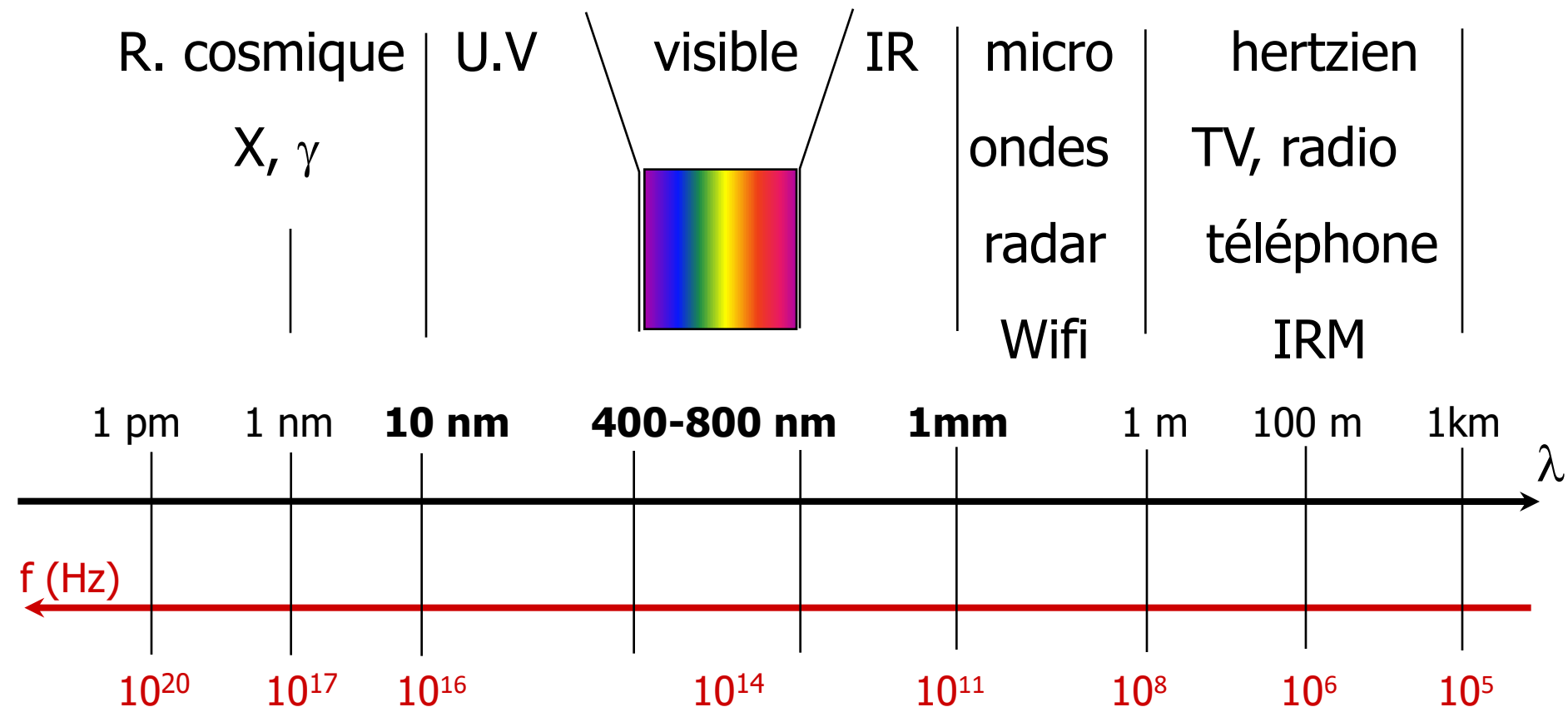
elliptique



circulaire

PASS

CLASSIFICATION SIMPLIFIEE

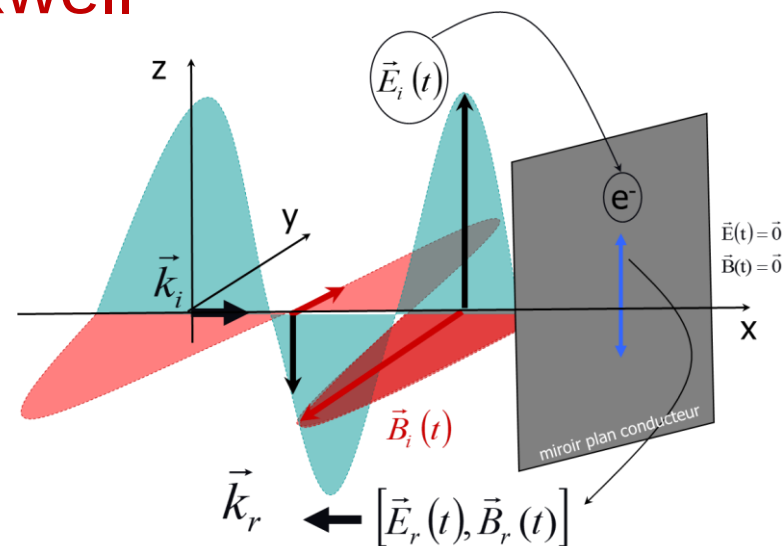


PASS

REFLEXION ET REFRACTION

Ces phénomènes peuvent être abordés de deux façons équivalentes. La première correspond à une approche « optique physique », la seconde à une approche « optique géométrique ».

1. Par les équations de Maxwell



2. Par le principe de moindre action (Fermat)

le vecteur d'onde suit la trajectoire la plus rapide entre deux points.

Dans un milieu homogène, c'est la trajectoire la plus courte.

PASS

PMA $\Rightarrow$ LOI DE LA REFLEXION DE DESCARTES

Réflexion sur un miroir dans un milieu homogène (mêmes n).
Pas de maximum possible pour SOS' .

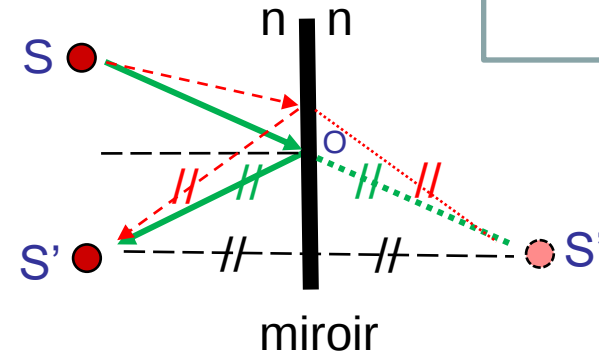
PMA $\Rightarrow (SOS')$ minimum, $O \in$ miroir

S'' tel que miroir = médiatrice de $[S', S'']$

Alors $(S'OS'')$ est isocèle $\Rightarrow (OS') = (OS'')$

PMA $\Rightarrow (SOS'')$ minimum

PMA $\Rightarrow O \in (S, S'')$

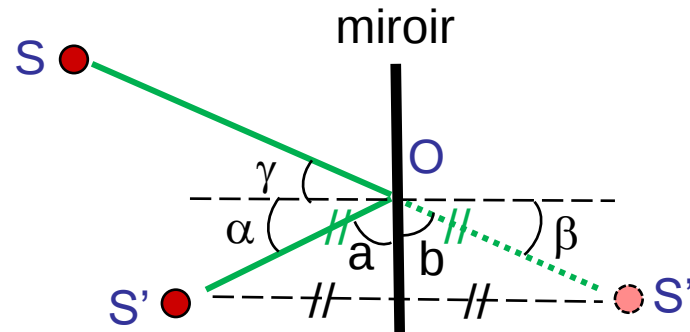


miroir = médiatrice de $[S', S'']$

$\Rightarrow \hat{a} = \hat{b}$

$\Rightarrow \hat{\alpha} = \hat{\beta}$

$\Rightarrow \hat{\alpha} = \hat{\gamma}$



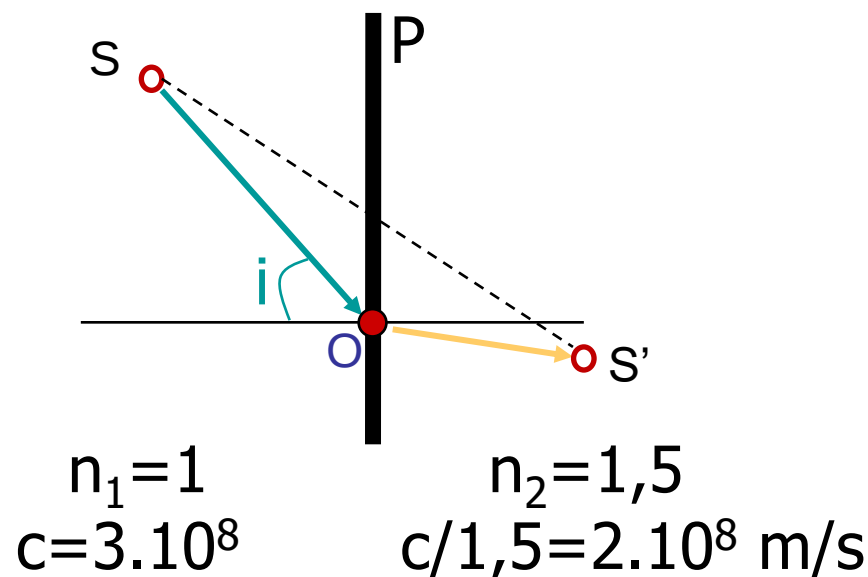
Lors d'une réflexion sur un miroir placé dans un milieu homogène,
les angles d'incidence et de réflexion sont égaux.

PASS

CHEMIN OPTIQUE

- **Principe de Fermat** : La lumière suit la trajectoire qui minimise le temps de parcours t_n entre deux points A et B dans un milieu d'indice de réfraction n :

$$t_n = \frac{\text{dist}(A, B)}{c_n} \Rightarrow c \cdot t_n = \frac{c}{c_n} \cdot \text{dist}(A, B) = n \cdot \text{dist}(A, B) \text{ minimal suivant le PMA.}$$



PASS

CHEMIN OPTIQUE

- **Principe de Fermat** : La lumière suit la trajectoire qui minimise le temps de parcours t_n entre deux points A et B dans un milieu d'indice de réfraction n :

$$t_n = \frac{\text{dist}(A, B)}{c_n} \Rightarrow c.t_n = \frac{c}{c_n} . \text{dist}(A, B) = n . \text{dist}(A, B) \text{ minimal suivant le PMA.}$$

- **Chemin optique L entre deux points d'un milieu d'indice n**



$$L(A \rightarrow B) = n . \text{dist}(A, B) \\ = n . \vec{u} . \vec{AB} \quad \text{où} \quad \vec{u} = \frac{\vec{AB}}{\|\vec{AB}\|}$$

$$\text{RAPPEL : } \vec{u} . \vec{AB} = \|\vec{u}\| . \|\vec{AB}\| . \cos(\widehat{\vec{u}, \vec{AB}}) = \|\vec{AB}\|$$

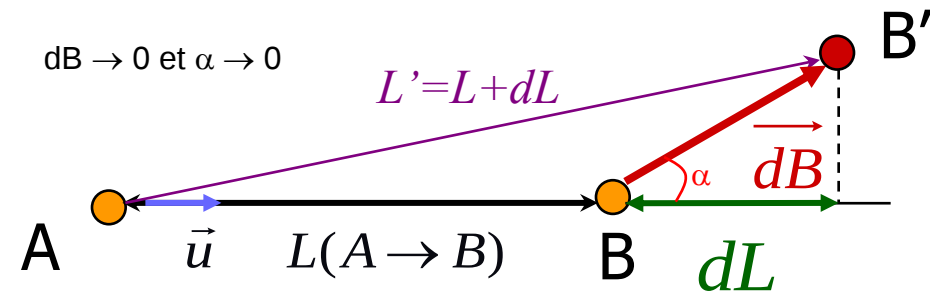
$$t_n = \frac{n . \text{dist}(A, B)}{c} = \frac{L}{c}$$

$L(A \rightarrow B)$ est la distance que parcourrait la lumière dans le vide (à la célérité c) dans le temps nécessaire pour relier A à B dans un milieu d'indice n

PASS

VARIATION DE CHEMIN OPTIQUE

Supposons un petit déplacement de B en B' et calculons la petite variation de chemin optique (on néglige la modification de $\vec{u}$)



PMA (Fermat) entre deux points A et B :

$$L = c \cdot t_n \text{ extr\^emal}$$

$$\Leftrightarrow dL = n \cdot \vec{u} \cdot \vec{dB} = 0$$

pour tout petit déplacement $\vec{dB}$
autour de la trajectoire
d'un rayon lumineux

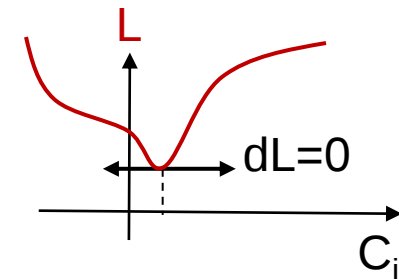
$$L' = n \cdot \vec{u} \cdot \vec{AB'} = n \cdot \vec{u} \cdot (\vec{AB} + \vec{dB})$$

$$L' = n \cdot \vec{u} \cdot \vec{AB} + n \cdot \vec{u} \cdot \vec{dB}$$

$$L' = L + n \cdot \vec{u} \cdot \vec{dB}$$

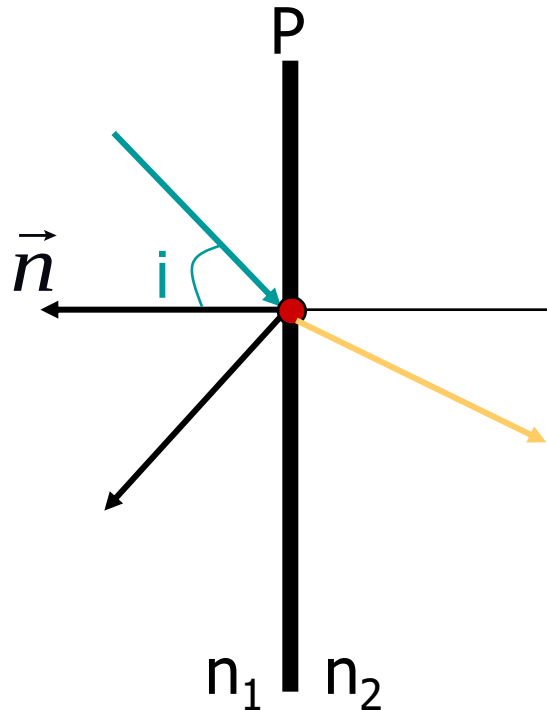
$$dL = n \cdot \vec{u} \cdot \vec{dB}$$

RAPPEL : $\vec{u} \cdot \vec{dB} = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{dB}\| \cdot \cos(\widehat{\vec{u}, \vec{dB}})$
= longueur dL de la projection de $\vec{dB}$ sur $\vec{u}$



PASS

LOIS DE SNELL -DESCARTES



Quelles sont les directions
du rayon réfléchi et du
rayon transmis par rapport
au rayon incident ?



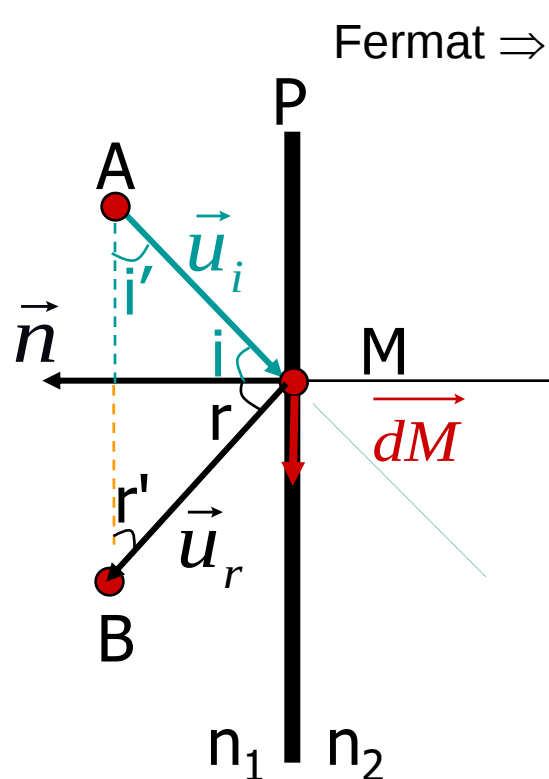
Willebrord Snell
(1580-1626)



René Descartes
1596-1650

PASS

LOIS DE SNELL –DESCARTES (REFLEXION)



$$\text{Fermat} \Rightarrow dL(A \rightarrow M \rightarrow B) = 0$$

$\vec{u}_i$ et $\vec{u}_r$ coplanaires

$$dL(A \rightarrow M \rightarrow B) = 0$$

$$\Rightarrow n_1 \vec{u}_i \cdot \overrightarrow{dM} - n_1 \vec{u}_r \cdot \overrightarrow{dM} = 0$$

$$\Rightarrow n_1 \cdot dM \cdot \cos i' = n_1 \cdot dM \cdot \cos r'$$

$$\Rightarrow \cos i' = \cos r'$$

$$\Rightarrow \sin i = \sin r$$

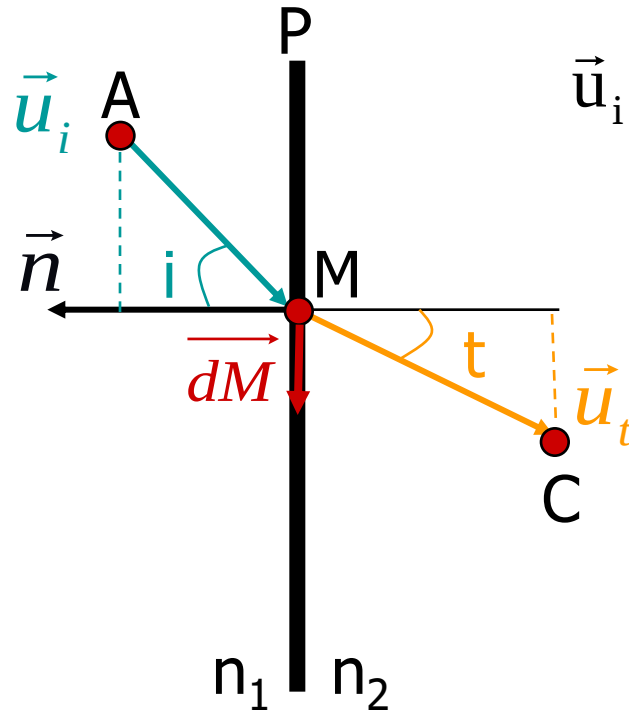
$$\Rightarrow i = r$$

Rayons incidents et réfléchis dans le même plan

$$i = r$$

PASS

LOIS DE SNELL-DESCARTES (REFRACTION)



$$dL(A \rightarrow M \rightarrow C) = 0$$

$\vec{u}_i$ et $\vec{u}_t$ coplanaires

$$dL(A \rightarrow M \rightarrow C) = 0$$

$$n_1 \cdot \vec{u}_i \cdot \overrightarrow{dM} - n_2 \cdot \vec{u}_t \cdot \overrightarrow{dM} = 0$$

$$\Rightarrow n_1 \sin i = n_2 \sin t$$

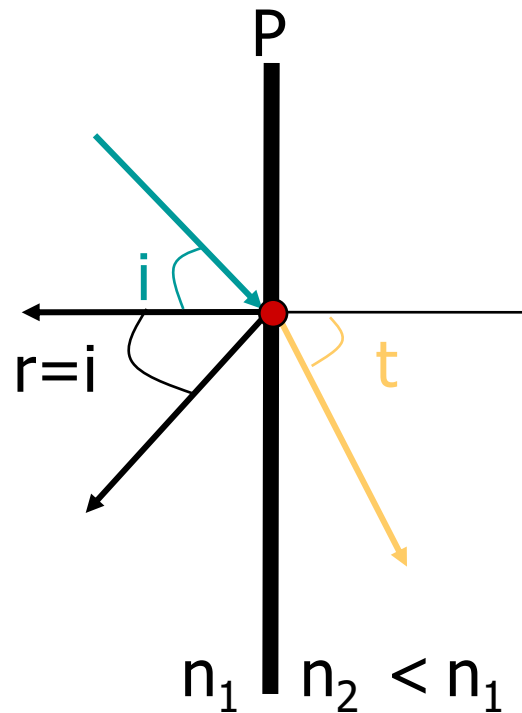
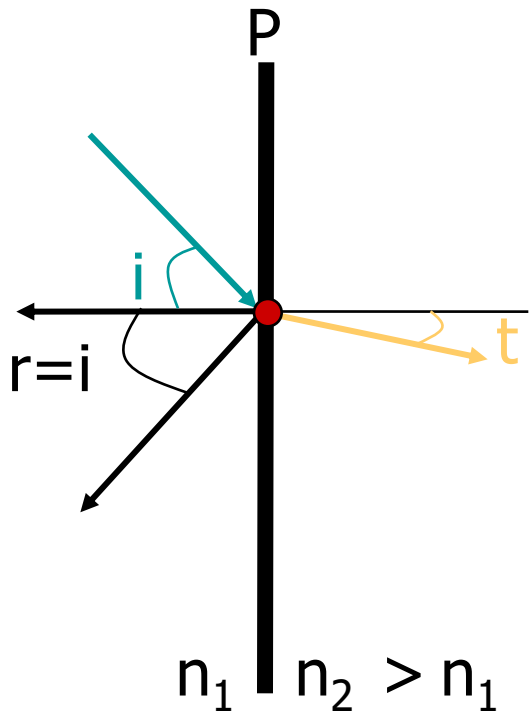
Rayons incidents et transmis dans le même plan

$$n_1 \sin i = n_2 \sin t$$

PASS

LOIS DE SNELL -DESCARTES

La lumière suit la trajectoire qui minimise le temps de parcours :

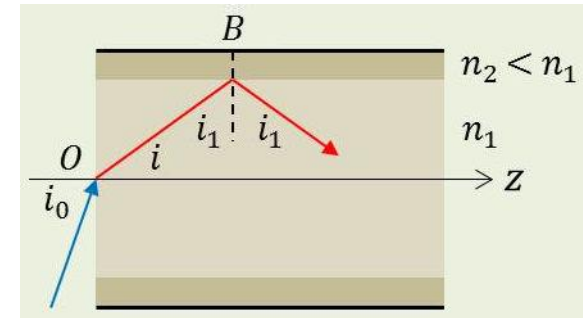


Rayons incidents réfléchis et transmis dans le **même plan**

$$i = r$$

$$n_1 \sin i = n_2 \sin t$$

Conséquence: $(n_1/n_2) \sin i = \sin t \leq 1 \Rightarrow \sin i \leq n_2/n_1$
 $n_2 < n_1 \Rightarrow$ réflexion totale si $i > \arcsin(n_2/n_1)$



PASS

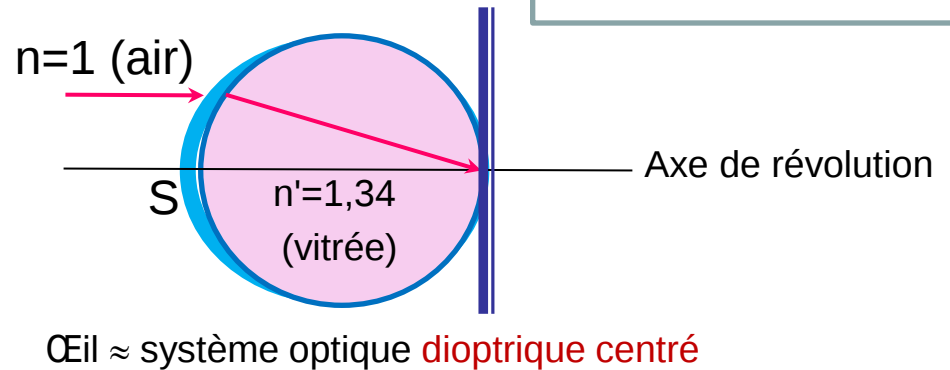
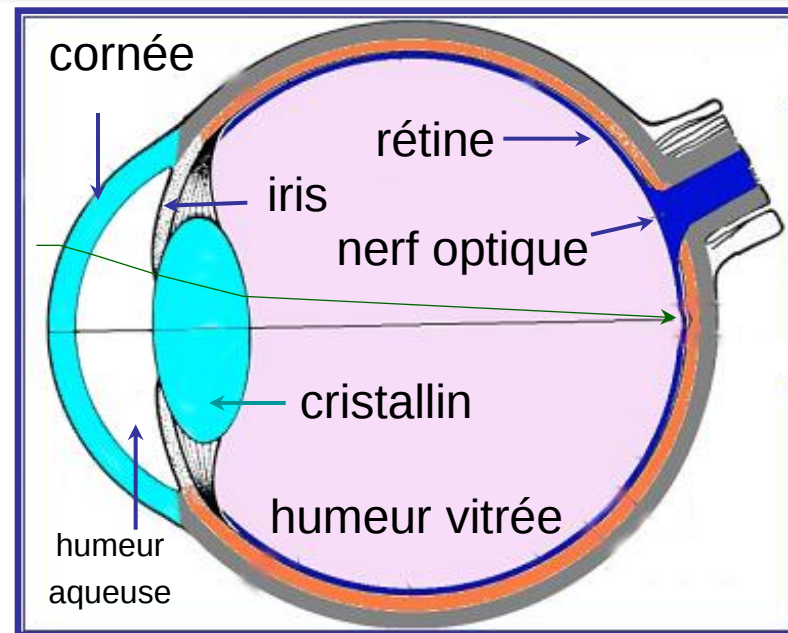
OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 2

- Définir un son = onde de vibration / pression
- Manipuler : c , Z , $\chi \dots$
- Définir, modéliser une OEM $\vec{B} = \vec{u} \wedge \vec{E} \frac{1}{c_n}$
- Manipuler n , ε , μ , ε_R , μ_R
- Spectre électromagnétique:
X- γ , < 10 nm, UV, V (400-800 nm), IR, H $> \text{mm}$
- Calculer un chemin optique, principe de Fermat
- Utiliser les lois de Descartes
- Exploiter une réflexion normale

WOOCCLAP 5



MODELISATION D'UN ŒIL HUMAIN



- **Dioptre** = frontière entre un espace transparent d'indice de réfraction n et un autre d'indice $n' \neq n$
- **Système optique** = milieu transparent contenant des miroirs ou des dioptres
 - Pas de miroirs = système **dioptrique**
 - Miroirs = système **catadioptrique**
- Système optique **centré** = admettant un axe de révolution

PASS

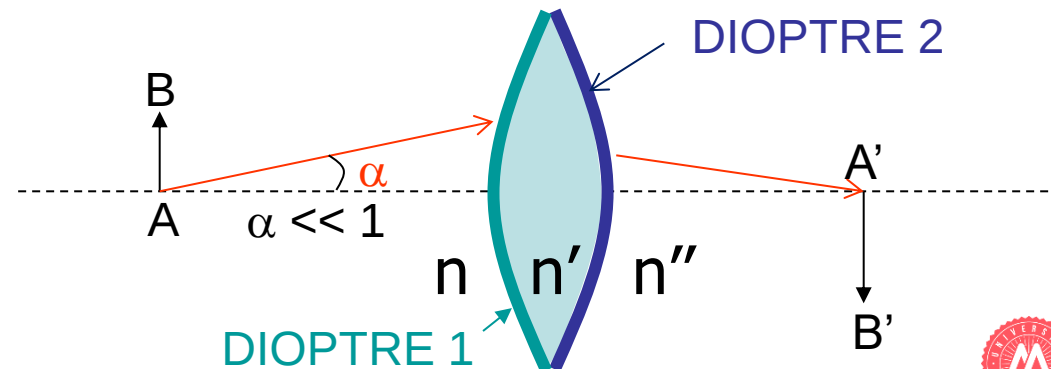
MODELISATION D'UN ŒIL (HYPOTHESES)

Approximation de Gauss :

- système optique centré,
- dont **les rayons lumineux s'écartent peu de l'axe** ($\alpha \ll 1$)

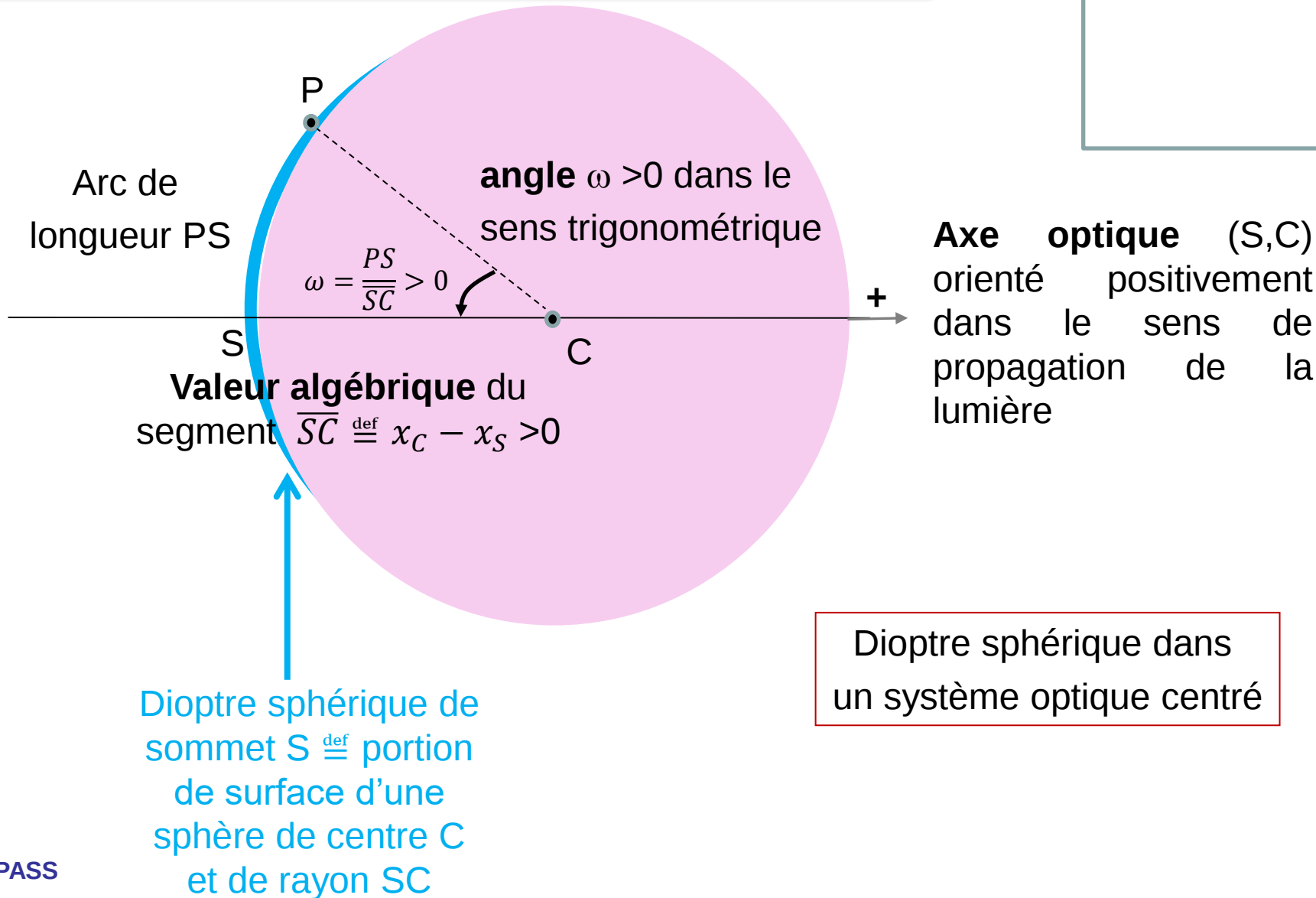
Dans l'approximation de Gauss, le système optique est

- **stigmatique** si l'image de tout point A est un point A'
- **aplanétique** si l'image de tout segment $AB \perp$ axe est un segment $A'B' \perp$ axe



PASS

CONVENTIONS

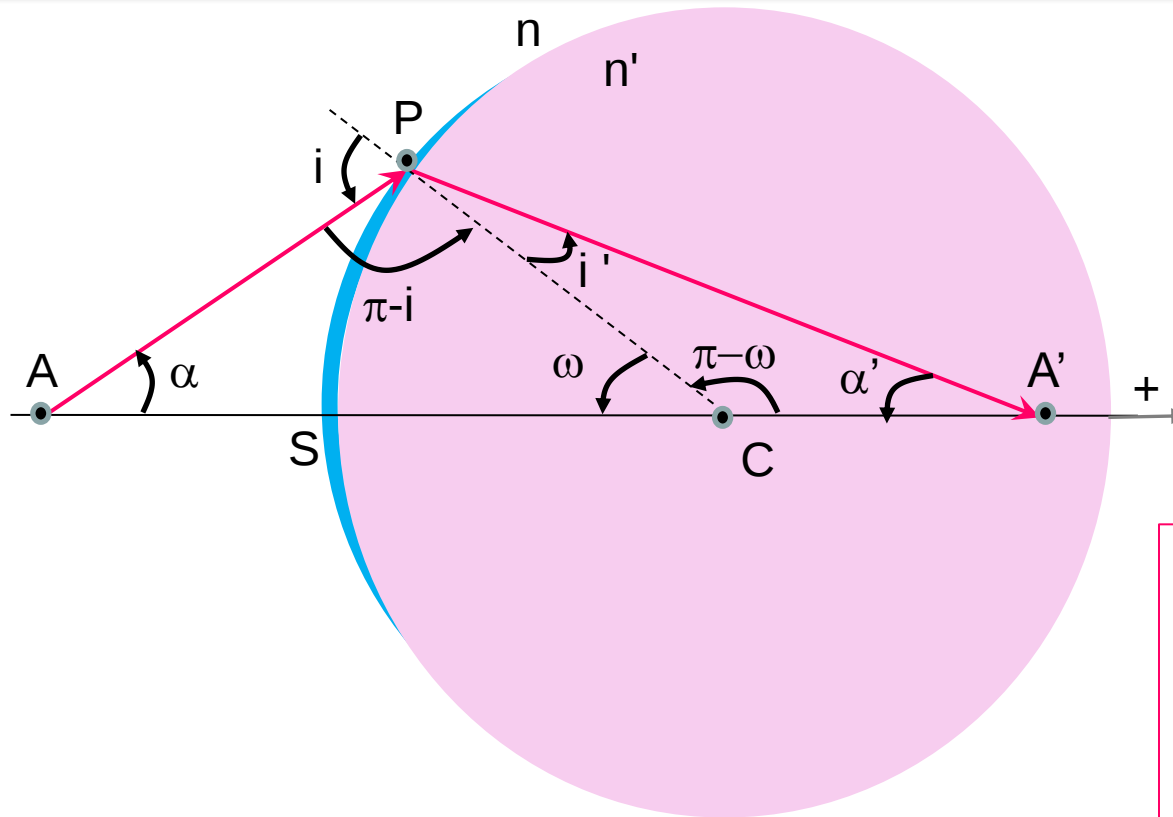


PASS

ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

FORMULE DE CONJUGAISON DU

DIOPTRE SPHERIQUE MINCE



$$n \cdot \sin(i) = n' \cdot \sin(i') \xRightarrow{\text{GAUSS}} n \cdot i = n' \cdot i'$$

$$\pi - i + \omega + \alpha = \pi \Rightarrow i = \omega + \alpha$$

$$\pi - \omega + i' + \alpha' = \pi \Rightarrow i' = \omega - \alpha'$$

$$\frac{n' - n}{SC} = \frac{n'}{SA'} - \frac{n}{SA} \stackrel{\text{DEF}}{=} \Pi$$

Π puissance ou vergence
en dioptrie ($Dp = m^{-1}$)

$\Pi > 0 \Rightarrow$ dioptre convergent

$\Pi < 0 \Rightarrow$ dioptre divergent

$\Pi = 0 \Rightarrow$ dioptre plan ou absent

Π est additive

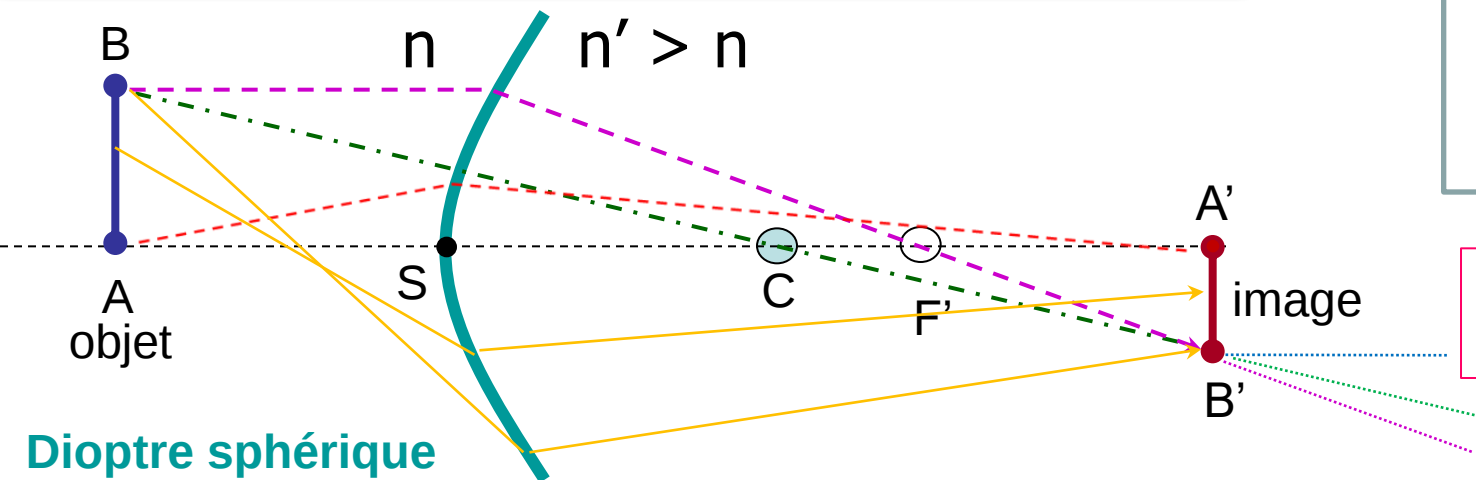
$$n \cdot (\omega + \alpha) = n' \cdot (\omega - \alpha') \Rightarrow (n' - n) \cdot \omega = n\alpha + n'\alpha'$$

$$\alpha = \frac{PS}{-SA} \quad \alpha' = \frac{PS}{SA'} \quad \omega = \frac{PS}{SC}$$

$$\Rightarrow (n' - n) \cdot \frac{PS}{SC} = n \frac{PS}{-SA} + n' \frac{PS}{SA'}$$

PASS

CONSTRUCTION DES IMAGES



$$\Pi = \frac{n' - n}{\overline{SC}} = \frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}}$$

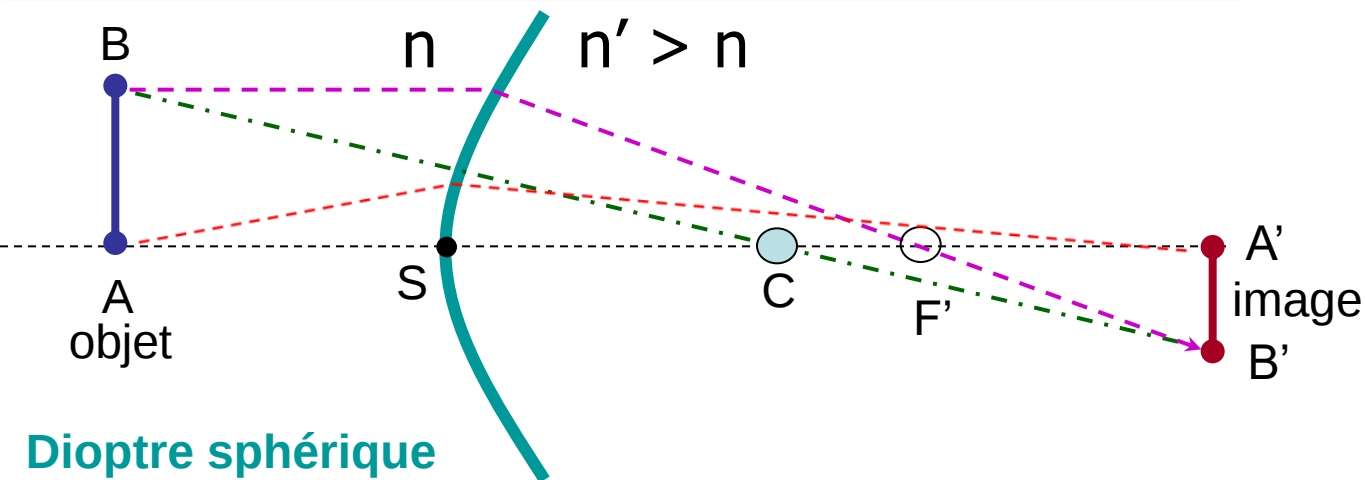
**Dioptr sphérique
convergeant**

Un rayon normal au
dioptr passe par le
centre sans être dévié
(Descartes)

Un rayon parallèle à
l'axe optique émerge en
coupant l'axe au foyer
image F' avec $\Pi = \frac{n'}{\overline{SF'}}$

PASS

CONSTRUCTION DES IMAGES

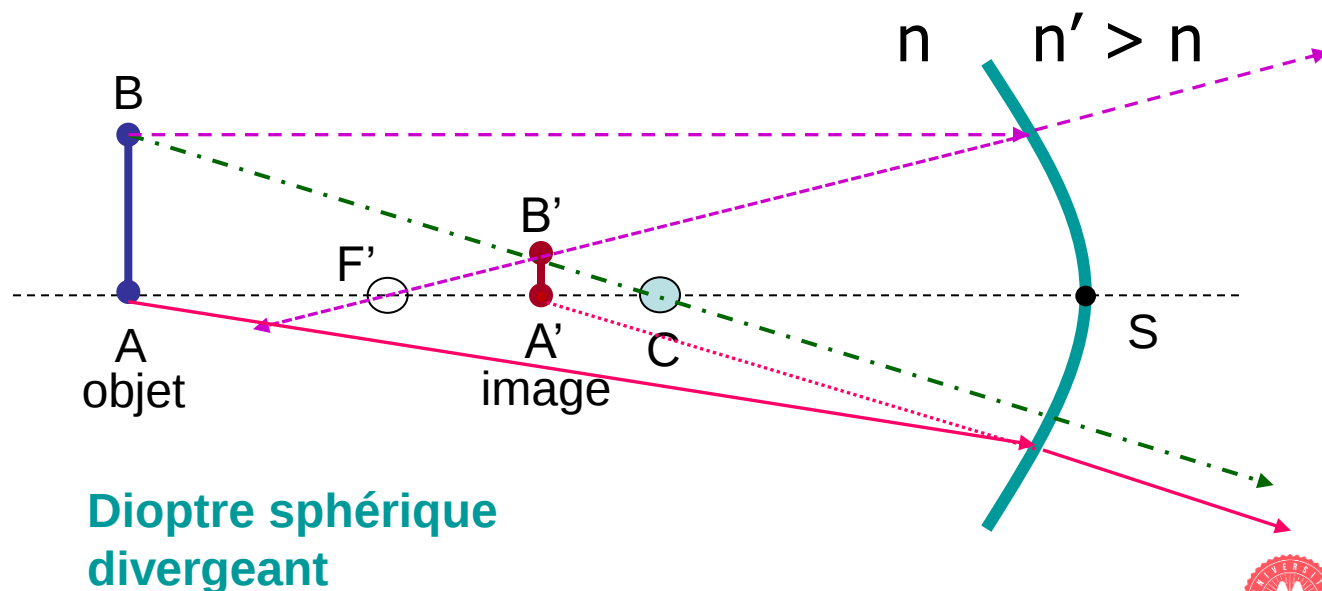


$$\Pi = \frac{n' - n}{SC} = \frac{n'}{SA'} - \frac{n}{SA}$$

Dioptr sphérique convergeant

Un rayon normal au dioptr passe par le centre sans être dévié (Descartes)

Un rayon parallèle à l'axe optique émerge en coupant l'axe au foyer image F' avec $\Pi = \frac{n'}{SF'}$



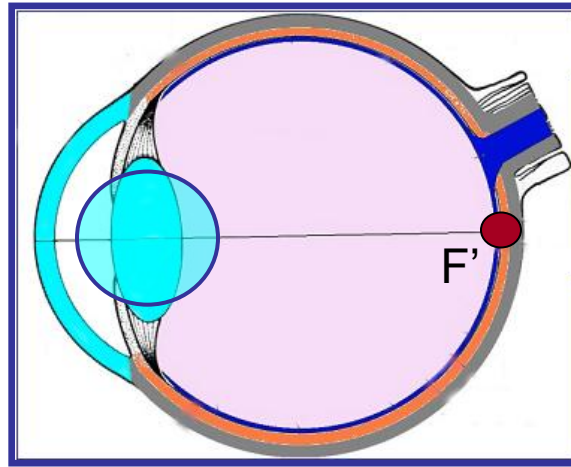
Dioptr sphérique divergeant

PASS

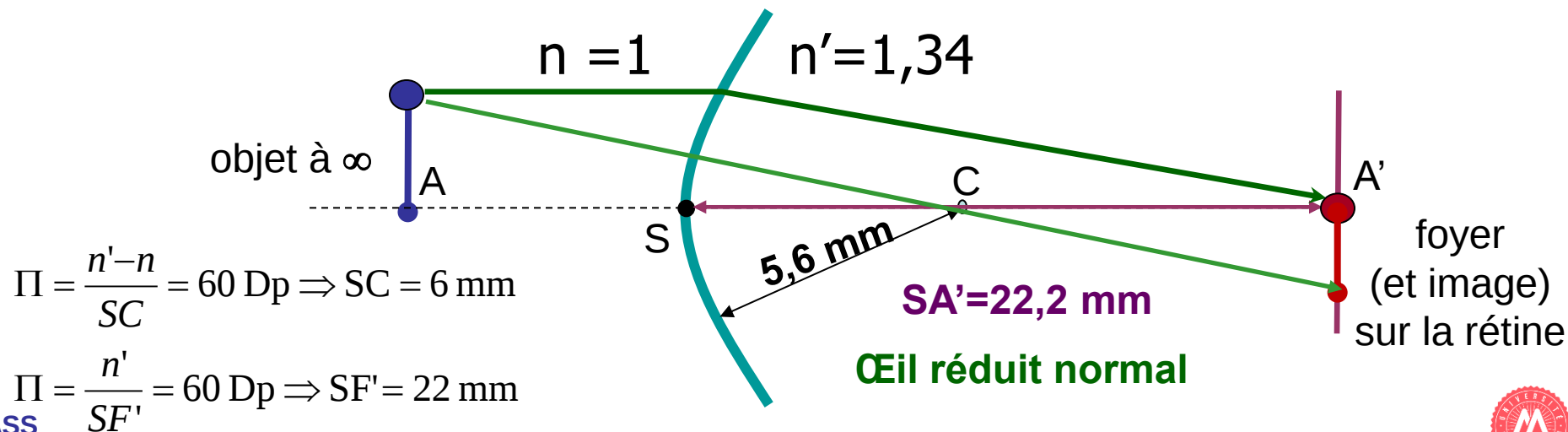
MODELE DE L'ŒIL REDUIT NORMAL

Cornée (42 Dp)
+
Cristallin
(22 Dp + δ)

= 4 dioptries

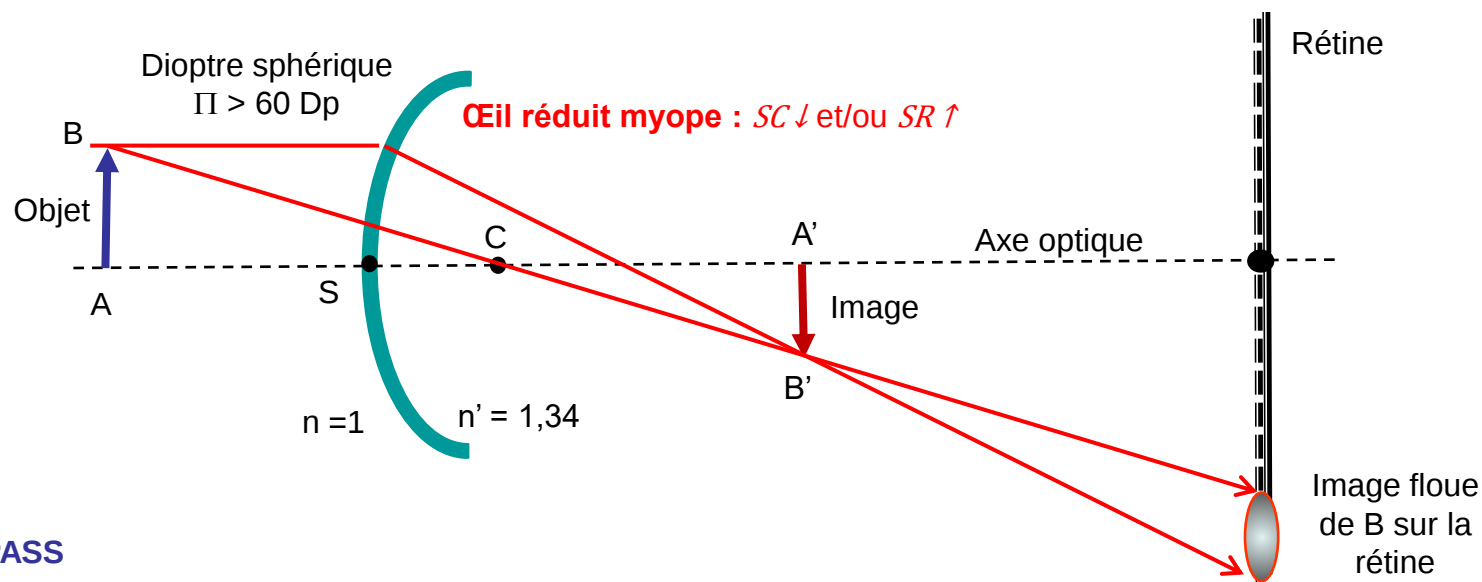
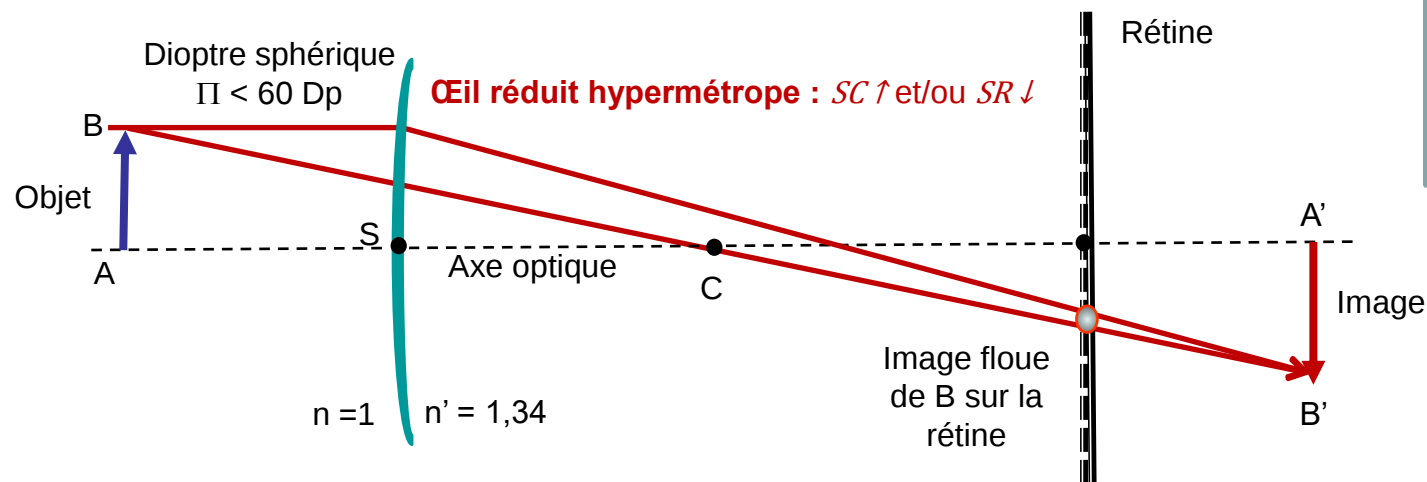


$\cong 1$ dioptre convergent (60 Dp)
La rétine est dans le plan focal image



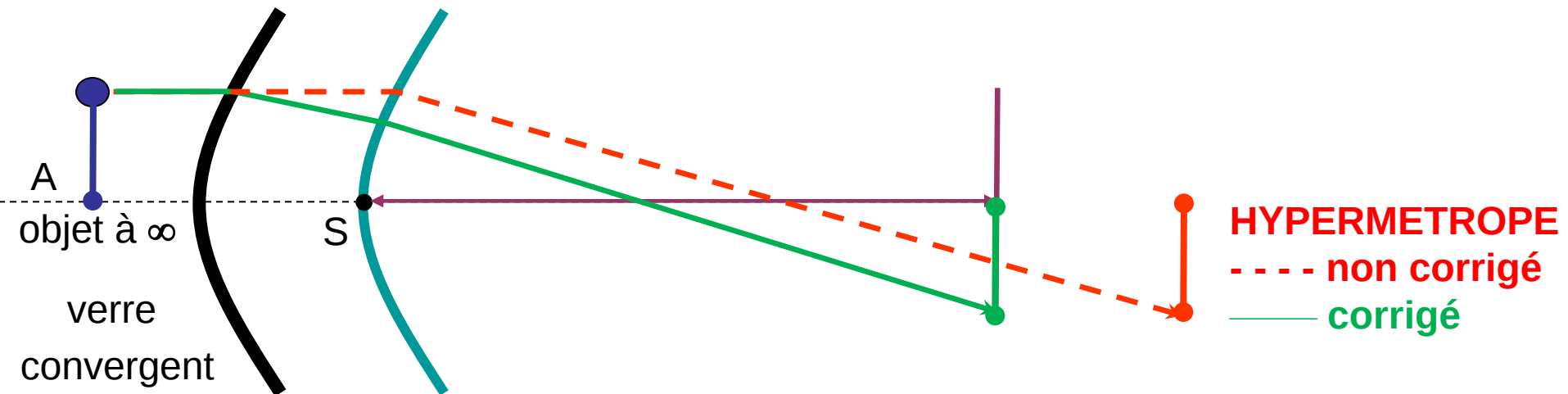
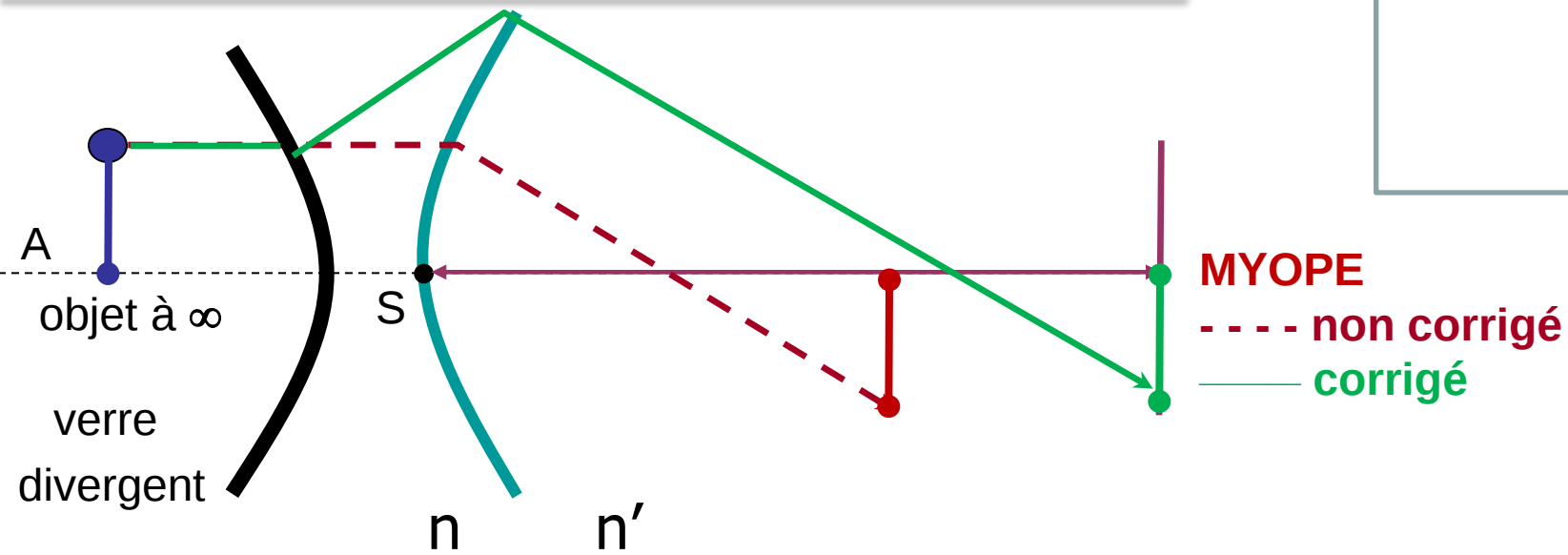
PASS

AMETROPIES SPHERIQUES



PASS

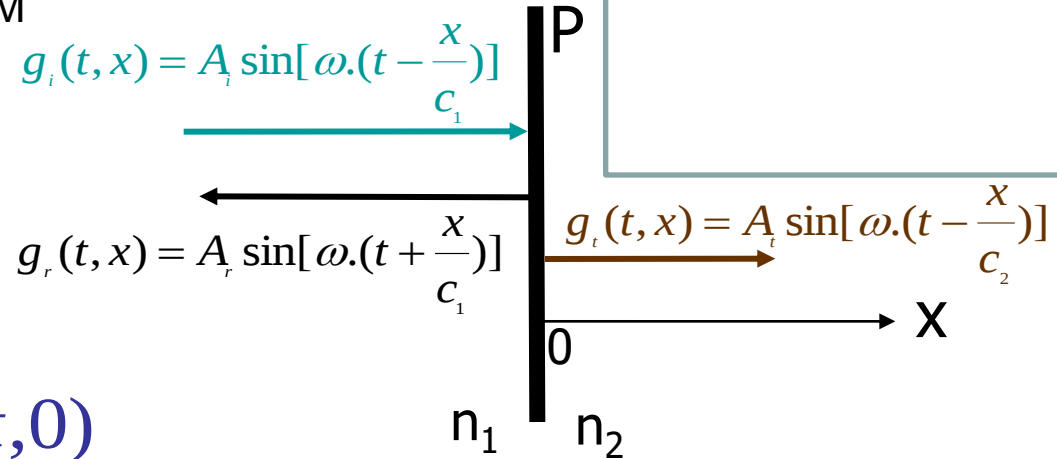
CORRECTIONS DES AMETROPIES SPHERIQUES



PASS

REFLEXION NORMALE

g représente par exemple E ou B d'une OEM



$$\frac{\partial g_i}{\partial x}(t, 0) + \frac{\partial g_r}{\partial x}(t, 0) = \frac{\partial g_t}{\partial x}(t, 0)$$

$$\Rightarrow -\frac{\omega}{c_1} A_i + \frac{\omega}{c_1} A_r = -\frac{\omega}{c_2} A_t \Rightarrow A_i - A_r = \frac{c_1}{c_2} A_t$$

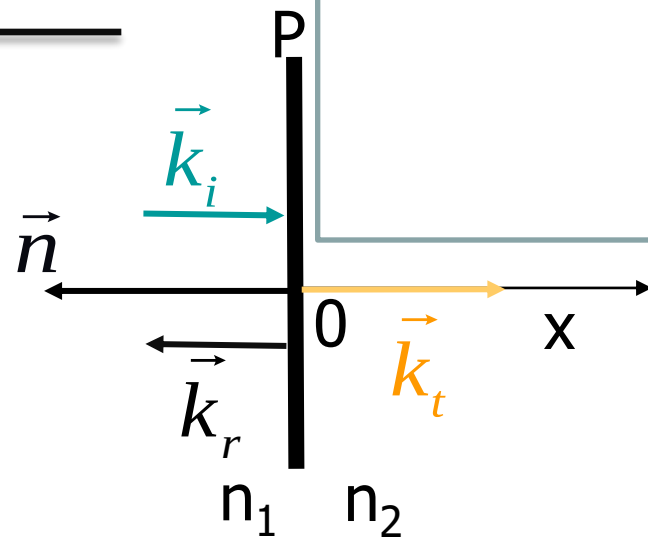
$$g_i(t, 0) + g_r(t, 0) = g_t(t, 0) \Rightarrow A_i + A_r = A_t$$

$$\Rightarrow A_i - A_r = \frac{c_1}{c_2} A_t = \frac{c_1}{c_2} (A_i + A_r) \Rightarrow 1 - \frac{A_r}{A_i} = \frac{c_1}{c_2} \left(1 + \frac{A_r}{A_i} \right) \Rightarrow \frac{A_r}{A_i} = \frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_1}$$

PASS

REFLEXION NORMALE

$$\left. \begin{aligned} \frac{A_r}{A_i} &= \frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_1} \\ c_i &= \frac{c}{n_i} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{A_r}{A_i} = \frac{\frac{c}{n_2} - \frac{c}{n_1}}{\frac{c}{n_2} + \frac{c}{n_1}} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$



En milieu homogène, l'intensité lumineuse est proportionnelle à A^2 :

$$r = \frac{I_r}{I_i} = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2$$

$$t = \frac{I_t}{I_i} = 1 - r$$

Ex: lentille en verre ($n_2=1,5$) dans de l'air ($n_1=1$) : $r= 4\%$

Conséquence: réflexion totale si $n_2 \rightarrow \infty$ (soit $n_2 \gg n_1$)

PASS

REFLEXION NORMALE TOTALE

$$\vec{E}_i(t, x) = \vec{E}_0 \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] \quad \vec{E}_r(t, x) = -\vec{E}_0 \sin \left[\omega \left(t + \frac{x}{c} \right) \right]$$

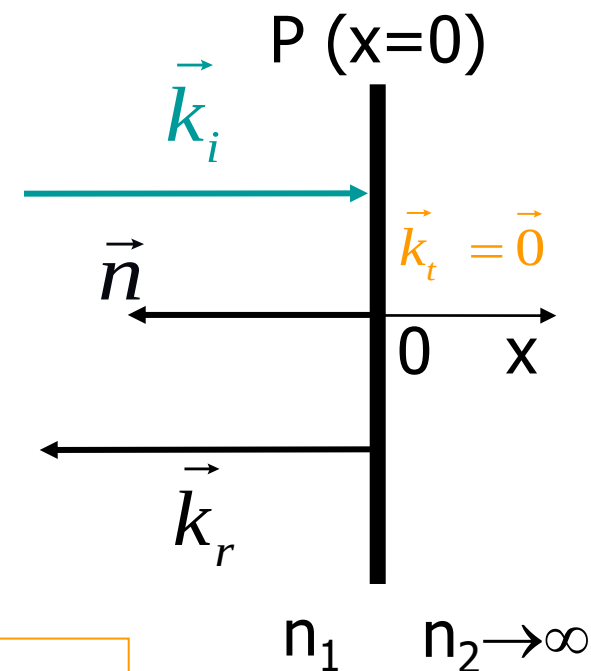
interférences : $\vec{E}(t, x) = \vec{E}_i(t, x) + \vec{E}_r(t, x)$

$$\vec{E}(t, x) = \vec{E}_0 \left\{ \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] - \sin \left[\omega \left(t + \frac{x}{c} \right) \right] \right\}$$

Rappel: $\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}$

donc : $\vec{E}(t, x) = 2\vec{E}_0 \left\{ \sin \left[-\frac{\omega \cdot x}{c} \right] \cos[\omega \cdot t] \right\}$

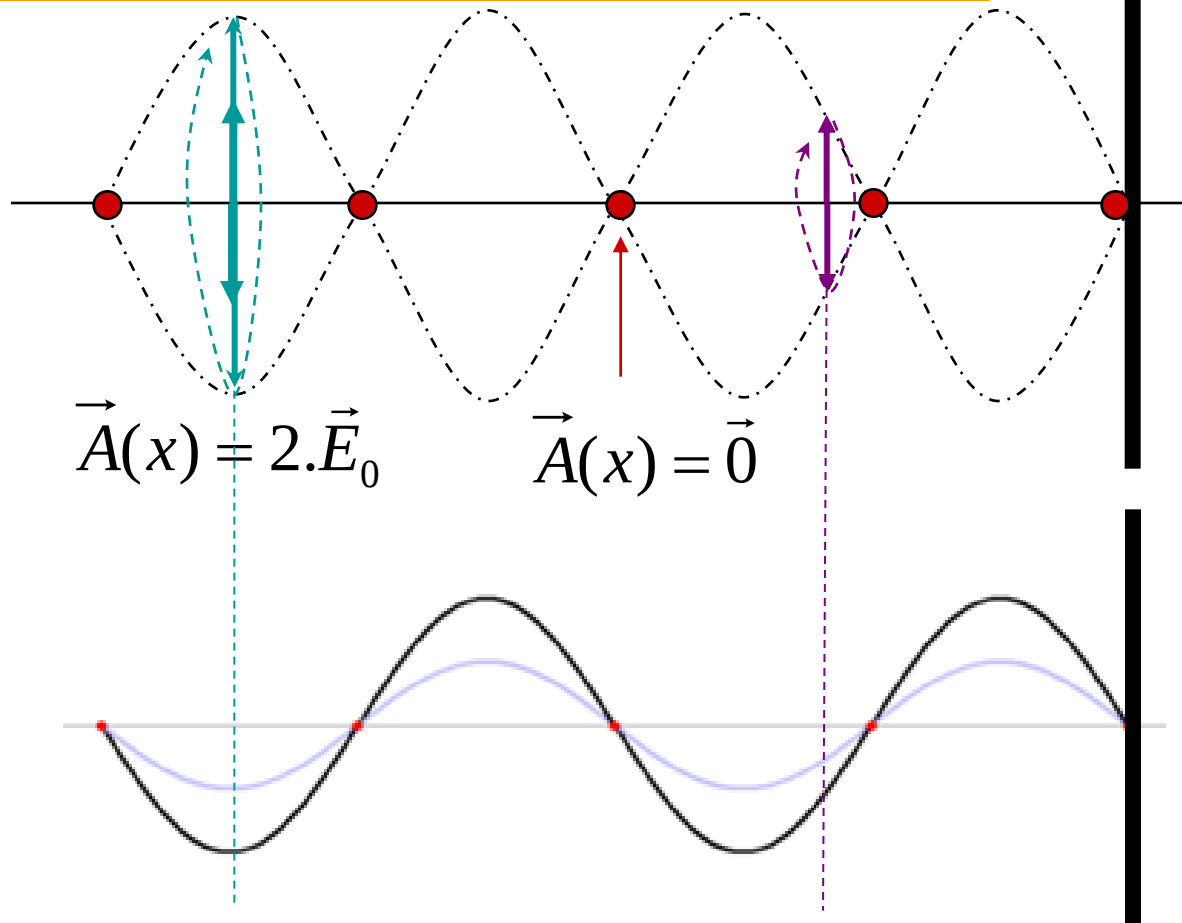
$$\vec{E}(t, x) = \left[-2 \sin \left(\frac{\omega \cdot x}{c} \right) \vec{E}_0 \right] \cdot \cos(\omega \cdot t) = \vec{A}(x) \cdot \cos(\omega \cdot t)$$



PASS

ONDE STATIONNAIRE

$$\vec{E}(t, x) = \left[-2 \sin\left(\frac{\omega \cdot x}{c}\right) \vec{E}_0 \right] \cos(\omega \cdot t) = \vec{A}(x) \cos(\omega \cdot t)$$



Pas de
déphasage

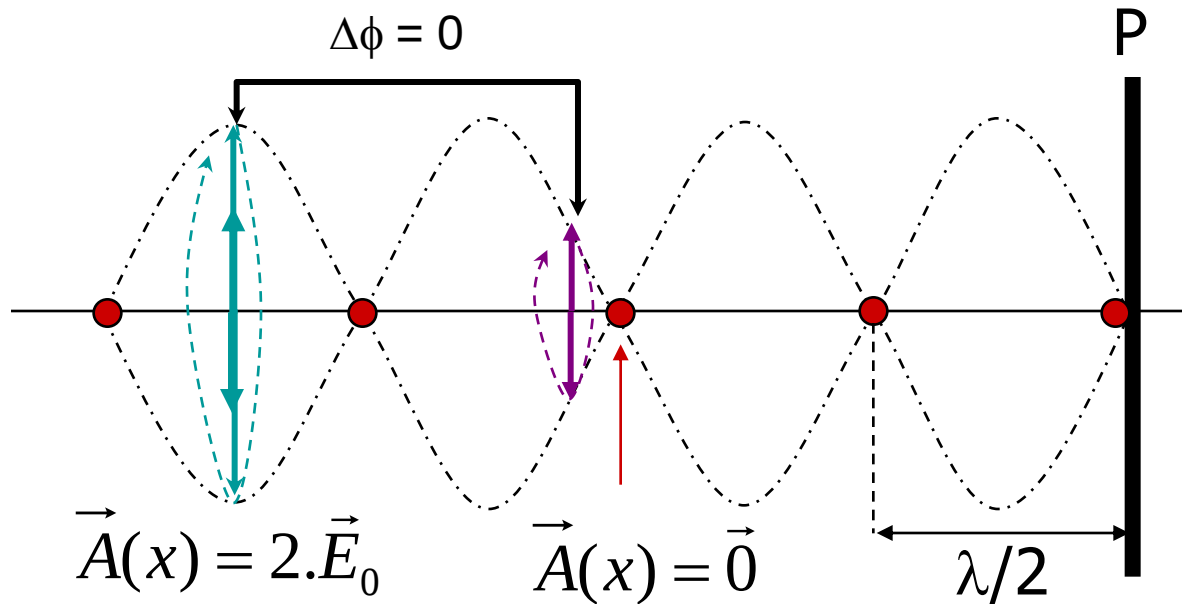
Amplitude

$$\vec{A}(x) = -2 \sin\left(\frac{\omega \cdot x}{c}\right) \vec{E}_0$$

variable avec x

PASS

ONDE STATIONNAIRE



Pas de
déphasage

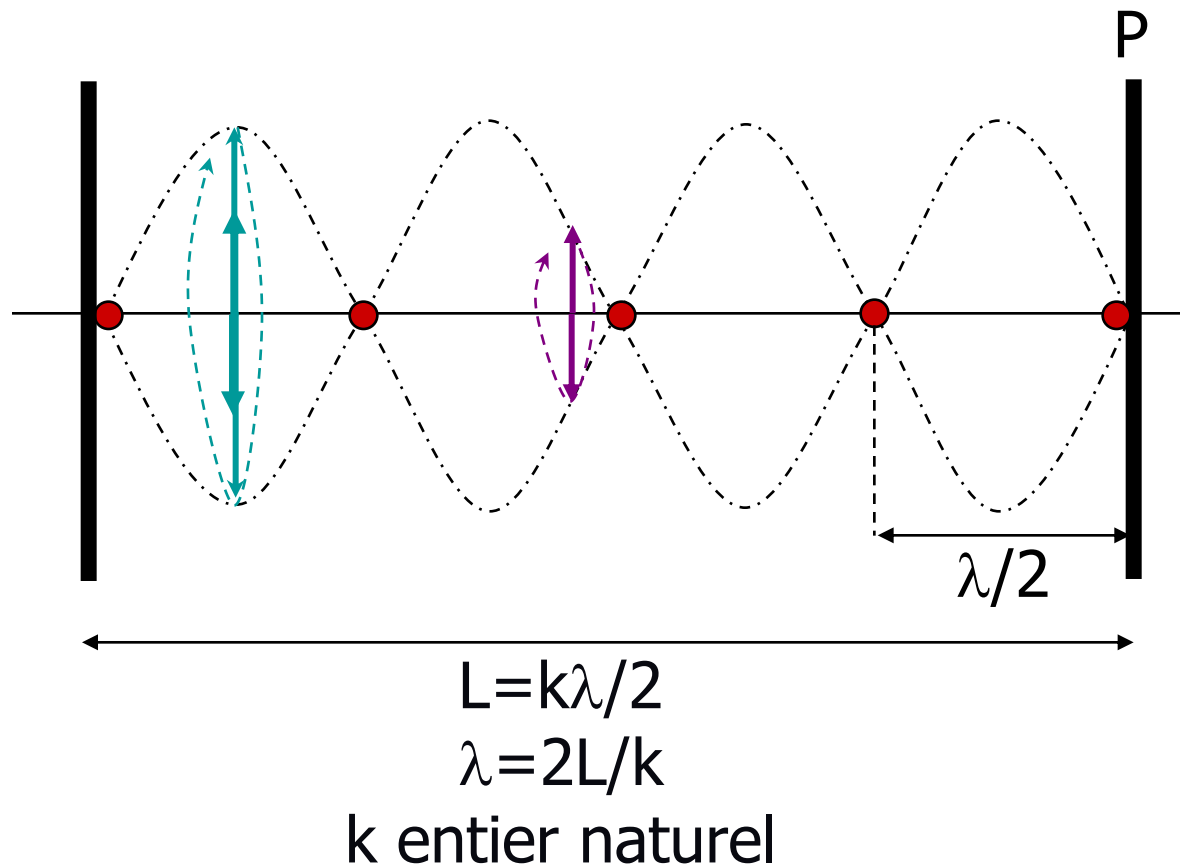
Amplitude $A(x)$
variable avec x

$$\sin\left(\frac{\omega.x}{c}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{2\pi.x}{cT} = \frac{2\pi.x}{\lambda} = N.\pi \Leftrightarrow x \in \left\{0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, 3\frac{\lambda}{2}, \dots\right\}$$

$$\vec{E}(t, x) = \left[-2 \sin\left(\frac{\omega.x}{c}\right) \vec{E}_0 \right] \cos(\omega.t) = \vec{A}(x). \cos(\omega.t)$$

PASS

ONDE STATIONNNAIRE & QUANTIFICATION



Si le milieu est limité de dimension L , λ ne peut prendre que certaines valeurs discrètes $2L/k$:

$$\lambda = 2L, L, 2L/3, L/2, \dots$$

On dit que ces grandeurs sont **quantifiées**

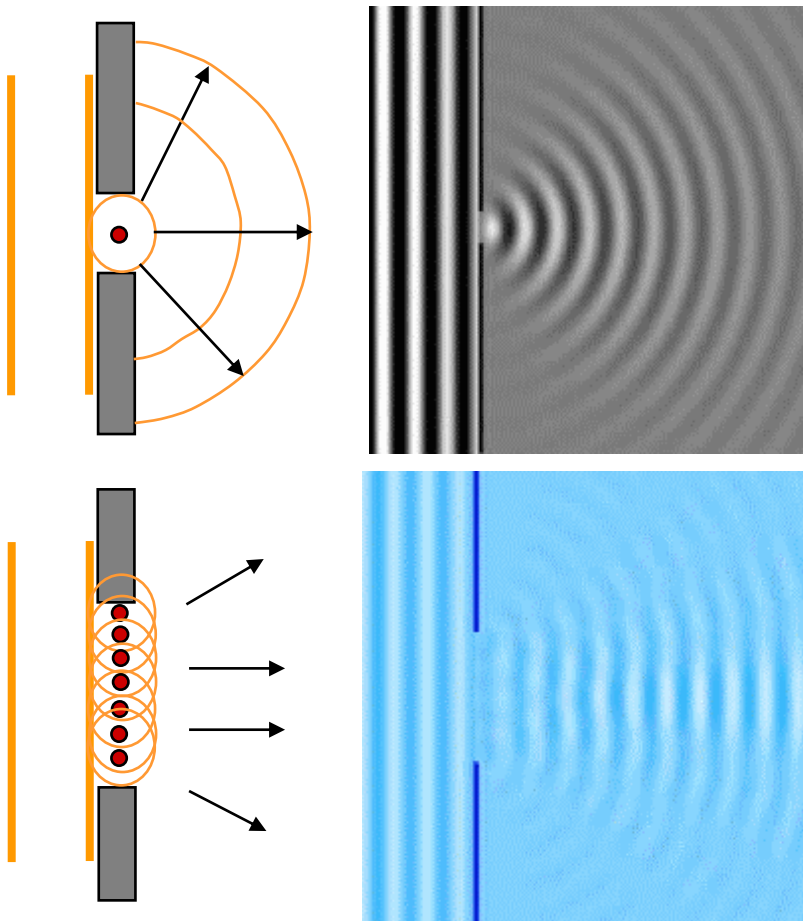
$$\vec{E}(t, x) = \left[-2 \sin\left(\frac{\omega \cdot x}{c}\right) \vec{E}_0 \right] \cos(\omega \cdot t)$$

PASS

DIFFRACTION

Rappel du principe de Huygens-Fresnel : chaque point d'une surface d'onde agit comme une source ponctuelle émettant en phase,

Diffraction = changements de direction de propagation d'une onde au passage d'un trou percé dans un écran



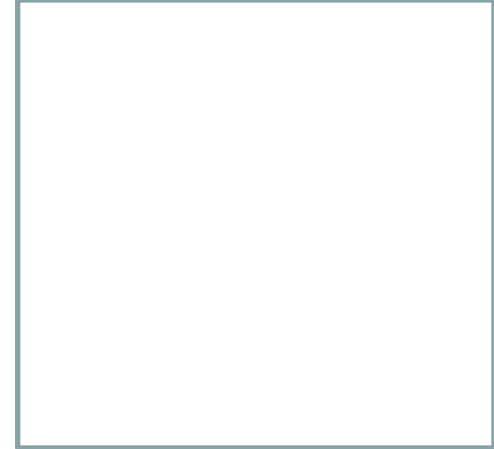
Si le trou étroit (par rapport à λ), après l'écran :
Après l'écran :

- ① une seule onde sphérique se propage
- ② l'onde plane s'est transformée en onde sphérique

Si le trou est assez large, après l'écran :

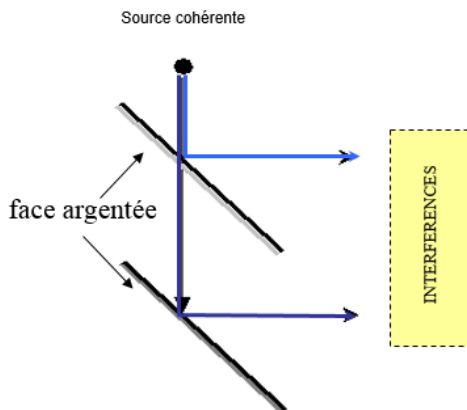
- ① plusieurs ondes sphériques se propagent.
- ② un déphasage apparaît entre les rayons émis dans une direction
- ③ ces ondes cohérentes réémises peuvent s'additionner algébriquement = interférences

WOOCCLAP 6

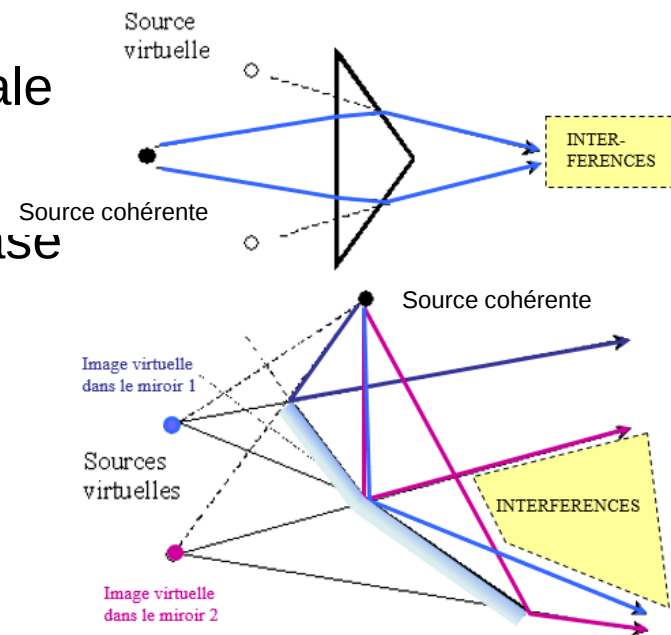


INTERFERENCES

- Définition : **Addition algébrique d'ondes progressives pures cohérentes**
 - Attention : il ne s'agit pas simplement de l'addition des intensités des ondes (qui a lieu même avec des ondes incohérentes)
- Exemples :
 - Onde stationnaire après réflexion normale
 - Ondes sphériques après diffraction
 - Onde fractionnée avec décalage de phase



Miroirs réfléchissant et semi-réfléchissant



Bi-prisme et miroirs de Fresnel

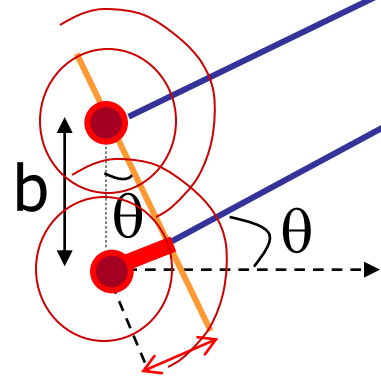


PASS

INTERFERENCES DE 2 SOURCES COHERENTES

Rappel : $\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$

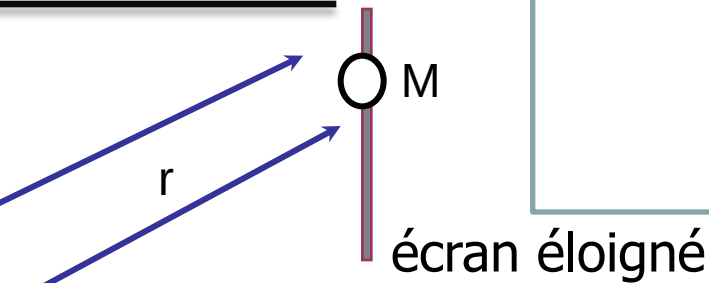
2 sources
cohérentes



$$D = b \cdot \sin \theta$$

$$\varphi = \frac{\omega}{c} D = \frac{2\pi}{\lambda} D$$

$$\Rightarrow \varphi = 2\pi \frac{b \cdot \sin \theta}{\lambda} \text{ indépendant du temps } t$$



$$\vec{E}(t, r) = \vec{E}_0 \left[\sin(\omega \cdot t - \varphi_r) + \sin(\omega \cdot t - \varphi_r - \varphi) \right]$$

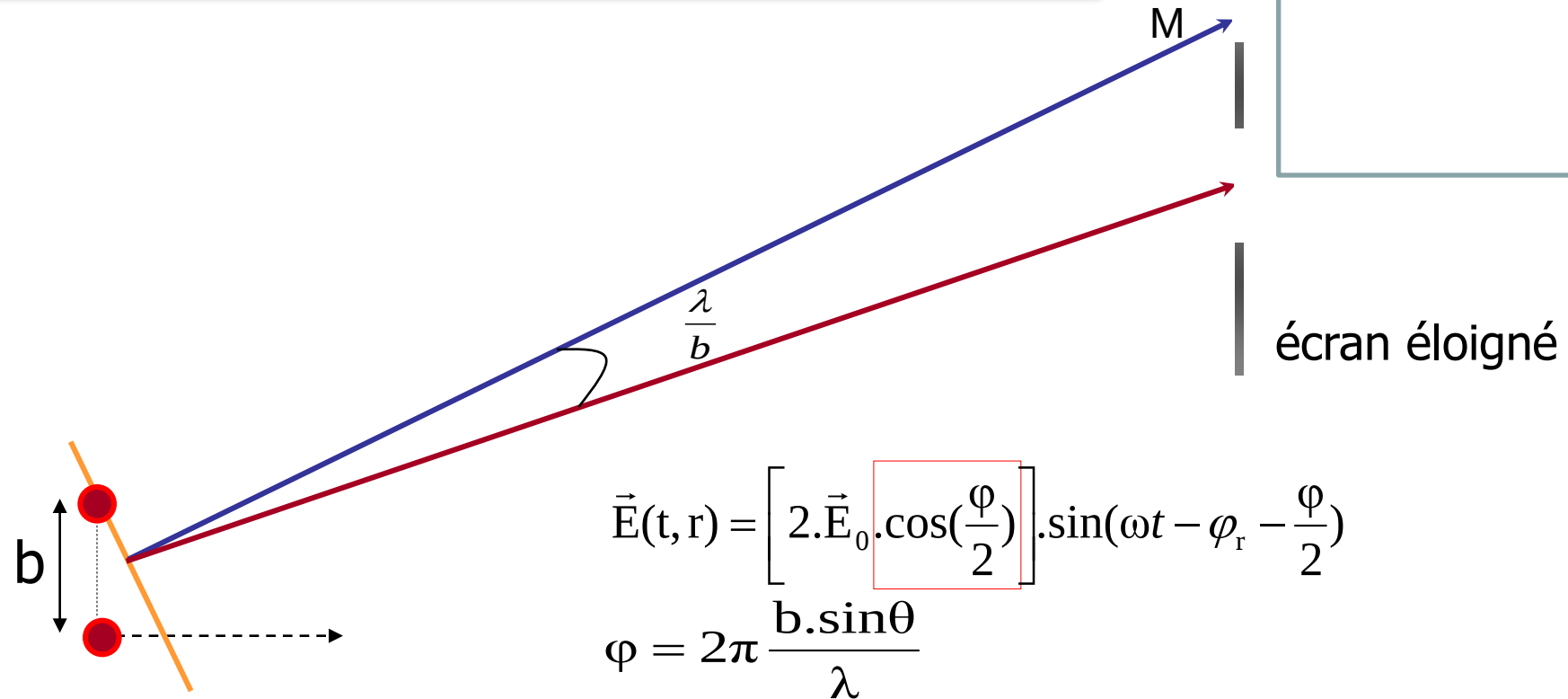
$$\vec{E}(t, r) = 2 \cdot \vec{E}_0 \sin\left(\frac{2\omega \cdot t - 2\varphi_r - \varphi}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$

$$\vec{E}(t, r) = \left[2 \cdot \vec{E}_0 \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right] \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \varphi_r - \frac{\varphi}{2}\right)$$

$$(\text{où } \varphi_r = \frac{\omega r}{c})$$

PASS

INTERFERENCES DE 2 SOURCES COHERENTES



Amplitude (donc intensité) maximum si $|\cos(\varphi/2)|$ maximum, soit si $\varphi/2$ multiple de π

$$\frac{\varphi}{2} = \pi \cdot \frac{b \cdot \sin\theta}{\lambda} = k \cdot \pi \Leftrightarrow \sin\theta = k \cdot \frac{\lambda}{b} \approx \theta$$

Succession de bandes claires et sombres → mesures de petits déplacements, astronomie

PASS

INTERFERENCES APRES DIFFRACTION

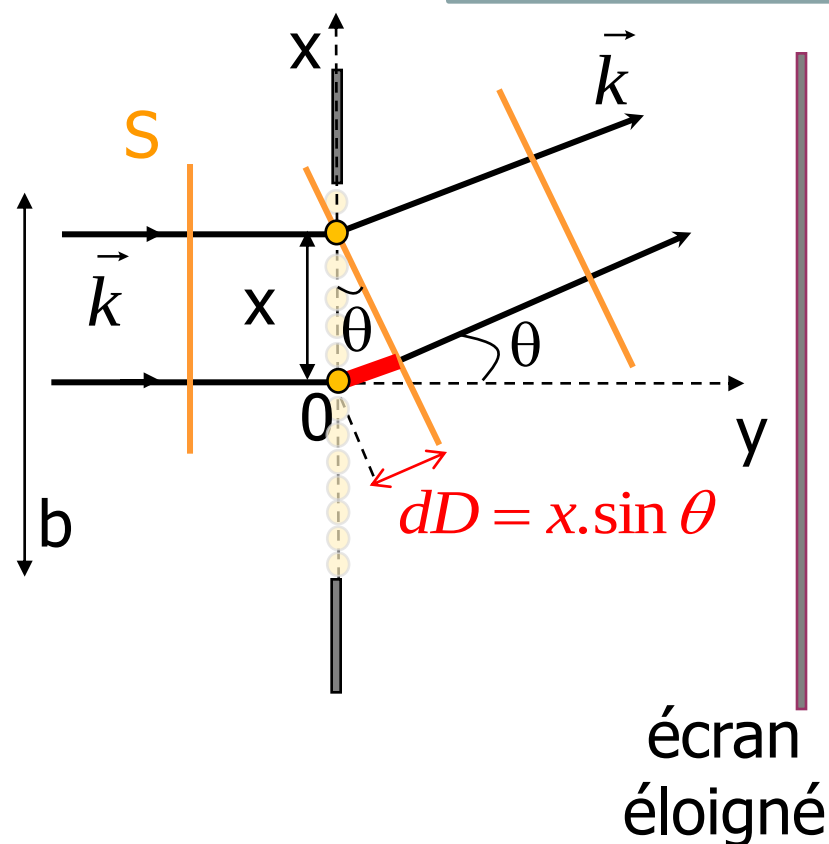
Calcul du déphasage entre deux rayons distants de x , diffractés sous un angle θ :

$$d\phi = \frac{\omega}{c} dD = \frac{2\pi}{\lambda} dD$$

$$\Rightarrow d\phi = \frac{2\pi \cdot \sin \theta}{\lambda} x = \Theta \cdot x$$

Dans la direction θ , l'onde observée après diffraction est la somme de toutes les ondes déphasées ayant passé l'obstacle entre $-b/2$ et $+b/2$ et ayant été diffractées dans la direction θ :

$$\vec{E} = \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\vec{A}_0}{b} \sin(\omega \cdot t - \Theta x) \cdot dx$$



PASS

CALCUL DE L'ONDE DIFFRACTEE

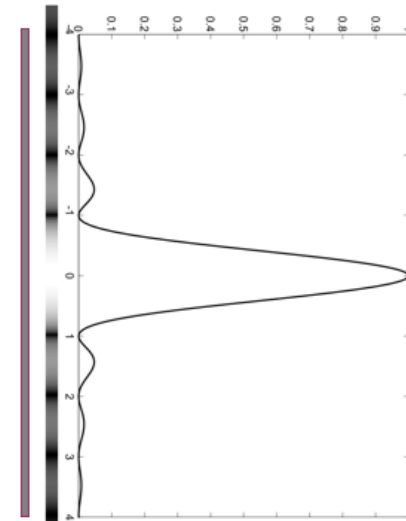
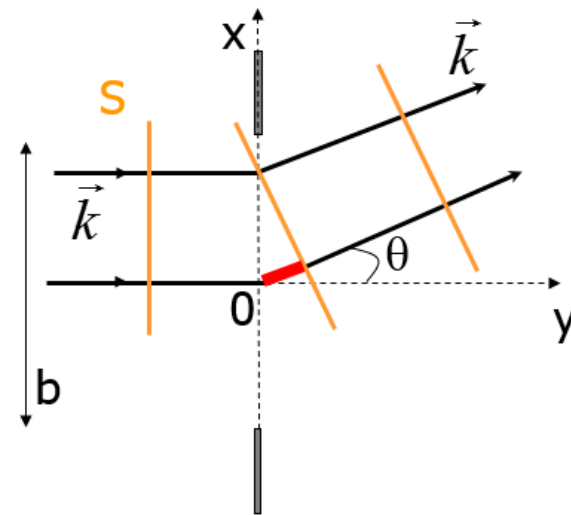
(LE DETAIL DU CALCUL N'EST PAS EXIGIBLE)

$$\vec{E} = \int_{-b/2}^{b/2} \frac{\vec{A}_0}{b} \sin(\omega t - \Theta x) dx = \frac{\vec{A}_0}{b} \frac{1}{\Theta} [\cos(\omega t - \Theta x)]_{-b/2}^{b/2}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{A}_0}{b} \frac{1}{\Theta} \left[\cos\left(\omega t - \frac{\Theta b}{2}\right) - \cos\left(\omega t + \frac{\Theta b}{2}\right) \right] \quad \text{or} \quad \cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p-q}{2} \sin \frac{p+q}{2}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -\frac{\vec{A}_0}{b} \frac{2}{\Theta} \sin\left(-\frac{\Theta b}{2}\right) \sin(\omega t) = \vec{A}_0 \sin(\omega t) \frac{\sin(\Theta b/2)}{\Theta b/2} \quad \text{avec} \quad \Theta = \frac{2\pi \sin \theta}{\lambda}$$

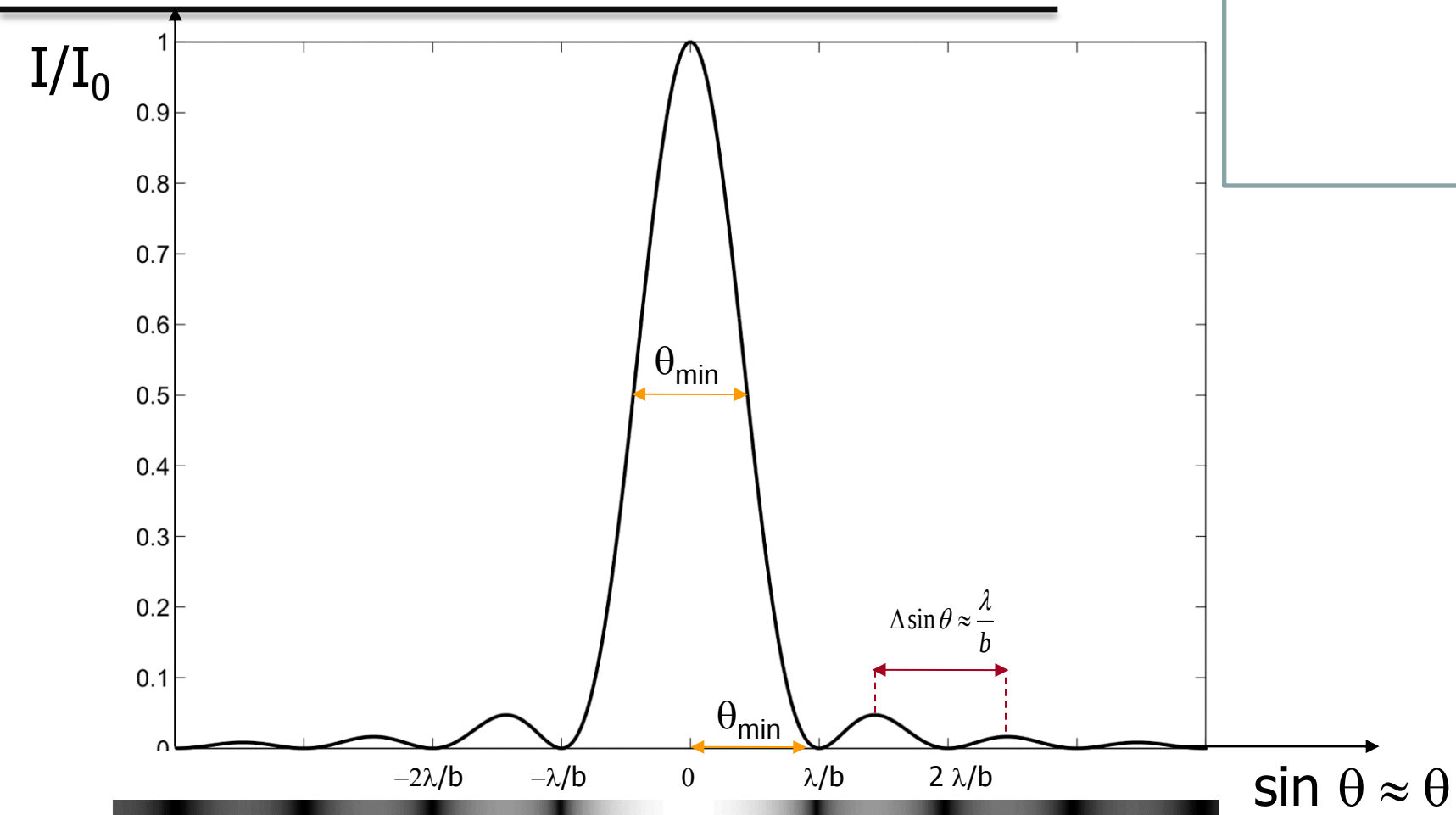
$$\Rightarrow \vec{E} = \underbrace{\vec{A}_0 \cdot \text{sinc}\left(\frac{\pi b \sin \theta}{\lambda}\right)}_{\vec{A}} \sin(\omega t)$$



$$\vec{A} = \vec{A}_0 \cdot \text{sinc}\left(\frac{\pi b \sin \theta}{\lambda}\right) = 0 \Leftrightarrow \sin \theta_{\min} = N \frac{\lambda}{b}, \quad N \text{ entier}$$

PASS

INTERFERENCES APRES DIFFRACTION



$$\sin \theta_{\min} = \frac{\lambda}{b} \approx \theta_{\min}$$

est aussi la largeur à mi-hauteur du maximum principal

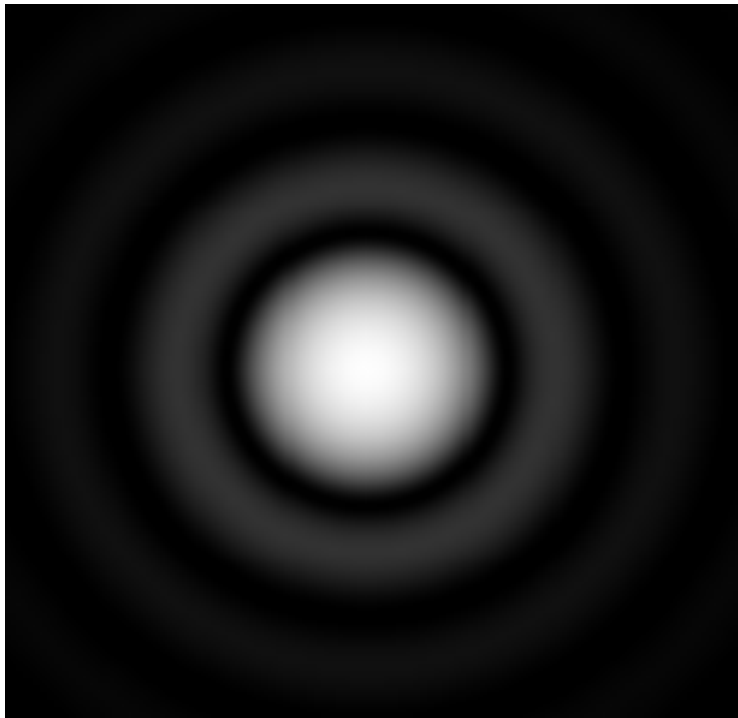
PASS

DIFFRACTION PAR DES ECRANS

ORIFICE CARRE DE COTE b

$$\sin \theta_{\min}^N = N \cdot \frac{\lambda}{b}$$

ORIFICE CIRCULAIRE DE DIAMETRE d

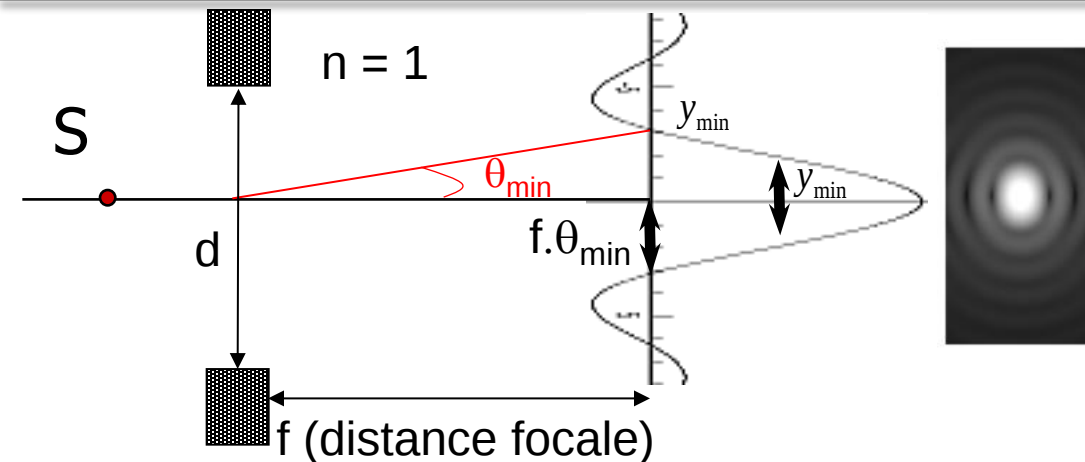


$$\sin \theta_{\min}^N = 1,22 \cdot N \cdot \frac{\lambda}{d}$$

N entier positif

PASS

LA DIFFRACTION LIMITE LA RESOLUTION



$$\theta_{\min} \approx \sin \theta_{\min} = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{d}$$

$$y_{\min} \approx f \cdot \theta_{\min} \approx f \cdot 1,22 \cdot \frac{\lambda}{d}$$

$N = f/d =$ **nombre d'ouverture** des objectifs photographiques ($d = f/2,8 > f/22$)

$$y_{\min} \approx f \cdot \theta_{\min} \approx 1,22 \cdot \lambda \cdot N$$

$\theta_{\min}$ est la **résolution angulaire**

$y_{\min}$ est la **résolution spatiale**

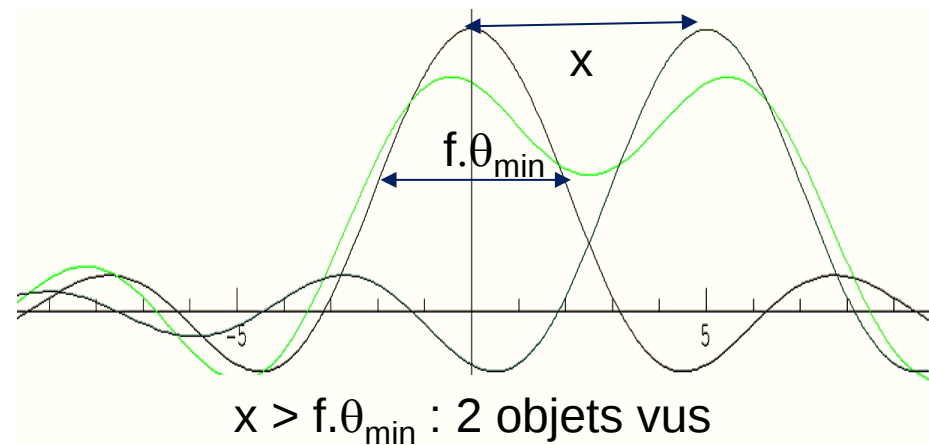
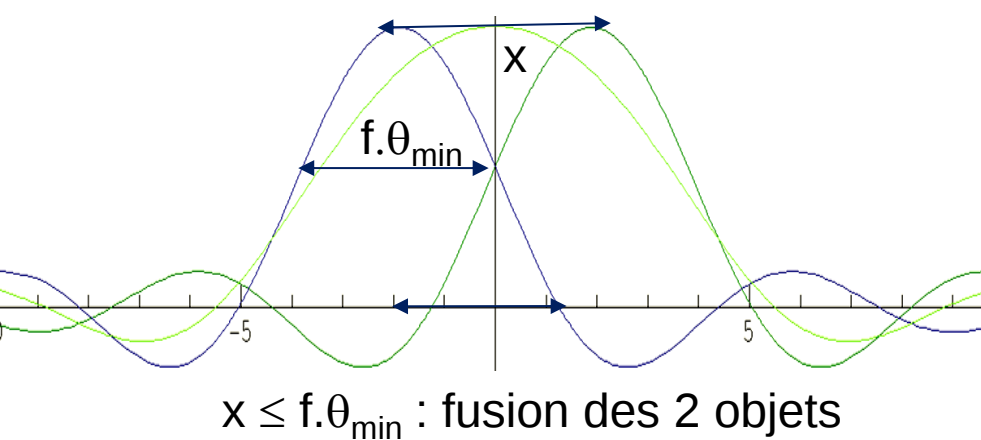
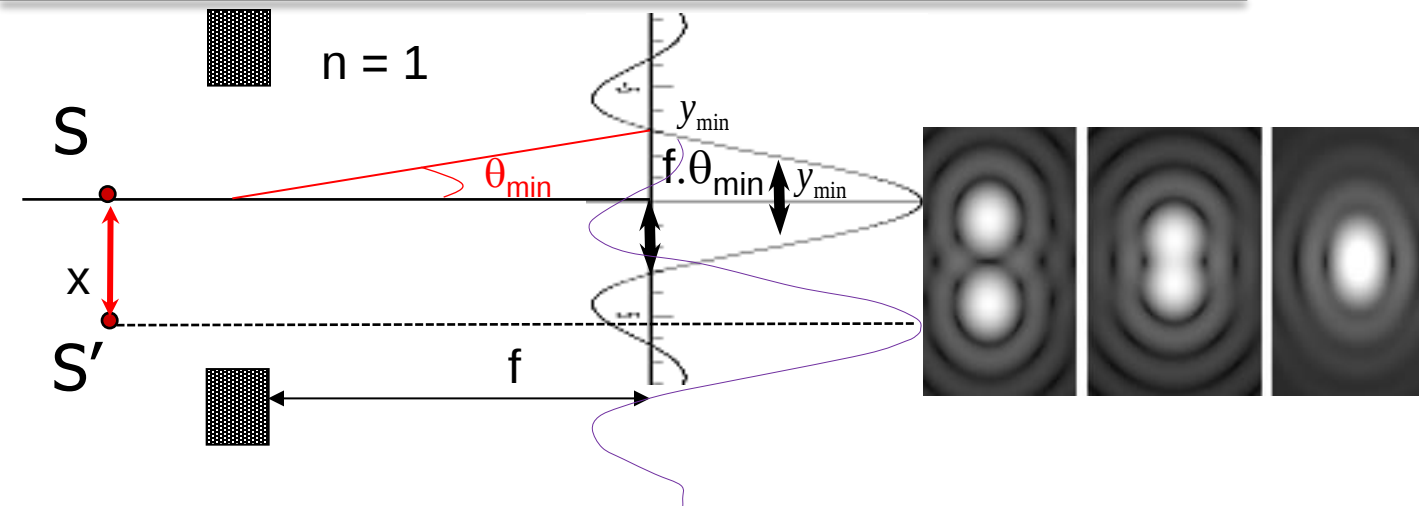
Plus le nombre d'ouverture $N = f/d$ est grand,
plus la diffraction dégrade la résolution ($y_{\min} \uparrow$)



$N \downarrow$ et $d \uparrow$
 $\varnothing$ tache $\downarrow$
résolution $\uparrow$

PASS

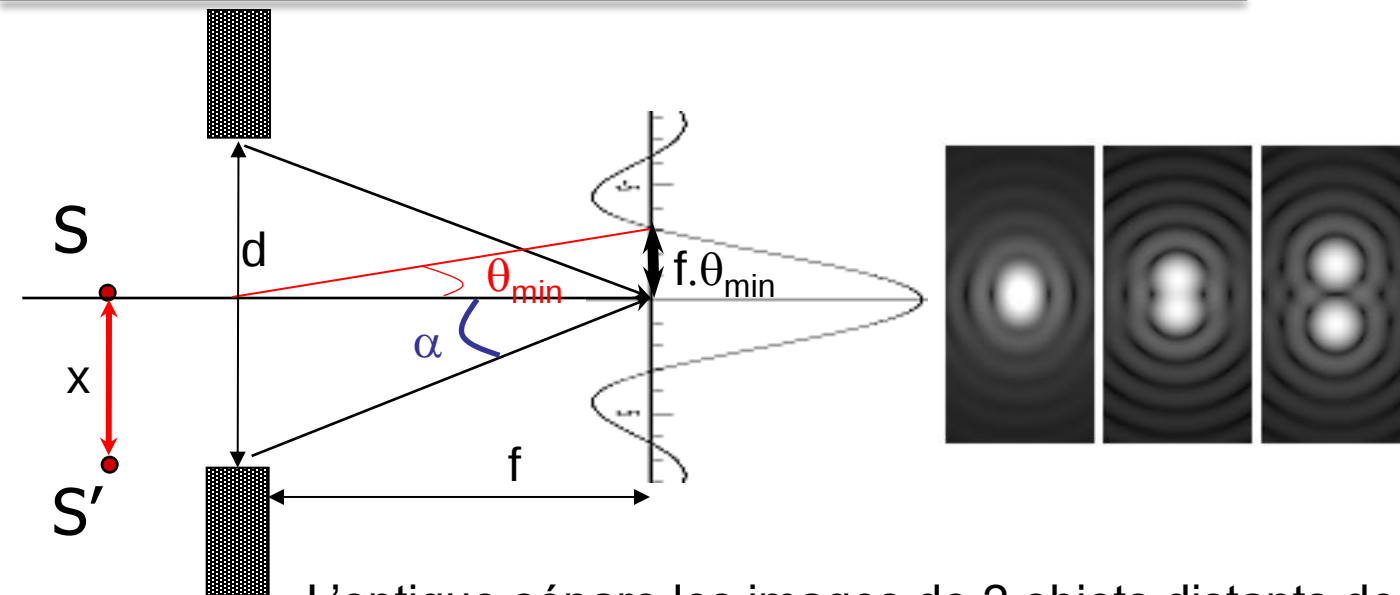
LA DIFFRACTION LIMITE LA RESOLUTION



Le diaphragme sépare les images si $x > \text{LMH} = f \cdot \theta_{\min} = 1,22 \cdot \lambda \cdot f / d = 1,22 \cdot \lambda \cdot N$

PASS

LA DIFFRACTION LIMITE LA RESOLUTION



L'optique sépare les images de 2 objets distants de $x > LMH = f \cdot \theta_{\min}$
 $LMH = R = \text{pouvoir séparateur} = \text{résolution}$

$$\sin \alpha \approx \tan \alpha = \frac{\frac{d}{2}}{f} = \frac{d}{2f} \Rightarrow \frac{f}{d} \approx \frac{1}{2 \sin \alpha}$$

Si on interpose une goutte d'huile d'indice n entre le diaphragme et l'écran de visualisation, il faut remplacer la longueur d'onde dans le vide λ par λ/n :

$$\lambda_n = c_n \cdot T = \frac{c}{n} \cdot T = \frac{\lambda}{n}$$

Pouvoir séparateur d'un instrument d'optique:

$$R = 1,22 \cdot \lambda \cdot \frac{f}{d} = \frac{0,61 \cdot \lambda}{\sin \alpha}$$

ou $\frac{0,61 \cdot \lambda}{n \cdot \sin \alpha}$ si le milieu image est d'indice n

PASS

LA DIFFRACTION LIMITE LA RESOLUTION

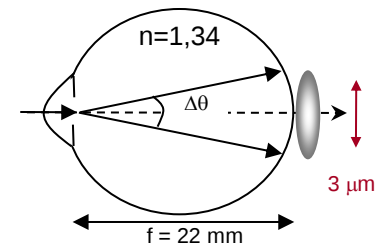
Résolution angulaire $\theta_{\min} = 1,22 \cdot \lambda/d$

Résolution spatiale $R = 1,22 \cdot \lambda f/d = 0,61 \cdot \lambda/(n \cdot \sin \alpha)$

- **Pupille** $d = 5 \text{ mm}$, $\lambda_n = 500/1,34 \text{ nm} \Rightarrow \theta_{\min} = 91 \text{ } \mu\text{rad}$.
 $R = f \cdot \theta_{\min} = 2 \text{ } \mu\text{m}$

- **Microscope** $d = 1 \text{ cm}$, $\lambda = 500 \text{ nm}$, $n \cdot \sin \alpha = 1,5$
 $\Rightarrow R = 0,2 \text{ } \mu\text{m}$ et donc $f = 3,3 \text{ mm}$ et $\theta_{\min} = 61 \text{ } \mu\text{rad}$

- Intérêt des optiques de **grand diamètre** (télescopes)
- **intérêt des faibles λ** (rayons X ou γ , ...)
- **Intérêt d'un milieu de n élevé** entre la lame et le microscope

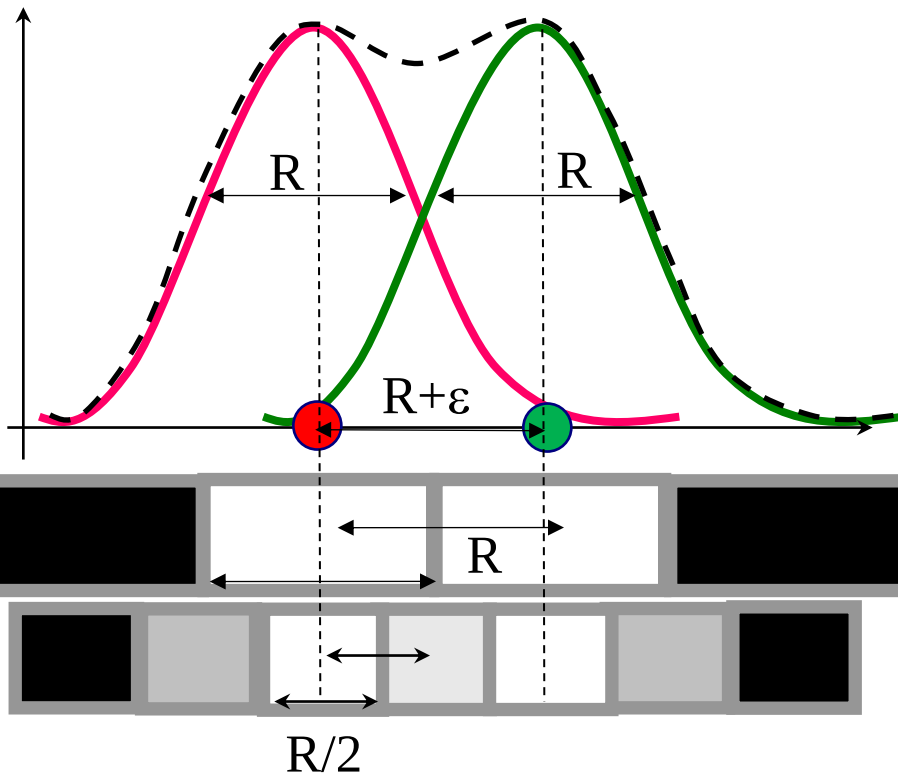


PASS

RESOLUTION ET NUMERISATION



$$R = f \cdot \theta_{\min}$$



Théorème d'échantillonnage de Shannon:

Numérisation sans perte d'information



Dimension du pixel = $R/2$

Exemple: calcul du diamètre optimal
des cônes de la rétine: $2 \mu\text{m}/2 = 1 \mu\text{m}$

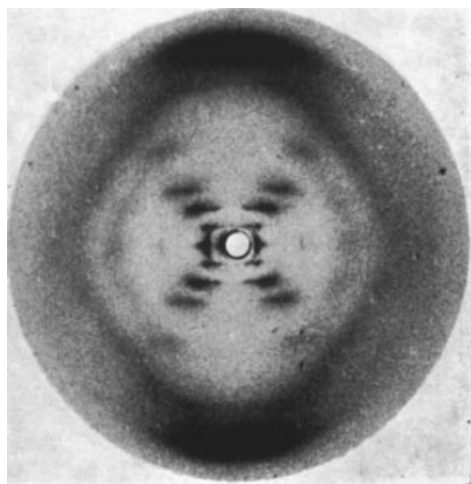
Données histologiques :

Bâtonnets : $2 \mu\text{m}$; Cônes : 1 à $3 \mu\text{m}$

PASS

APPLICATIONS DE LA DIFFRACTION

- Holographie
- Détermination des structures moléculaires
 - $\sin \theta \approx \lambda/d$ donne l'ordre de grandeur de d
 - La symétrie de la figure de diffraction reflète celle de l'objet diffractant
 - Rayons X : $\lambda \approx \text{\AA}$, adaptés à sonder les structures moléculaires
 - L'analyse de Fourier des figures de diffraction générées par des molécules biologiques cristallisées permet d'en déduire la structure



R Franklin 1920-58

« photographie 51 »
RE Franklin & R Gosling.
Nature. 171,740-741. 1953



A structure of DNA
JD Watson & FHC Crick.
Nature. 171, 737-738. 1953
(parmi 5 articles)

PASS

OBJECTIFS DU POINT D' ÉTAPE 3

Définir, caractériser et manipuler:

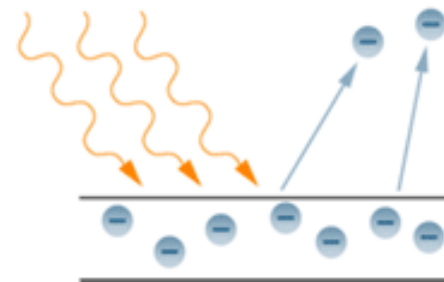
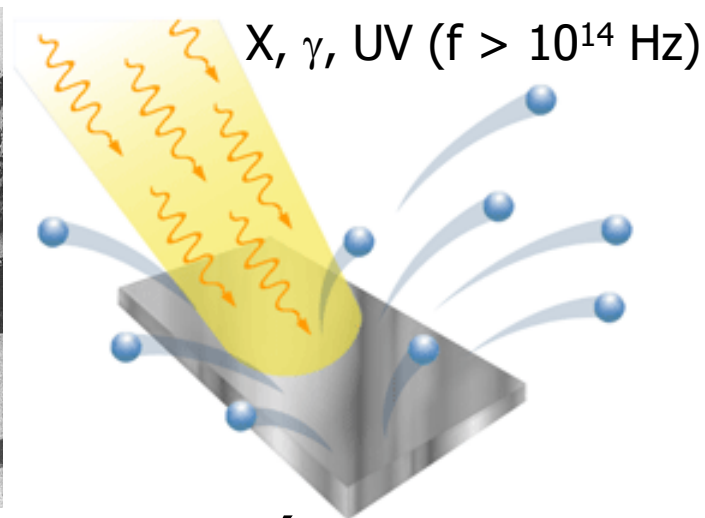
- Les hypothèses de l'optique géométrique
- La relation de conjugaison du dioptré sphérique
- La correction des amétropies sphériques
- Les coefficients de réflexion et de transmission
- Une onde stationnaire en lien avec la quantification
- Les ondes cohérentes, interférence, diffraction.
- Évaluer si des interférences sont possibles
- Calculer un déphasage et une interférence
- Manipuler la relation $\sin \theta_{\min} = N \cdot \lambda / b$
- Les caractéristiques de résolution des instruments optiques et les conditions de numérisation.

PASS

APPROCHE EXPERIMENTALE



↳ Pression de radiation: lumière $\Rightarrow$ chocs de particules ?

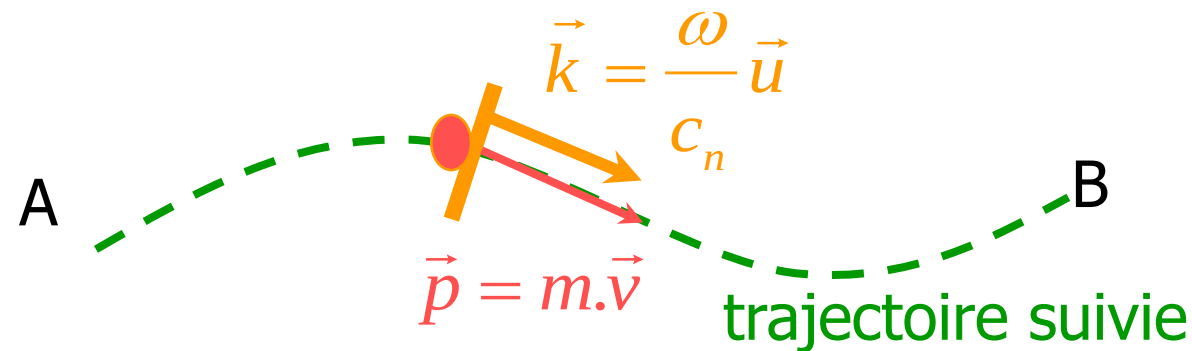


1905: effet photo-électrique seulement avec UV, X ou γ

↳ Lumière = Particules dont l'énergie dépend de f ?

PASS

DUALITE ONDE-CORPUSCULE



Problème : modéliser ensemble les deux caractéristiques de la lumière :

- ondulatoires : réflexion, réfraction, diffraction, interférences...
- corpusculaires : chocs, effet photo-électrique, effet Compton...

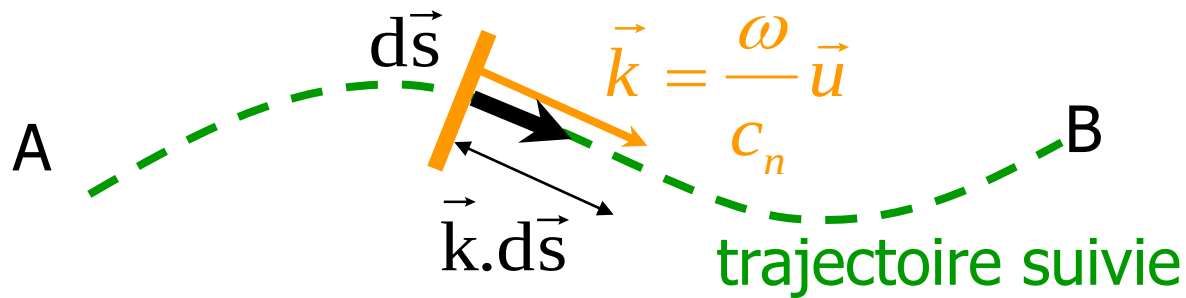
Idée : Modéliser via le principe de moindre action et l'analogie entre :

- | | | | |
|--------------------------|----------------|---|---------------------------------|
| • <u>ondulatoire</u> : | surface d'onde | / | vecteur d'onde $\vec{k}$ |
| • <u>corpusculaire</u> : | masse | / | quantité de mouvement $\vec{p}$ |

PASS

PRINCIPES DE MOINDRE ACTION

Aspect ondulatoire: principe de Fermat (1657)



1601-1665

$$C = \int_A^B n \cdot ds \quad \text{chemin optique minimal}$$

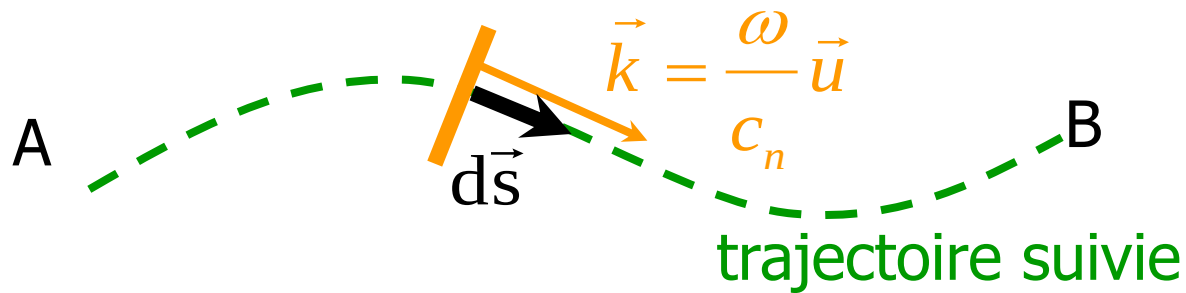
$$C = \int_A^B n \cdot ds = \int_A^B \frac{c}{c_n} \cdot ds = \int_A^B \frac{c}{c_n} \frac{\omega}{\omega} \cdot ds = \frac{c}{\omega} \int_A^B \frac{\omega}{c_n} \cdot ds = \frac{c}{\omega} \int_A^B \vec{k} \cdot d\vec{s}$$

car $n = \frac{c}{c_n}$

PASS

PRINCIPES DE MOINDRE ACTION

Aspect ondulatoire: principe de Fermat (1657)



1601-1665

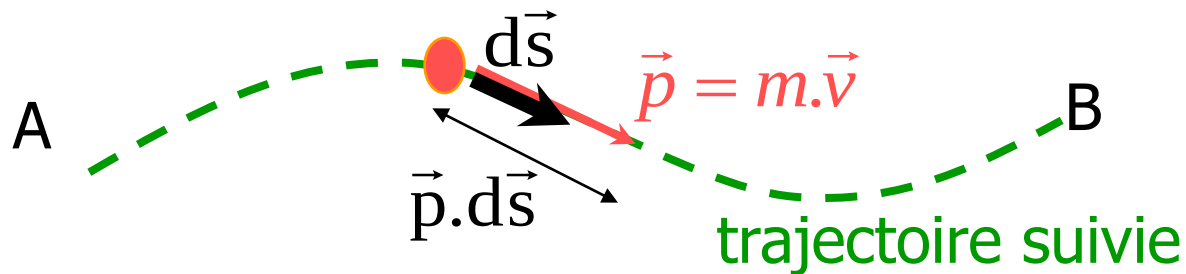
$$A = \int_A^B \vec{k} \cdot d\vec{s}$$

minimale

PASS

PRINCIPES DE MOINDRE ACTION

Aspect corpusculaire: principe de Maupertuis (1744)



$$A = \int_A^B \vec{p} \cdot d\vec{s}$$

minimale

Justifications :

$$m \text{ et } v \text{ constants} \Rightarrow \int_A^B \vec{p} \cdot d\vec{s} = \int_A^B m \cdot v \cdot ds = m \cdot v \cdot \int_A^B ds = m \cdot v \cdot (s_B - s_A)$$

$$E_c \text{ constant} \Rightarrow \int_A^B \vec{p} \cdot d\vec{s} = \int_A^B m \cdot v \cdot ds = \int_A^B m \cdot v \cdot \frac{ds}{dt} \cdot dt = \int_A^B m \cdot v^2 \cdot dt = 2 \cdot E_c \int_A^B dt = 2 \cdot E_c \cdot (t_B - t_A)$$



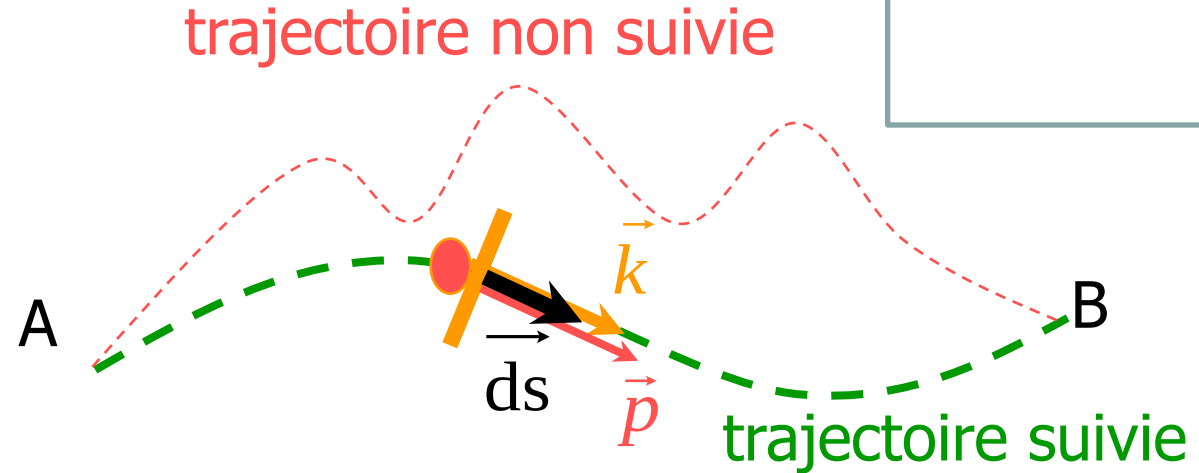
1698-1769

PASS

PRINCIPES DE MOINDRE ACTION

$$A = \int_A^B \vec{k} \cdot d\vec{s}$$

$$A' = \int_A^B \vec{p} \cdot d\vec{s}$$



Description ondulatoire et corpusculaire de la lumière
 $\Rightarrow A$ et A' minimaux ensembles

Il suffit d'avoir $\vec{p}$ et $\vec{k}$ proportionnels :

$$\vec{p} = \hbar \cdot \vec{k}$$

PASS

RELATION DE LOUIS DE BROGLIE

$$p = \hbar \cdot k \Rightarrow p = \hbar \cdot \frac{\omega}{c_n} = \hbar \cdot \frac{2\pi}{\lambda_n} = \frac{h}{\lambda_n}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Longueur d'onde (m)
 ONDE

quantité de mouvement de la particule (kg.m.s⁻¹)
 PARTICULE

Constante de Planck
 $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$
 $\hbar = h/2\pi$

$\leftrightarrow$



1892-1987

PASS

APPLICATION NUMERIQUE

- Sujet de 70 kg se déplaçant à 10 km/h

$$\lambda = \frac{6.62.10^{-34}}{70.10000/3600} = 3,4.10^{-36} \text{ m} \ll 10^{-18} \text{ m (électron)}$$

- Électron accéléré sous 100 V

$$\frac{1}{2} m.v^2 = e.V \Rightarrow m^2.v^2 = 2m.e.V \Rightarrow p = m.v = \sqrt{2.m.e.V} = 5,4.10^{-24} \text{ kg.m.s}^{-1}$$

$$\lambda = \frac{6.62.10^{-34}}{5,4.10^{-24}} = 1,2.10^{-10} \text{ m} \approx \text{dimensions atomiques}$$

Donc : comportement ondulatoire (diffraction) des électrons

Les électrons $\Rightarrow \uparrow$ résolution des microscopes ($\propto \lambda \downarrow / d$)

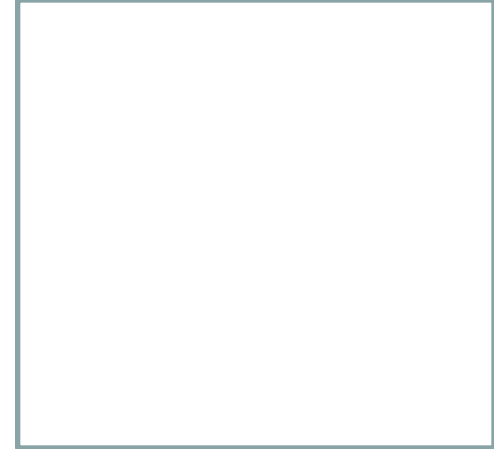
mais ce comportement ne peut pas se manifester pour un humain ...

PASS

3 CONSEQUENCES DE LA DUALITE O.C

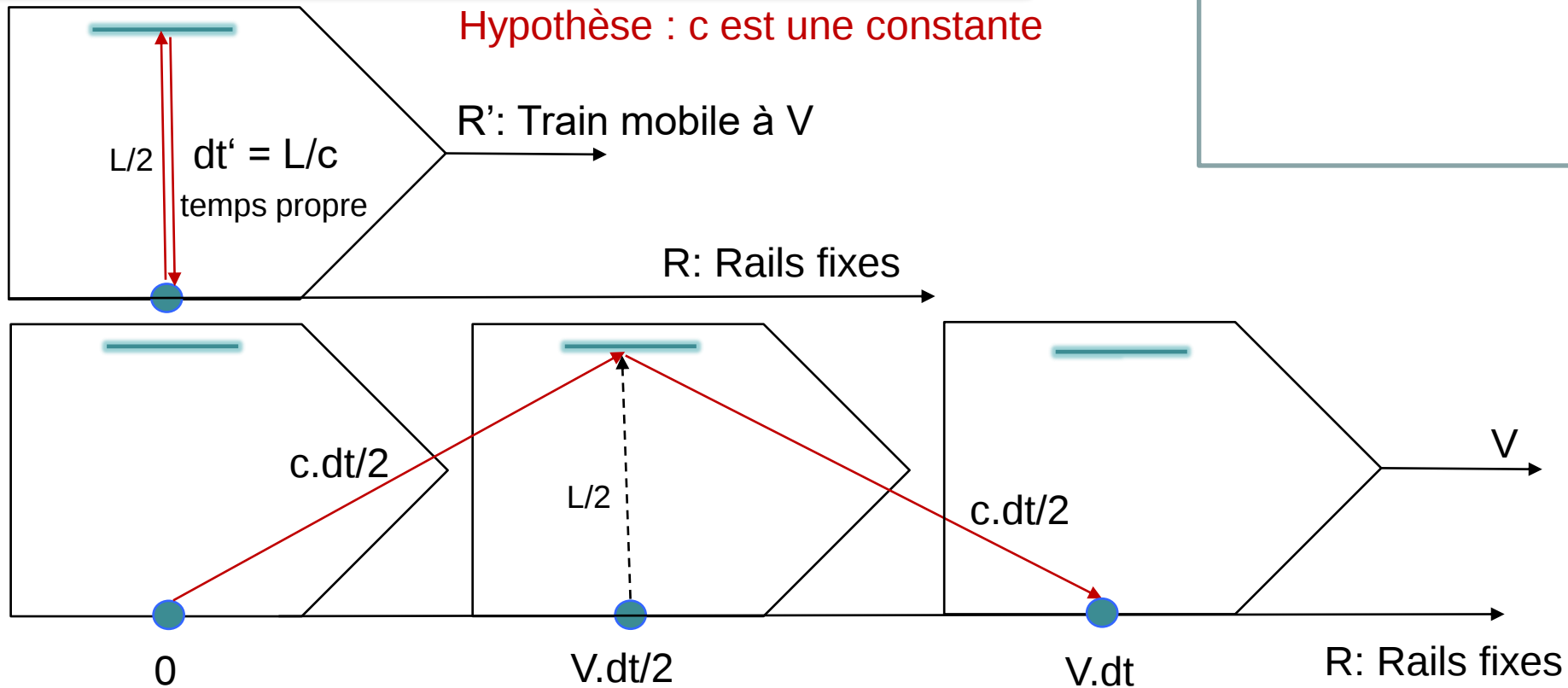
- Relation du quantum d'Einstein
 - Que signifie $\lambda=h/p$ dans le cas d'un photon ($m=0$ mais $p\neq 0$) ?
- Relations d'incertitudes d'Heisenberg
 - Ou comment le hasard entre en jeu du fait de la dualité onde-corpuscule
- Quantification des grandeurs physiques
 - Ou l'on renonce à la continuité des grandeurs physiques

WOOCCLAP 7



RELATIVITE RESTREINTE

Hypothèse : c est une constante



$$\left(\frac{c \cdot dt}{2}\right)^2 = \left(\frac{V \cdot dt}{2}\right)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2 \Rightarrow dt^2 \cdot (c^2 - V^2) = L^2 = c^2 \cdot dt'^2 \Rightarrow dt^2 = \frac{c^2 \cdot dt'^2}{c^2 - V^2} = \frac{dt'^2}{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

$$dt = \frac{dt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \gamma \cdot dt' \quad \text{où} \quad \gamma \geq 1$$

Exemple: $V = 0,87 \cdot c \Rightarrow \gamma = 2$

Si vue de l'intérieur du train, l'horloge bat toutes les ns ($dt' = L/c = 10^{-9}$ s), alors elle bat 2 fois plus lentement ($dt = 2$ ns), vue du sol.



PASS

IMPULSION & ENERGIE EN RELATIVITE



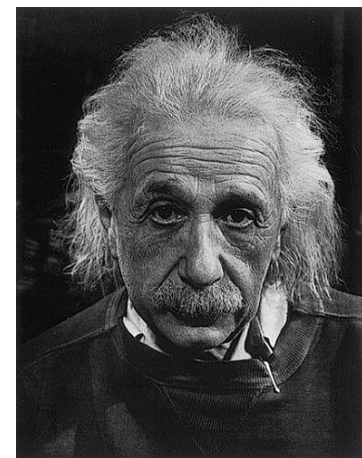
$$p = m \frac{dx}{dt'} = m \frac{dx}{dt} \frac{dt}{dt'} = m \frac{dx}{dt} \gamma \Rightarrow \boxed{p = \gamma \cdot m \cdot v} \quad \text{où} \quad \frac{dt}{dt'} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma$$

En particulier, $\boxed{v = c \Rightarrow m = 0}$

de plus, comme $(1 - \varepsilon)^n \stackrel{\varepsilon \rightarrow 0}{\approx} (1 - n \cdot \varepsilon)$

$$\gamma \cdot mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = mc^2 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \stackrel{v \ll c}{\approx} mc^2 \cdot \left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right) = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 = E$$

Donc $\boxed{E = \gamma \cdot mc^2}$ et au repos : $\boxed{E = mc^2}$



A Einstein
1879-1955

$$E = \gamma \cdot m \cdot c^2 = \frac{p}{v} \cdot c^2 \stackrel{v \rightarrow c}{\longrightarrow} p \cdot c \quad \text{donc} \quad \boxed{m = 0 \Rightarrow E = p \cdot c}$$

Remarque, plus généralement :

$$E^2 = \gamma^2 m^2 c^4 = m^2 c^4 (1 + \gamma^2 - 1) = m^2 c^4 \left(1 + \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} - 1\right) = m^2 c^4 \left(1 + \frac{\frac{v^2}{c^2}}{1 - \frac{v^2}{c^2}}\right) = m^2 c^4 \left(1 + \gamma^2 \frac{v^2}{c^2}\right)$$

PASS $\Rightarrow E^2 = m^2 c^4 + m^2 c^2 \gamma^2 v^2 \Rightarrow E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2$



PASS

RELATION DU QUANTUM

Pour une particule (**PHOTON**) associée à une onde électromagnétique se déplaçant à la célérité de la lumière c :

$$M = \frac{m_{repos}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{donc } v = c \Rightarrow m_{repos} = 0$$

$$m_{repos} = 0 \Rightarrow E = p.c$$

La relation de L. de Broglie s'écrit dans ce cas particulier :

$$p = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow$$

$$E = \frac{hc}{\lambda} = hf = \hbar.\omega$$

$$\hbar \stackrel{DEF}{=} \frac{h}{2\pi}$$

E : énergie du photon

ω , f et λ : pulsation, fréquence et longueur de l'OEM associée

c : célérité des OEM dans le vide;

h : constante de Planck, $\hbar$: constante de Planck réduite

PASS

RELATION DU QUANTUM

$$E = \frac{hc}{\lambda} = hf = \hbar \cdot \omega \quad \text{où} \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

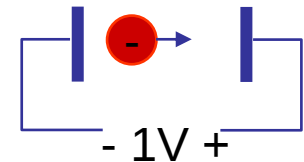
Électron-volt = énergie acquise
par un électron accéléré sous 1 V :

$$E = q \cdot V \quad \text{où} \quad q=e \quad \text{et} \quad V=1$$

$$1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E(\text{eV}) = \frac{h \cdot c}{e \cdot \lambda(\text{nm}) \cdot 10^{-9}} \Rightarrow E(\text{eV}) = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 2,998 \cdot 10^8}{1,602 \cdot 10^{-19} \cdot \lambda(\text{nm}) \cdot 10^{-9}}$$

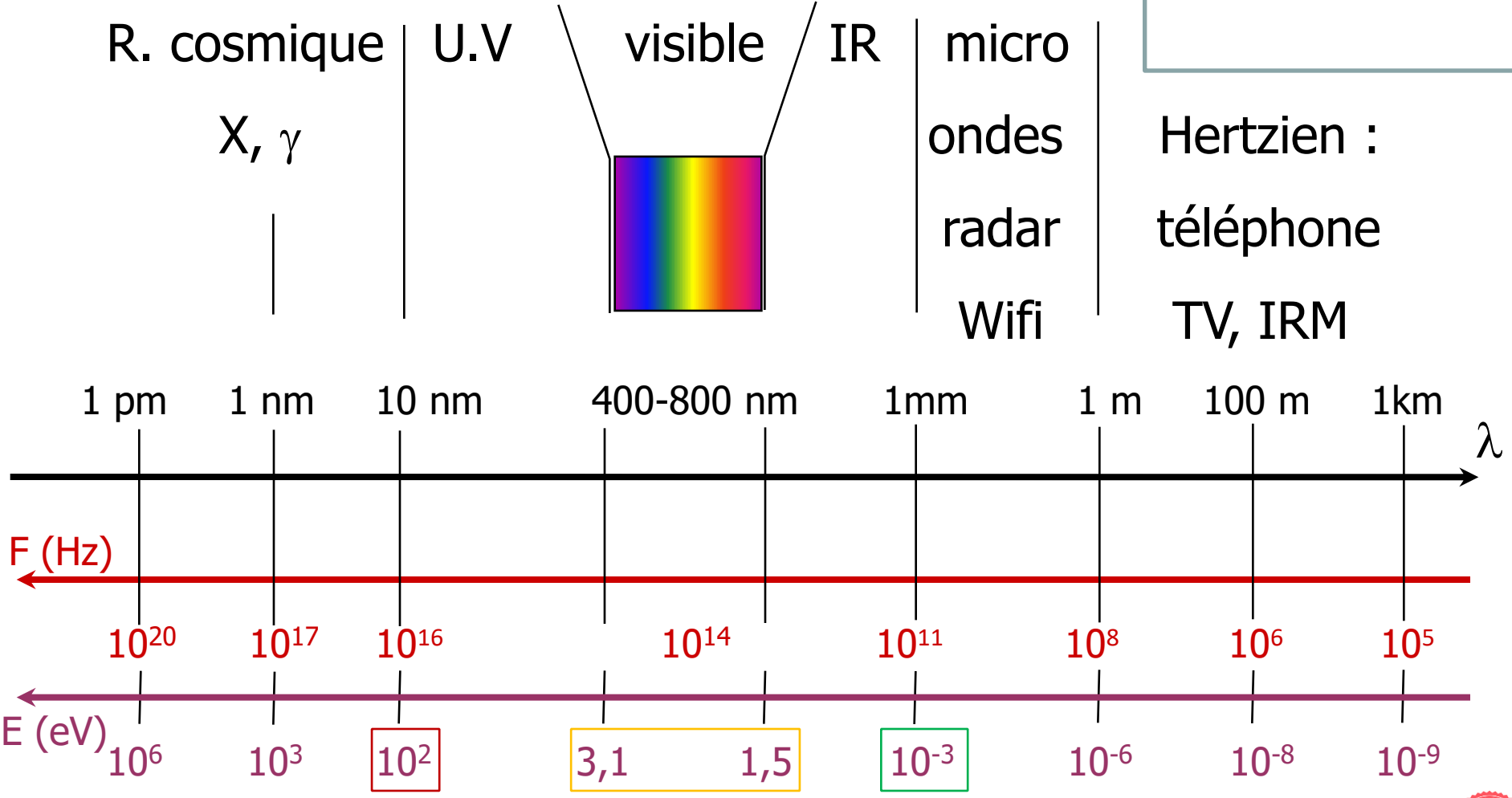
$$E(\text{eV}) = \frac{1240}{\lambda(\text{nm})}$$



Attention: cette relation ne s'applique pas aux particules de masses au repos non nulles

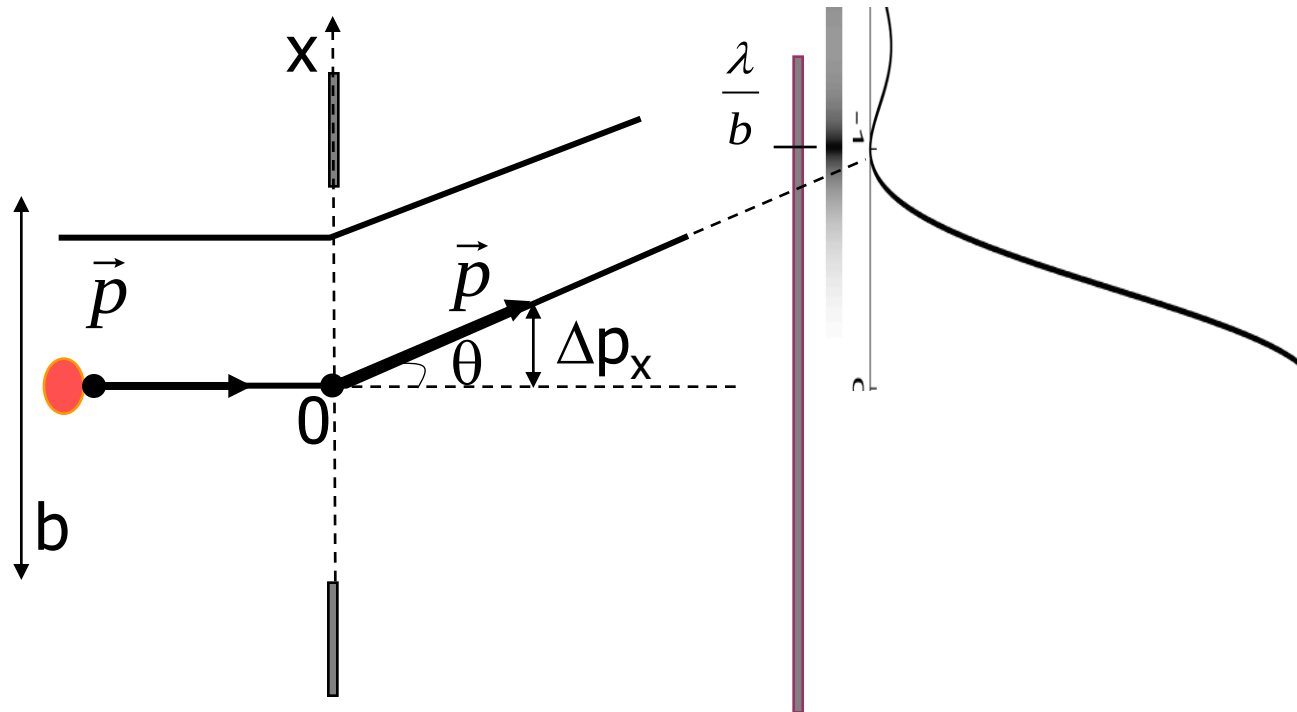
PASS

CLASSIFICATION SIMPLIFIEE



PASS

RETOUR SUR LA DIFFRACTION

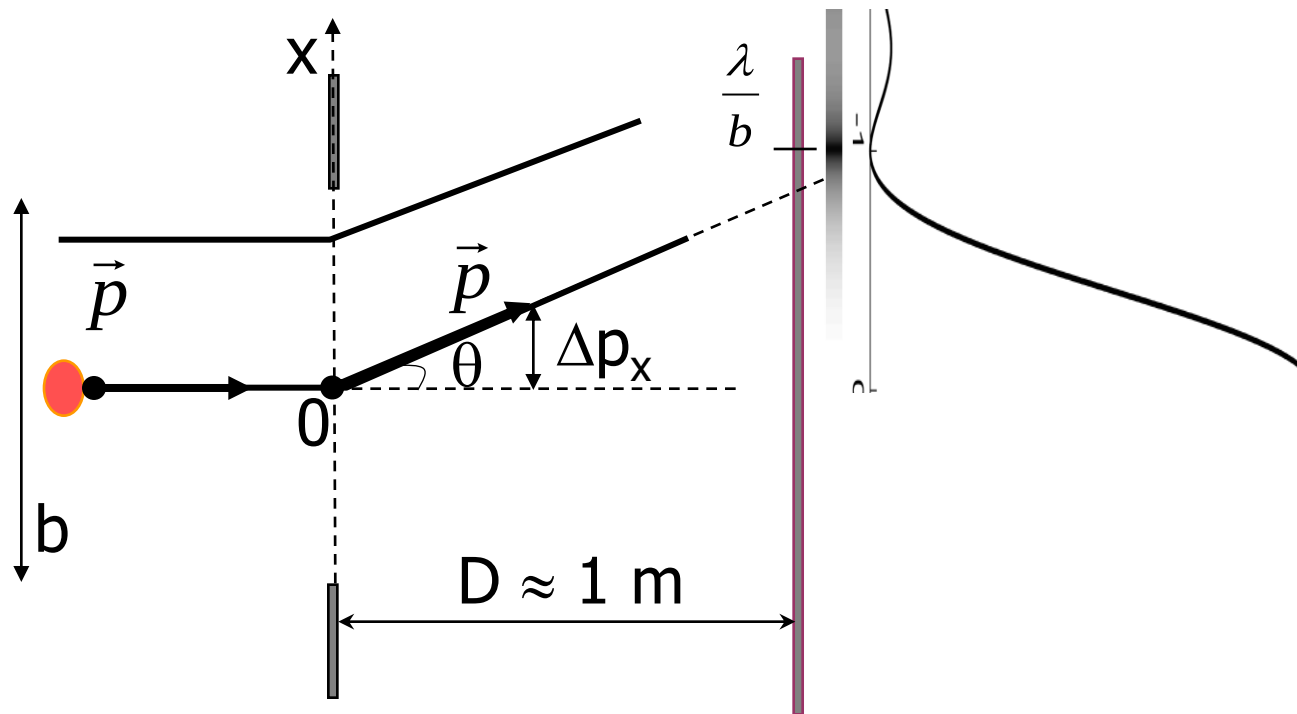


La **même figure d'interférences** est enregistrée sur une plaque photographique lorsque les photons sont **émis un par un**

Interprétation ?

PASS

RETOUR SUR LA DIFFRACTION



Incertitude sur la position du photon : $\Delta x = b$

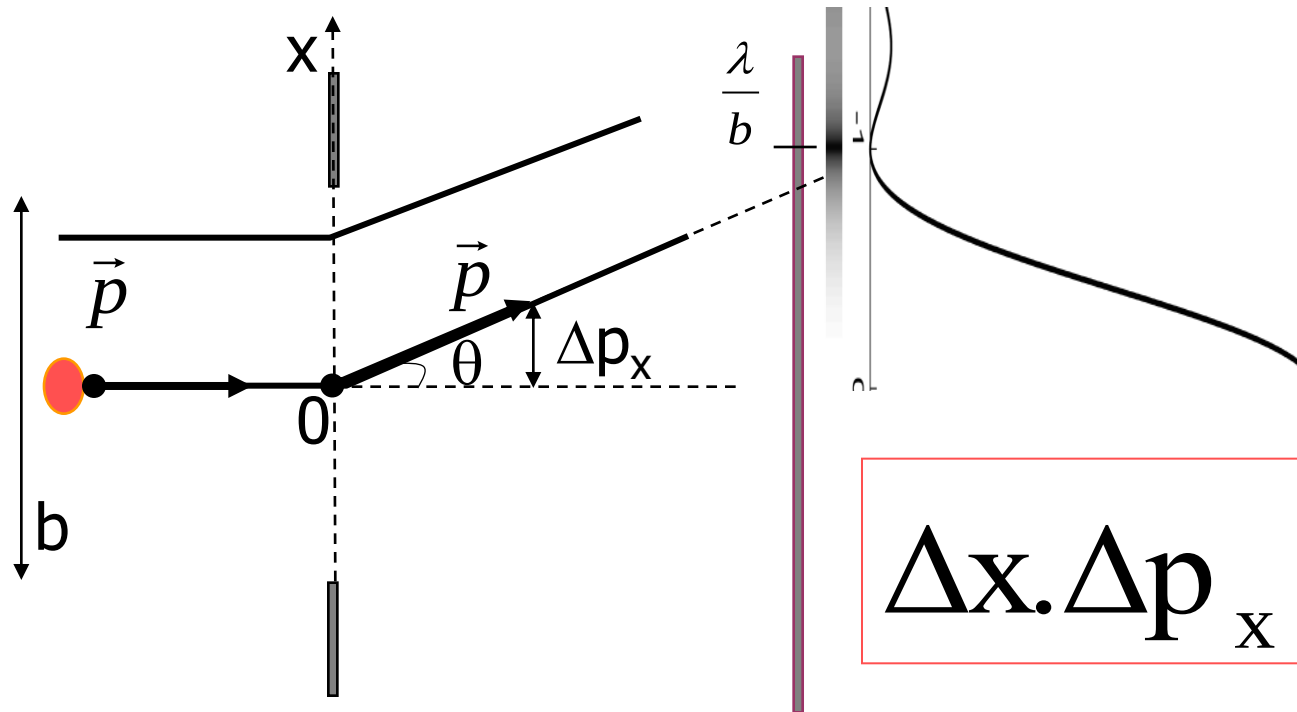
Incertitude sur l'impulsion du photon : $\Delta p_x = p \cdot \sin \theta$

si θ petit et $D \approx 1\text{m}$, alors $p \cdot \sin \theta \approx p \cdot \theta \approx p \cdot \lambda/b$

Alors $\Delta x \cdot \Delta p_x \approx b \cdot p \cdot \lambda/b = p \cdot \lambda = h (\approx h/2\pi)$

PASS

RETOUR SUR LA DIFFRACTION



$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar \neq 0$$

L'incertitude sur la direction de diffraction de l'OEM se retrouve dans l'impossibilité de connaître avec une absolue précision à la fois la position et l'impulsion du photon

PASS

RELATIONS D'INCERTITUDE D'HEISENBERG

$$\Delta x . \Delta p_x \geq \hbar$$

$$\Delta E . \Delta t \geq \hbar$$

ΔE : énergie échangée lors
d'une interaction de durée Δt



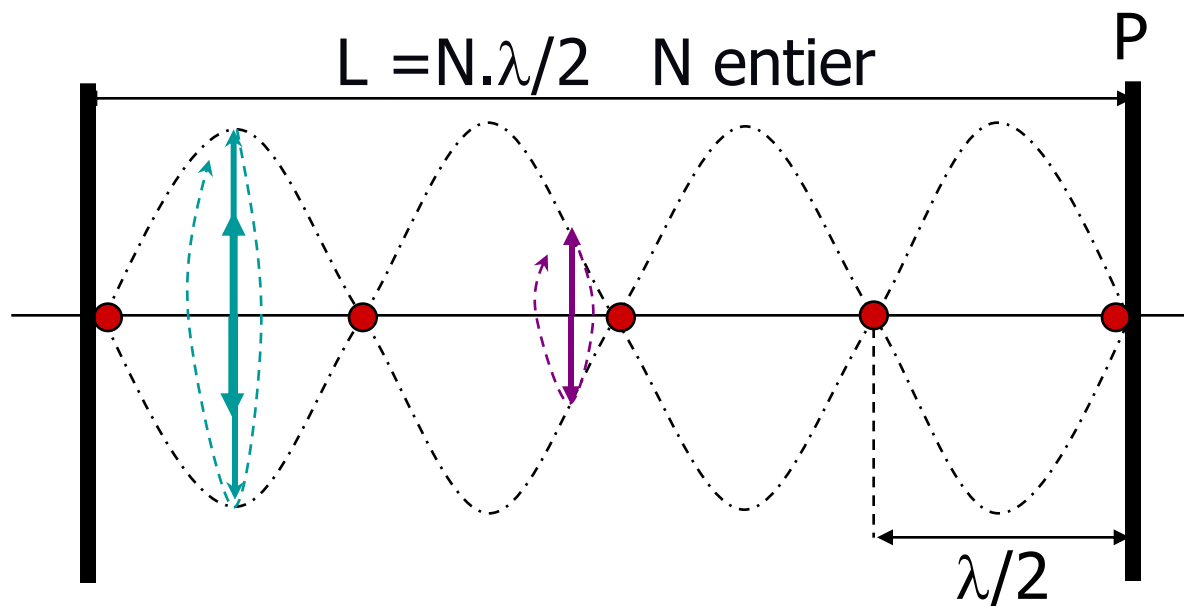
1901-1976

Pour calculer une trajectoire à partir de la relation fondamentale de la dynamique ($\Sigma f = ma$), il faut connaître exactement les positions et impulsions initiales, ce qui n'est pas le cas.

Donc, il n'y a pas de trajectoire définie à l'échelle des particules élémentaires, mais seulement des probabilités de présence p

PASS

QUANTIFICATION



Dualité Onde-particule $\Rightarrow$ L. d'onde $\lambda = 2 \cdot L / N$ quantifiée
 $\Rightarrow$ fréquence $f = c / \lambda = N \cdot c / (2L)$ quantifiée
 $\Rightarrow$ Énergie $= hf = N \cdot h \cdot c / (2L)$ quantifiée

Les grandeurs physiques ne varient pas continûment, mais par multiples d'une grandeur élémentaire: elles sont quantifiées.

PASS

LE MODELE STANDARD



BOSONS DE JAUGE (INTERACTIONS)

INTERACTION	BOSON	CIBLE	PORTEE fm	I/I _f
FORTE	8 GLUONS	HADRON	1	1
ELECTRO- MAGNETIQUE	PHOTON	CHARGE	∞	10 ⁻³
FAIBLE	Z ⁰ W ⁺ , W ⁻	TOUTE	10 ⁻³	10 ⁻⁵
GRAVITATION	(GRAVITON) ?	MASSIQUE	∞	10 ⁻³⁸



FERMIONS (MATIERE)

6 quarks ← → 6 leptons

u	c	t	2e/3
d	s	b	-e/3

e	μ	τ	-e
ν _e	ν _μ	ν _τ	0

+ 6 anti-quarks
6 anti-leptons

paires/triplets :
HADRONS



proton = (uud) $q = \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) \cdot e = e$

neutron = (udd) $q = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3}\right) \cdot e = 0$

ELECTRON

$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$



PASS

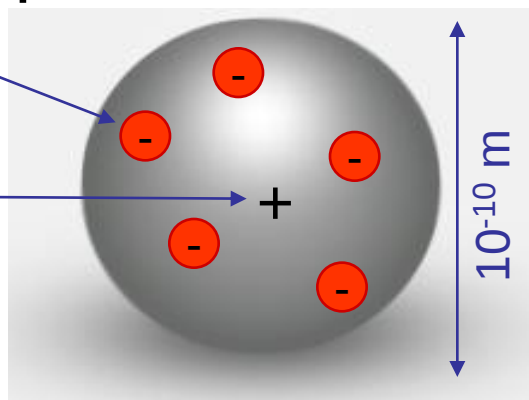
MODELES ATOMIQUES

- Modèle atomique de Thomson

Z électrons
de charge $-e$

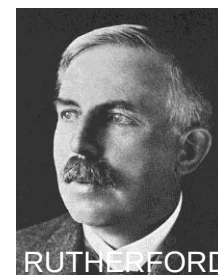
charge $+Ze$
uniforme

Atome neutre

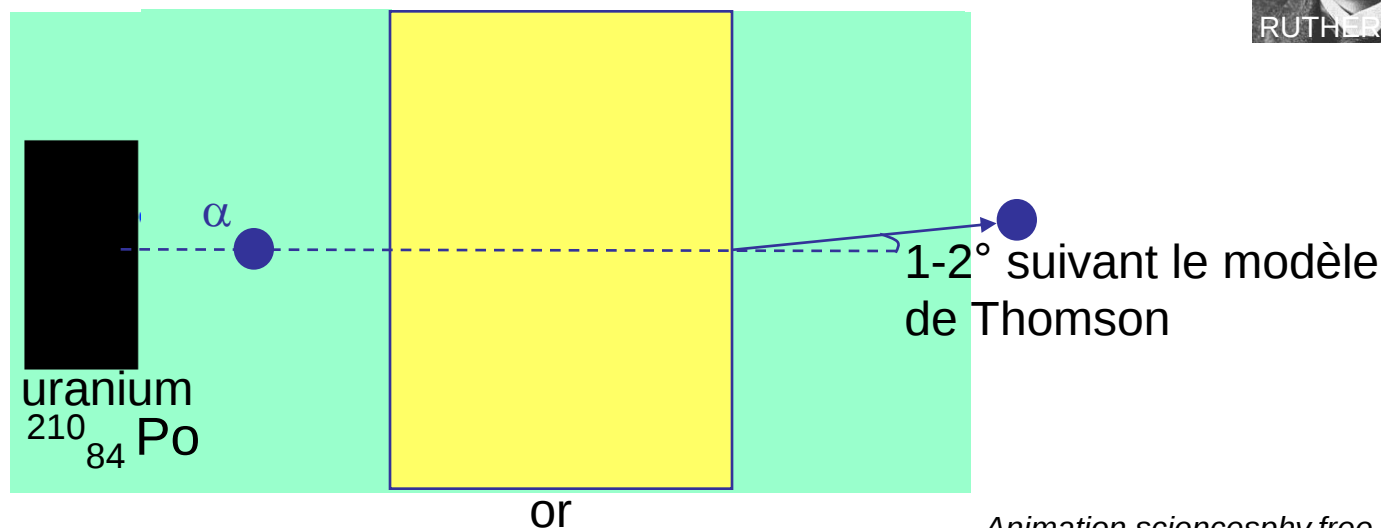


THOMSON

- Expérience d'E. Rutherford (1911)



RUTHERFORD



PASS

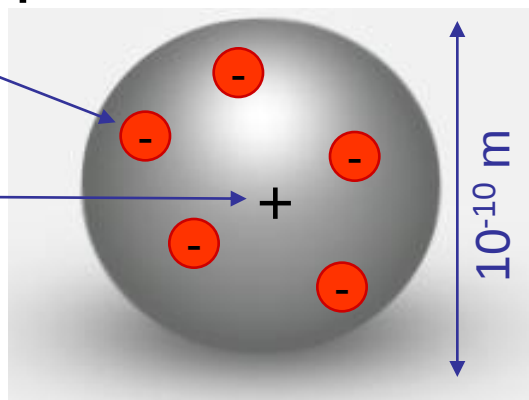
MODELES ATOMIQUES

- Modèle atomique de Thomson

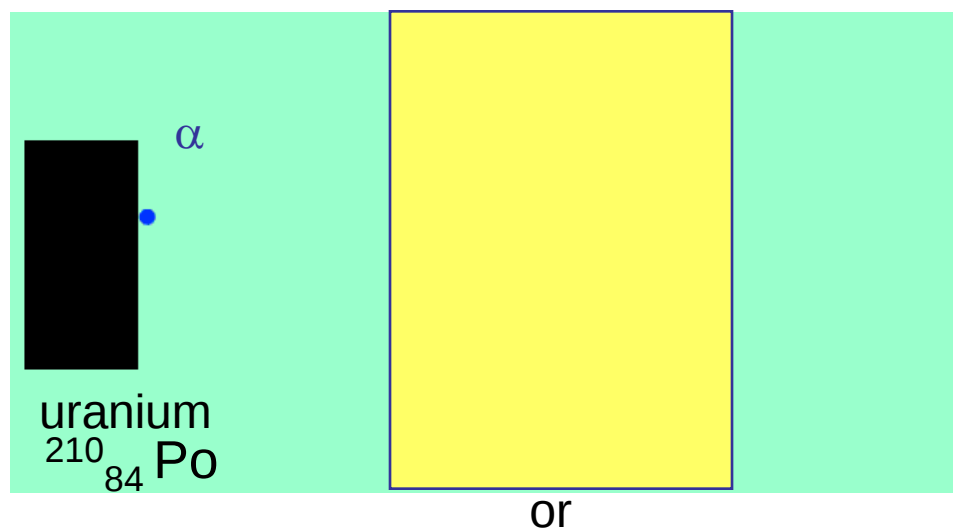
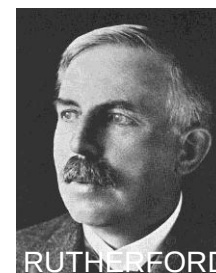
Z électrons
de charge $-e$

charge $+Ze$
uniforme

Atome neutre



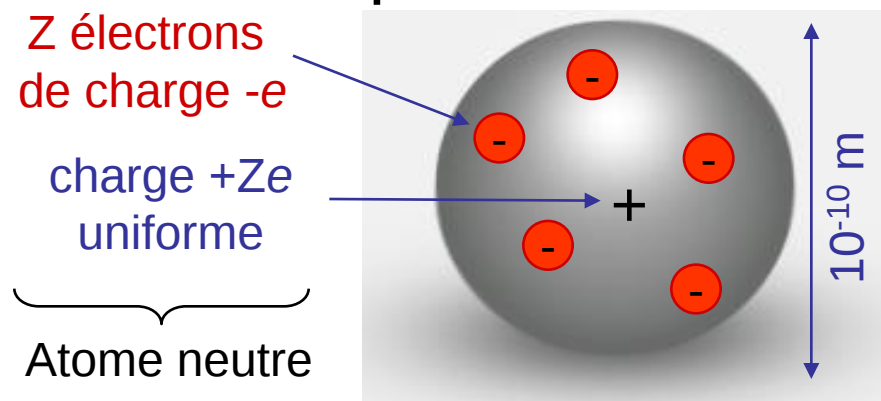
- Modèle atomique d'E. Rutherford (1911)



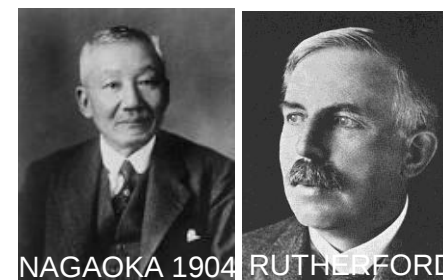
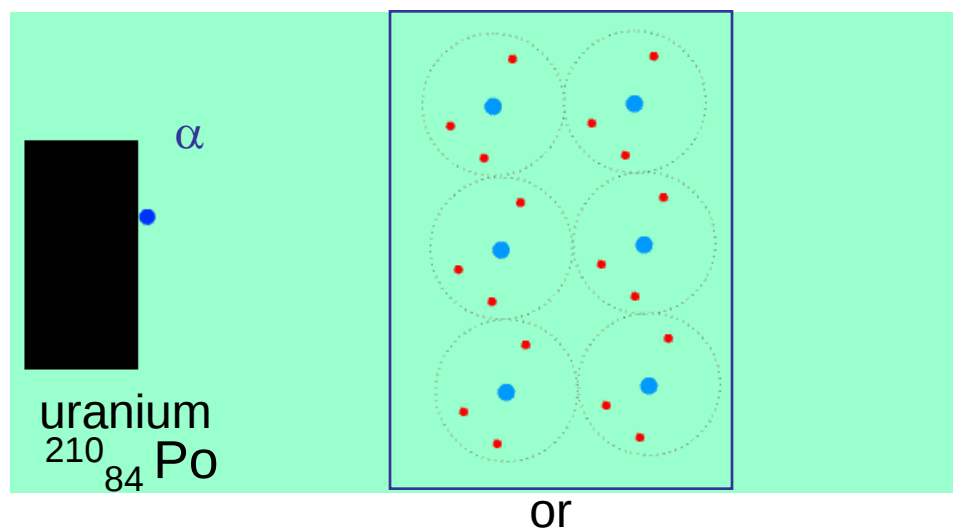
PASS

MODELES ATOMIQUES

- Modèle atomique de Thomson



- Modèle atomique d'E. Rutherford (1911)

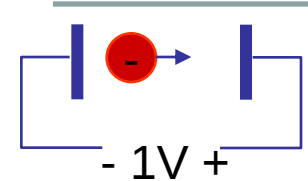


PASS

UNITES EN PHYSIQUE ATOMIQUE

- Energie : **électron-volt (eV)**

- 1 eV = énergie cinétique acquise par un électron qui passe, dans le vide, d'un point à un autre ayant un potentiel supérieur de 1 volt



- $1 \text{ eV} = e \cdot V = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

- Masse :

- **Unité de masse atomique** = u

- $1 \text{ u} = \frac{1}{12}$ masse d'un atome de carbone 12: $1 \text{ u} = \frac{1}{12} \cdot \frac{12 \cdot 10^{-3}}{6,022 \cdot 10^{23}} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

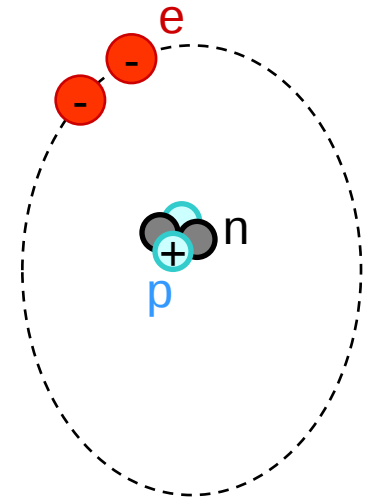
- Au repos: $E = m \cdot c^2 \Rightarrow m = E/c^2$ en **MeV** ou MeV/c^2

$$1 \text{ u} = \frac{1,66 \cdot 10^{-27} \cdot (299\,792\,458)^2}{1,602 \cdot 10^{-19}} = 931 \text{ MeV}$$

PASS

MODELE ATOMIQUE DE RUTHERFORD

- Atome : ${}^A_Z X$
 - Z = numéro atomique = Nb d'électrons et de protons
 - A = nombre de masse = Nb de nucléons ($A=Z+N$)
 - $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg} = 0,511 \text{ MeV}$
 $\ll m_p = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \approx 938 \text{ MeV} < m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \approx 940 \text{ MeV}$
- **ISOTOPE** : même Z *exemple* : ${}^1_1\text{H}$ et ${}^2_1\text{H}$
- **ISOBARE** : même A *exemple* : ${}^{40}_{19}\text{K}$ et ${}^{40}_{20}\text{Ca}$
- **ISOTONE** : même N *exemple* : ${}^{26}_{12}\text{Mg}$ et ${}^{27}_{13}\text{Al}$
- Dimensions des nucléons $r \approx 1,4 \text{ fm}$
- Dimension du noyau R / $\frac{4}{3} \pi R^3 \approx A \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow R \approx \sqrt[3]{A} \cdot r$
 - $R < 257^{1/3} \cdot 1,4 < 10 \text{ fm} \Rightarrow$ interaction forte dans le noyau



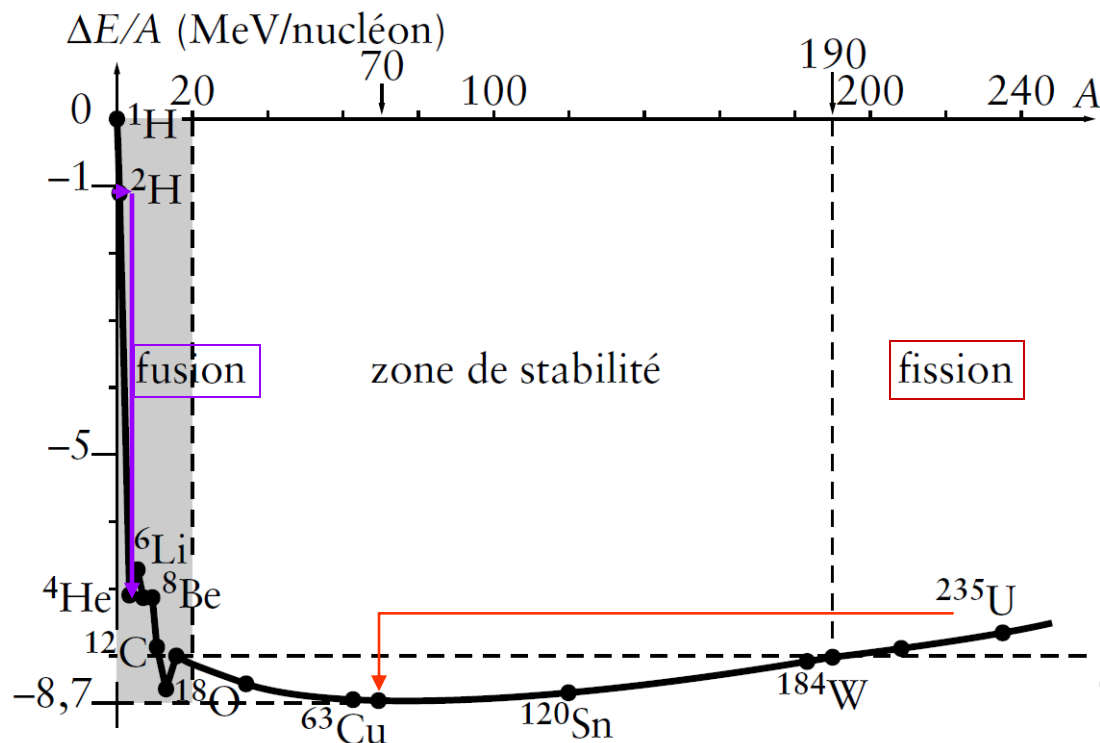
PASS

MODELE ATOMIQUE DE RUTHERFORD

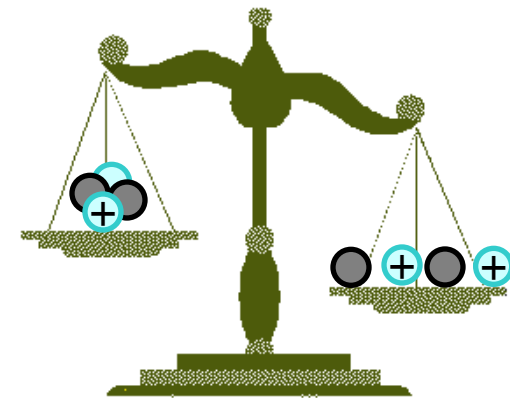
- Défaut de masse : $M({}_Z^AX) < Z.m_p + (A - Z).m_n$

Le défaut de masse correspond à une énergie de liaison nucléaire par interaction forte

$$\Delta M = \frac{\Delta E}{c^2} = Z.m_p + (A - Z).m_n - M({}_Z^AX) > 0$$

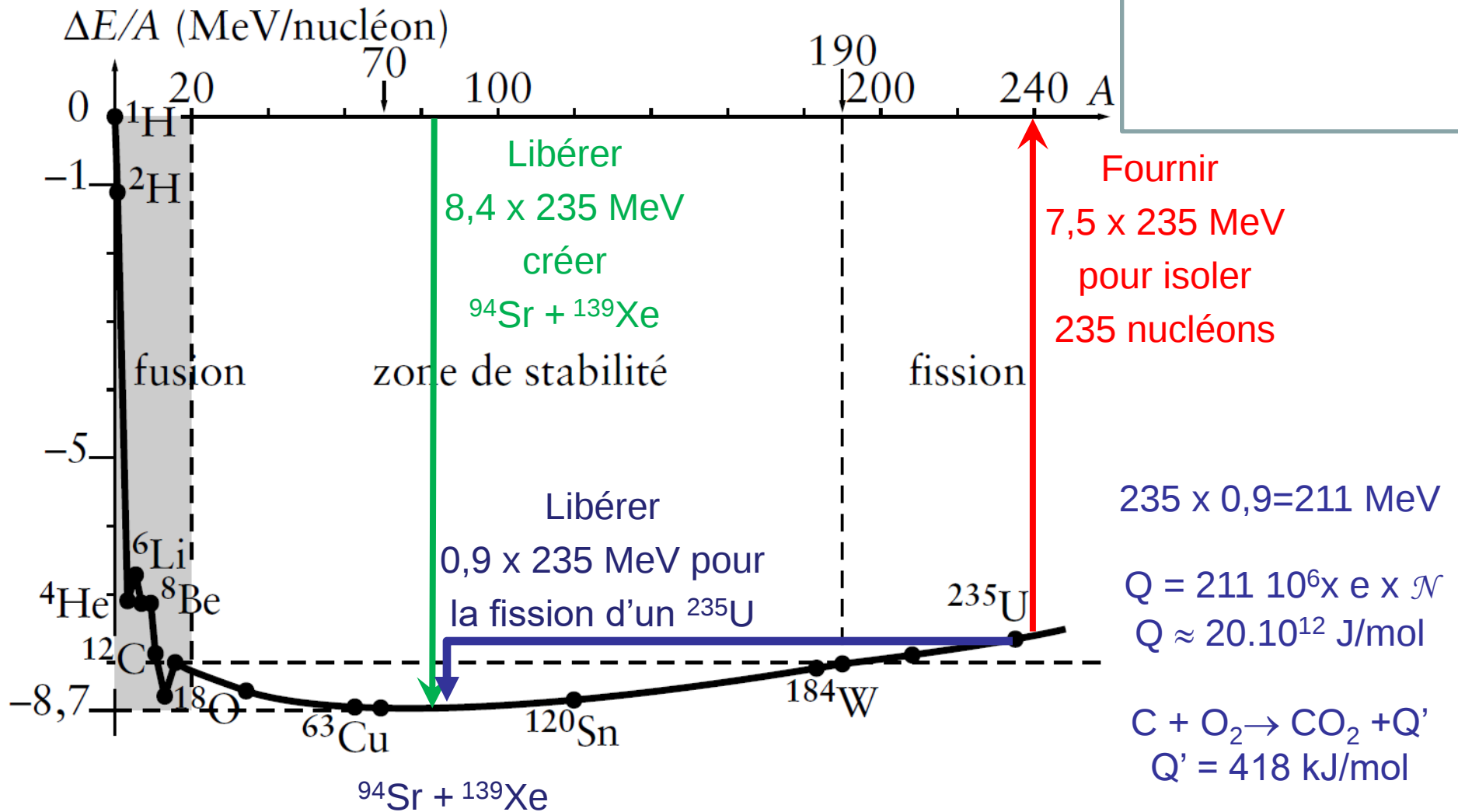


Courbe d'Aston



PASS

ENERGIES DE FISSION ET FUSION



$$Q/Q' = 48 \cdot 10^6$$



PASS

OBJECTIFS DU POINT D' ÉTAPE 4

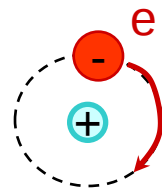
- **Savoir expliquer et manipuler :**
 - $\lambda = h/p$ et $E = hc/\lambda$ pour les photons
 - $0 < \Delta x \cdot \Delta p_x$ et la perte du concept de trajectoire
 - La quantification des grandeurs physiques
- **Savoir manipuler :**
 - Les relations $\lambda = h/p$ et $E = hc/\lambda$
 - Et les conséquences de $E = hc/\lambda$ sur la classification des REM
- **Connaître:** les ordres de grandeur limites en énergie des photons :
 - (X, γ) : $E > 10\text{-}100\text{ eV}$; (visible) : $E = 1\text{-}3\text{ eV}$; (Hertzien) : $E < 1\text{ meV}$
- **Savoir définir et manipuler :**

Le modèle de Rutherford, ses limites, isotope, isotone, isobare
 Les unités atomiques de masse et d'énergie, le défaut de masse ΔM

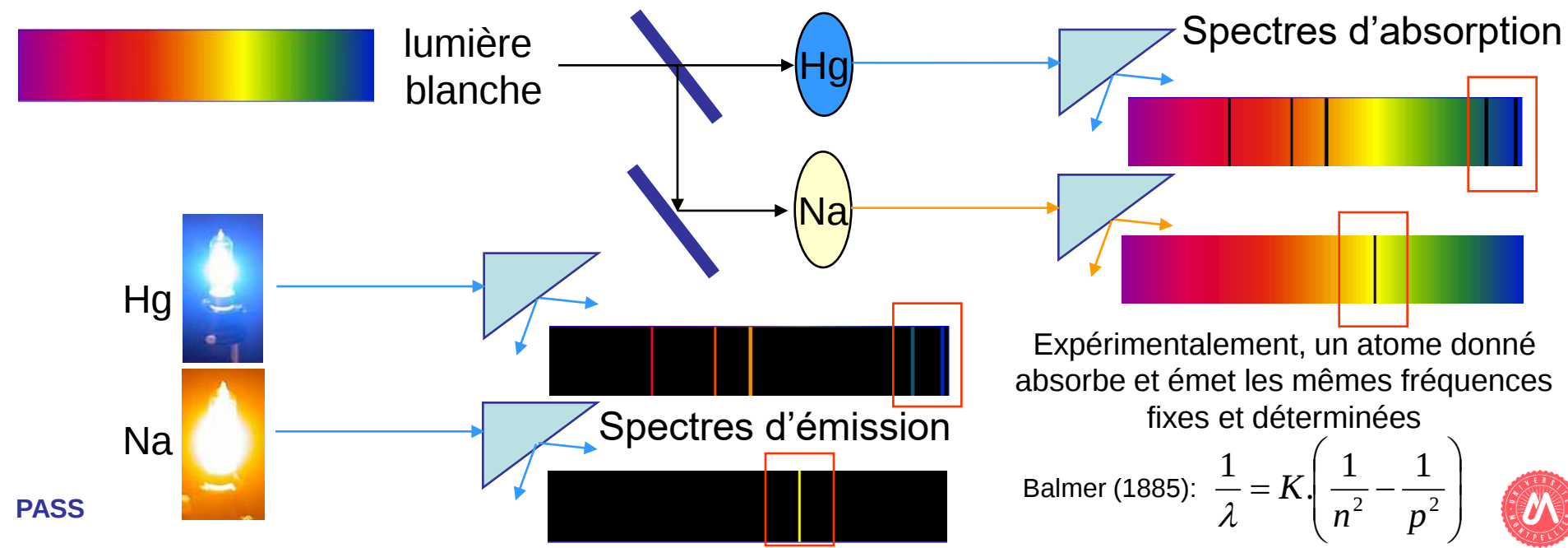
PASS

MODELE ATOMIQUE DE RUTHERFORD

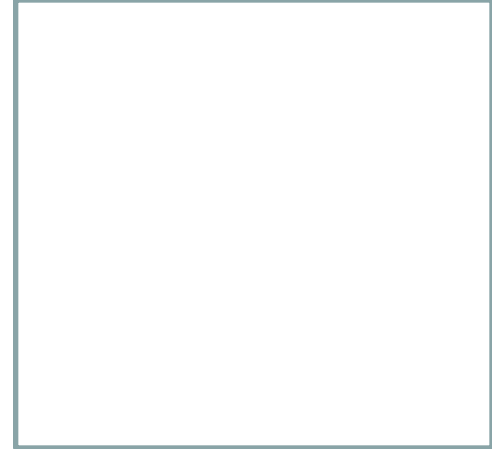
- Un électron en orbite s'écraserait sur le noyau
 - mouvement accéléré (circulaire, de période T)
 - donc rayonne une onde électromagnétique $f=1/T$ (antenne)
 - donc **perd de l'énergie** et T diminue $\Rightarrow f \uparrow$



- et émettrait des fréquences continûment variables.



WOOCLAP 8

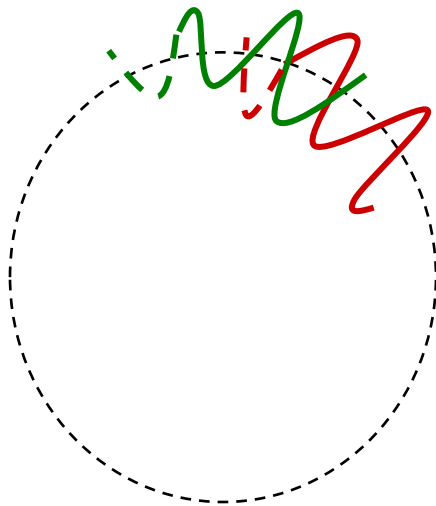


MODELE ATOMIQUE DE BOHR

- Dualité onde-électron $\Rightarrow$ quantification

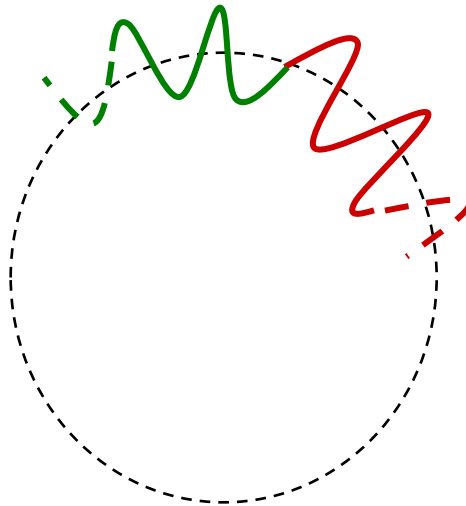
$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

- Quantification : $2\pi r = n\lambda$



$$2\pi r = k \frac{\lambda}{2}$$

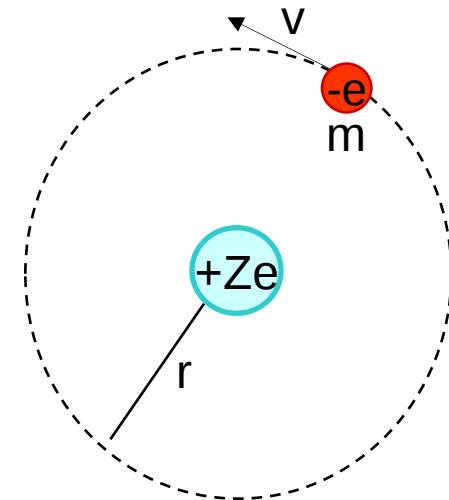
k entier impair



$$2\pi r = n\lambda$$

$$k = 2.n$$

hydrogénoïde : $1e^-$



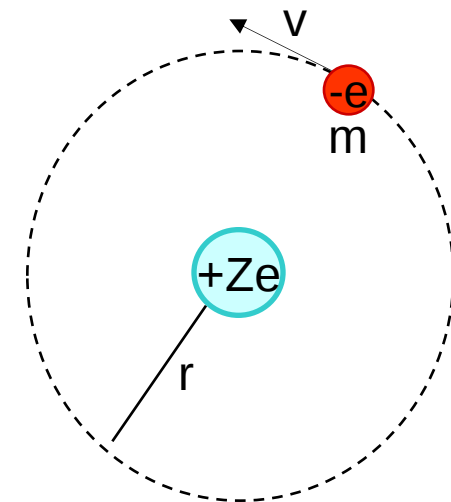
PASS

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

- Dualité onde-électron $\Rightarrow$ quantification
- Quantification : $\left. \begin{array}{l} \lambda = \frac{h}{mv} \\ 2\pi r = n\lambda \end{array} \right\} \Rightarrow 2\pi r = \frac{nh}{mv}$
 $\Rightarrow mvr = n\hbar$ où $\hbar = \frac{h}{2\pi}$
- D'où la **quantification du M^t cinétique** de l'e⁻ :

$$\|\vec{L}\| = \|\vec{p} \wedge \vec{r}\| = mvr = n\hbar \text{ avec } n = 1, 2, \dots$$

hydrogénoïde : 1e⁻



PASS

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

- Dualité onde-électron $\Rightarrow$ quantification

- Quantification :
$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{mv} \\ 2\pi r &= n\lambda \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2\pi r = \frac{nh}{mv} \Rightarrow mvr = n\hbar \text{ où } \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

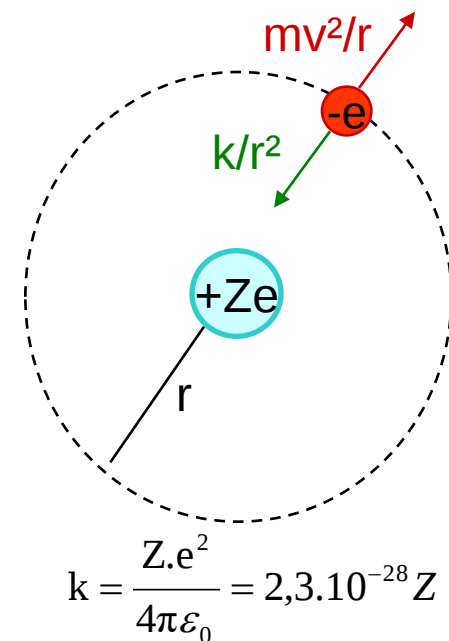
- D'où la **quantification du M^t cinétique** de l'e⁻ :

$$\|\vec{L}\| = \|\vec{p} \wedge \vec{r}\| = mvr = n\hbar \text{ avec } n = 1, 2, \dots$$

- RFD :
$$\left. \begin{aligned} \frac{k}{r^2} &= \frac{mv^2}{r} \Rightarrow (mv)^2 = \frac{km}{r} \\ \text{mais } (mv)^2 &= \left(\frac{n\hbar}{r}\right)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{r = n^2 \frac{\hbar^2}{km} = n^2 \cdot r_0}$$

$$r_0 = \frac{0,53}{Z} 10^{-10} m$$

hydrogénoïde : 1e⁻



quantification de rayon orbital

PASS

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

- Energie cinétique de l'e⁻ :

$$\left. \begin{array}{l} E_c = \frac{1}{2}mv^2 \\ RFD \Rightarrow (mv)^2 = \frac{km}{r} \end{array} \right\} \Rightarrow E_c = \frac{k}{2r}$$

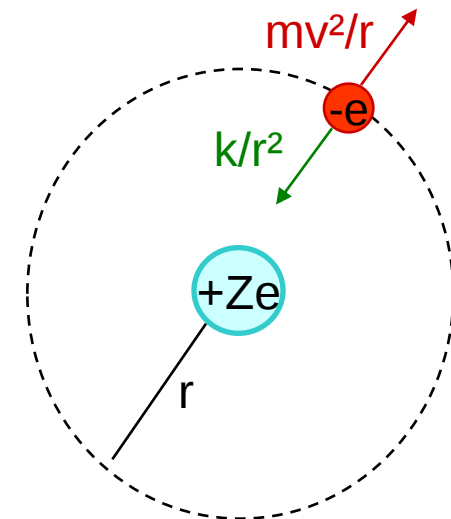
- Energie potentielle de l'e⁻ :

- En prenant $E_p(\infty)=0$

$$E_p = -eV = -\frac{k}{r}$$

$$V = \frac{Z.e}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

hydrogénoïde : 1e⁻



$$k = \frac{Z.e^2}{4\pi\epsilon_0} = 2,3.10^{-28} Z$$

PASS

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

- Energie cinétique de l'e⁻ :

$$\left. \begin{array}{l} E_c = \frac{1}{2}mv^2 \\ RFD \Rightarrow (mv)^2 = \frac{km}{r} \end{array} \right\} \Rightarrow E_c = \frac{k}{2r}$$

- Energie potentielle de l'e⁻ : $E_p = -eV = -\frac{k}{r}$

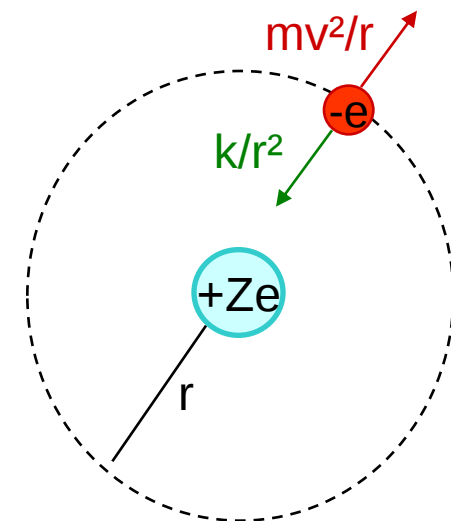
- En prenant $E_p(\infty)=0$

- Energie de l'électron : $E = E_c + E_p = -\frac{k}{2r}$

$$r = n^2 \frac{\hbar^2}{km} \Rightarrow E = -\frac{m}{2} \left(\frac{k}{\hbar} \right)^2 \frac{1}{n^2} \Rightarrow E = -\frac{me^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \frac{Z^2}{n^2}$$

$$E(\text{eV}) = -13,6 \cdot \frac{Z^2}{n^2}$$

hydrogénoïde : 1e⁻

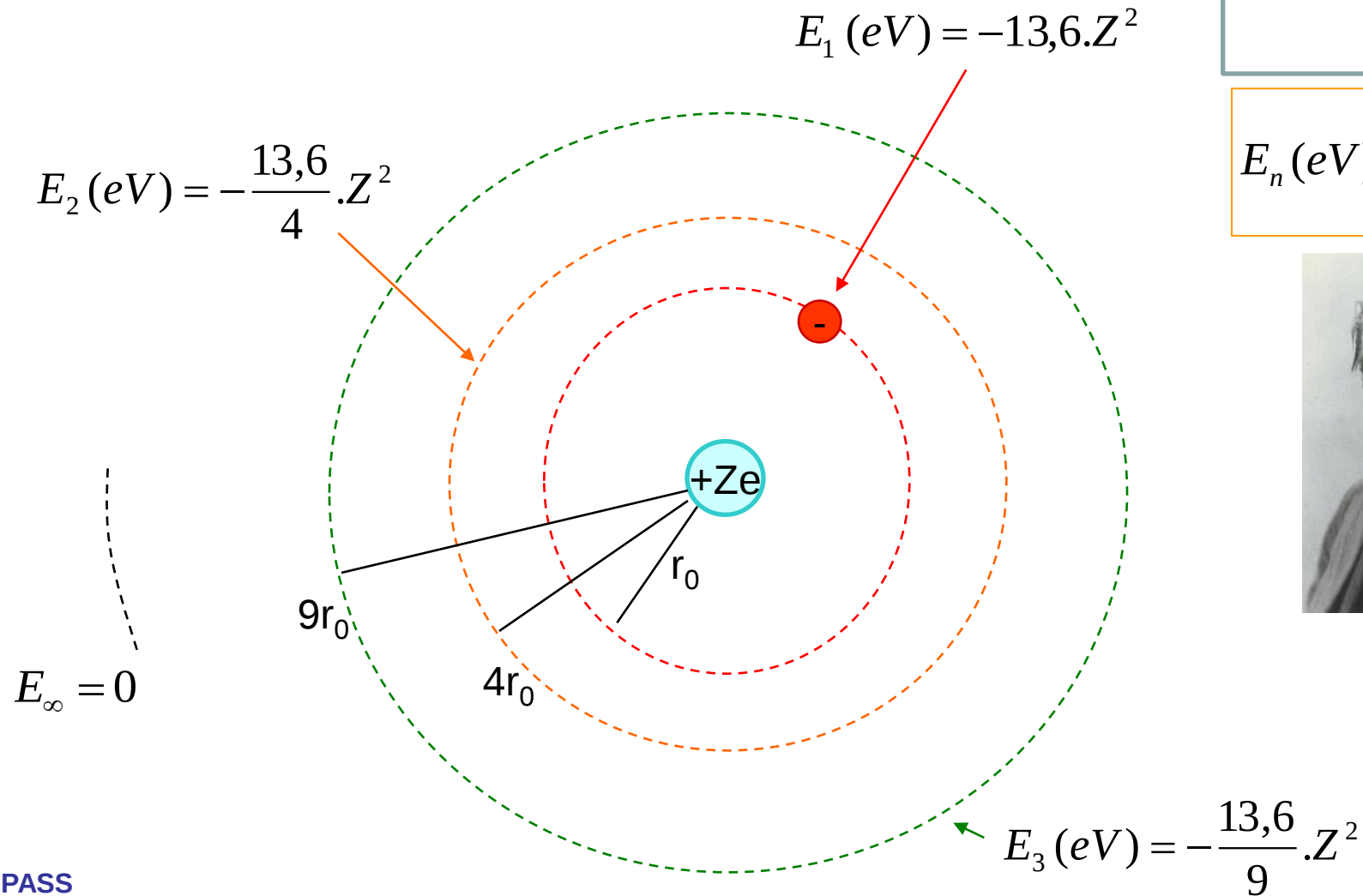


$$k = \frac{Z \cdot e^2}{4\pi \epsilon_0} = 2,3 \cdot 10^{-28} Z$$

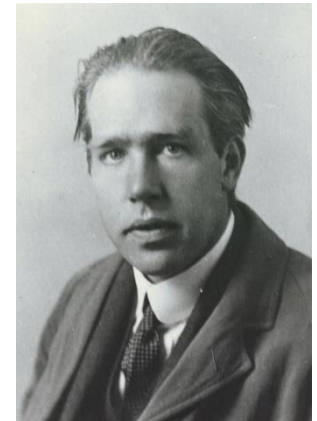
PASS

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

Pour un atome hydrogénoïde (i.e à un électron)



$$E_n (eV) = -13,6 \cdot \frac{Z^2}{n^2}$$



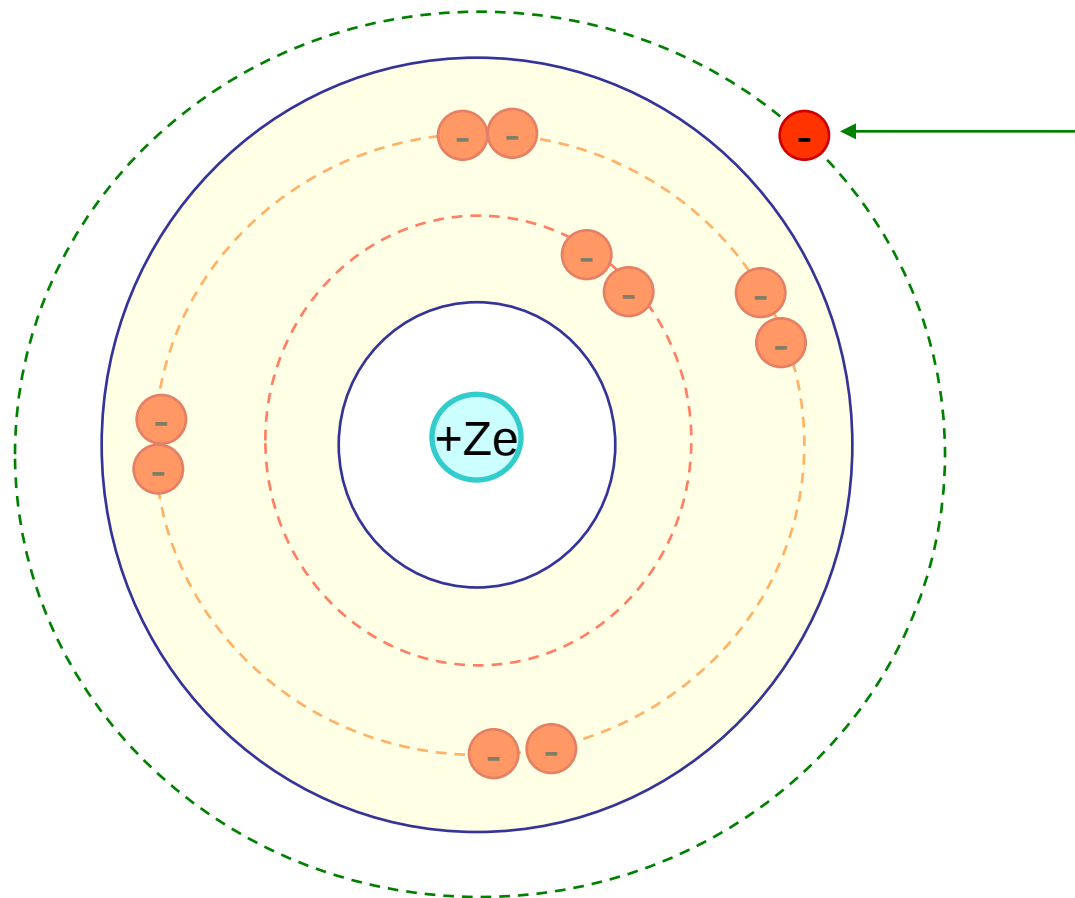
N. Bohr



PASS

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

Pour un atome à plus d'un électron ($Z > 1$)



EFFET D'ÉCRAN :

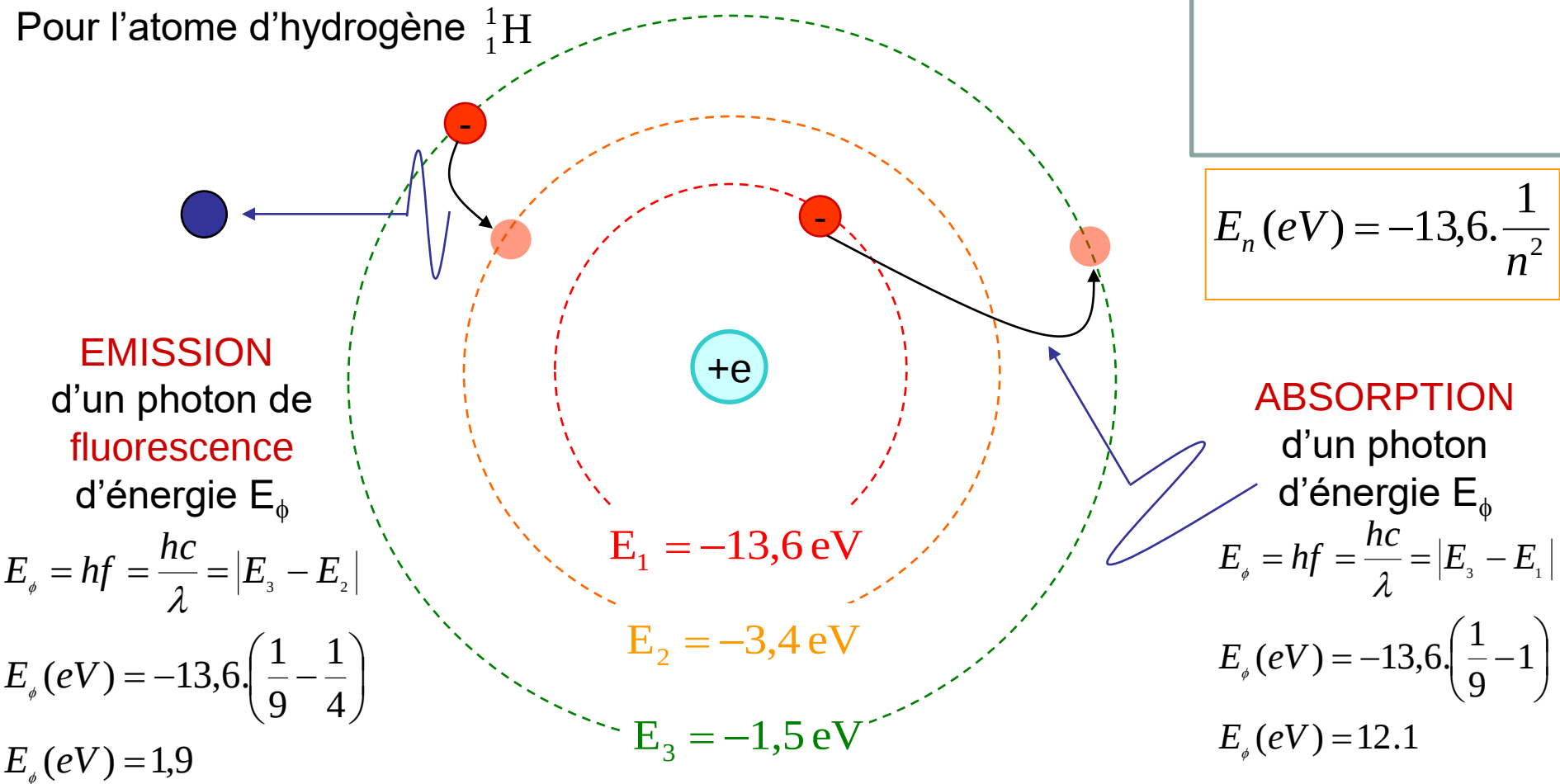
la charge du noyau « vue »
par l'électron périphérique
semble diminuée de $\sigma.e$

$$E_{n,\sigma}(eV) = -13,6 \cdot \frac{(Z - \sigma)^2}{n^2}$$

PASS

MODELE ATOMIQUE DE BOHR

Pour l'atome d'hydrogène ${}^1_1\text{H}$



Explique la formule de **Balmer** (1885) pour une transition $p \rightarrow n$ et aux spectres d'absorption/émission :

PASS



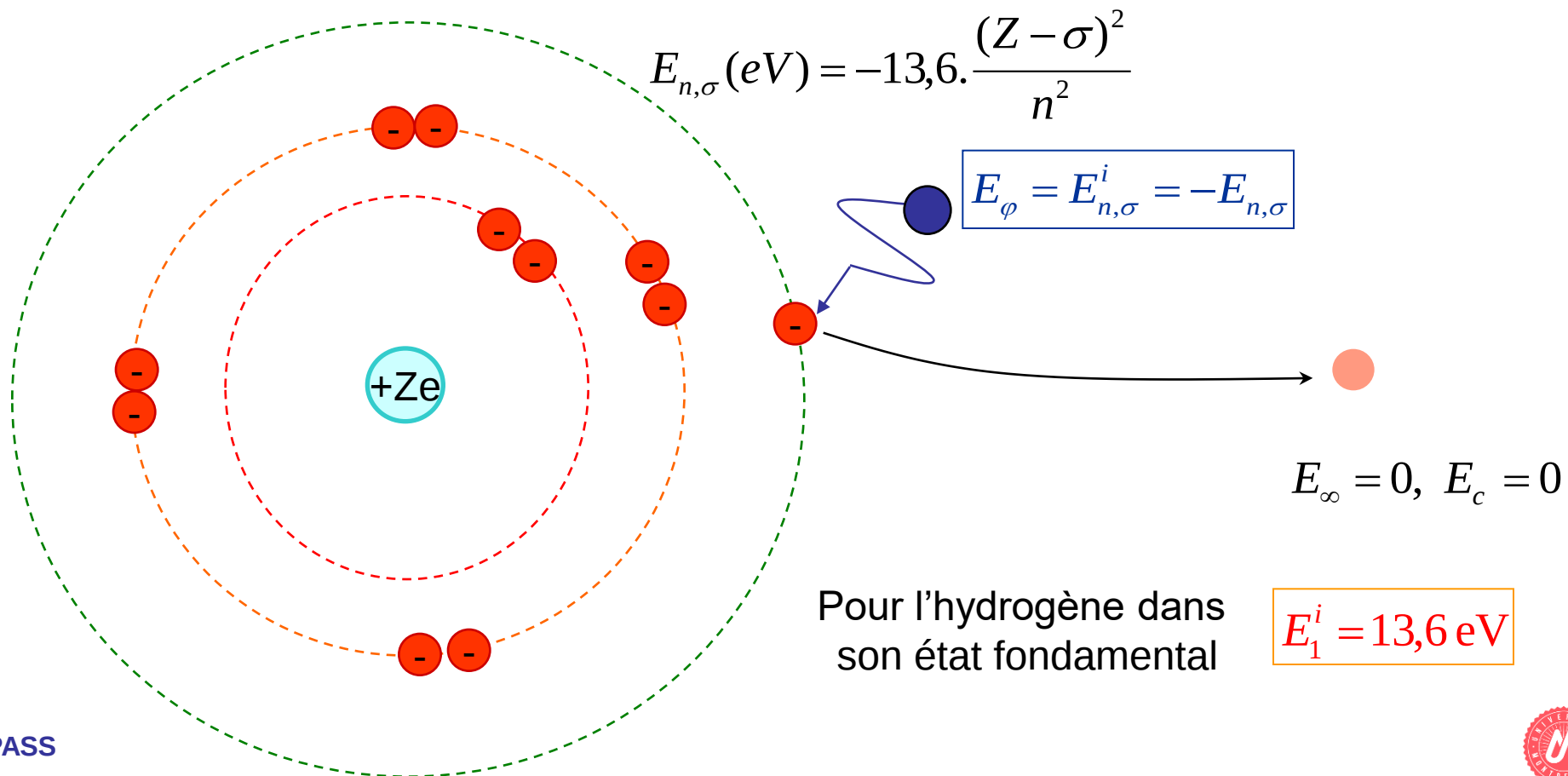
$$\frac{1}{\lambda} = K \cdot \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right) = -\frac{13,6 \cdot e}{h \cdot c} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right)$$



PASS

ENERGIE D'IONISATION $E_{n,\sigma}^i = -E_{n,\sigma}$

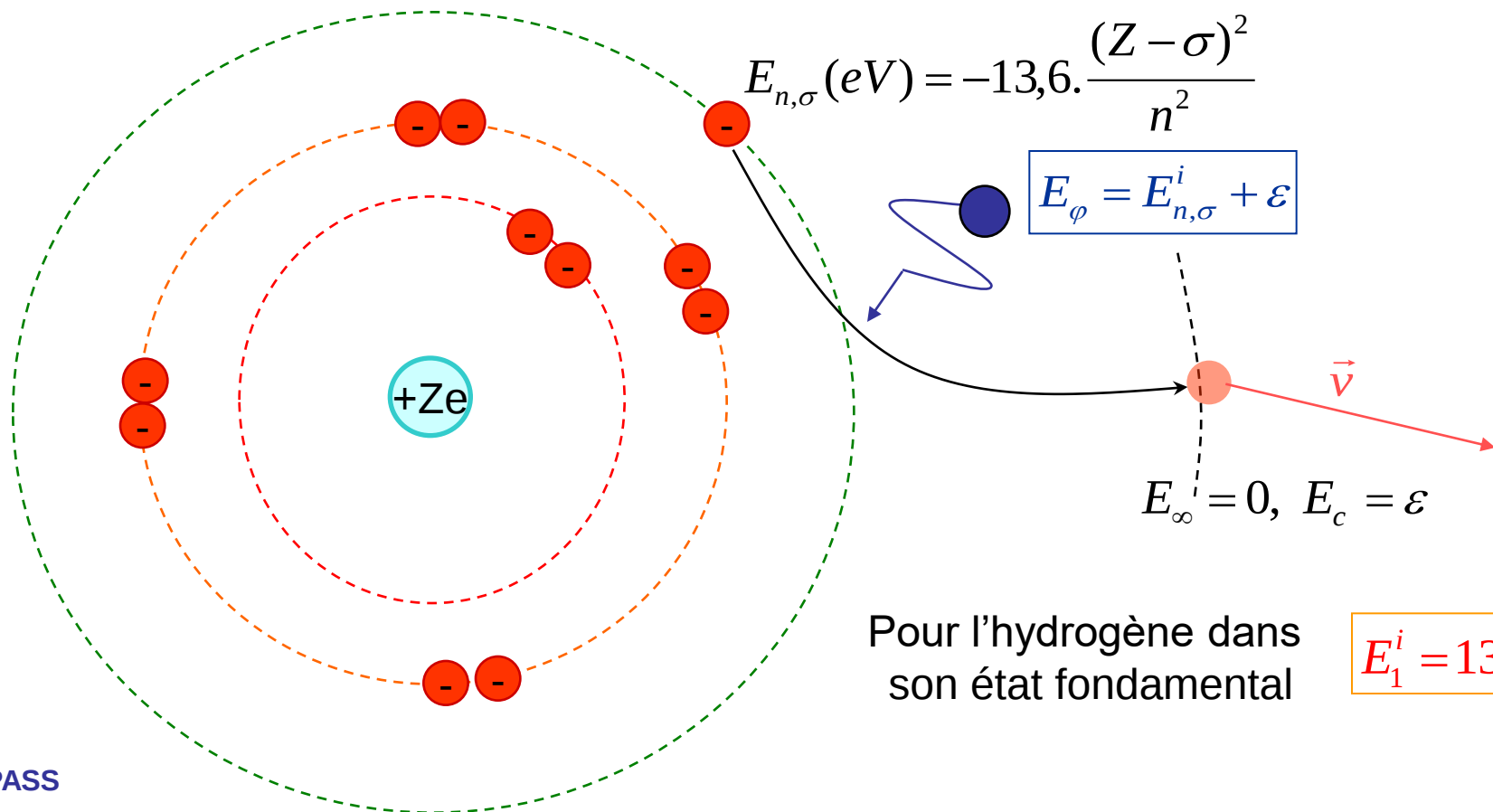
C'est l'énergie minimale nécessaire pour soustraire un électron atomique à l'influence électrostatique du noyau



PASS

ENERGIE D'IONISATION $E_{n,\sigma}^i = -E_{n,\sigma}$

C'est l'énergie minimale nécessaire pour soustraire un électron atomique à l'influence électrostatique du noyau



Pour l'hydrogène dans son état fondamental

$$E_1^i = 13,6 \text{ eV}$$

PASS

LIMITES DU MODELE DE BOHR

- Le modèle de Bohr est semi-classique
 - est validé expérimentalement sur ^1_1H pour $E_n(\text{eV}) = -13,6/n^2$, mais pas pour $\|\vec{L}\| = n\hbar$
 - notion de «trajectoire» de l'électron incohérente
- Du fait des inégalités d'Heisenberg :
 - pas de trajectoires
 - seulement des probabilités de présence de l'e⁻
- Comment déterminer cette probabilité p ? :
 - hypothèse: p liée à une fonction ψ associée à l'e⁻

PASS

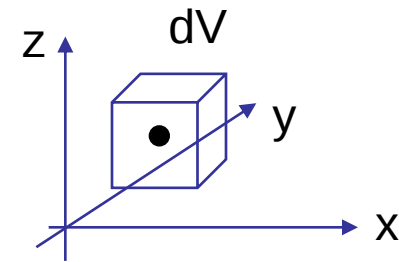
ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

FONCTION D'ONDE ET EQUATION DE SCHRODINGER

- **Interprétation de Copenhague** (M. Born, 1926) :

La **fonction d'onde** ψ d'une particule détermine sa probabilité de présence en

un lieu dV à l'instant t : $p = |\psi(x, y, z, t)|^2 dV$



- La fonction ψ peut être cherchée comme une OPS, $\psi(t, x) = \sin(\omega \cdot t - k \cdot x)$, avec la relation de Louis de Broglie $p = \hbar \cdot k$



E Schrödinger
1887-1961

PASS

UNE APPROCHE DE L'EQUATION DE SCHRODINGER

Hypothèse : Densité de probabilité $\psi(x) = \sin(\omega.t - k.x)$

$$\Rightarrow \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} [\sin(\omega.t - k.x)] = -k.\cos(\omega.t - k.x)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} [-k.\cos(\omega.t - k.x)] = -k^2.\sin(\omega.t - k.x)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k^2.\psi(x) = 0 \quad \text{mais } p = \hbar.k \Rightarrow k^2 = \left(\frac{p}{\hbar}\right)^2 = \left(\frac{m.v}{\hbar}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \left(\frac{m.v}{\hbar}\right)^2.\psi(x) = 0$$

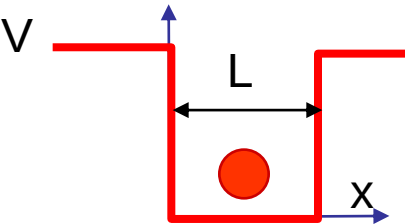
$$\Rightarrow \frac{\hbar^2}{2.m} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{m.v^2}{2}.\psi(x) = \frac{\hbar^2}{2.m} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + (E - V).\psi(x) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(t, x)}{\partial x^2} + V.\psi = E.\psi} \quad \Rightarrow \quad \psi \Rightarrow p = |\psi(x, y, z, t)|^2 dV$$

PASS

EQUATION DE SCHRODINGER

Exemple pour un puits de potentiel : $V(x) = 0$ sauf si $x \in [0, L]$ où $V(x) = V$

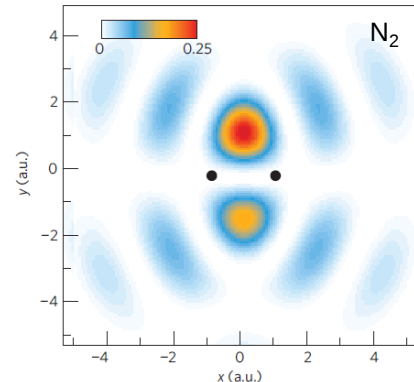


$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \left(n \cdot \frac{\pi x}{l} \right) \text{ et } E_n = \frac{h^2}{8ml^2} n^2$$

En 3D, ψ et E dépendent de trois nombres entiers (n,l,m) : nb. Quantiques

Pour un électron dans un atome ($V \propto \frac{1}{r}$) : $\psi(n,l,m)$ avec :

	nombre quantique...	valeurs	grandeur quantifiée
n	principal	1,2,... (K,L,M,...)	couche, énergie
l	secondaire	0,1,...,n-1 (s,p,d,f)	$\ \vec{L}\ = \ \vec{p} \wedge \vec{r}\ = \sqrt{l(l+1)}\hbar$ sous-couche, énergie (via σ)
m	magnétique	-l,...,0,...,l	$L_z = m\hbar$
m_s	spin	$-\frac{1}{2}$ ou $+\frac{1}{2}$	$\ \vec{S}\ = \sqrt{s(s+1)}\hbar$; $s = \frac{1}{2}$; $S_z = m_s\hbar$; $m_s = \pm s$



S. Haessler et al.
Nature Physics 2010; 6:200-206

Exemple :

$n = 1 \xrightarrow{\text{Schrödinger}} \psi_{1,0,0}(r) = \frac{e^{-\frac{r}{r_0}}}{\sqrt{\pi \cdot r_0^3}} \Rightarrow dp = \frac{e^{-\frac{2 \cdot r}{r_0}}}{\pi \cdot r_0^3} \cdot r^2 \cdot dr$ qui est maximale pour $r = r_0$



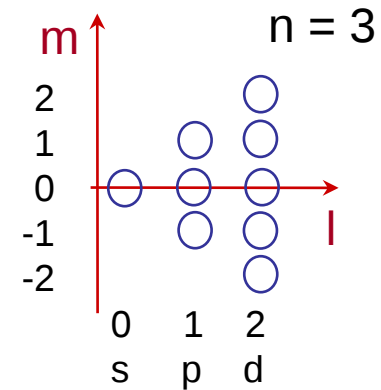
PASS

COUCHES ELECTRONIQUES ATOMIQUES (Cf. ED 3)

TRAITE
EN ED 3

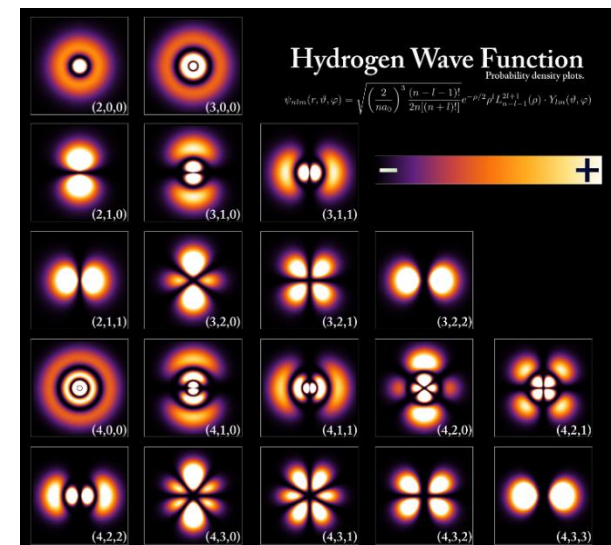
- Principe d'exclusion de Pauli (1925) :
1 seul électron par quadruplet (n, l, m, m_s)
- Pour la couche n :
 - $0 \leq l \leq n-1 \Rightarrow n$ sous-couches
 - $-l \leq m \leq l \Rightarrow 2l+1$ cases
 - $m_s = \pm 1/2 \Rightarrow 2$ e-/case

} n^2
cases



au plus $2.n^2$ e⁻ sur la couche n

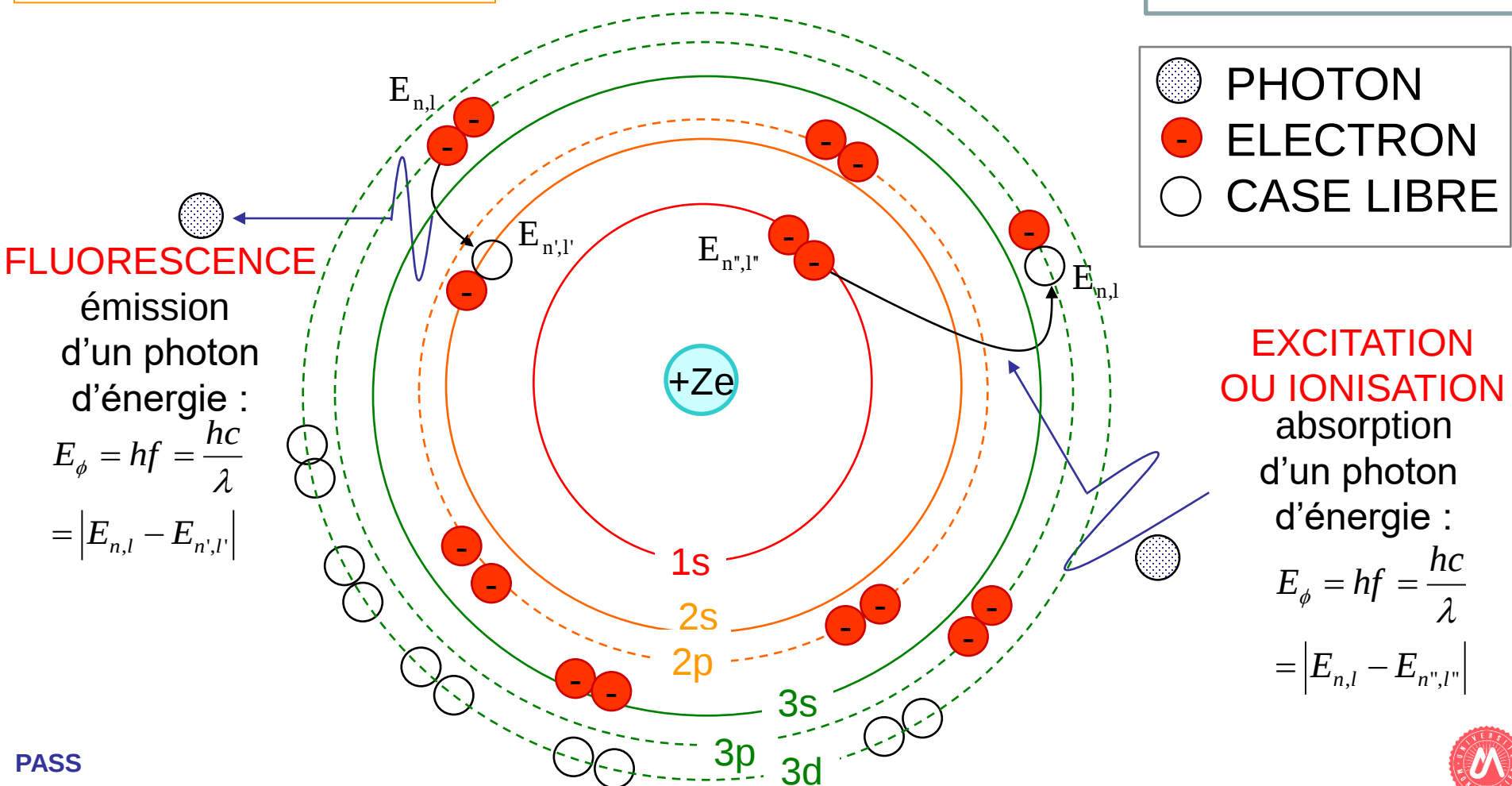
Cf. ED 3 et vos cours de chimie...



PASS

MODELE ATOMIQUE

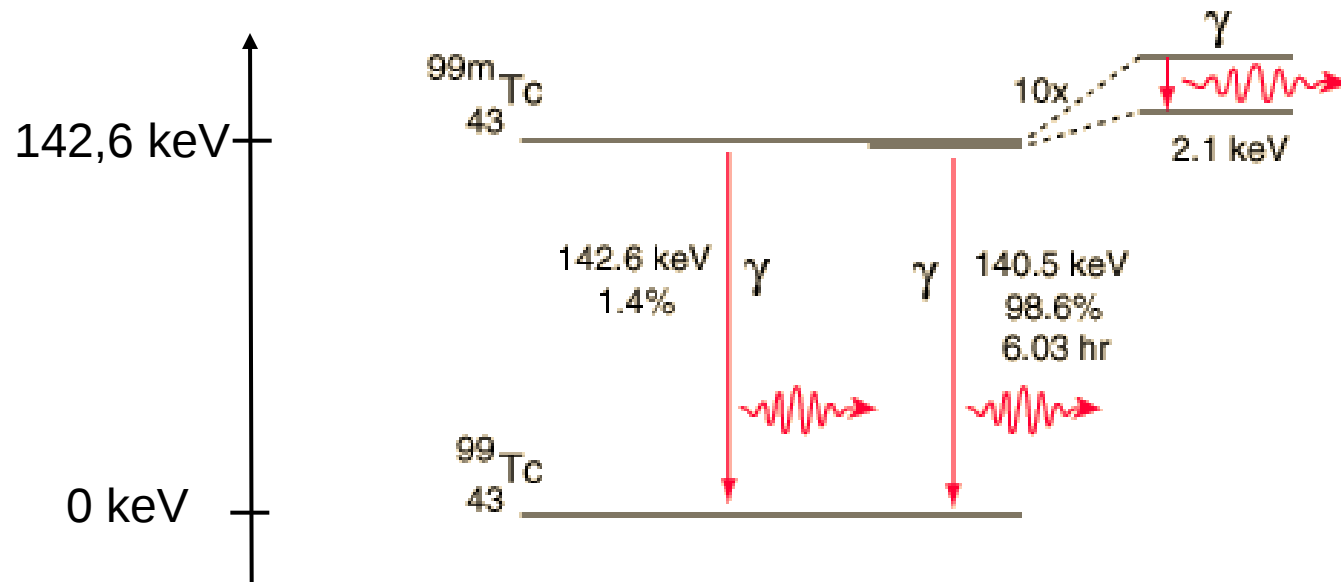
$$E_{n,l} = -\frac{me^4}{8h^2\epsilon_0^2} \frac{(Z - \sigma(n,l))^2}{n^2}$$



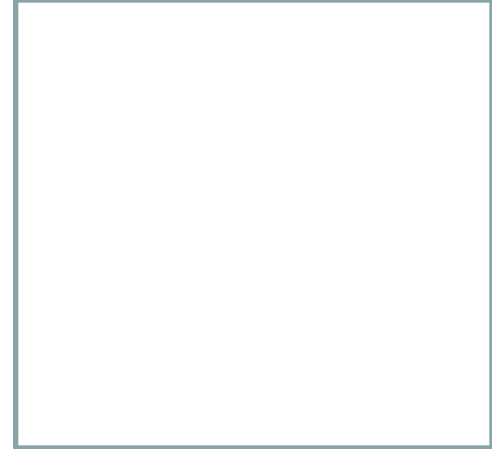
PASS

MODELE NUCLEAIRE

- Nucléons: $\pm$ même **modèle en couches**,
- **$E[n,l,j(m,s)]$** , j demi-entier pour quantifier les moments orbital et intrinsèque couplés des nucléons
- Un nucléon peut passer d'un niveau excité au niveau fondamental en émettant un **photon gamma (γ)**



WOOCCLAP 9



RAYONNEMENTS IONISANTS

Rayonnement ionisant, définition :

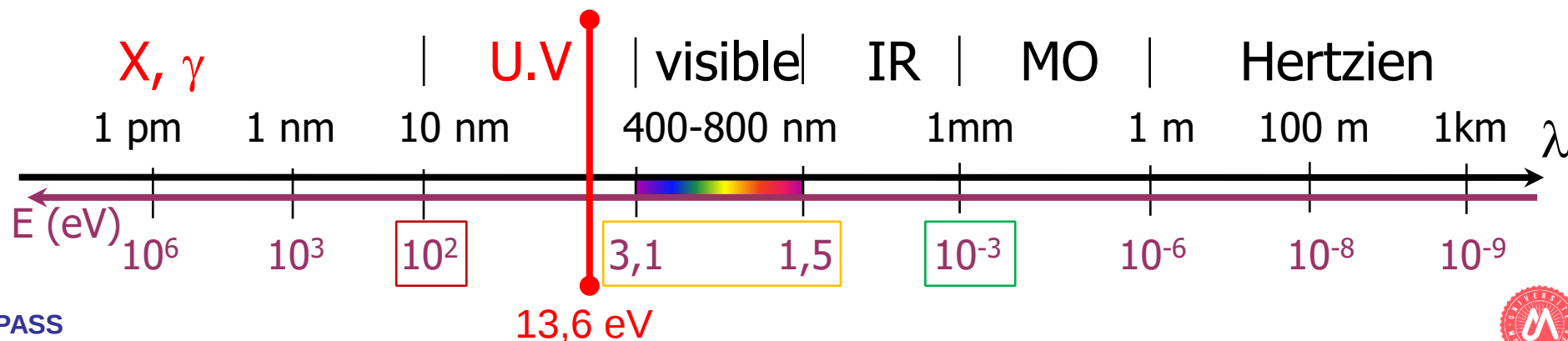
capable d'ioniser l'électron K de l'hydrogène.

Une particule est dite ionisante si son énergie dépasse **13,6 eV**

mais, **les énergies moyennes d'ionisation** sont plus élevées :

Dans l'eau : 32 eV

Dans l'air : 34 eV



PASS

RAYONNEMENTS IONISANTS

Rayonnement ionisant, définition :

capable d'ioniser l'électron K de l'hydrogène.

Une particule est dite ionisante si son énergie dépasse **13,6 eV**

mais, **les énergies moyennes d'ionisation** sont plus élevées :

Dans l'eau : 32 eV

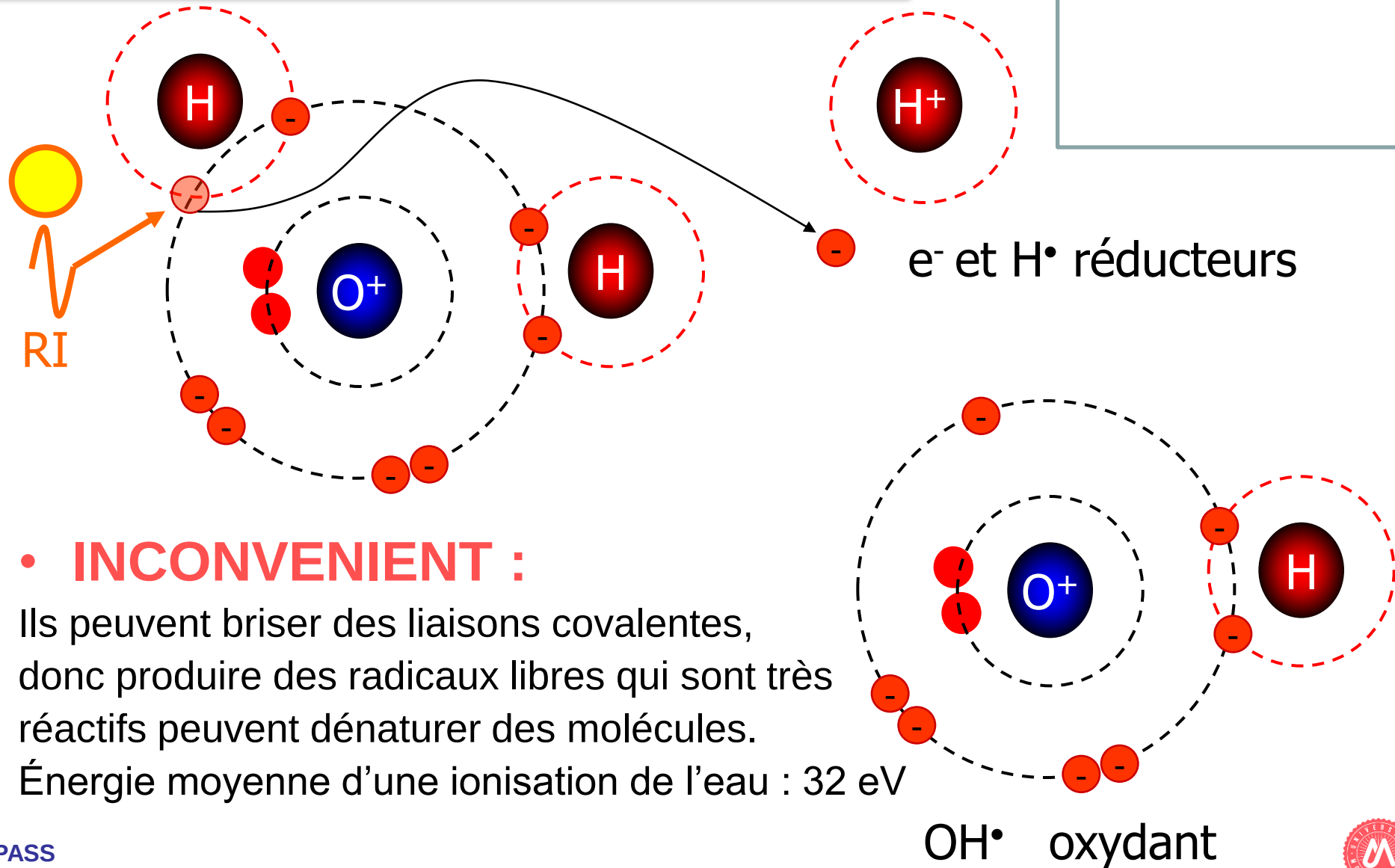
Dans l'air : 34 eV

Les particules ionisantes d'intérêt en santé sont :

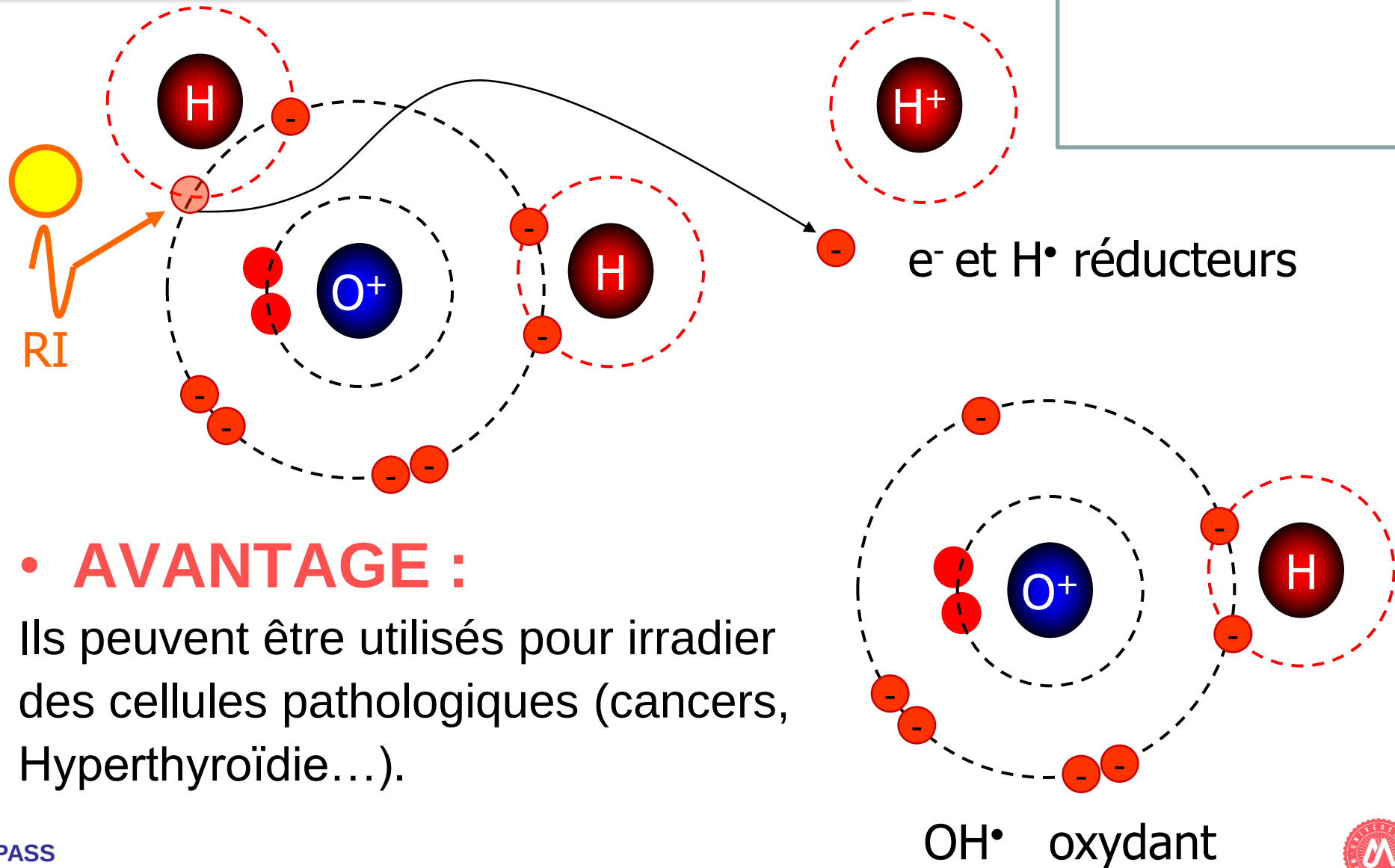
Les neutrons, protons, électrons, alpha d'énergie $> 13,6$ eV
et leurs antiparticules

Les photons X et γ

PASS



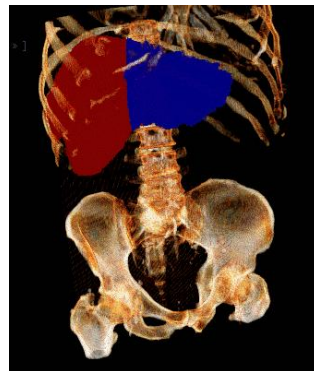
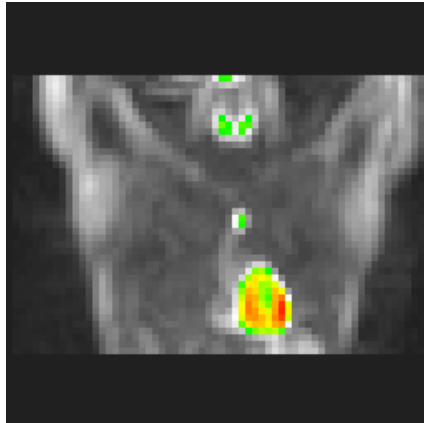
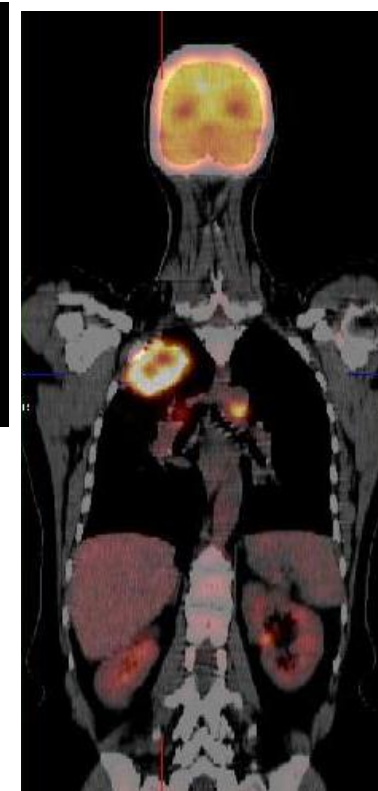
PASS



PASS

ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

PHOTONS IONISANTS



- **AVANTAGE :**

Les photons ionisants peuvent traverser la matière, donc permettre de sonder l'intérieur d'un organisme

PASS

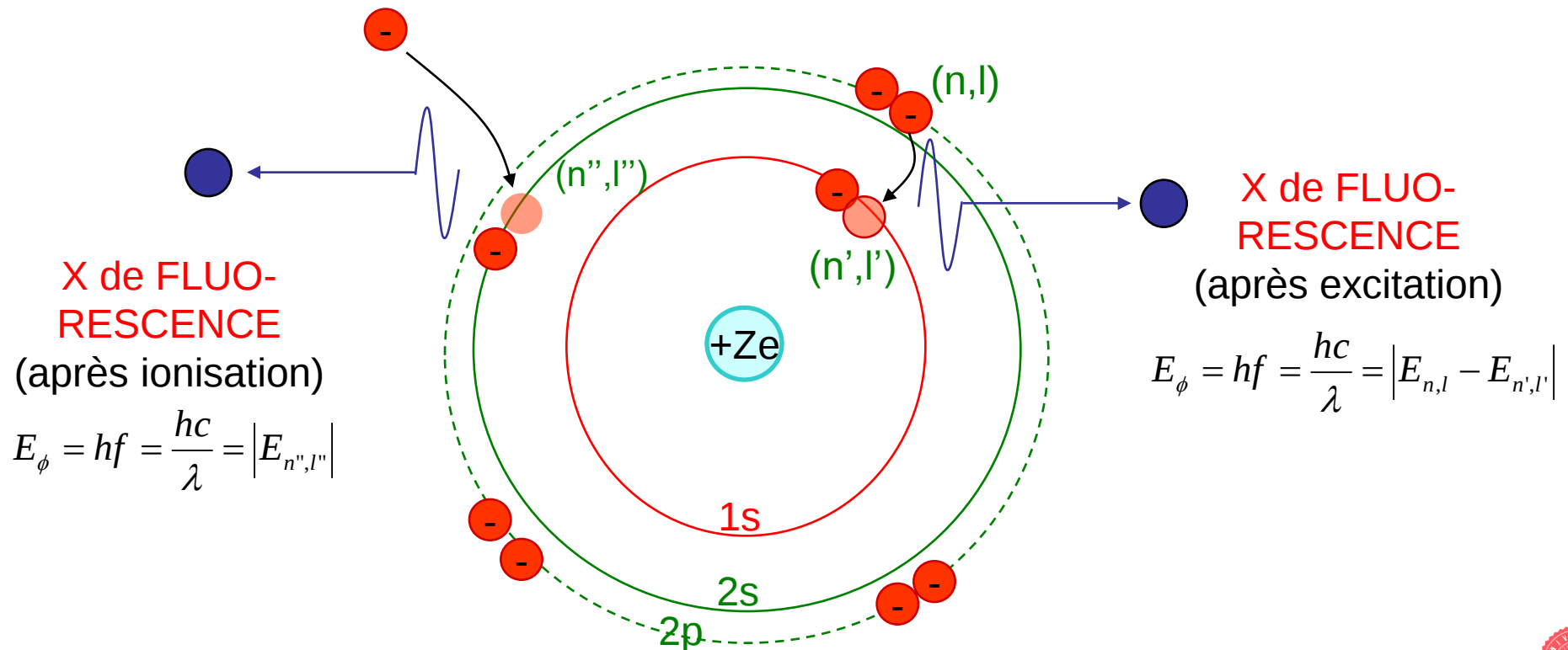
PRODUCTION DE RAYONS X (ED 4)

Éléments du programme traités lors de l'ED 4 :

- Dé-excitation d'électrons atomiques
 - Fluorescence, effet Auger, conversion interne
 - Spectres de raies associés à ces processus
 - Intérêt en spectroscopie
- Freinage d'électrons (bremsstrahlung)
 - Spectre continu du rayonnement de freinage
 - Raies de fluorescence surajoutées
 - Application en imagerie radiologique
 - Application en ostéodensitométrie

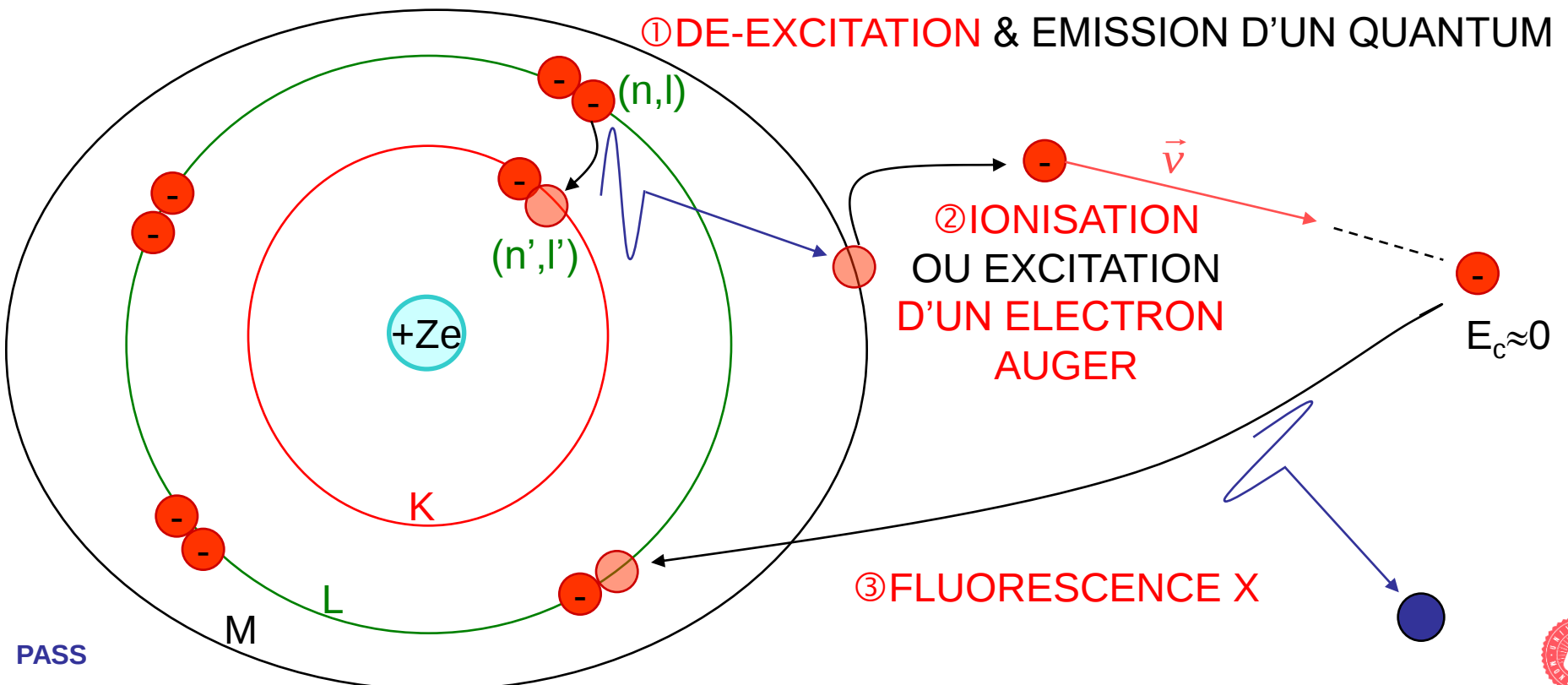
PASS

- Dé-excitation d'électrons atomiques
 - **Fluorescence**, effet Auger, conversion interne
- Freinage d'électrons (bremsstrahlung)



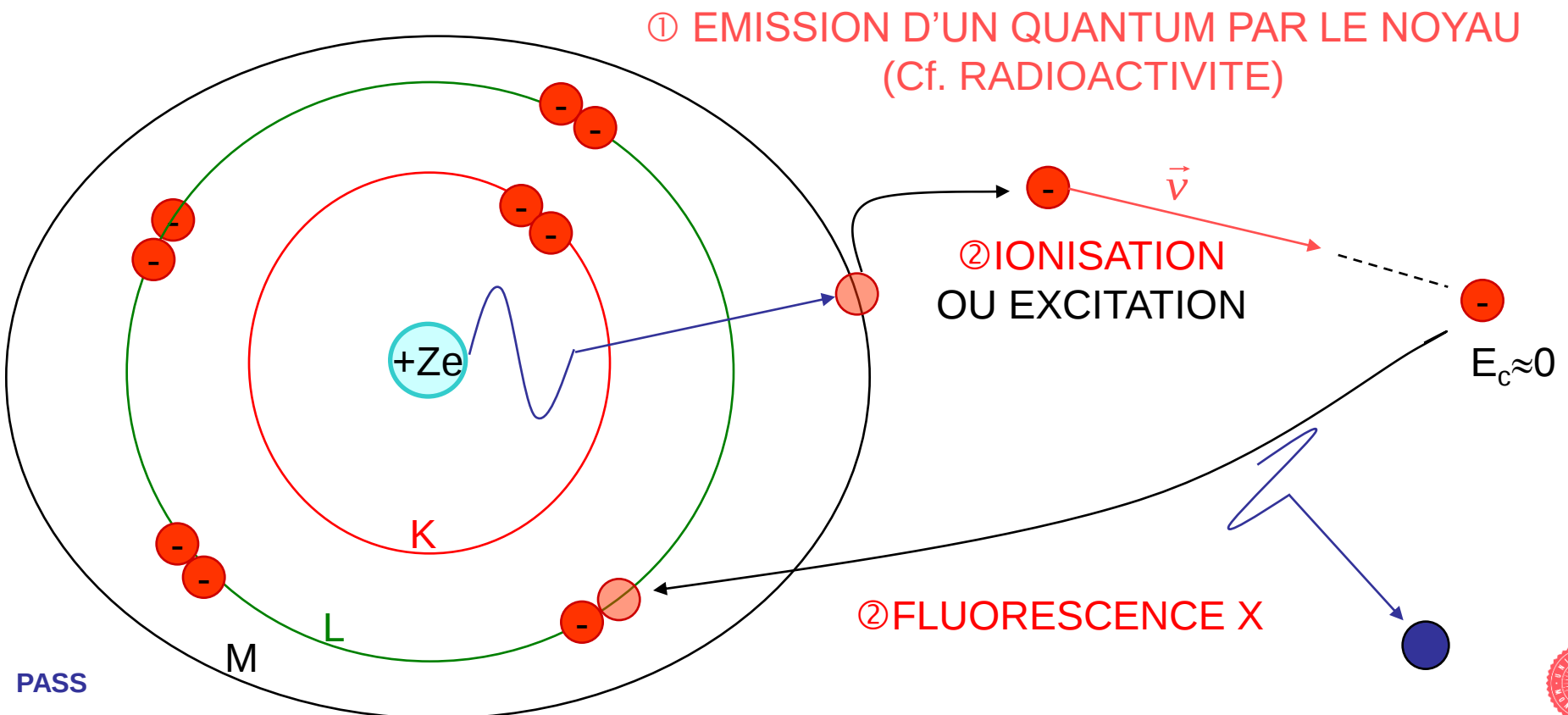
PASS

- Dé-excitation d'électrons atomiques
 - Fluorescence, **effet Auger**, conversion interne
- Freinage d'électrons (bremsstrahlung)



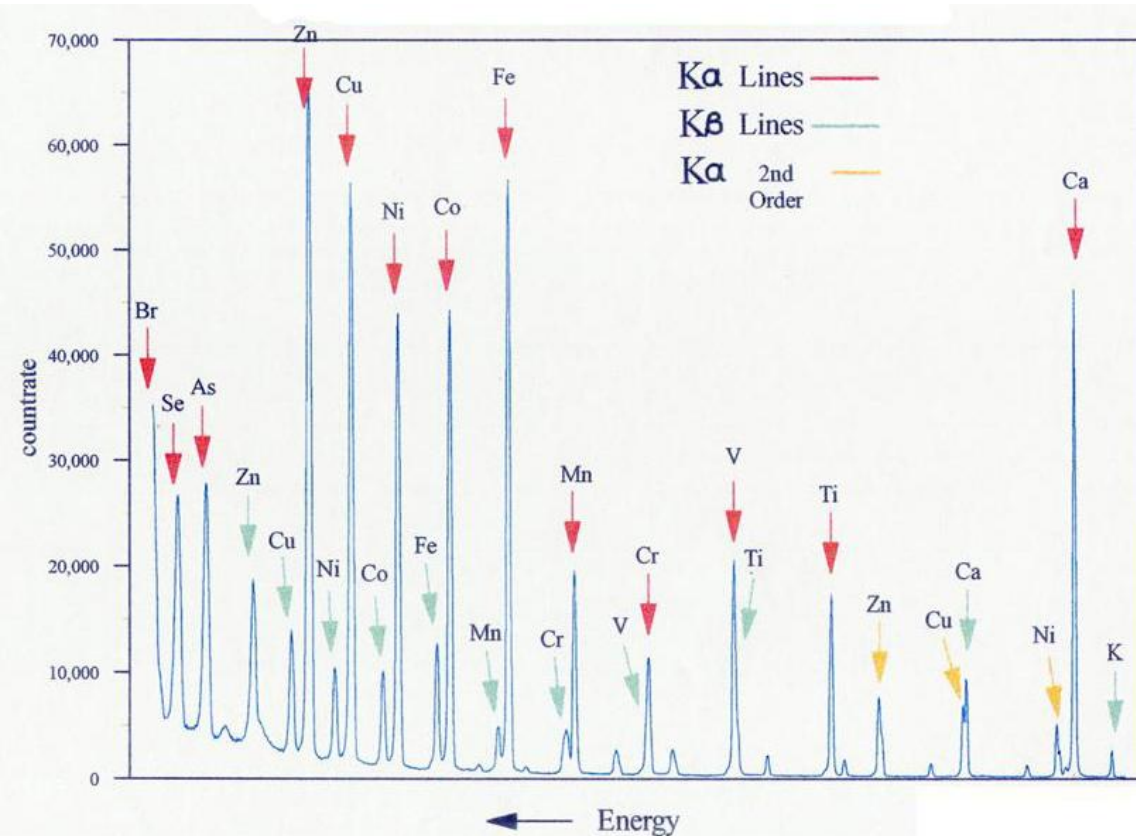
PASS

- Dé-excitation d'électrons atomiques
 - Fluorescence, effet Auger, **conversion interne**
- Freinage d'électrons (Bremsstrahlung)



PASS

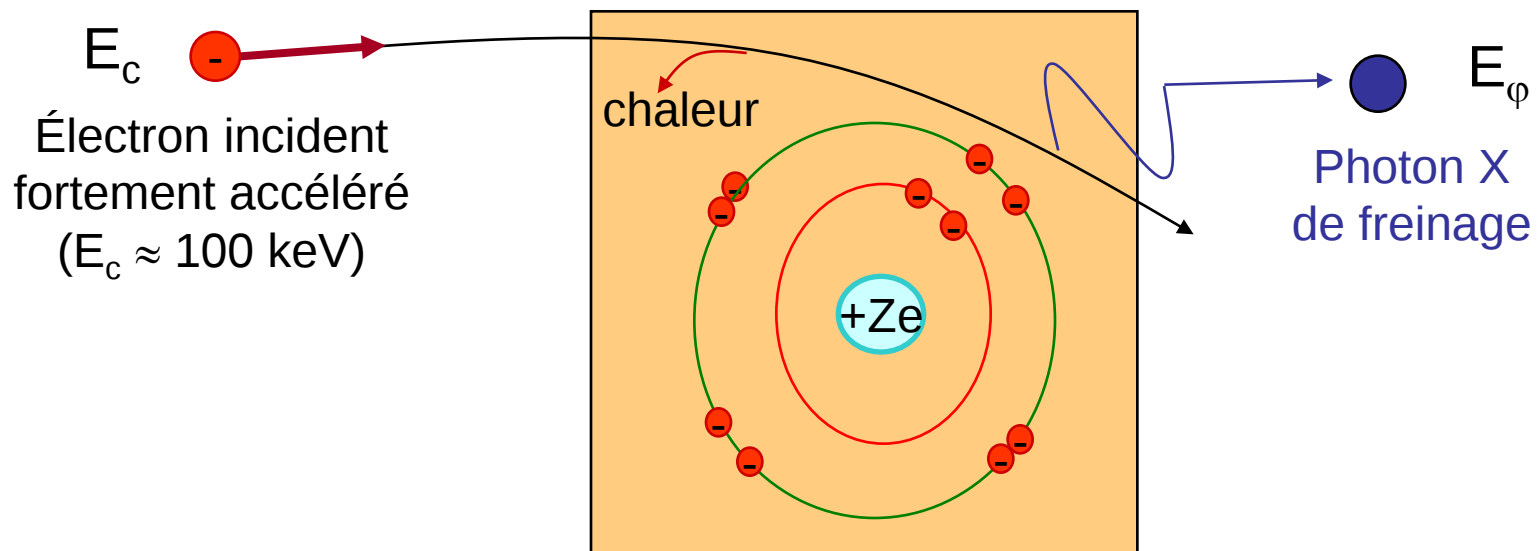
- Dé-excitation d'électrons atomiques
 - Fluorescence, effet Auger, **conversion interne**
- Freinage d'électrons (Bremsstrahlung)



Dans tous les cas donc, on observera un **spectre discret** de fluorescence permettant d'analyser la composition atomique massique d'un échantillon

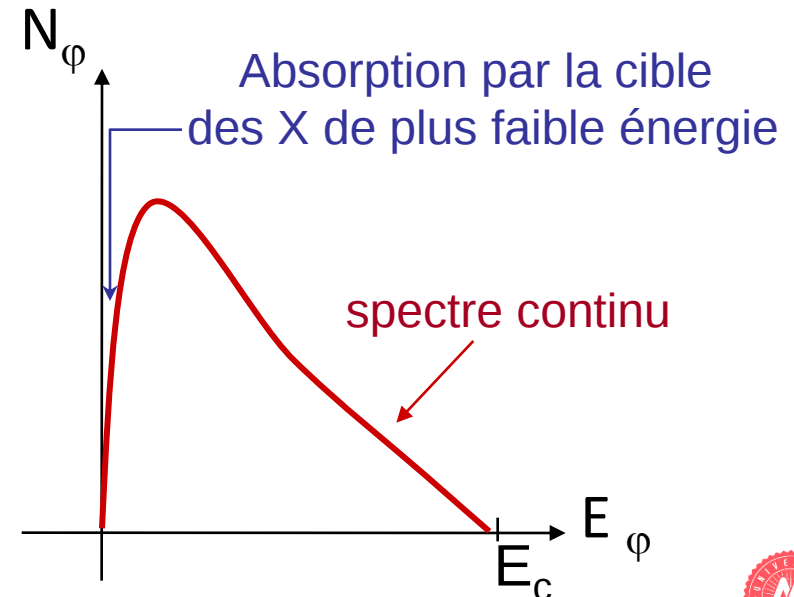
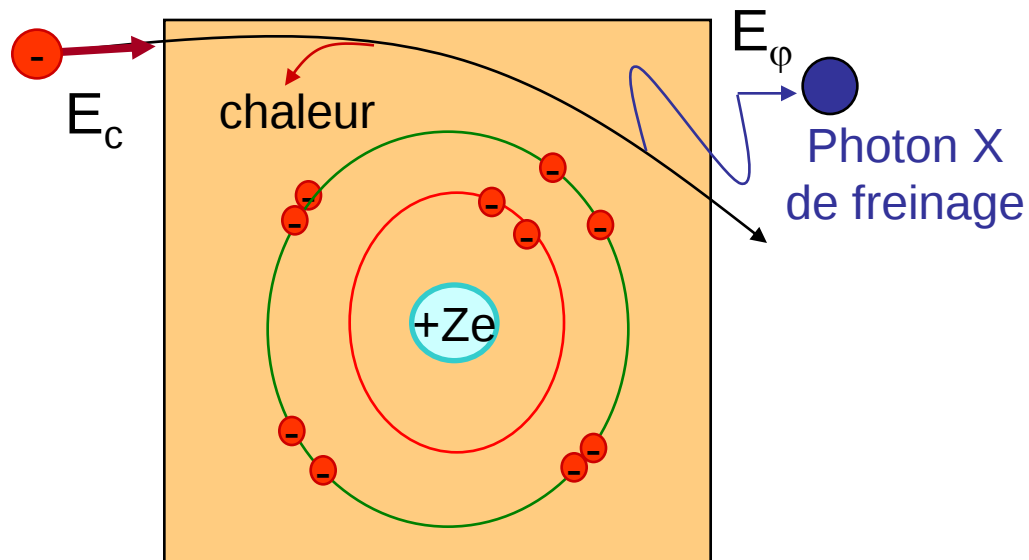
PASS

- Dé-excitation d'électrons atomiques
- Freinage d'électrons (bremsstrahlung)
 - Particule chargée décélérée par interaction électrostatique avec noyaux de la cible: émission d'un REM
 - Energie rayonnée $\propto a^2 \propto (Ze^2/mr^2)^2$ donc importante pour les e^-
 - La fraction de l' $E_c(e^-)$ rayonnée augmente avec $E_c(e^-)$ et Z^2 (le reste de l' $E_c(e^-)$ perdue l'est sous forme d'excitations et de chaleur)



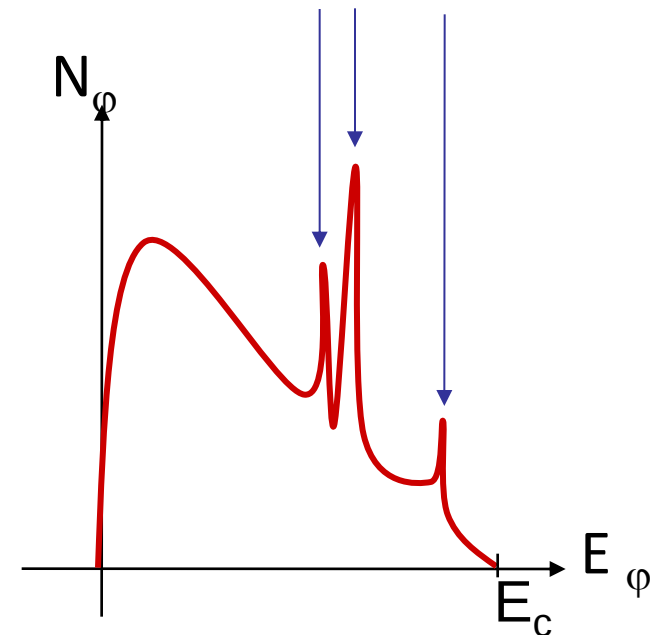
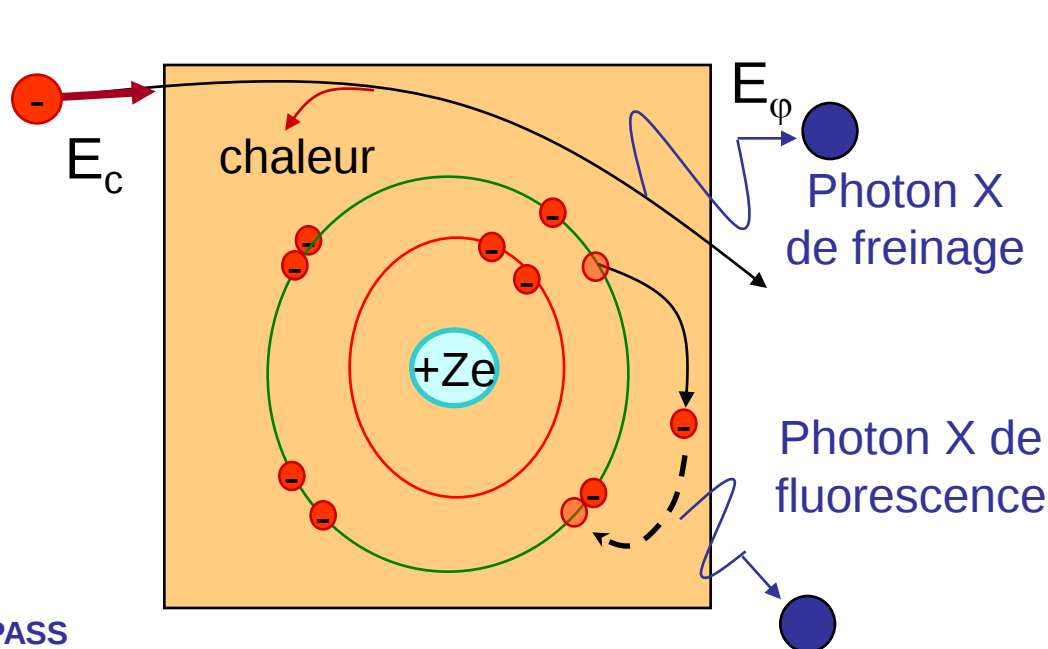
PASS

- Dé-excitation d'électrons atomiques
- Freinage d'électrons (bremsstrahlung)
 - L' $E_c(e^-)$ peut être intégralement fournie à un unique photon ($E_\phi = E_c$), ou fournie à plusieurs photons et perdue en partie sous forme de chaleur, d'où un **spectre continu** de rayonnement ($0 < E_\phi < E_c$)



PASS

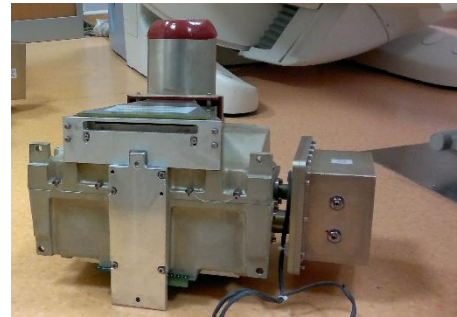
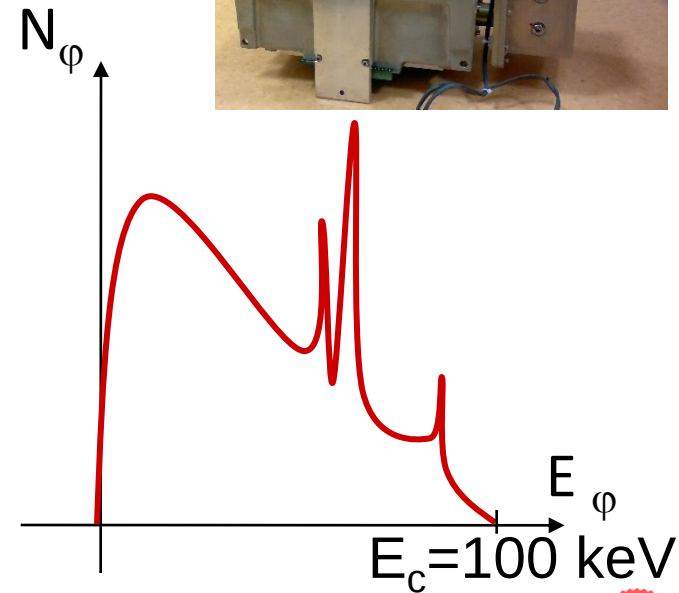
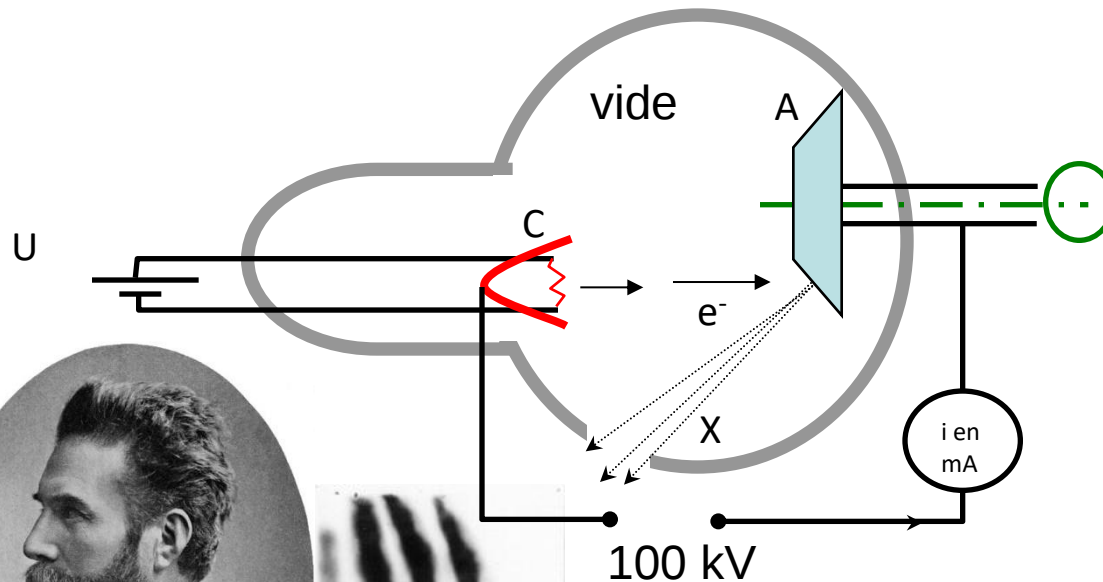
- Dé-excitation d'électrons atomiques
- Freinage d'électrons (bremsstrahlung)
 - L' $E_c(e^-)$ peut être intégralement fournie à un unique photon ($E_\phi = E_c$), ou fournie à plusieurs photons et perdue en partie sous forme de chaleur, d'où un spectre continu de rayonnement ($0 < E_\phi < E_c$)
 - Ionisations au sein de la cible $\Rightarrow$ **photons de fluorescence** en sus



PASS

TRAITE
EN ED 4

- Dé-excitation d'électrons atomiques
- Freinage d'électrons (bremsstrahlung)
 - Applications : Le tube à rayons X des appareils de radiologie et les ostéodensitomètres bi-photoniques (DEXA).



W Röntgen
1845-1923



22/12/1895



PASS

OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 5

Savoir définir et manipuler

- Les limites du modèle atomique de Rutherford
- Le modèle de Bohr-Sommerfeld
- Les énergies des électrons atomiques
- Energies d'ionisation, d'excitation, de fluorescence
- Les niveaux d'énergie des nucléons

- Un rayonnement ionisant ($E > 13,6 \text{ eV}$; $\lambda < 91 \text{ nm}$)
- L'énergie moyenne d'ionisation de l'eau (32 eV)
- L'intérêt et la dangerosité des rayons ionisants

- Les modes de production des rayons X (cf. ED 4)
- Les spectres associés & leurs utilisations (cf. ED 4)

PASS

- Transformation d'un noyau « père » X en un noyau « fils » Y : ${}^A_ZX \rightarrow {}^{A'}_{Z'}Y + \text{particules}$
- Si noyau instable : $Z \neq N=A-Z$ ou $Z \geq 84$
- À condition :
 - D'un bilan énergétique positif : $E_d \geq 0$
 - De la conservation de la charge, de l'impulsion...
- 50 isotopes radioactifs naturels (périodes longues)
- tous les isotopes artificiels sont radioactifs



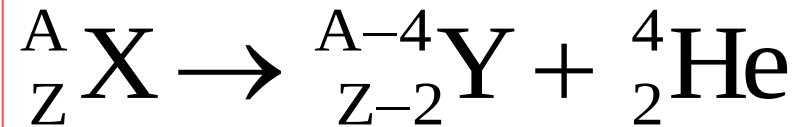
PASS

- Classement par interaction impliquée
 - **Interaction forte** : radioactivité alpha (α)
 - **Interaction faible** :
 - » radioactivité bêta (β)
 - » capture électronique
 - **Interaction EM** :
 - » radioactivité gamma (γ)
 - » conversion interne
 - » création de paires
- Loi de décroissance radioactive



PASS

- Emission d'un noyau d'hélium :



- Energie disponible :

$$E_d = M(\text{X}).c^2 - [M(\text{Y}) + M(\alpha)].c^2$$

$$E_d = [M(\text{X}) - M(\text{Y}) - M(\alpha)].c^2$$

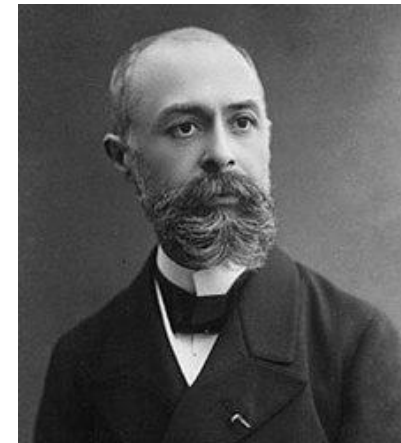
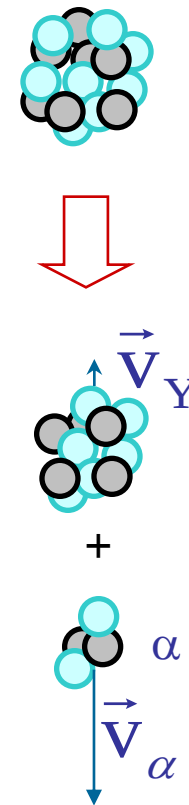
$$E_d = [\mathcal{M}(\text{X}) - Z.m_{e^-} - \mathcal{M}(\text{Y}) + (Z-2).m_{e^-} - \mathcal{M}(\alpha) + 2.m_{e^-}].c^2$$

$$E_d = \mathcal{M}(\text{X}).c^2 - [\mathcal{M}(\text{Y}) + \mathcal{M}(\alpha)].c^2$$

avec $\mathcal{M}({}^A_Z\text{X}) = M({}^A_Z\text{X}) + Z.m_{e^-}$: masse atomique

et $M({}^A_Z\text{X})$ masse nucléaire

- $E_d \geq 0 \Rightarrow A > 150$: concerne les isotopes lourds



Henri Becquerel

1852-1908

« Rayons uraniques »

en 1896

puis en 1898

E Rutherford (α, β)

PASS

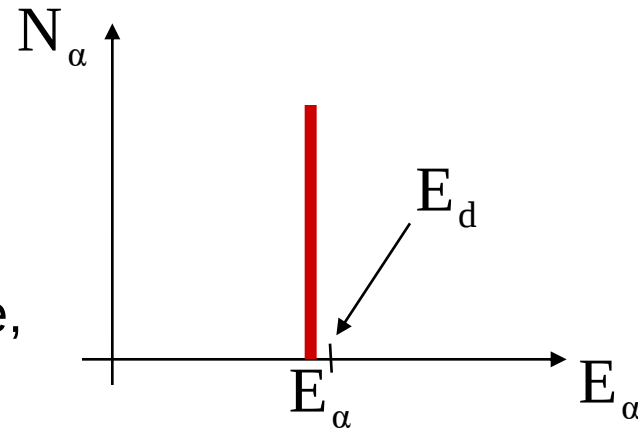
- **Spectre de raie unique** (approximation) :

$$m_{\alpha} v_{\alpha} = m_Y v_Y \Rightarrow (m_{\alpha} v_{\alpha})^2 = (m_Y v_Y)^2 \Rightarrow E_Y = \frac{m_{\alpha}}{m_Y} E_{\alpha}$$

$$E_d = E_Y + E_{\alpha} = E_{\alpha} \cdot \left(1 + \frac{m_{\alpha}}{m_Y} \right)$$

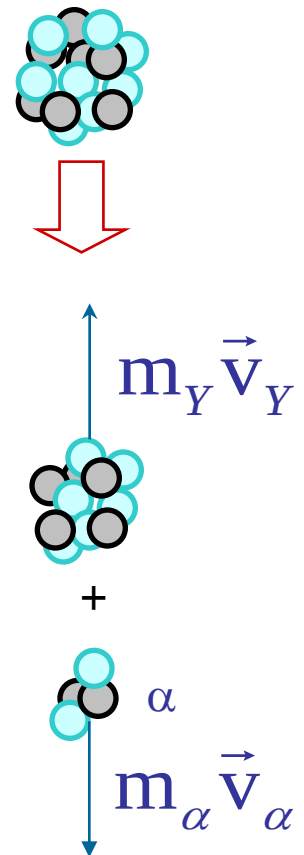
$$\text{donc : } E_{\alpha} = \frac{m_Y}{m_Y + m_{\alpha}} E_d$$

Énergie des α unique, précise,
 et de peu inférieure à E_d



- Ordre de grandeur : $E_{\alpha} \approx 4-9$ MeV, ionisant
- Applications : **radiothérapie** superficielle & métabolique

Radium 223 (métas de prostate)



PASS

- Transformations **isobariques** : même A

$Z > N = A - Z \Rightarrow \text{proton} \rightarrow \text{neutron}$

$Z < N = A - Z \Rightarrow \text{neutron} \rightarrow \text{proton}$

- 3 types de radioactivité isobarique :
 - radioactivité **bêta moins**
 - radioactivité **bêta plus**
 - **capture électronique**

PASS

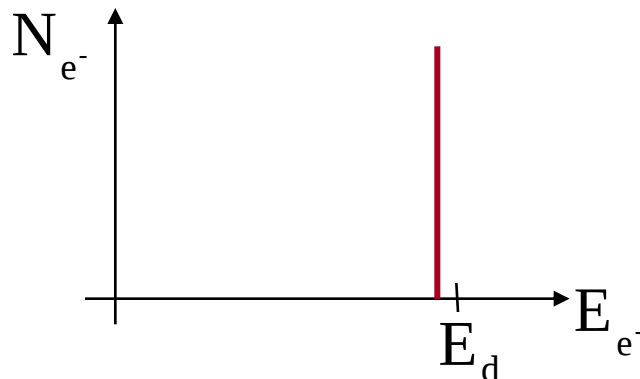
- Chadwick 1914 : émission d'électrons par des noyaux riches en neutrons



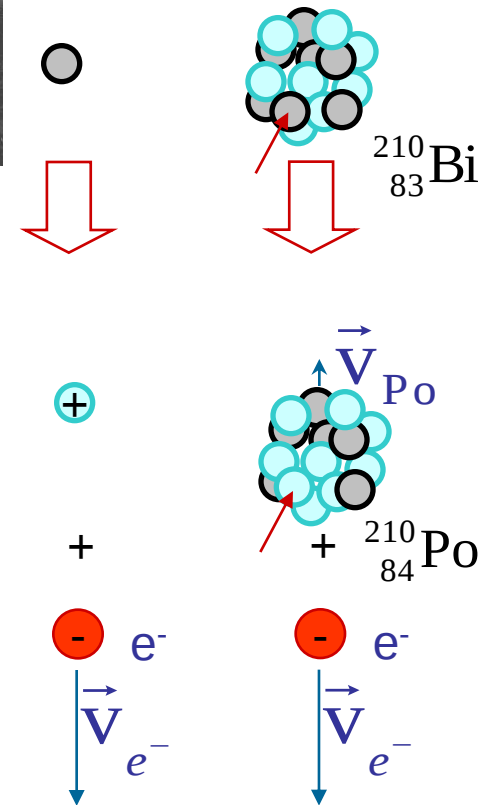
J Chadwick
1891-1974

- Energie disponible :

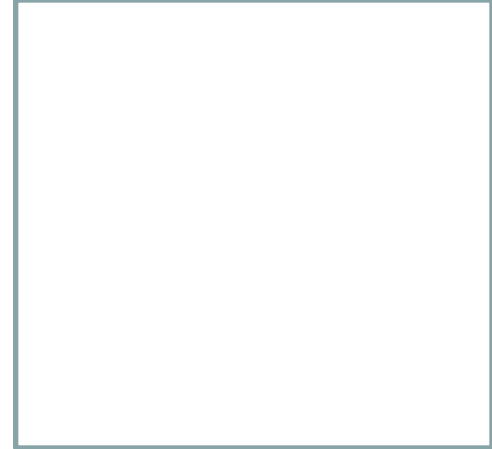
$$E_d = M(X).c^2 - [M(Y) + M(e^-)].c^2 = \mathcal{M}(X).c^2 - \mathcal{M}(Y).c^2$$



Spectre de raies ?

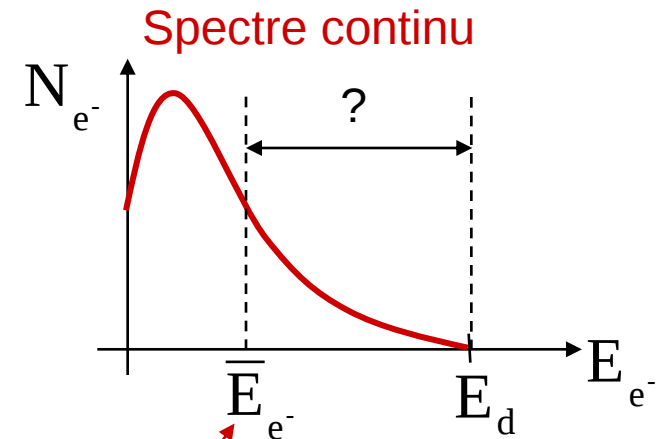
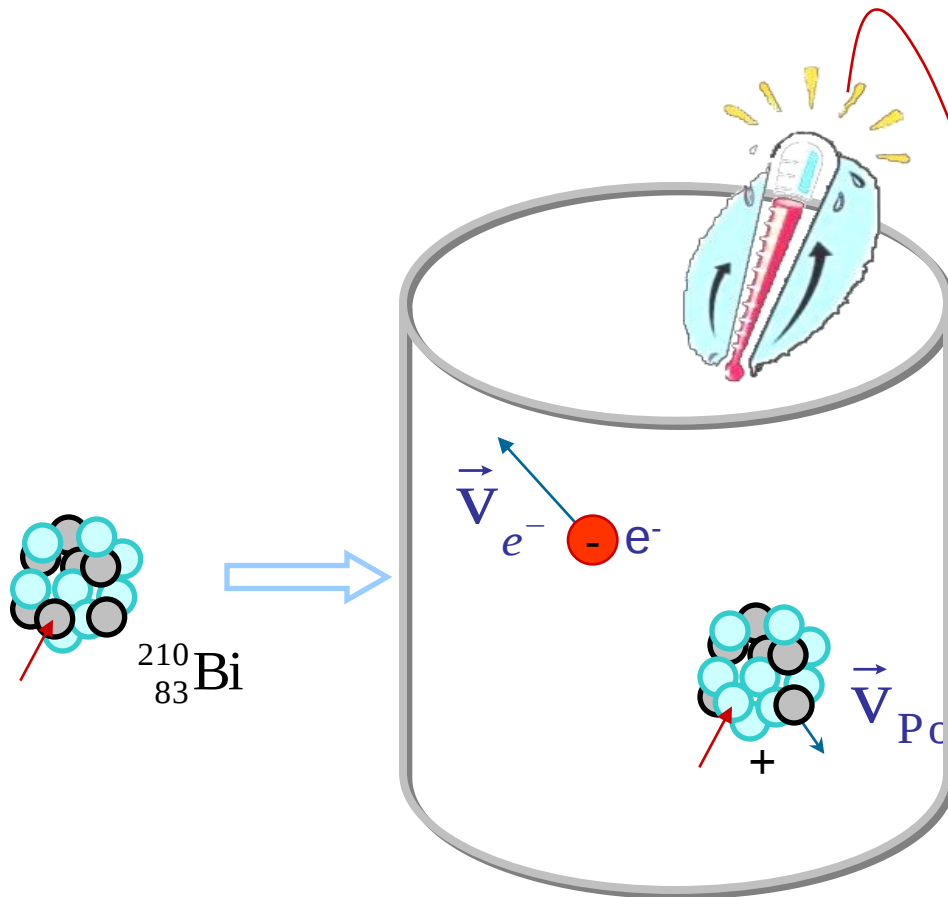


WOOCLAP 10



- Où est perdue l'énergie ?

Ralentissement variable des e^- (1922, Meitner) ?



1925, Ellis et Wooster : calorimétrie

PASS

ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

RADIOACTIVITE BETA MOINS

Lettre ouverte au groupe de personnes radioactives à la réunion du Gauverein à Tübingen.
Zürich, 4 décembre 1930. Institut de physique de l'ETH Gloriastrasse Zürich.

Chères dames et messieurs radioactifs,

Comme le porteur de ces lignes, que je vous demande gracieusement d'écouter, vous l'expliquera plus en détail, à cause des statistiques "erronées" des noyaux N- et Li-6 et du spectre bêta continu, j'ai trouvé un remède désespéré pour sauver le "théorème d'échange" des statistiques et la loi de conservation de l'énergie. Il s'agit de la possibilité qu'il existe dans les noyaux des particules électriquement neutres, que j'appellerai neutrinos, de spin $1/2$, qui obéissent au principe d'exclusion et qui diffèrent des quanta de lumière en ce qu'ils ne se déplacent pas à la vitesse de la lumière. La masse des neutrinos devrait être du même ordre de grandeur que celle de l'électron et, en tout état de cause, ne devrait pas être supérieure à 0,01 masse de proton. - Le spectre bêta continu aurait alors un sens si l'on suppose que dans la désintégration bêta, en plus de l'électron, un neutrino est émis de telle sorte que la somme des énergies du neutrino et de l'électron soit constante. Maintenant, il s'agit aussi de savoir quelles forces agissent sur les neutrinos. Pour moi, le modèle le plus probable pour le neutrino semble être, pour des raisons de mécanique ondulatoire (le porteur de ces lignes en sait plus), que le neutrino au repos est un dipôle magnétique avec un certain moment μ . Les expériences semblent exiger que l'effet ionisant d'un tel neutrino ne puisse pas être plus grand que celui d'un rayon gamma, et alors μ n'est probablement pas autorisé à être plus grand que $e \cdot (10^{-13} \text{ cm})$. Mais jusqu'à présent, je n'ai pas osé publier quoi que ce soit à propos de cette idée, et je me tourne d'abord vers vous, chers radioactifs, pour vous demander s'il est probable de trouver des preuves expérimentales de l'existence d'un tel neutrino s'il a la même capacité, ou peut-être une capacité dix fois plus grande, de traverser [la matière] qu'un rayon gamma. J'admets que mon remède peut sembler presque improbable car on aurait probablement vu ces neutrinos, s'ils existent, depuis longtemps. Mais qui ne risque rien n'a rien, et la gravité de la situation, due à la structure continue du spectre bêta, est éclairée par une remarque de mon honorable prédécesseur, M. Debye, qui me disait récemment à Bruxelles : "Oh, il vaut mieux ne pas y penser du tout, comme à de nouveaux impôts". Il faut donc discuter sérieusement de chaque moyen de sauvetage. Ainsi, chers radioactifs, examinez et jugez. - Malheureusement, je ne peux pas me présenter personnellement à Tübingen, car je suis indispensable ici à Zurich pour un bal dans la nuit du 6 au 7 décembre. Avec mes meilleures salutations à vous, et aussi à Monsieur Beck, votre humble serviteur.

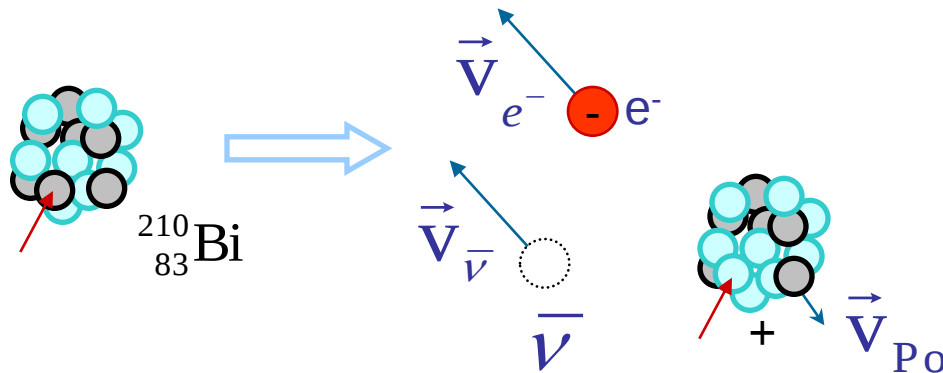
signé W. Pauli



PASS

- Où est perdue l'énergie ?

1931, Pauli: émission d'une particule non détectée ?



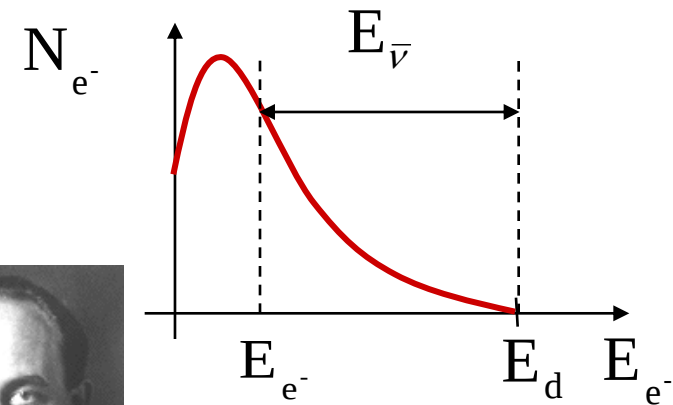
- Anti-**neutrino** : $\bar{\nu}_e = \bar{\nu}$
 - Interaction/matière ≈ 0
 - charge nulle, $v \approx c$
 - $0 < m < 0,45 \text{ eV}$
 - observés en 1956



W. PAULI
1900-1958



E. FERMI
1901-1954

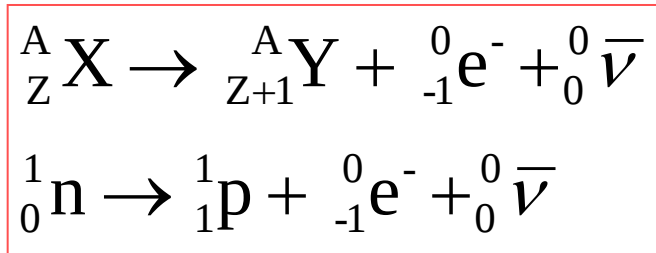


Spectre continu
(pour l' e^- et le $\bar{\nu}$)

PASS

RADIOACTIVITE BETA MOINS

- Emission d'un **électron** et d'un $\bar{\nu}$:

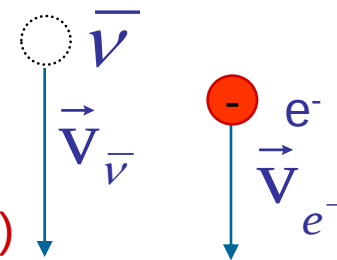
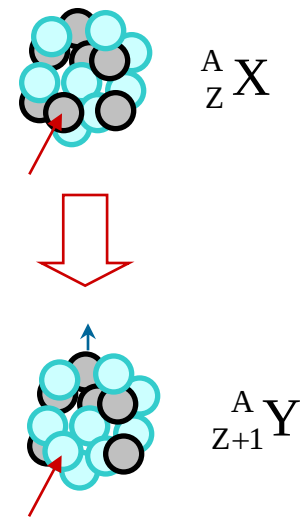
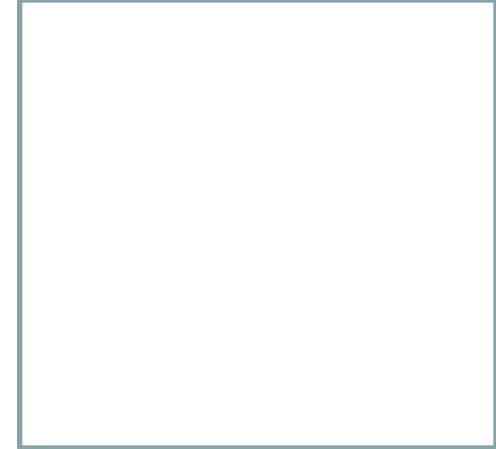


- Energie disponible :

$$E_d = M(X).c^2 - [M(Y) + M(e^-)].c^2$$

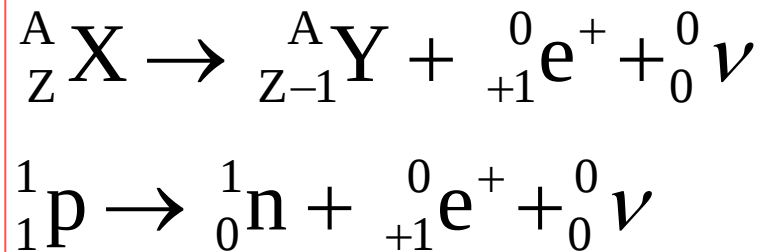
$$E_d = \mathcal{M}(X).c^2 - \mathcal{M}(Y).c^2 = E_{e^-} + E_{\bar{\nu}}$$

- Spectre **continu** pour l'électron, ionisant
- Applications : **Radiothérapie métabolique par l'e⁻**
 - Synoviorthèses isotopiques (${}^{169}_{68}\text{Er}$, ${}^{186}_{75}\text{Re}$, ${}^{90}_{39}\text{Y}$)
 - Traitement antalgique des métastases osseuses (${}^{153}_{62}\text{Sm}$, ${}^{89}_{38}\text{Sr}$)
 - Hyperthyroïdies et cancers thyroïdiens (${}^{131}_{53}\text{I}$),
 - cancers du foie (${}^{90}_{39}\text{Y}$), de la prostate et neuroendocrines (${}^{177}_{71}\text{Lu}$)



PASS

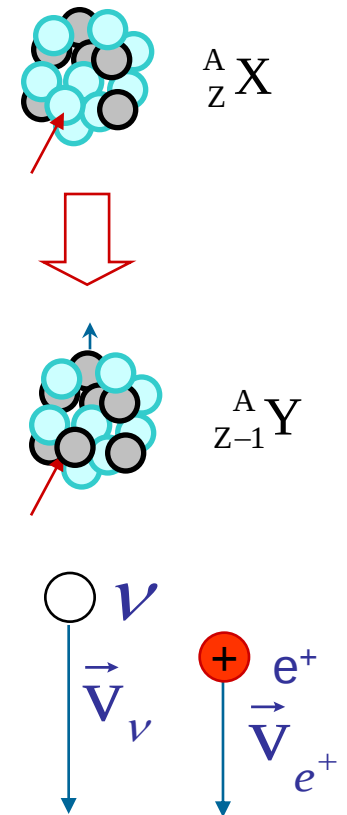
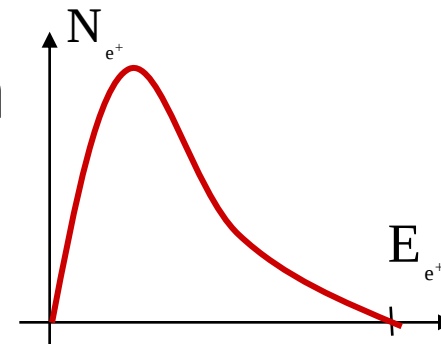
- Emission d'un **positon** et d'un **neutrino** par un noyau riche en protons :



- Energie disponible :

$$E_d = [M(X) - M(Y) - m_e]c^2 = [\mathcal{M}(X) - \mathcal{M}(Y) - 2m_e]c^2$$

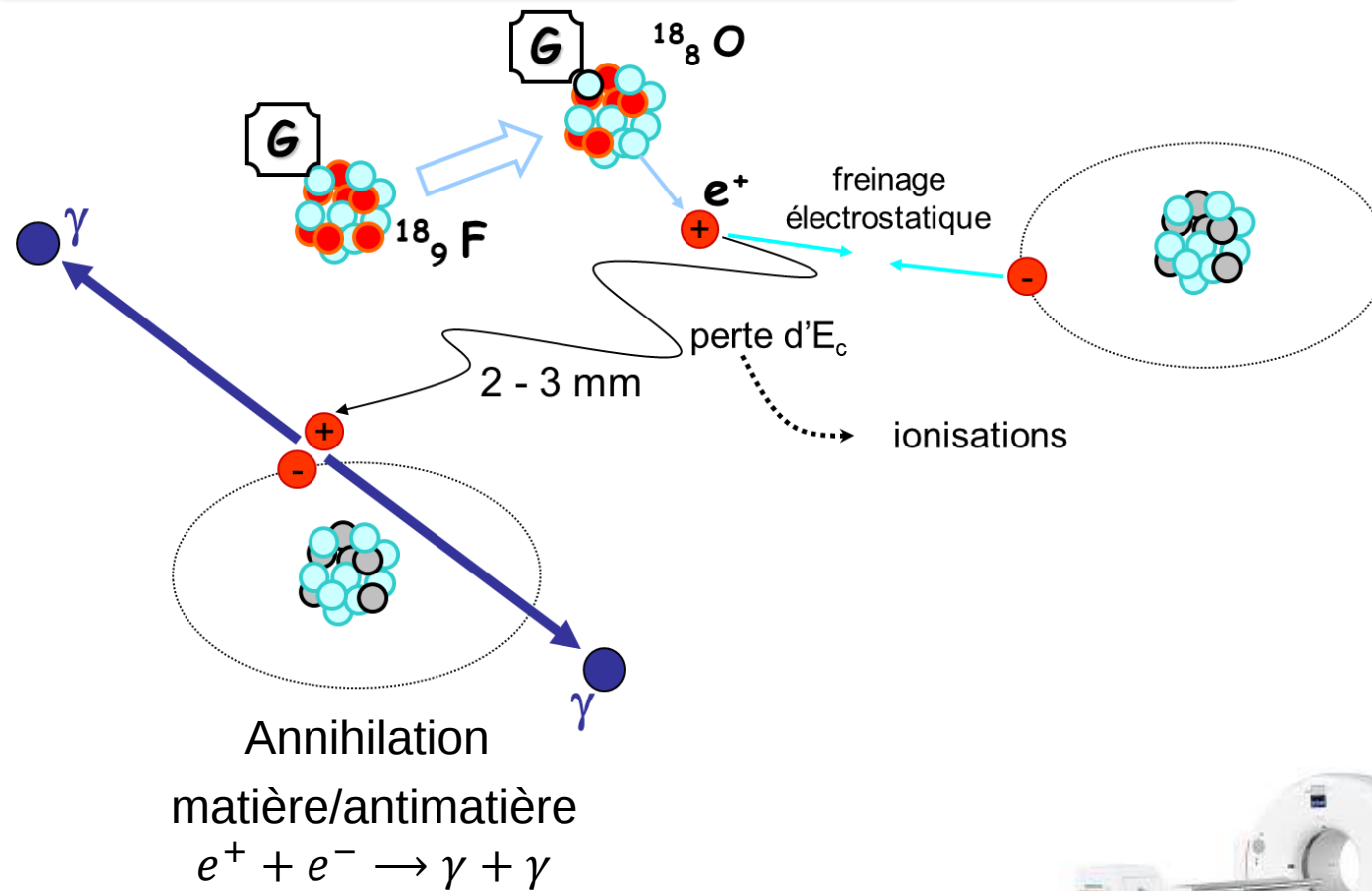
- Spectre **continu** du positon



PASS

ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA

RADIOACTIVITE BETA PLUS



Émission de 2 **PHOTONS** partant à 180°
d'énergie $E = 511 \text{ keV} = m_e c^2$



Tomographie par Emission de Positons

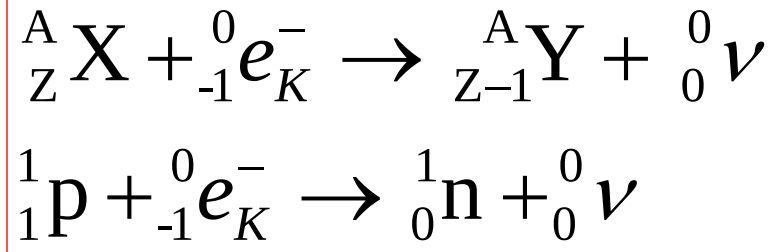
TEP = Scintigraphie en coïncidence



PASS

CAPTURE ELECTRONIQUE

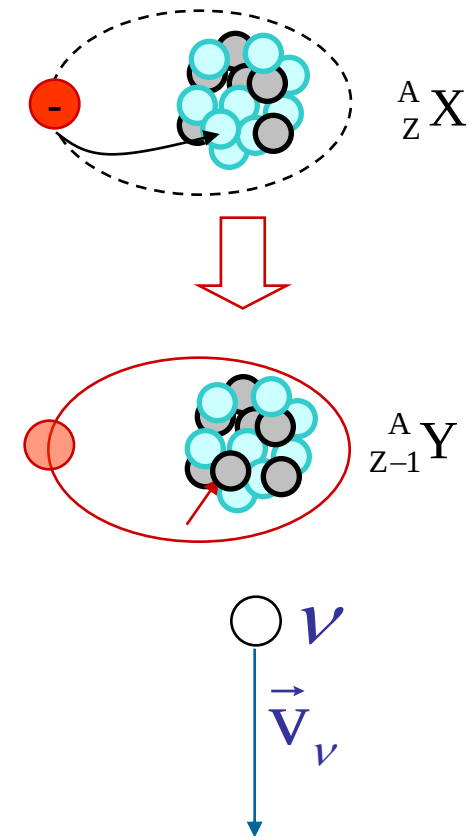
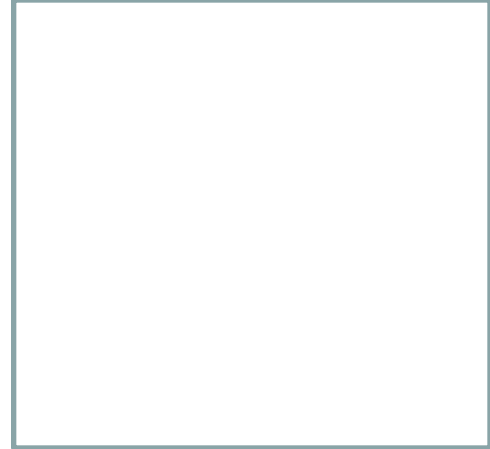
- Capture d'un électron atomique K par un noyau riche en protons :
 - En compétition avec β^+



- Energie disponible :

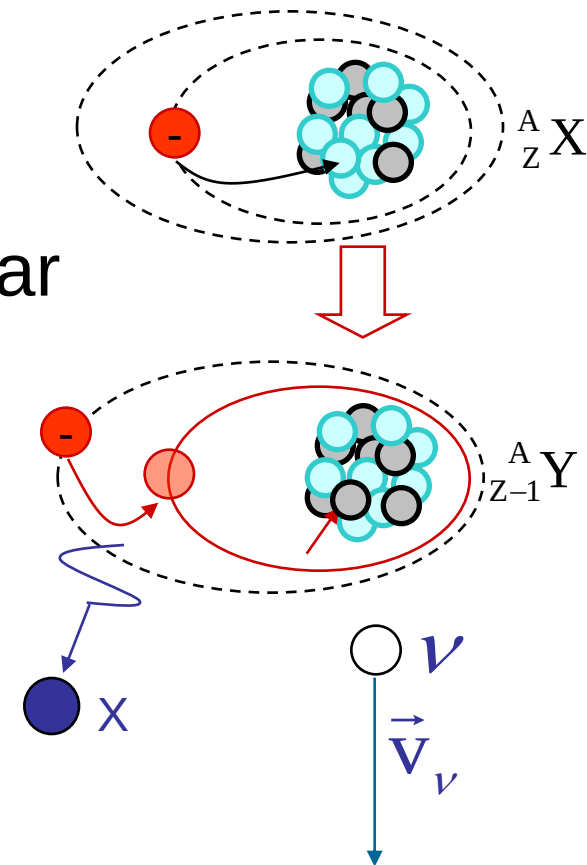
$$E_d = [M(X) + m_e - M(Y)]c^2 - E_K^i$$

$$E_d = [\mathcal{M}(X) - \mathcal{M}(Y)]c^2 - E_K^i$$



PASS

- Il s'ensuit l'émission de photons X de fluorescence caractéristiques de l'atome fils Y
- Application : dosage de protéines par Radio-Immuno-Array (RIA) via un comptage X
 - Application : comptage à 35 keV pour de l' ^{125}I fixée sur la molécule à doser.



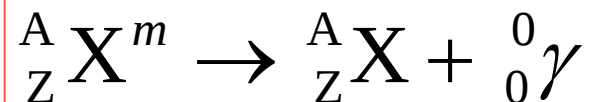
PASS

RADIOACTIVITE PAR INTERACTION EM

Il en existe 3 modes :

- Radioactivité gamma (γ)
- Conversion interne et création de paires

- RA γ = émission d'un **photon** :



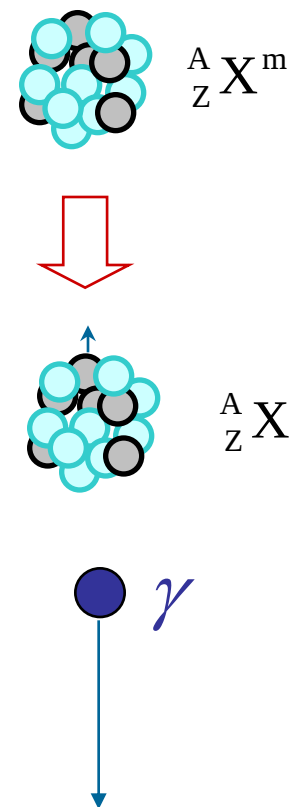
- Energie disponible :

$$E_d \approx E_\gamma = hf = \frac{hc}{\lambda} = [M({}^A_Z X^m) - M({}^A_Z X)]c^2$$

- Spectre **de raies**

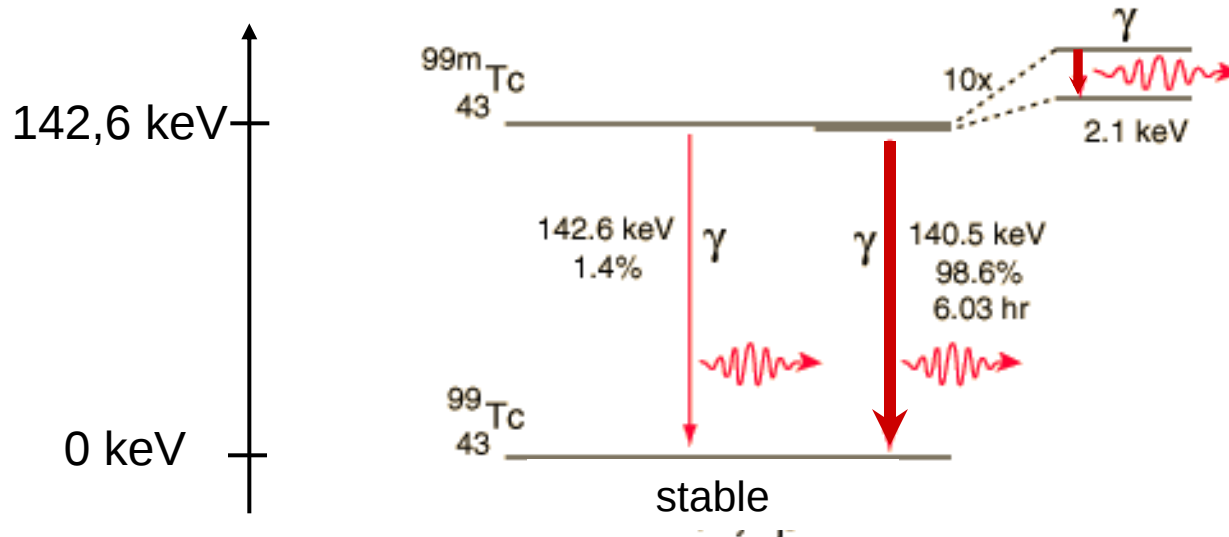
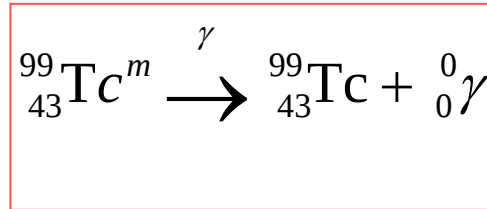


Paul VILLARD, 1900



PASS

- Applications : le technétium 99m



Scintigraphie
 d'émission
 mono-
 photonique :

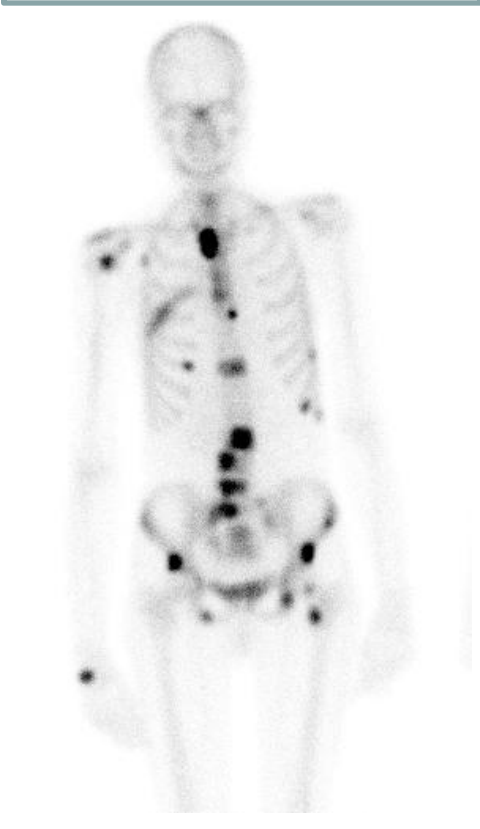
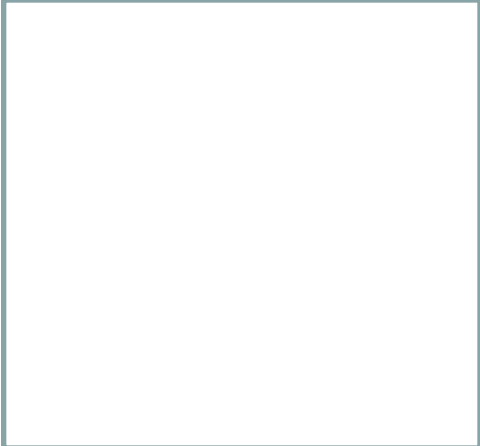
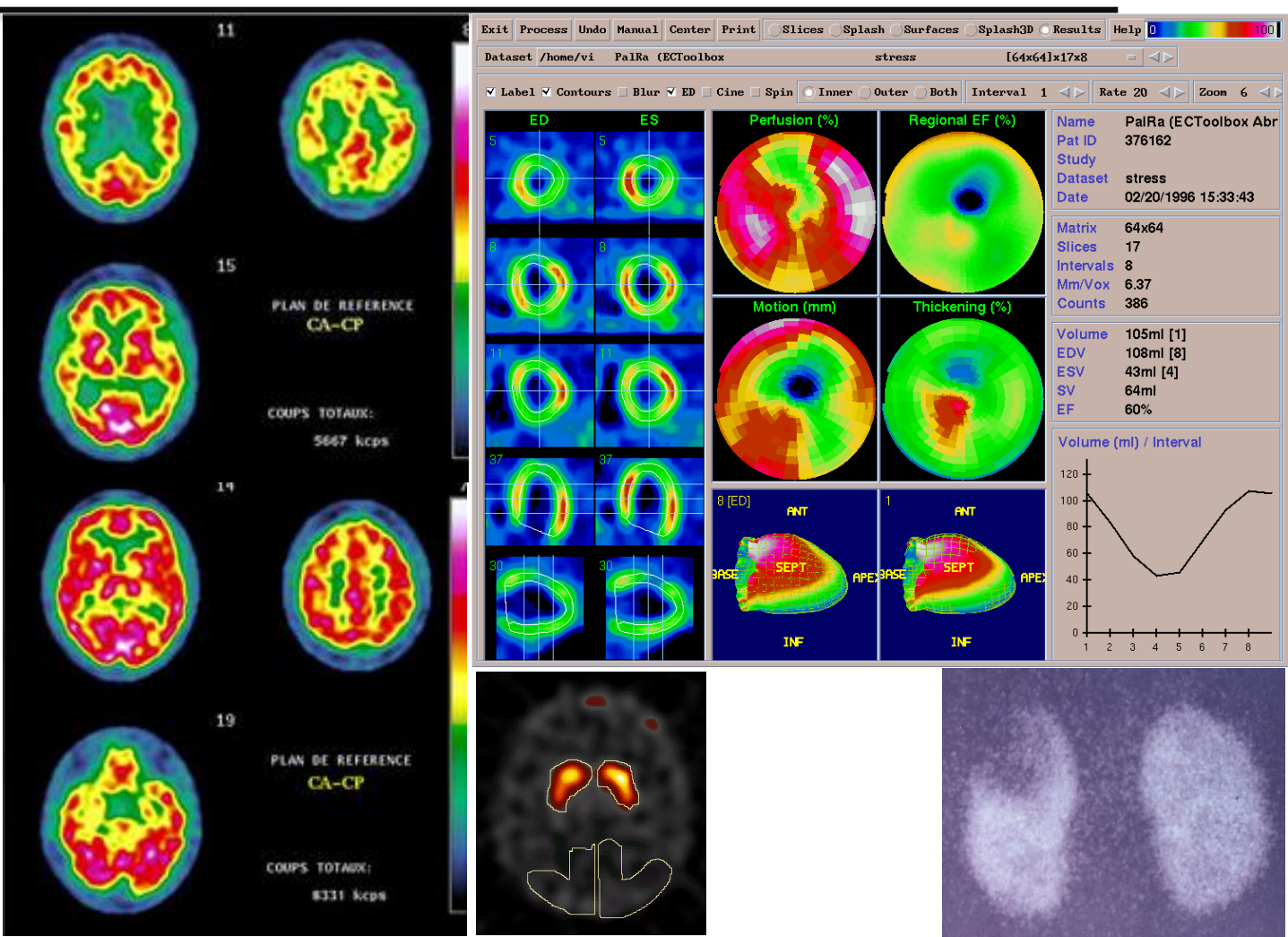
Single
 Photon
 Emission
 Computed
 Tomography

- D'autres isotopes sont utilisés (${}^{123}\text{I}$, ${}^{131}\text{I}$, ${}^{81}\text{Kr}$, ${}^{111}\text{In}$, ${}^{201}\text{Tl}$...)

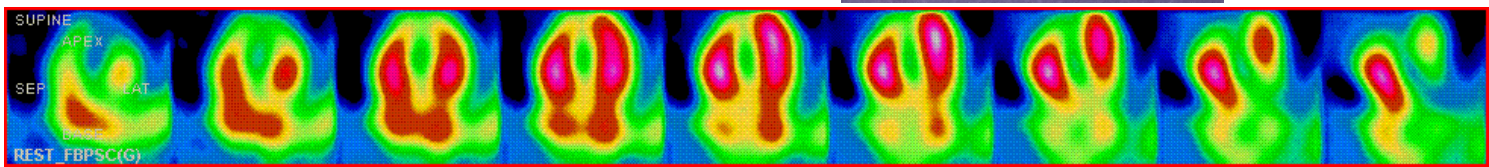


PASS

ONDES SON OEM PROPAGATION(VISION) DUALITE ATOME X RA RADIOACTIVITE GAMMA (SPECT)

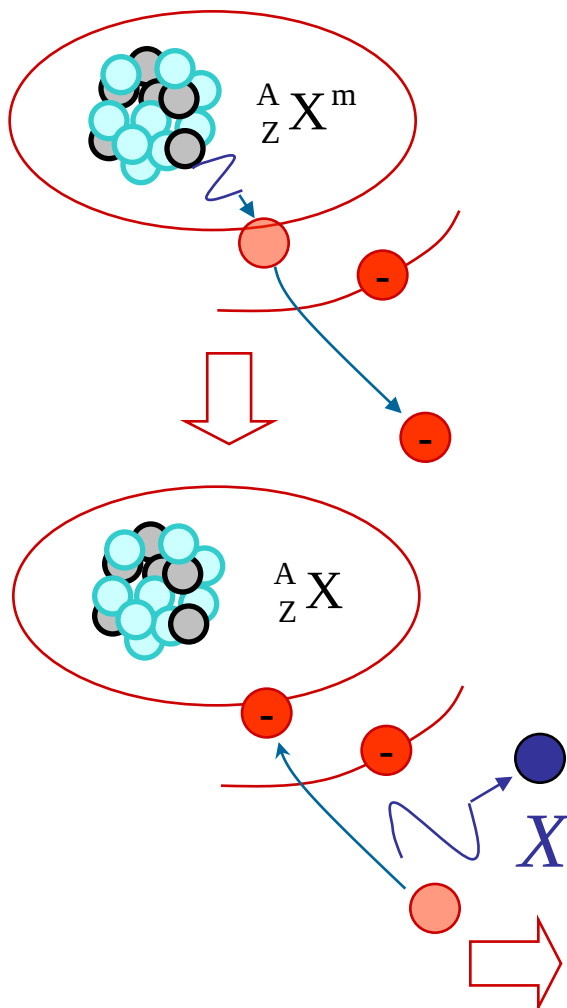


PASS

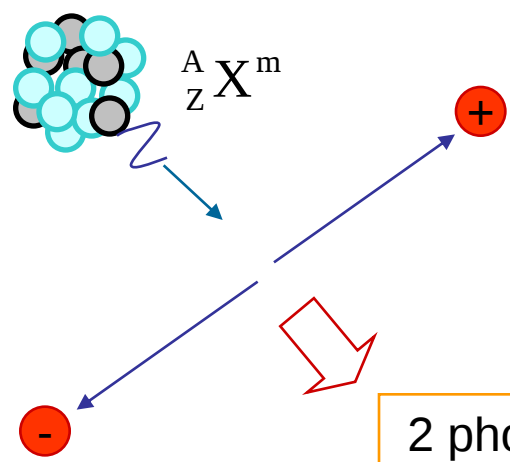


PASS

- Conversion interne



Création de paires Si $E_d > 1,02 \text{ MeV}$

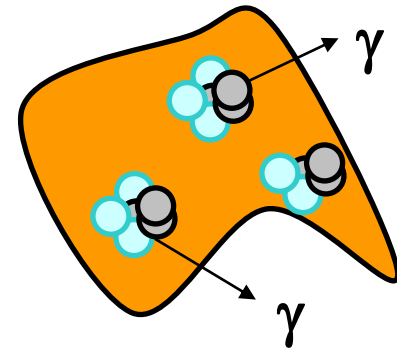


2 photons γ de 511 keV
(annihilation du e^+)
+
fluorescence X du fait
des ionisations de l' e^-
et du e^+

spectre de raies de
fluorescence X

PASS

- **N** = Nombre de noyaux radioactifs
 λ = proba. qu'un isotope se désintègre/sec
 $\lambda = (-dN/N)/dt$, soit en moyenne $\bar{C} = -\Delta N = \lambda.N.\Delta t$
- **$P(C_{\Delta t}=n)$** : probabilité de mesurer $n \neq \bar{C}$ photons issus de désintégrations dans un intervalle de temps Δt
- Le phénomène de désintégration est aléatoire
 - **sans mémoire** : désintégrations indépendantes
 - **stationnaire** : proba(désintégration entre t et $t+\Delta t$) ne dépend que de Δt , et pas de t .
 - **rare** $\lambda \ll 1$



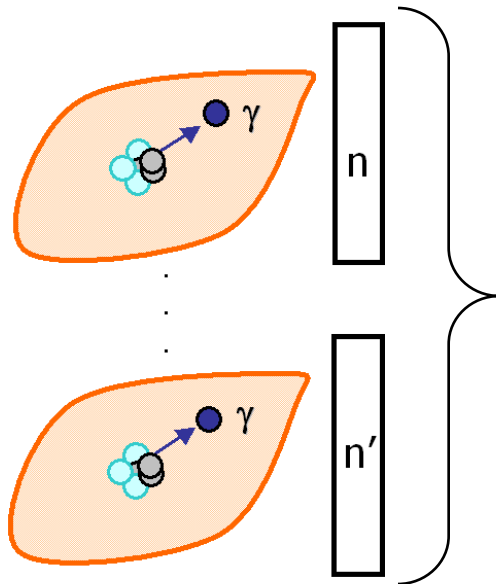
$\bar{C}$ photons γ

PASS

- Processus **sans mémoire, stationnaire, rare**



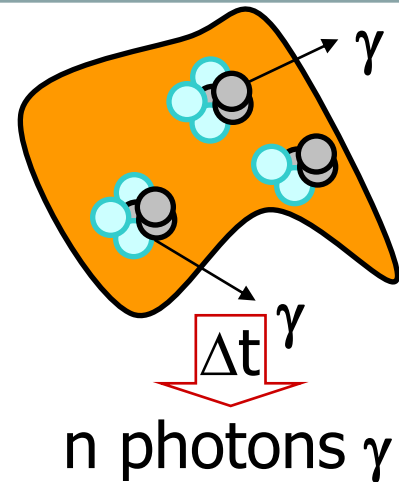
Processus **POISSONNIEN** (1711,1837)



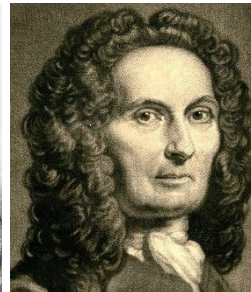
$\bar{C} = \lambda \cdot N \cdot \Delta t$
comptage moyen sur un grand
nombre d'expériences identiques

$$P(C_{\Delta t} = n) = e^{-\bar{C}} \frac{(\bar{C})^n}{n!}$$

$$P(C_{\Delta t} = n) = e^{-\lambda N \Delta t} \frac{(\lambda N \Delta t)^n}{n!}$$



S.D. POISSON
1781-1840



A de Moivre
1667-1754

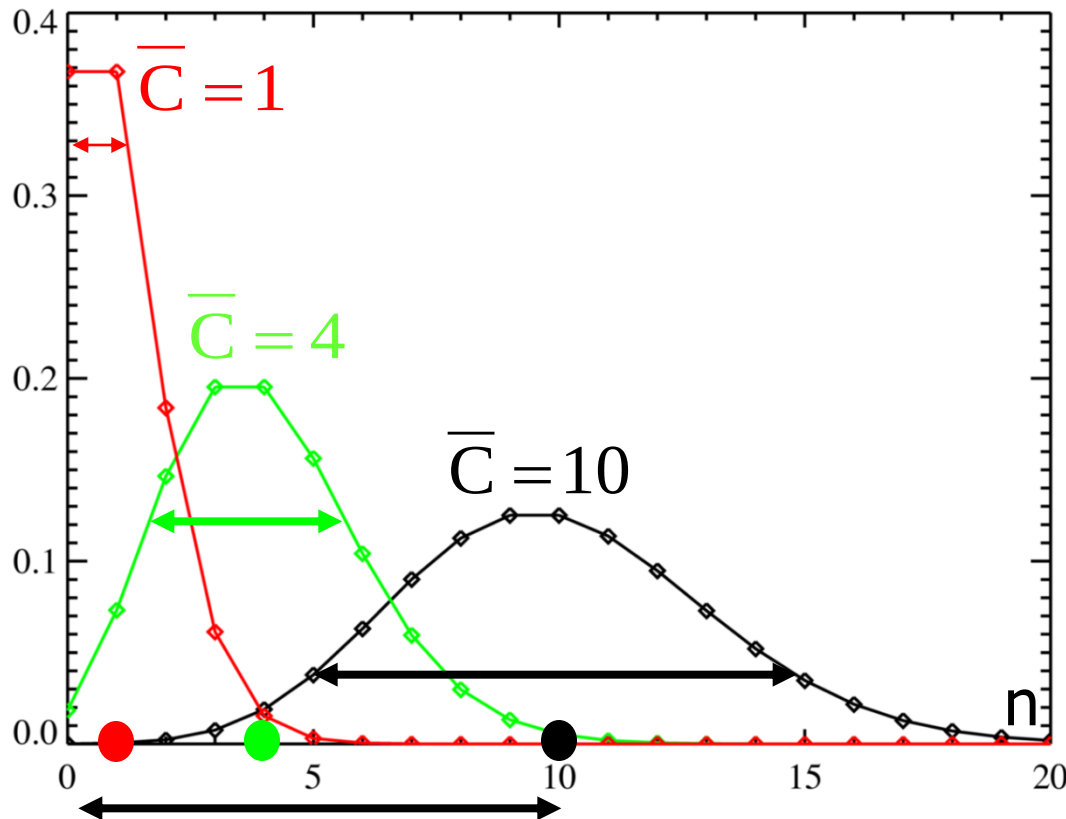
PASS

- Processus **sans mémoire**, stationnaire, rare



Processus **POISSONNIEN**

$P(C_{\Delta t}=n)$



Propriété essentielle
d'une statistique de Poisson :

$$\bar{C} = \lambda N \Delta t = \sigma^2$$

$$\Rightarrow \frac{S}{B} = \frac{\bar{C}}{\sigma} = \frac{\bar{C}}{\sqrt{\bar{C}}}$$

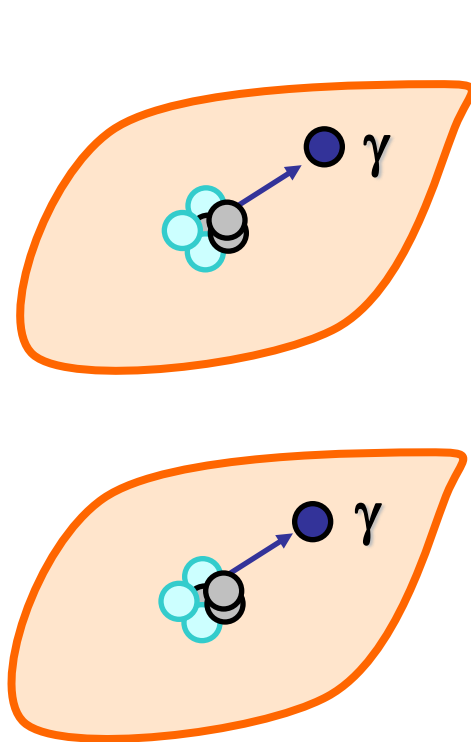
$$\frac{S}{B} = \sqrt{\bar{C}}$$



PASS

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

Processus aléatoire suivant une loi de Poisson : $\sigma^2 = \bar{C}$



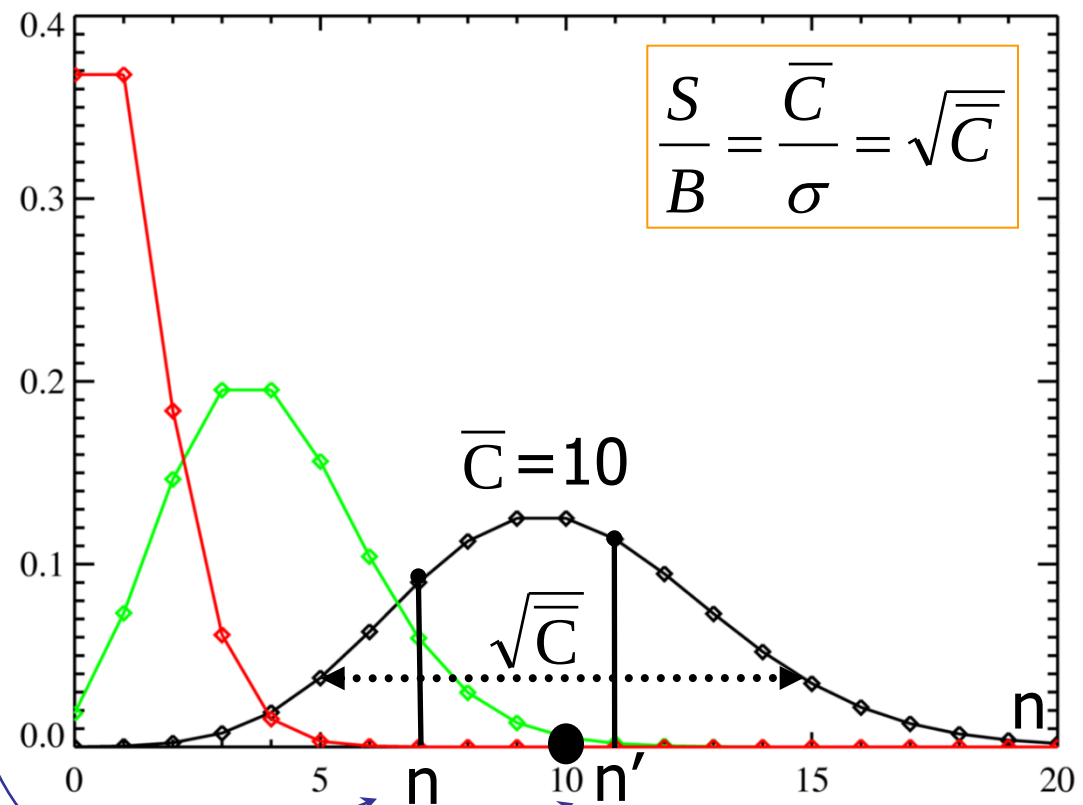
$$C \in [\bar{C} - \sqrt{\bar{C}}, \bar{C} + \sqrt{\bar{C}}]$$

$$p = 68,3\%$$

n

n'

$P(C_{\Delta t}=n)$



« tirage au sort » suivant P

PASS

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE



Le taux de comptage
est 5 fois plus élevé
sur l'image de gauche,
donc le rapport S/B est
plus de 2 fois meilleur
($\sqrt{5}=2,24$)

$$\frac{S}{B} = \sqrt{C} \text{ est multiplié par } 2,24$$

PASS

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

- N_0 = nombre initial de noyaux radioactifs
- $N(t)$ = nombre de noyaux non encore désintégrés à t
- λ = probabilité qu'un isotope se désintègre/sec

$$\frac{dN(t)}{N(t)} \stackrel{\text{def}}{=} -\lambda \cdot dt$$

$$\begin{aligned} \text{Si } dt \rightarrow 0, \quad N'(t) &= \frac{N(t+dt) - N(t)}{dt} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{dN(t)}{dt} \\ \Rightarrow dN(t) &= N'(t) \cdot dt \Rightarrow \frac{dN(t)}{N(t)} = \frac{N'(t)}{N(t)} dt = [\ln N(t)]' \cdot dt \stackrel{\text{def}}{=} -\lambda \cdot dt \end{aligned}$$

$$\text{donc } [\ln N(t)]' = -\lambda$$

$$\text{en intégrant : } \ln N(t) = -\lambda \cdot t + K$$

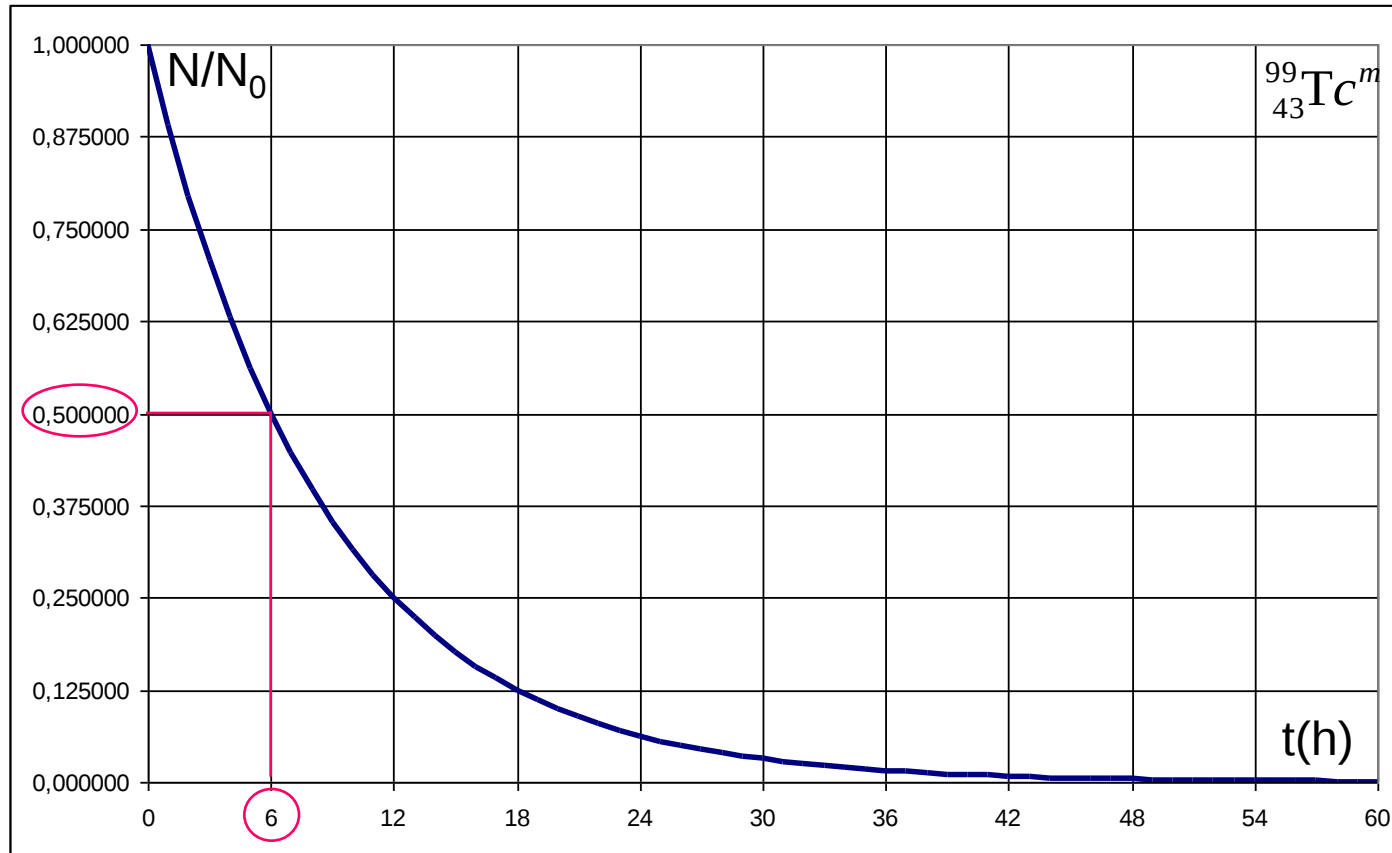
$$\text{et donc } N(t) = e^{-\lambda \cdot t + K} = e^K \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$$N_0 \stackrel{\text{def}}{=} N(t=0) = e^K$$

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda \cdot t}$$

PASS

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE



Période : durée moyenne nécessaire à la désintégration de la moitié des noyaux d'un échantillon

$$N(T) = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda \cdot T} \Rightarrow \ln 2 = \lambda \cdot T \Rightarrow T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda \cdot t}$$

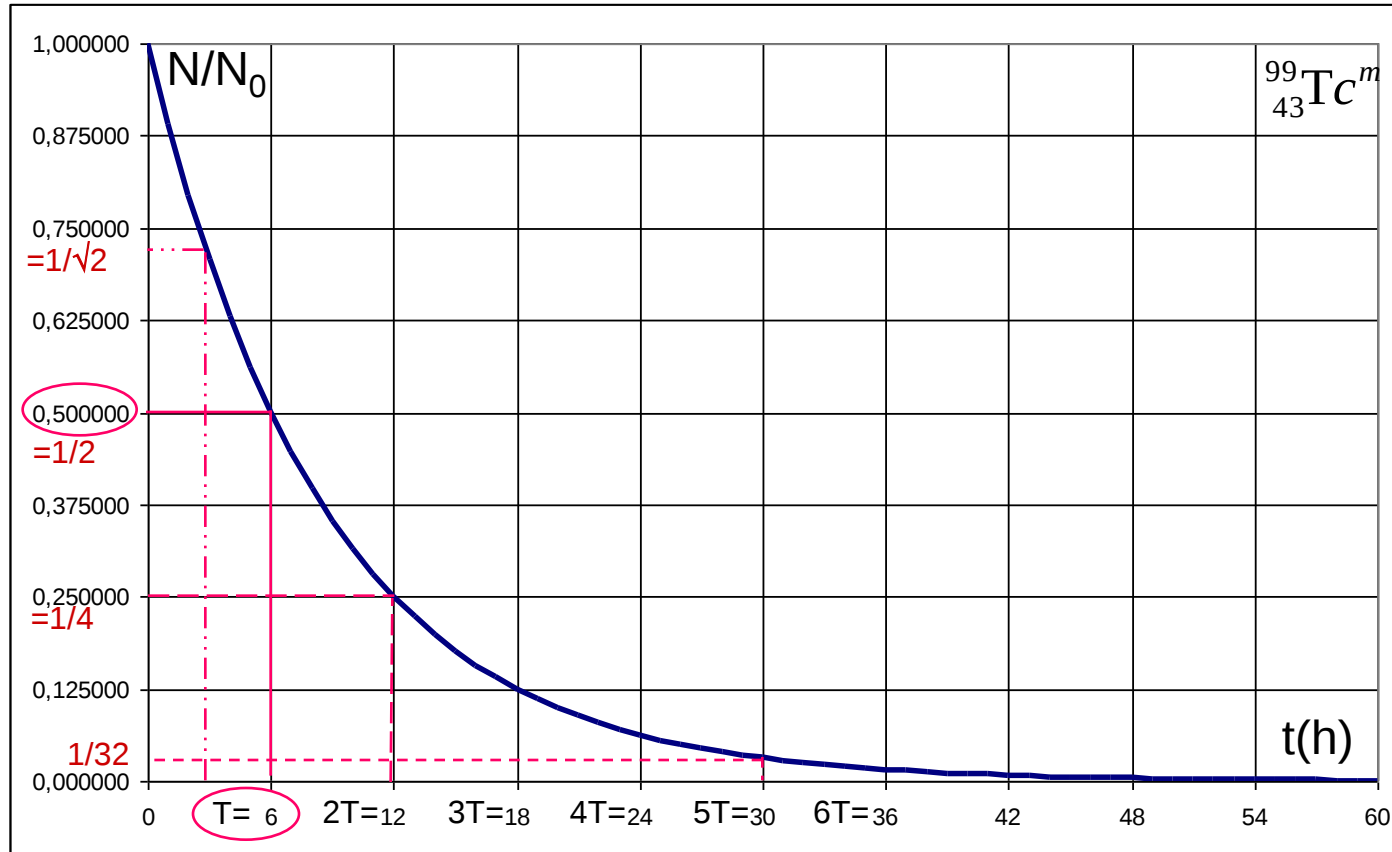
$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0,69}{\lambda}$$

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} \cdot t}$$

$$N(t) = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}}$$

PASS

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE



Dix périodes sont nécessaires pour diminuer le nombre de noyaux radioactifs d'un facteur supérieur à 1000 ($2^{10}=1024$)

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0,69}{\lambda}$$

$$N(t) = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}}$$

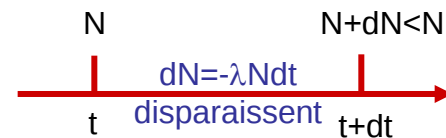
PASS

LOI DE DECROISSANCE RADIOACTIVE

COMPLEMENT
HORS PROGRAMME
A L'EXAMEN
DE PASS

Vie moyenne τ d'un isotope avant désintégration:

A l'instant t , il reste $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ noyaux radioactifs parmi lesquels, en moyenne, $dN(t) = \lambda \cdot N(t) \cdot dt$ se désintégreront entre t et $t+dt$, donc auront « vécu radioactifs » t secondes.



$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_{t=0}^{\infty} t \cdot dN(t) = \frac{1}{N_0} \int_{t=0}^{\infty} t \cdot \lambda N(t) \cdot dt = \frac{1}{N_0} \int_{t=0}^{\infty} t \cdot \lambda N_0 e^{-\lambda t} dt = \lambda \int_{t=0}^{\infty} t \cdot e^{-\lambda t} dt$$

Intégration par parties : $\int d(u \cdot v) = [uv] = \int v \cdot du + u \cdot dv \Rightarrow \int u \cdot dv = [uv] - \int v \cdot du$

$$\int_{t=0}^{\infty} \overset{u}{t} \cdot \overset{dv}{e^{-\lambda t}} dt = \left[-\overset{u}{t} \cdot \overset{v}{\frac{e^{-\lambda t}}{\lambda}} \right]_0^{\infty} - \int_0^{\infty} -\overset{v}{\frac{1}{\lambda}} e^{-\lambda t} \cdot \overset{du}{dt} dt = \frac{1}{\lambda} \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \left[\frac{e^{-\lambda t}}{-\lambda} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda^2}$$

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_{t=0}^{\infty} t \cdot dN = \lambda \int_{t=0}^{\infty} t \cdot e^{-\lambda t} dt = \lambda \cdot \frac{1}{\lambda^2} \Rightarrow \tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T}{\ln 2}$$

$${}^{99}_{43}\text{Tc}^m : \tau \approx 8,7 \text{ h}$$



PASS

ACTIVITE

- Activité^{DEF} = nombre de désintégrations par seconde au sein d'un échantillon
- Unité SI: Becquerel (Bq) : 1 Bq = désintégration/sec.
- Autre unité: curie (Ci) : 1 mCi = 37 MBq

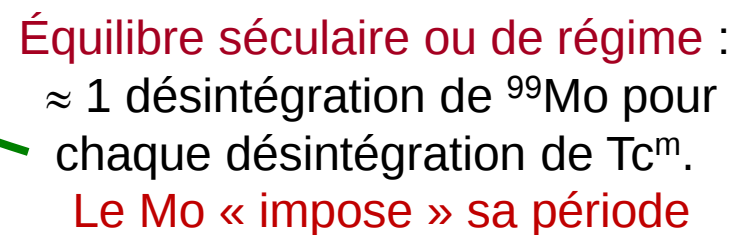
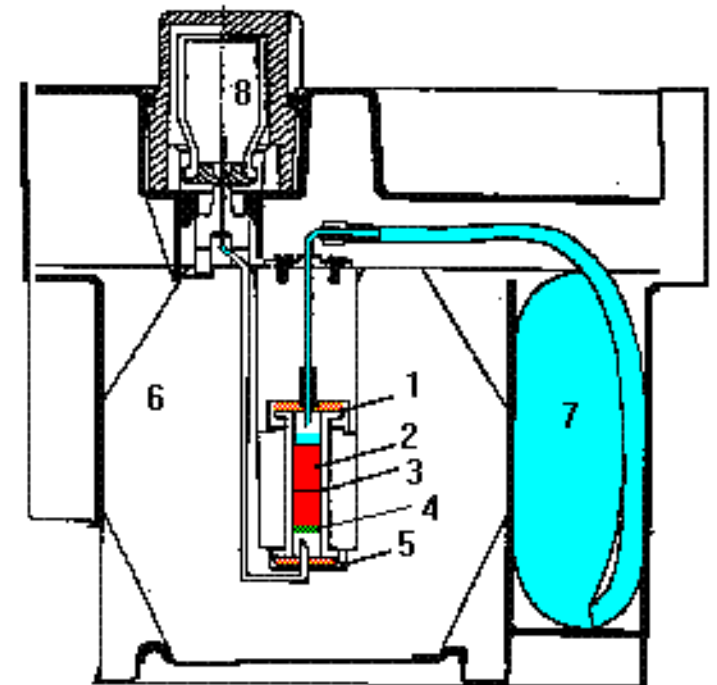
$$A(t) = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \left| \frac{d}{dt} N_0 e^{-\lambda t} \right| = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

- donc l'activité est proportionnelle à $N(t)$, nombre de noyaux non encore désintégrés :

$$A(t) = \lambda \cdot N(t)$$

PASS

COMPLEMENT
HORS PROGRAMME
A L'EXAMEN
DE PASS



PASS

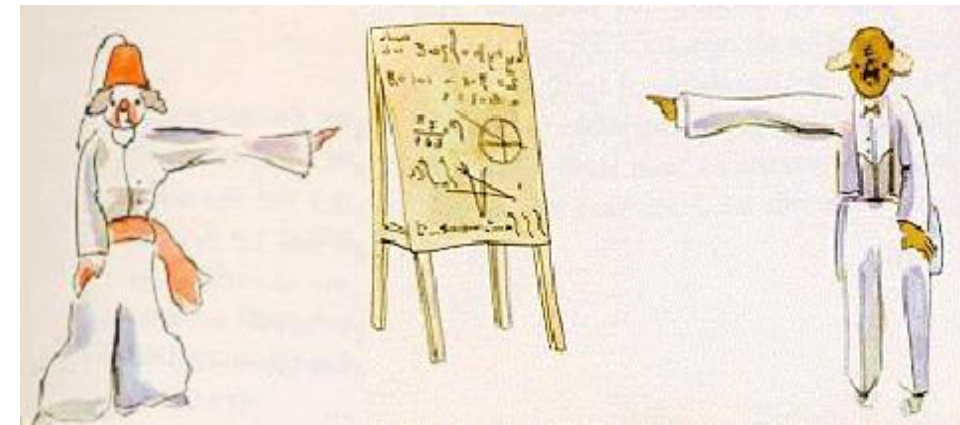
OBJECTIFS DU POINT D'ÉTAPE 6

Définir et caractériser :

- Les réactions radioactives : équation, conditions, E_d spectre, applications...
- Statistique de Poisson, $V=E$.
- Les taux de comptages en scintigraphie ($S/B = \sqrt{N}$)
- La loi de décroissance : $N(t) = N_0 e^{-\lambda \cdot t} = N_0 \cdot 2^{-t/T}$
- Les définitions de λ , T
- L'activité en Bq : $A(t) = \lambda \cdot N(t)$

PASS

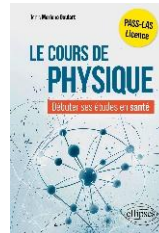
BIBLIOGRAPHIE



Je vous remercie pour votre attention
et vous souhaite tout le succès que vous mériterez pour la suite de l'année

Physique pour les sciences de la vie (tome 1: la physique et ses méthodes; tome 2: la matière; tome 3: les ondes)
A. Bouyssy, M. Davier, B. Gatty. DIA Université. Belin, 1988.

Cours de physique pour débiter ses études en santé.
D. Mariano-Goulart. Ellipse, 2026 (à paraître en avril).



<https://www.radiofrance.fr/franceculture/podcasts/serie-douze-cles-pour-la-physique>. G Lochak.

PASS

RAPPELS DE PHYSIQUE EXPLIQUES EN ED1

PASS

FORCE & TRAVAIL

TRAITE
EN ED 1

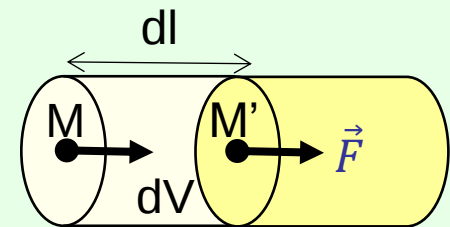
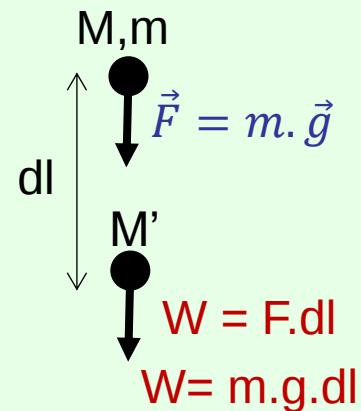
- Une force $\vec{F}$ est ce qui fait varier la quantité de mouvement d'un mobile dans le temps: $\vec{F} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{d\vec{p}}{dt}$.

Si $v \ll c$ et m constant: $\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \cdot \frac{d(\vec{v})}{dt} = m \cdot \vec{a}$

- Le travail W est l'énergie échangée lorsque le point d'application d'une force se déplace :

$$dW \stackrel{\text{def}}{=} \vec{F} \cdot d\vec{l} = F \cdot dL \cdot \cos(\widehat{\vec{F}, d\vec{l}})$$

$$W_{L=M \rightarrow M'} = \int_M^{M'} \vec{F} \cdot d\vec{l}$$



$$F = P \cdot S$$

$$dW = F \cdot dl = P \cdot S \cdot dl$$

$$dW = P \cdot dV$$

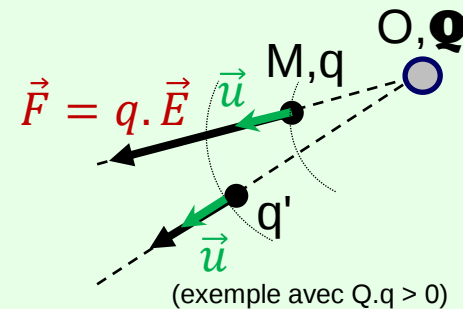
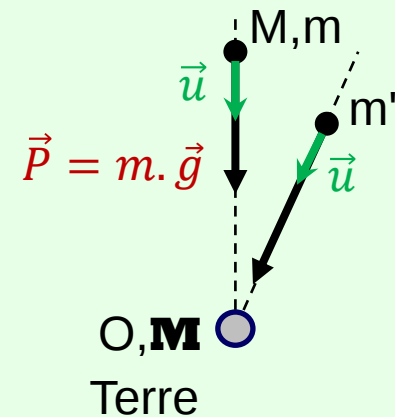
PASS

FORCE CENTRALE

TRAITE
EN ED 1

- Certaines forces se décomposent en $\vec{F} := s \cdot \vec{C}$ où $s \in \mathbb{R}$ caractérise l'objet qui subit la force ($s = m$ ou q , masse ou charge d'une particule), et $\vec{C}(x, y, z)$ est un **champ vectoriel** ($\vec{C} = \vec{g}$ ou $\vec{E}$ pour la gravitation ou l'électrostatique).
- Une force est **centrale** si il existe un point fixe O tel qu'à tout instant, la force observée en tout point M est portée par la direction (MO)

Pesanteur:



PASS

GRAVITE ET ELECTROSTATIQUE

TRAITE
EN ED 1

- Les forces de gravité et électrostatique sont des cas particuliers de forces centrales créées par un champ vectoriel où :

$$\vec{C} = K \cdot \frac{\vec{u}}{r^2} \quad \text{avec} \quad \vec{u} = \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|} \quad \text{et} \quad \vec{r} = \pm \overrightarrow{M0}$$

$$\vec{F} = s \cdot K \cdot \frac{\vec{u}}{r^2}$$

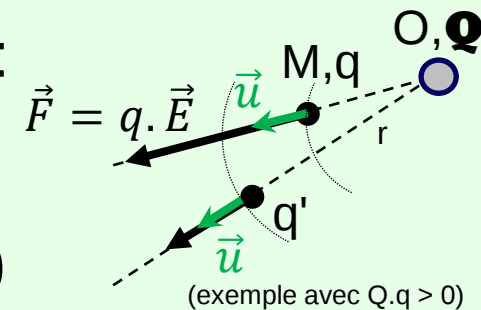
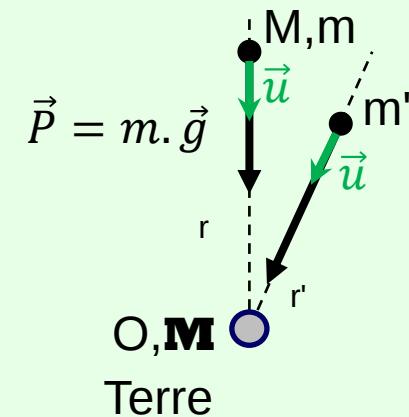
s = masse ou charge électrique du mobile M.

K > 0 dépend de la source du champ et du milieu:

Gravitation: $K = \mathcal{G} \cdot \mathbf{M}$ ($\mathcal{G} = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$)

Electrostatique: $K = \frac{\mathcal{F}}{\epsilon_r} \cdot \mathbf{Q}$ ($\mathcal{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$)

Pesanteur:



PASS

Potentiel, Energie potentielle d'un champ central en $1/r^2$

TRAITE
EN ED 1

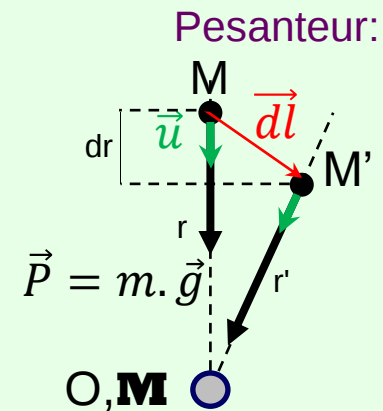
- Gravitation/Electrostatique: $\vec{F} := s \cdot K \cdot \frac{\vec{u}}{r^2}$:

$$W_{M \rightarrow M'} = \int_M^{M'} \vec{F} \cdot d\vec{l} = K \cdot s \cdot \int_M^{M'} \frac{\vec{u} \cdot d\vec{l}}{r^2} = K \cdot s \cdot \int_M^{M'} \frac{dr}{r^2} =$$

$$K \cdot s \cdot \left[-\frac{1}{r} \right]_r^{r'} = K \cdot s \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) = E_P(M) - E_P(M')$$

W indépendant du chemin suivi entre M et M'.

Force conservative (pour l'énergie: $E_c + E_p = \text{cste}$)



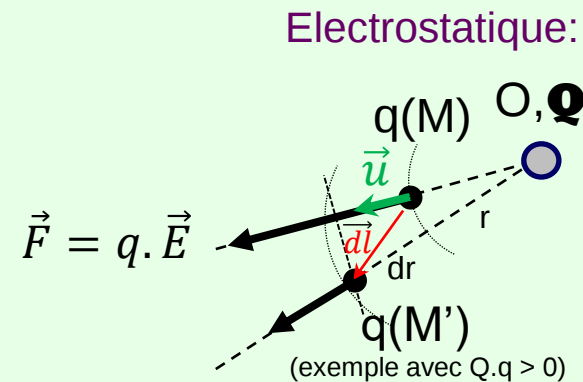
Force électrostatique ou de gravitation :

Force centrale: $\vec{F} := s \cdot \vec{C}$ avec $\vec{C} := K \cdot \frac{\vec{u}}{r^2}$

$$E_P = s \frac{K}{r} := s \cdot V \quad \text{avec } V := \frac{K}{r}$$

Electrostatique: $s = q$ $K = \frac{\mathcal{F}}{\epsilon_r} \cdot Q$

Gravitation: $s = m$ $K = \mathcal{G} \cdot M$



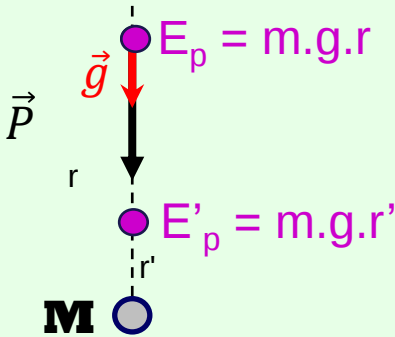
PASS

SYNTHESE

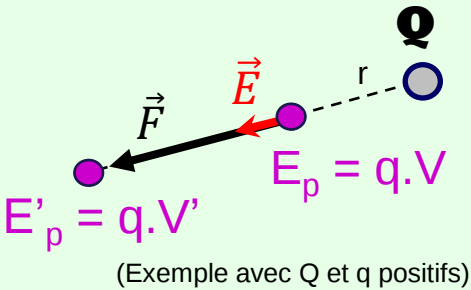
TRAITE
EN ED 1
(SYNTHESE)

	PESANTEUR	ELECTROSTATIQUE
Source	Masse de la terre M	Charge Q
s	Masse de la particule m	Charge de la particule q
$\vec{C} = K \cdot \frac{\vec{u}}{r^2}$	$\vec{g} = (G \cdot M) \cdot \frac{\vec{u}}{r^2}$	$\vec{E} = \left(\frac{\mathcal{F}}{\epsilon_r} \cdot Q \right) \cdot \frac{\vec{u}}{r^2}$
$V = K/r$	$G \cdot M \cdot \frac{1}{r} = g \cdot r$	$\frac{\mathcal{F}}{\epsilon_r} \cdot Q \cdot \frac{1}{r} = E \cdot r$
$E_p = S \cdot V$	$m \cdot G \cdot M \cdot \frac{1}{r} = m \cdot g \cdot r = m \cdot V$	$q \cdot \frac{\mathcal{F}}{\epsilon_r} \cdot Q \cdot \frac{1}{r} = q \cdot E \cdot r = q \cdot V$
$\vec{F} = s \cdot \vec{C}$	$\vec{P} = m \cdot \vec{g} = G \cdot M \cdot m \cdot \frac{\vec{u}}{r^2}$	$\vec{F} = q \cdot \vec{E} = \frac{\mathcal{F}}{\epsilon_r} \cdot Q \cdot q \cdot \frac{\vec{u}}{r^2}$
Constantes	$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$	$\mathcal{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$

Pesanteur:



Electrostatique:



Remarque : $-\frac{d}{dr}(E_p) = -\frac{d}{dr}\left(\frac{K \cdot s}{r}\right) = -K \cdot s \cdot \frac{d}{dr}\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{K \cdot s}{r^2} = F$
Une force centrale en $1/r^2$ « dérive de l'énergie potentielle »



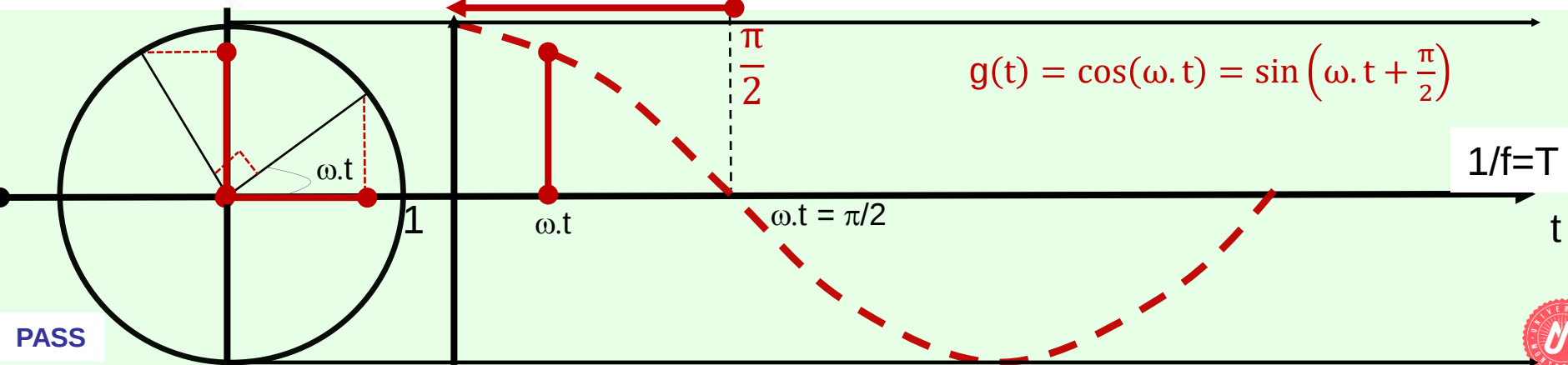
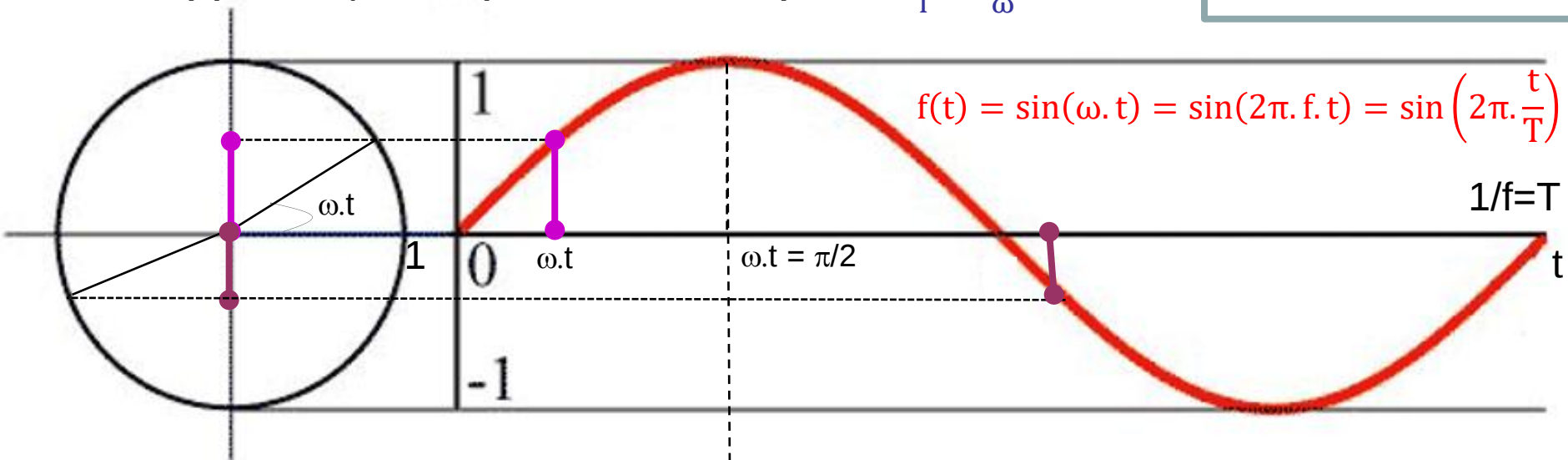
PASS

RAPPEL: FONCTION SINUS $f(t) = \sin(\omega.t)$

Pulsation propre (rad.s^{-1}) :

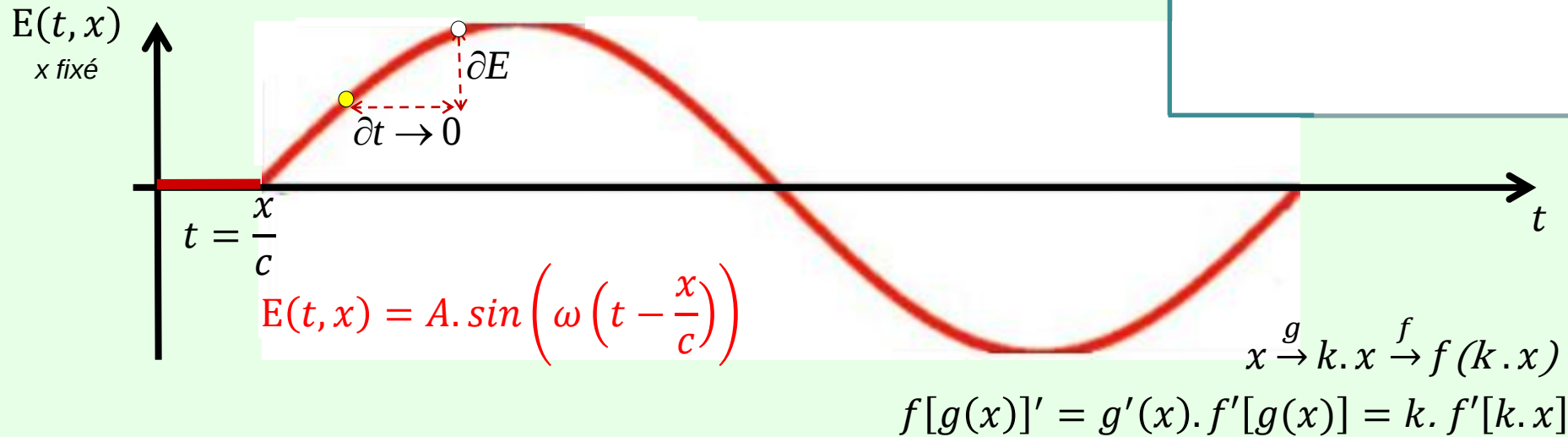
$$\omega = 2\pi.f = \frac{2\pi}{T}$$

Période (s) et fréquence (Hertz = $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$) : $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$



PASS

Rappel: la dérivation



$$\frac{\partial E}{\partial t} \stackrel{\text{def}}{=} E'(t)_{x \text{ constant}} = \frac{\partial}{\partial t} \left[A. \sin \left(\omega. \left(t - \frac{x}{c} \right) \right) \right] = \omega. A. \cos \left(\omega. \left(t - \frac{x}{c} \right) \right)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} \stackrel{\text{def}}{=} E'(x)_{t \text{ constant}} = \frac{\partial}{\partial x} \left[A. \sin \left(\omega. \left(t - \frac{x}{c} \right) \right) \right] = -\frac{\omega}{c}. A. \cos \left(\omega. \left(t - \frac{x}{c} \right) \right)$$

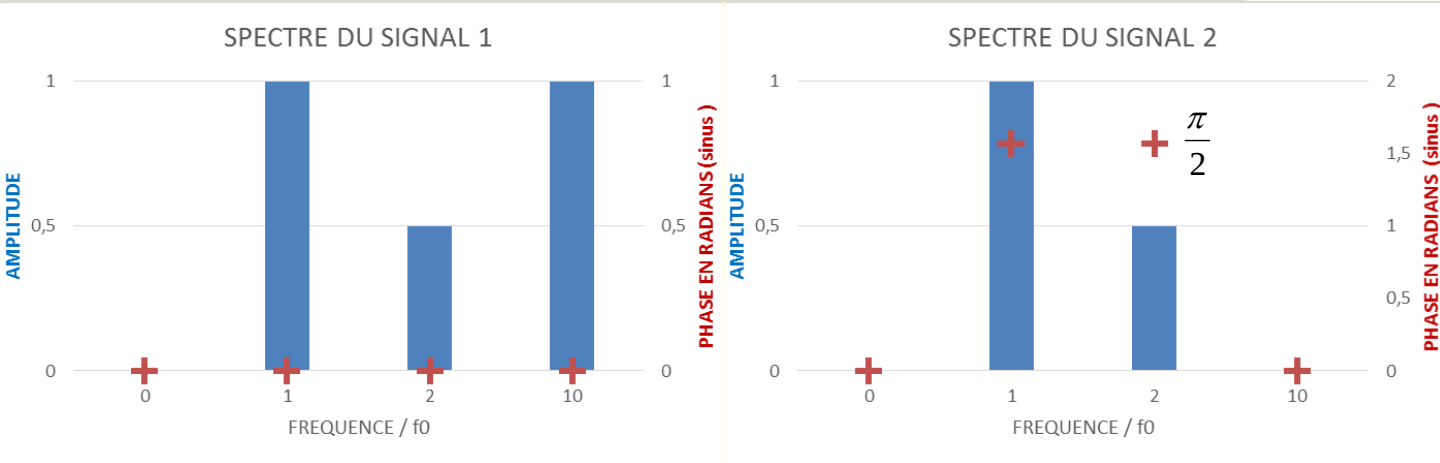
PASS

EXERCICES

PASS

PASS

SPECTRE, TRANSFORMÉE DE FOURIER



Connaissance
Réflexion
Les deux

☒ A. Le point (0,0) est centre de symétrie du graphe du signal 1 (signal impair) .

$$s1(t) = \sin(t) + \frac{1}{2}\sin(2.t) + \sin(10.t)$$

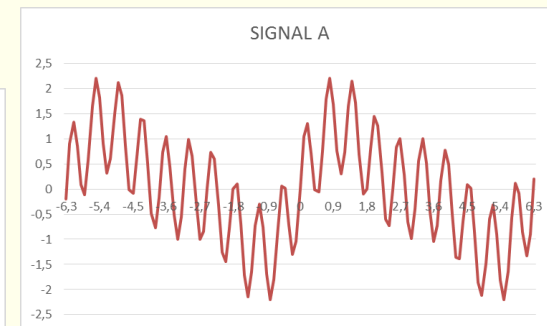
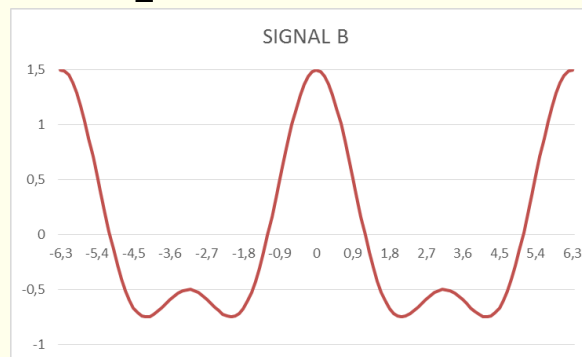
☒ B. L'axe des ordonnées est axe de symétrie du graphe du signal 2 (signal pair).

$$s2(t) = \sin\left(t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{2}\sin\left(2.t + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(t) + \frac{1}{2}\cos(2.t)$$

☒ C. Le signal A peut correspondre au spectre 1.

☐ D. Le signal 2 est le signal 1

PASS avancé de 1,57 secondes.



PASS

EQUATION DE D'ALEMBERT

Montrez que la connaissance de la fonction $g(t,x)$ caractéristique d'une onde progressive périodique quelconque permet d'en déduire la célérité de cette onde.



Connaissance
Réflexion
Les deux

Il suffit de le démontrer sur l'une des composantes harmoniques de l'OP qui s'écrit en toute généralité : $g(t,x) = A \sin \left[\omega \left(t \pm \frac{x}{c} \right) \right]$

On calcule la **dérivée partielle** $\frac{\partial g(t,x)}{\partial x}$ d'une fonction $g(t,x)$ suivant la variable x est la dérivée de g par rapport à x calculée en supposant constante l'autre variable t .

La **dérivée partielle seconde** est notée : $\frac{\partial^2 g(t,x)}{\partial x^2}$

$$g(t,x) = A \sin \left[\omega \left(t \pm \frac{x}{c} \right) \right] \Rightarrow \frac{\partial g}{\partial x} = \pm \left(\frac{\omega}{c} \right) \cdot A \cos \left[\omega \left(t \pm \frac{x}{c} \right) \right] \text{ et } \frac{\partial g}{\partial t} = \omega \cdot A \cos \left[\omega \left(t \pm \frac{x}{c} \right) \right]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial^2 g(t,x)}{\partial x^2} = - \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \cdot g(t,x) \\ \frac{\partial^2 g(t,x)}{\partial t^2} = - \omega^2 \cdot g(t,x) \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 g(t,x)}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 g(t,x)}{\partial t^2}}$$

Equation de d'Alembert caractéristique d'une onde progressive, permet de calculer c à partir d'une modélisation de l'onde

PASS

CONCOURS PACES 2011

Dans un milieu de propagation homogène, on considère une onde électromagnétique plane caractérisée par le champ électrique $(E_x, E_y, E_z) = (0, 0, 100.\sin[628.(t-0,5.10^{-8}.y)])$ dans le repère orthonormé direct (O, x, y, z) .

Connaissance

Réflexion

Les deux

☒ A. Le champ électromagnétique se déplace le long de la direction y.

$$E_z(t, y) = E_0 \sin[\omega.(t - \frac{y}{c_n})]$$

☒ B. Le champ électromagnétique est une radiation de fréquence 100 Hz.

$$\omega = 628 = 2\pi f \Rightarrow f = 100 \text{ Hz}$$

☐ C. Le champ électrique est polarisé rectilignement suivant la direction y.

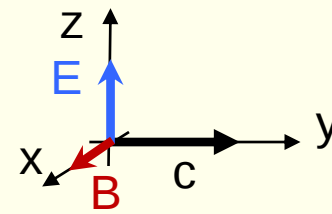
Non, suivant z

☒ D. Les composantes en y et z du champ magnétique sont nulles à tout instant.

$$\vec{B} = (1/c_n).\vec{u} \wedge \vec{E} \Rightarrow B_x(t, y) = B_0 \sin[\omega.(t - \frac{y}{c_n})]$$

☒ E. L'indice de réfraction du milieu de propagation est 1,5.

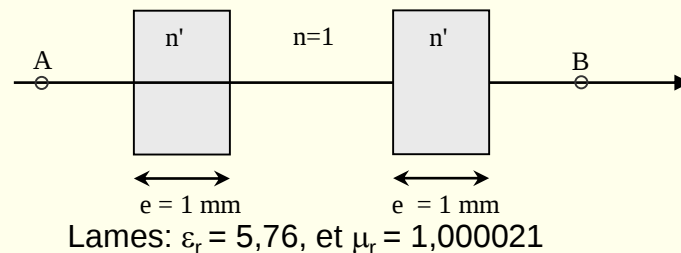
$$\frac{\omega}{c_n} = \frac{2\pi f}{c_n} = 628.0,5.10^{-8} = \frac{628}{2.10^8} = \frac{2\pi.100}{2.10^8} \Rightarrow n = \frac{c}{c_n} = \frac{3.10^8}{2.10^8} = 1,5$$



PASS

CONCOURS PACES 2013

Comprendre que L est un « équivalent de distance dans le vide »,
au sens où : $L = n.(AB) = \frac{c}{c_n} . (AB) \Rightarrow t = \frac{(AB)}{c_n} = \frac{L}{c}$



Connaissance

Réflexion

Les deux

☒ A. L'indice de réfraction des lames est $n' = 2,4$

$$n' = \frac{c}{c_n} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} = \sqrt{5,76 \cdot 1,000021} = 2,40$$

☐ B. La célérité du rayonnement laser dans les lames est de $2 \cdot 10^8$ m/s

$$c_n = \frac{c}{n'} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,4} = 1,25 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

☐ C. La variation de chemin optique induite par l'introduction des deux lames est de 4,8 mm

$$\Delta L = 2 \cdot (n' - 1) \cdot e = 2,8 \text{ mm}$$

☒ D. Après introduction des deux lames, la lumière arrive en B avec $9 \cdot 10^{-12}$ s de retard

$$\frac{2,8 \cdot 10^{-3}}{c} = 9,3 \cdot 10^{-12} \text{ s}$$

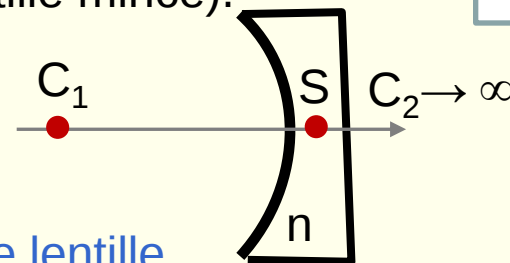
☒ E. La variation de phase induite par l'introduction des deux lames est inversement proportionnelle à λ .

$$\Delta \varphi = \frac{\omega}{c} \Delta L = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L$$

PASS

CONCOURS PACES 2016-2017

Une lentille de verre ($n=1,8$) est constituée d'un dioptre divergent de $R_1=80$ cm et d'un dioptre plan. On considère que les sommets des 2 dioptres sont confondus (lentille mince).



Connaissance

Réflexion

Les deux

1- Donnez la formule de conjugaison de cette lentille

$$\left. \begin{aligned} \frac{n-1}{SC_1} &= \frac{n}{SA''} - \frac{1}{SA} \\ \frac{1-n}{SC_2} &= 0 = \frac{1}{SA'} - \frac{n}{SA''} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{n-1}{SC_1} = \frac{1}{SA'} - \frac{1}{SA}$$

2- Calculez la puissance de cette lentille

$$\Pi = \frac{n-1}{SC_1} = -\frac{0.8}{80 \cdot 10^{-2}} = -1 \text{ Dp} \quad (SC_1 = -R_1)$$

3- Calculez la focale image de cette lentille

$$\Pi = -1 = \frac{1}{SF'} \Rightarrow SF' = -1 \text{ m}$$

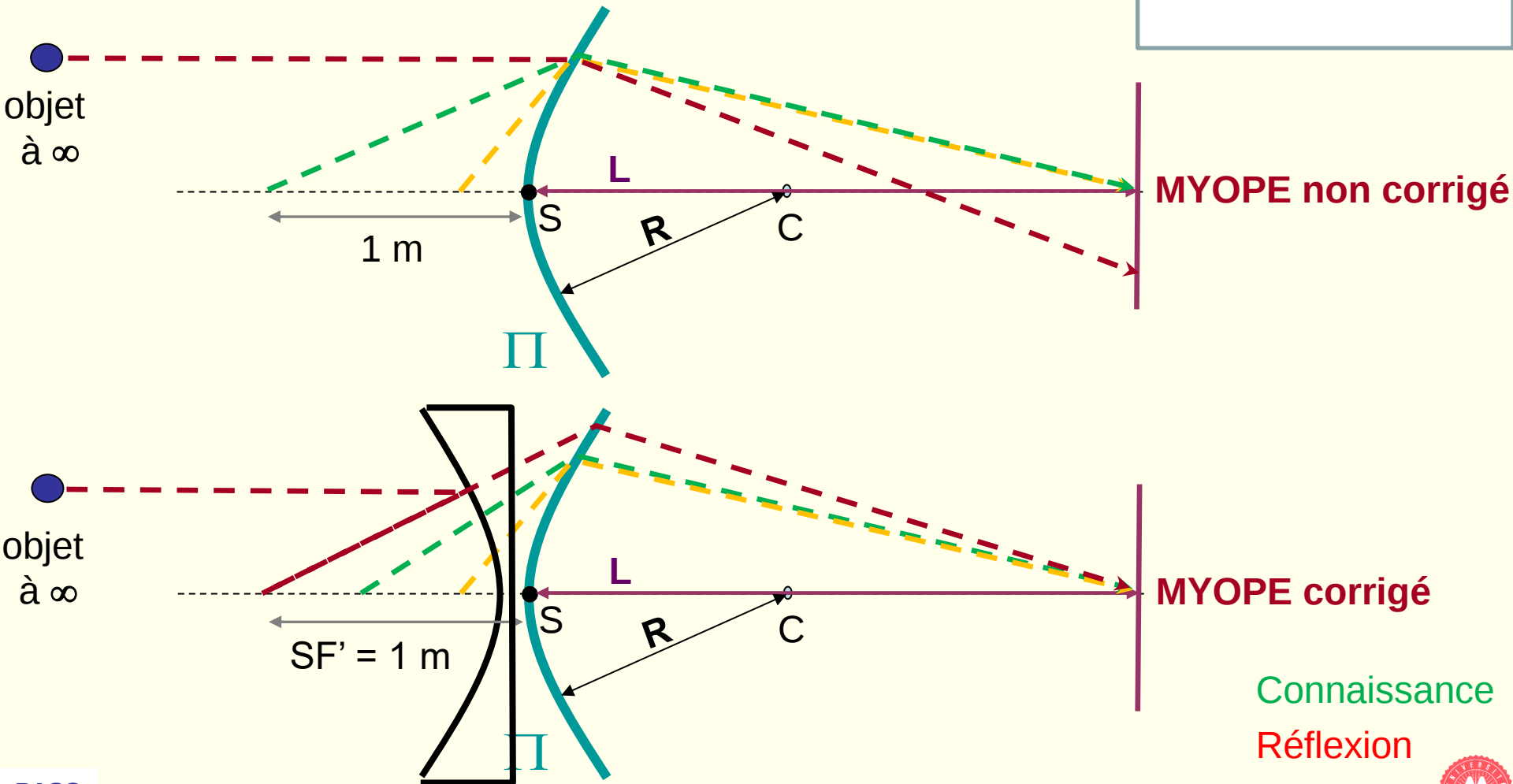
4- Calculez le grandissement d'un objet placé à 1 m en amont de cette lentille

$$\frac{1}{G} = \left| \frac{SA}{SA'} \right| = |\Pi \cdot SA + 1| = |(-1) \cdot (-1) + 1| = 2$$

PASS

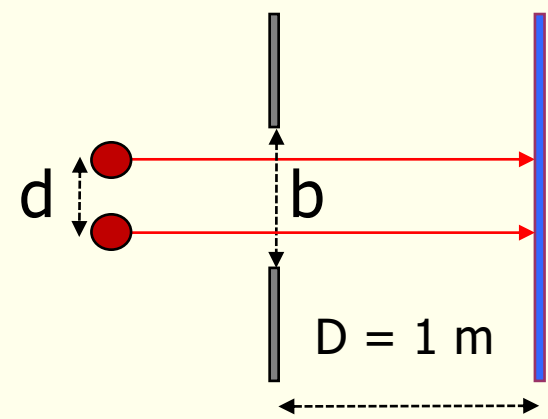
AMETROPIES SPHERIQUES

Quelle correction proposer à un patient myope qui voit flou tout objet situé au-delà d'un mètre de son œil ?



PASS

EXERCICE D'APPLICATION



Ecran éloigné où se forment les images de 2 sources identiques de $\lambda = 500 \text{ nm}$ après traversée d'une fente carrée de largeur $b = 0,5 \text{ mm}$.

Connaissance
Réflexion
Les deux

☒ A. La distance entre le premier minimum et le maximum principal est de l'ordre de 1 mm.

$$\sin \theta_{\min} = \frac{\lambda}{b} \approx \text{tg } \theta_{\min} = \frac{x_{\min}}{D} = x_{\min} = \frac{500 \cdot 10^{-9}}{0,5 \cdot 10^{-3}} = 1 \text{ mm}$$

☒ B. La largeur à mi-hauteur de la tache de diffraction (maximum principal) est de l'ordre de 1 mm.

$$LMH \approx x_{\min} = 1 \text{ mm}$$

☒ C. Si $D = 3 \text{ m}$, la distance entre le 2 maxima est de l'ordre de 3 mm.

$$x = D \cdot \frac{\lambda}{b} = D \cdot 1 \text{ mm} = 3 \text{ mm}$$

☒ D. Si $D = 1 \text{ m}$, Les 2 images seront indiscernables si $d < 1 \text{ mm}$.

Fusion des 2 pics d'intensité
(intersection à plus de 50%
de l'intensité maximale)...

☒ E. Si $D = 3 \text{ m}$, Les 2 images seront indiscernables si $d < 1 \text{ mm}$.



PASS

EXERCICE D'APPLICATION

Les énergies d'ionisation de la raie K, d'une raie L et d'une raie M d'un atome à plusieurs électrons sont :

$$E^K_i = 3 \text{ keV}, \quad E^L_i = 0,3 \text{ keV} \quad \text{et} \quad E^M_i = 0,03 \text{ keV}.$$

Connaissance

Réflexion

Les deux

- ☒ A. La transition $L \rightarrow K$ émet un photon X de $\lambda = 0,46 \text{ nm}$.

$$|3 - 0,3| \cdot 10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 4,32 \cdot 10^{-16} = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4,32 \cdot 10^{-16}} = 0,46 \text{ nm}$$

- ☒ B. La transition $L \rightarrow M$ nécessite l'absorption d'un photon d'énergie 0,27 keV.

$$|0,3 - 0,03| = 0,27 \text{ keV}$$

- ☒ C. La transition $M \rightarrow K$ émet un photon de fréquence $718 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$

$$|3 - 0,03| \cdot 10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 4,752 \cdot 10^{-16} = h \cdot f \Rightarrow f = \frac{4,752 \cdot 10^{-16}}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 717,8 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

- ☐ D. La transition $M \rightarrow L$ peut provoquer une ionisation sur la couche K.

- ☒ E. La transition $L \rightarrow K$ peut provoquer une ionisation sur la couche M.

PASS

Concours PACES 2011

Un tube à rayons X dont l'anode est en tungstène est utilisé avec une tension d'accélération des électrons de 150 kV.

Les énergies d'ionisation des couches K ($n=1, l=0$), L ($n=2, l=0$) et M ($n=3, l=0$) de l'atome de tungstène sont respectivement 69,5 keV, 12,1 keV et 2,8 keV.

- | | |
|---|---|
| ☒ A. L'énergie véhiculée par le rayonnement X produit est principalement le fait d'un rayonnement de freinage. | Connaissance |
| ☒ B. Le spectre du rayonnement X produit est un spectre continu au sein duquel peuvent être observées des raies surajoutées d'énergie 66,7 keV et 57,4 keV. | Réflexion |
| ☐ C. L'énergie véhiculée par le rayonnement X produit est principalement le fait de photons de 9,3 keV. | Les deux |
| ☐ D. Une raie unique est observée à 9,3 keV dans le spectre du rayonnement X produit. | $69,5-2,8 = 66,7$
$69,5-12,1 = 57,4$
$12,1-2,8 = 9,3$
pas unique |
| ☒ E. S'il est focalisé sur un tissu humain vivant, le rayonnement X produit par ce tube est capable de créer des radicaux libres. | |
| ☐ F. L'énergie des photons émis varie entre 0 et 175 keV | entre 0 & 150 keV |
| ☐ G. Des photons X non ionisants prédominent dans le rayon X observé | autoabsorbés |



PASS

EXERCICE

Pour réaliser une scintigraphie osseuse, on administre par voie intraveineuse 3,8 ng de $^{99}_{43}\text{Tc}^m$ ($T = 6 \text{ h}$) à un patient.

1- Déterminer le nombre de moles de molybdène nécessaire à sa production

$$1 \text{ mole} \equiv 99 \text{ g} \Rightarrow 3,8 \text{ ng} \equiv \frac{3,8 \cdot 10^{-9}}{99} = 38,4 \cdot 10^{-12} \text{ moles de } ^{99}_{43}\text{Tc}^m \text{ ou de } ^{99}_{42}\text{Mo}$$

2- Déterminer l'activité injectée

$$38,4 \cdot 10^{-12} \text{ moles} = 23 \cdot 10^{12} \text{ atomes. } A = \lambda N = \frac{\ln 2}{T} N = \frac{\ln 2}{6.60.60} 23 \cdot 10^{12} = 741 \text{ MBq} = 20 \text{ mCi}$$

3- Déterminer la vie moyenne de ce radio-isotope

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{T}{\ln 2} = 8,6 \text{ h} = 8 \text{ h } 39 \text{ min}$$

4- Quelle conséquence aurait l'administration d'une activité 4 fois plus faible

4 fois moins de photons détectés et S/B divisé par 2

En supposant l'absence de toute élimination de cet isotope:

5- Combien de photons gamma seront émis dans l'organisme du patient ?

$$23 \cdot 10^{12}$$

6- Quelle % d'activité persistera 24h après l'injection ?

$$t = 24 \text{ h} = 4.T \Rightarrow A = \frac{A_0}{2^{\frac{t}{T}}} = \frac{A_0}{2^4} = \frac{A_0}{16} = 6.25\% \cdot A_0$$

PASS

CAPTURE ELECTRONIQUE (PACES 2013)

On observe l'apparition de manganèse $^{55}_{25}\text{Mn}$ (masse atomique de 54,938 047 u) au sein de fer $^{55}_{26}\text{Fe}$ (masse atomique 54,938 296 u), sans émission de particule chargée positivement ($1\text{ u} = 931,5\text{ Mev}/c^2$).

On donne: $E_i^{1s}(^{55}_{26}\text{Fe}) = 7,11\text{ keV}$ et $E_i^{1s}(^{55}_{25}\text{Mn}) = 6,54\text{ keV}$

$E_i^{2s}(^{55}_{26}\text{Fe}) = 0,85\text{ keV}$ et $E_i^{2s}(^{55}_{25}\text{Mn}) = 0,77\text{ keV}$

$E_i^{2p}(^{55}_{26}\text{Fe}) = 0,72\text{ et }0,71\text{ keV}$ et $E_i^{2p}(^{55}_{25}\text{Mn}) = 0,65\text{ et }0,64\text{ keV}$

Connaissance
Réflexion
Les deux

1- Ecrire la réaction en cause $^{55}_{26}\text{Fe} + {}^0_{-1}e_K^- \rightarrow ^{55}_{25}\text{Mn} + {}^0_0\nu$

2- Calculer l'énergie emportée par la particule émise

$$E_d = [\mathfrak{M}(^{55}_{26}\text{Fe}) - \mathfrak{M}(^{55}_{25}\text{Mn})] \cdot c^2 - E_K^i(^{55}_{26}\text{Fe})$$
$$= [54,938296 - 54,938047] \cdot 931,5 - 7,11 \cdot 10^{-3} = 224,83\text{ keV}$$

3- Calculer l'énergie des photons émis après la réaction

(hors Auger sur M)

$L1 \rightarrow K : 6,54 - 0,77 = 5,77\text{ keV}$	} Fluorescence X
$L2 \rightarrow K : 6,54 - 0,65\text{ ou }0,64 = 5,89\text{ keV ou }5,90\text{ keV}$	
$L2 \rightarrow L1 : 0,77 - 0,65\text{ ou }0,64 = 0,12\text{ keV ou }0,13\text{ keV}$	



PASS