UE 7 – Physique et Biophysique

Zone réservée pour la vidéo

MECANIQUE DES FLUIDES – Statique et dynamique

P^r Christelle Wisniewski

UFR des Sciences Pharmaceutiques et Biologiques

✉ christelle.wisniewski@umontpellier

2025 - 2026

QUELQUES PETITS CONSEILS pour travailler l'UE7…

Zone réservée pour la vidéo

Compréhension

1. Ecouter le cours **AVEC ATTENTION**
   … comprendre les explications et démonstrations.

2. Assister **IMPERATIVEMENT** aux ED en **ayant préalablement écouté le cours**, et en ayant **A MINIMA** lu l'énoncé… l'idéal étant bien évidement d'avoir réfléchi aux QCM proposées dans l'ED.

3. Assister aux tutorat.

L'équipe pédagogique est à votre disposition pour répondre à vos questions (présentiel, mails…)

Entrainement

Evaluer votre compréhension et améliorer votre vélocité au travers d'autres QCM (annales ou autre sources….).

MECANIQUE DES FLUIDES

Zone réservée pour la vidéo

1 STATIQUE DES FLUIDES

Domaine de la mécanique des fluides qui s'intéresse aux caractéristiques d'un fluide **au repos, sans écoulement**

2 DYNAMIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES

Domaine de la mécanique des fluides qui s'intéresse aux caractéristiques d'un fluide incompressible **en mouvement**

Zone réservée pour la vidéo

➊ STATIQUE DES FLUIDES

Zone réservée pour la vidéo

Sommaire

Relations fondamentales

1. Equation fondamentale de la statique des fluides
2. Forces de pression sur un corps immergé - Poussée d'Archimède

Applications

- Notions de surfaces isobares / Principe de Pascal
- Pression en un point d'un liquide à surface libre
- Action des forces de pression sur une paroi
- Mesure de pression dans un fluide au repos

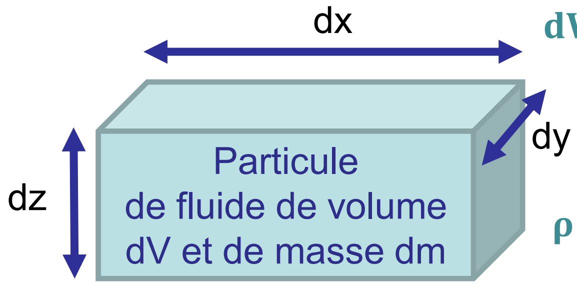
Zone réservée pour la vidéo

Relations fondamentales

I. Equation fondamentale de la statique des fluides

Zone réservée pour la vidéo

On considère une **particule de fluide** de volume **dV**



$$\mathbf{dV = dx \times dy \times dz}$$

$$\boldsymbol{\rho} = \frac{\mathbf{dm}}{\mathbf{dV}}$$

Ensemble de molécules, de taille macroscopique mais suffisamment petit pour que l'on puisse considérer que tout y est identique et uniforme.

Les forces qui agissent sur cette particule sont de deux types:

Forces intérieures

Les molécules intérieures exercent les unes sur les autres des *forces intérieures* (forces moléculaires) égales et opposées deux à deux (principe de l'égalité de l'action et de la réaction) et qui forment par conséquent un système équivalent à zéro.

Forces extérieures

Forces de surface
Les molécules extérieures interagissent avec les molécules intérieures (forces moléculaires).

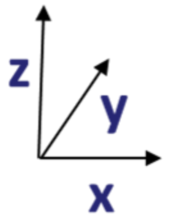
Forces de volume
Les molécules intérieures sont soumises à des champs de forces extérieurs (électrique, **pesanteur**, magnétique…).

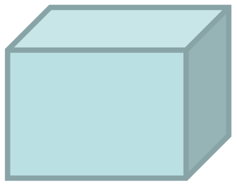
Zone réservée pour la vidéo

Bilan des forces sur la particule de fluide

Hypothèses

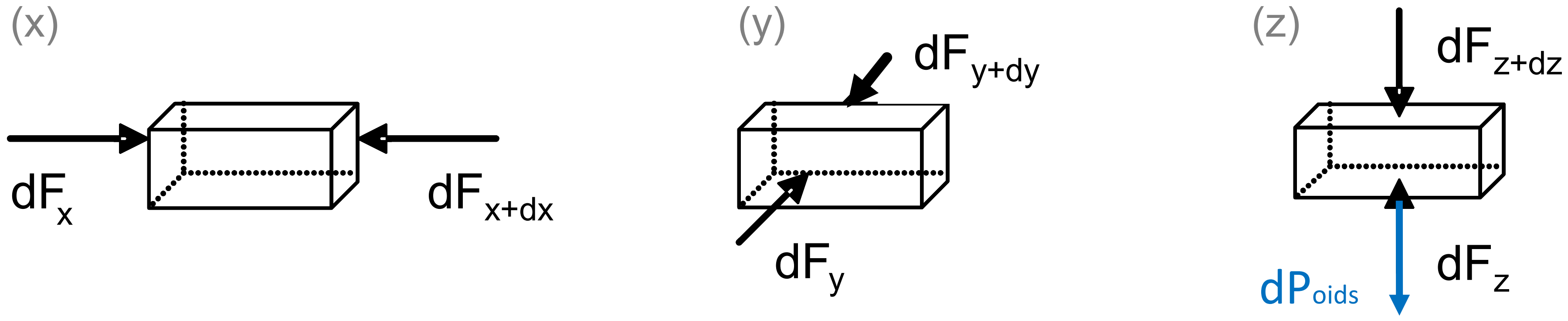
- Masse volumique du fluide (ρ) constante
- Seul champ extérieur : **le champ de pesanteur**





Force de volume ⇨ Poids (dPoids) selon l'axe z décroissant

Forces de surface ⇨ Force de pression (dF) selon les axes x, y et z



Zone réservée pour la vidéo

Rappel de mécanique

Principe fondamental de la dynamique
Deuxième loi de Newton
Relation fondamentale de la dynamique

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \times \vec{a}$$

Repère galiléen

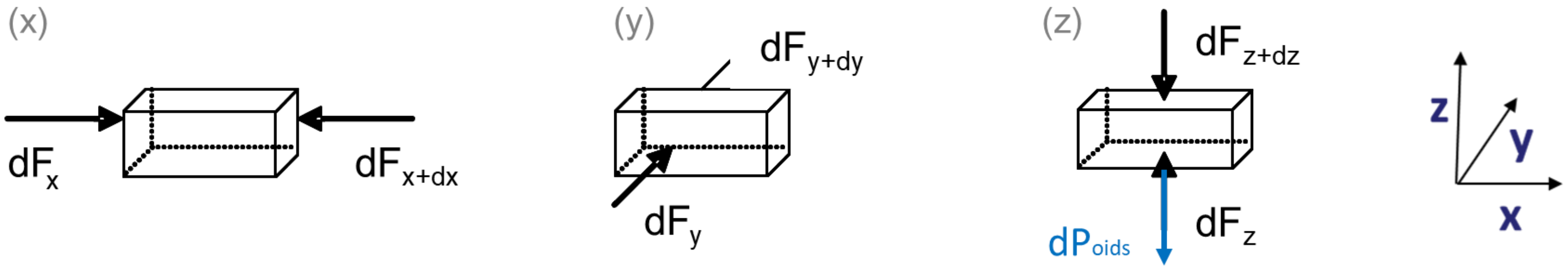
Avec a, accélération en $m.s^{-2}$
m, masse en kg
F_{ext}, forces extérieures en N

Solide de masse m immobile
Au repos, en équilibre mécanique

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$$

Zone réservée pour la vidéo

Particule de fluide **immobile**

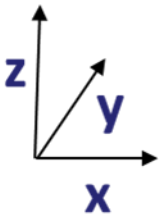


Le système est en équilibre $\sum \overrightarrow{dF}_{ext} = \vec{0}$ $\quad dP_{oids} + \overrightarrow{dF} = \vec{0}$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -dm \times g \end{pmatrix}}_{\overrightarrow{dPoids}} + \underbrace{\begin{pmatrix} dF_x - dF_{x+dx} \\ dF_y - dF_{y+dy} \\ dF_z - dF_{z+dz} \end{pmatrix}}_{\overrightarrow{dF}} = \vec{0} \Rightarrow \begin{array}{l} dF_x = dF_{x+dx} \\ dF_y = dF_{y+dy} \\ \boxed{-dm \times g + (dF_z - dF_{z+dz}) = 0} \end{array}$$

Zone réservée pour la vidéo

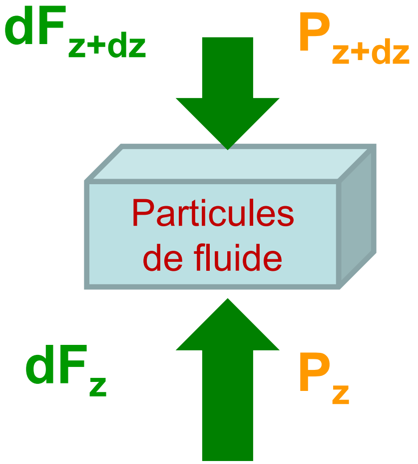
$$\Rightarrow -dm \times g + (dF_z - dF_{z+dz}) = 0$$



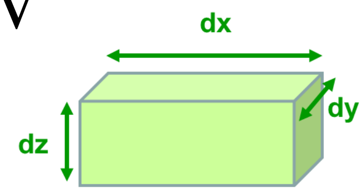
par unité de volume dV

$$\frac{dm}{dV} \times g - \frac{(dF_z - dF_{z+dz})}{dV} = 0$$

$$\rho \times g - \frac{(dF_z - dF_{z+dz})}{dV} = 0$$



1 $dV = dx \times dy \times dz$



2 $P_z = \frac{dF_z}{dS} \Rightarrow dF_z = P_z \times dS = P_z \times dx \times dy$

$P_{z+dz} = \frac{dF_{z+dz}}{dS} \Rightarrow dF_{z+dz} = P_{z+dz} \times dS = P_{z+dz} \times dx \times dy$

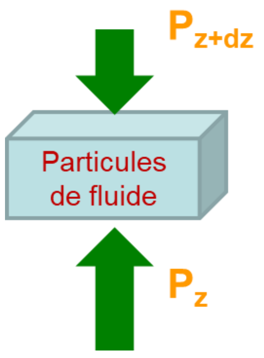
Zone réservée pour la vidéo

$$\rho \times g - \frac{(dF_z - dF_{z+dz})}{dV} = 0$$

$$\Rightarrow \rho \times g - \frac{P_z \times dx \times dy - P_{z+dz} \times dx \times dy}{dx \times dy \times dz} = 0$$

$$\Rightarrow \rho \times g - \frac{P_z - P_{z+dz}}{dz} = 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{P_z - P_{z+dz}}_{P_z > P_{z+dz}} = \rho \times g \times \underbrace{dz}_{dz > 0}$$



$$dP = P_{z+dz} - P_z \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{dP = -\rho \times g \times dz}$$

variation totale locale de la pression

Si dz négatif (diminution de z) alors dP positif (augmentation de P)

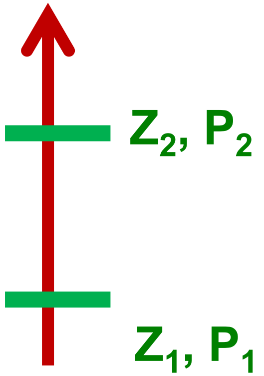
Zone réservée pour la vidéo

Forme intégrale de la relation fondamentale de la statique des fluides

$$\int dP = -\rho \times g \times \int dz$$

$$P_2 - P_1 = -\rho \times g \times (z_2 - z_1)$$

$$\boxed{P_2 + \rho \times g \times z_2 = P_1 + \rho \times g \times z_1}$$



Principe fondamental de la statique

$$\boxed{P + \rho \times g \times z = \text{constante}}$$

au sein d'un même fluide

P : pression interne au fluide (Pa)
ρ : masse volumique du fluide ($kg.m^{-3}$)
g : accélération de la pesanteur ($m.s^{-2}$)
z : hauteur (altitude) selon direction verticale orientée positivement vers le haut (m)

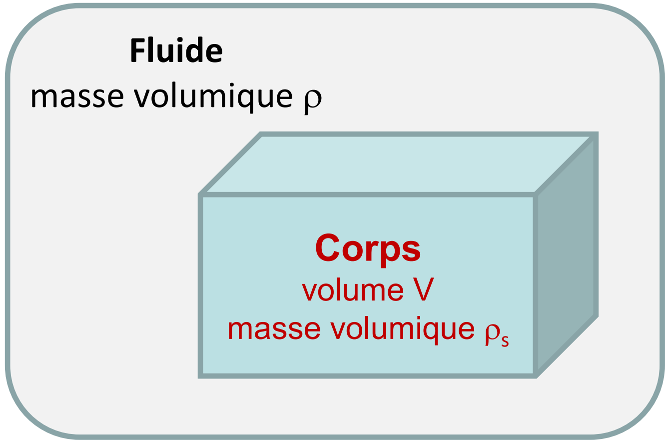
Cas particulier d'un fluide immobile, incompressible et d'un champ de pesanteur uniforme

2. Forces de pression sur un corps immergé Poussée d'Archimède

Zone réservée pour la vidéo

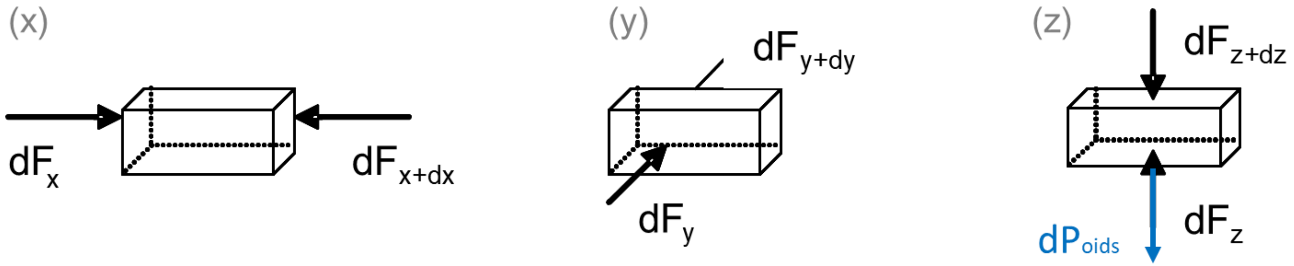
Soit un corps immergé dans un fluide au repos

Le corps est soumis à son **poids** et aux **forces de pression** du fluide



Par définition, on appelle **poussée d'Archimède** la résultante de toutes les forces de pression exercées par le fluide sur le corps immergé.

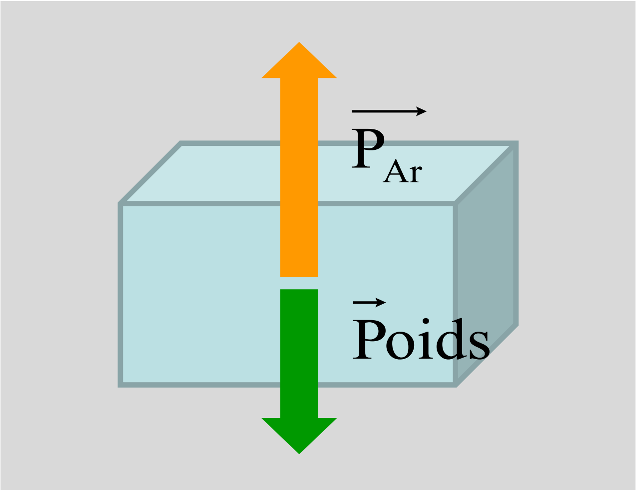
Analogie avec la particule de fluide (**diapositives 7 et 8**)



Zone réservée pour la vidéo

Théorème d'Archimède

Tout corps plongé dans un fluide au repos, entièrement mouillé par celui-ci ou traversant sa surface libre, subit une **force verticale**, **dirigée de bas en haut**, et dont l'intensité correspond au **poids du volume de fluide déplacé**.



Cette force est appelée **Poussée d'Archimède.**

À RETENIR!

$$\boxed{P_{Ar} = \underbrace{V \times \rho}_{\text{masse du volume déplacé}} \times g}$$

P_{Ar} : poussée d'Archimède(N)
ρ : masse volumique du fluide (kg.m^{-3})
g : accélération de la pesanteur (m.s^{-2})
V : volume du corps immergé (m^3)

Zone réservée pour la vidéo

Poids apparent

Le **poids apparent** d'un corps immergé dans un fluide est la somme de son poids et de la poussée d'Archimède.

$$\vec{P}_{apparent} = \overrightarrow{Poids} + \overrightarrow{P_{Ar}}$$

$$\overrightarrow{Poids} \rightarrow V \times g \times \rho_s \qquad \overrightarrow{P_{Ar}} \rightarrow V \times g \times \rho$$

$$\boxed{\left|P_{apparent}\right| = V \times g \times |\rho_s - \rho|}$$

ρ_s : masse volumique du corps immergé ($kg.m^{-3}$)

- **si Poids < P_{Ar}**

  Le corps s'élève dans le fluide, l'ascension aboutit à la flottation du solide.

- **si Poids = P_{Ar}**

  Le corps reste immobile au sein du fluide.

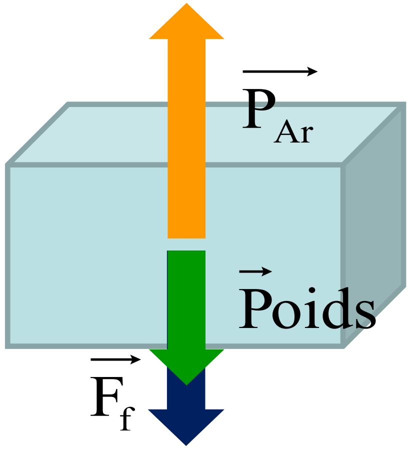
- **si Poids > P_{Ar}**

  Le corps de déplace vers le bas et décante (ou sédimente).

Zone réservée pour la vidéo

Déplacement et force de frottement

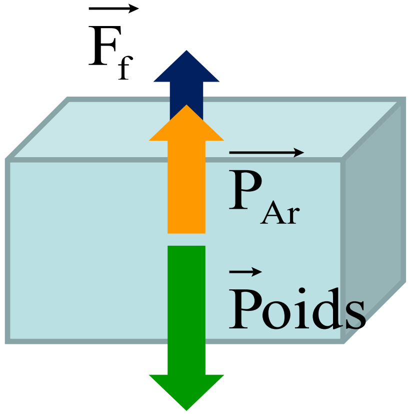
Un corps, se déplaçant dans fluide, subit une force qui s'oppose à son déplacement et dite **force de frottement**.



Poids < P_{ar}

Le corps s'élève dans le fluide, l'ascension aboutit à la flottation du solide

Force de frottement selon z décroissant

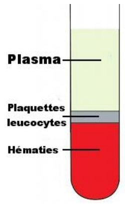


Poids > P_{ar}

Le corps de déplace vers le bas et décante (ou sédimente)

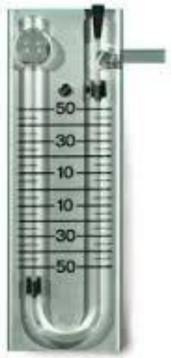
Force de frottement selon z croissant

Application au calcul de la vitesse de sédimentation



Zone réservée pour la vidéo

Applications



Notions de surfaces isobares / principe de Pascal

Zone réservée pour la vidéo

Surfaces libres et surface isobare

Surface isobare

Une **surface isobare** est une surface de même pression.

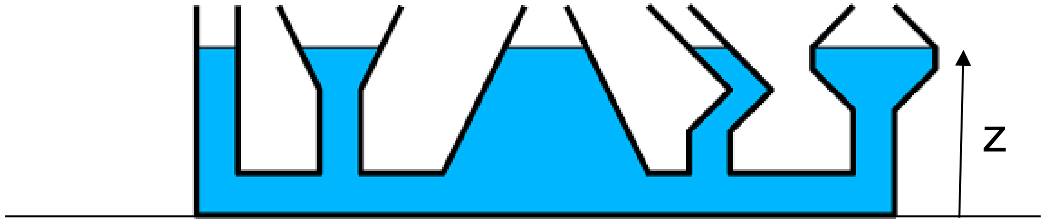
Surface libre d'un liquide au repos

La surface libre d'un liquide au repos est une **surface isobare,** à la pression du dessus de la surface libre.

Principe de Pascal

Dans un liquide en équilibre de masse volumique uniforme, la pression est la même en tout point du liquide et cela aussi longtemps que ces points sont à la même profondeur.

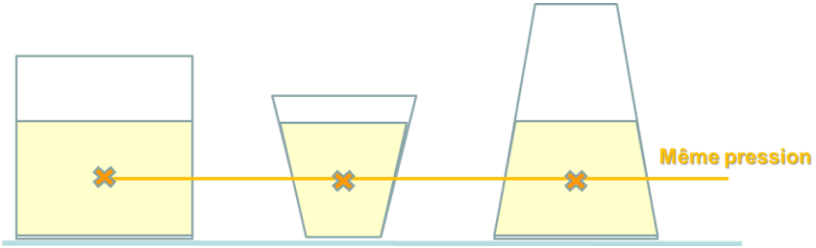
$$P + \rho \times g \times z = \text{constante}$$



Dans un liquide homogène et incompressible au repos, la pression ne dépend que de la cote z ; ainsi, à z identique, la pression est la même.

Paradoxe hydrostatique

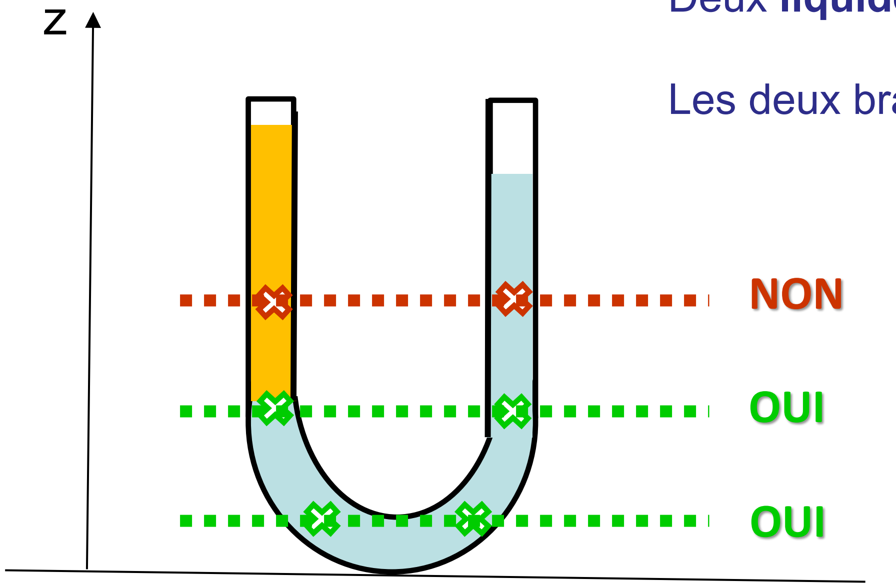
La pression hydrostatique au sein des divers récipients est indépendante de la forme de ces récipients.



Notions de surfaces isobares / principe de Pascal

Zone réservée pour la vidéo

Application au Tube en U au repos



Les surfaces libres **ne sont pas à la même hauteur**
Le liquide **le plus dense** est **plus bas**
Le liquide **moins dense** monte plus haut

Deux **liquides non miscibles** (ex : eau et huile, ou eau et mercure)

Les deux branches sont **ouvertes à l'air** → même pression atmosphérique en surface

Principe fondamental

À une même profondeur dans un fluide continu, la pression est la même.

À l'interface entre les deux liquides, la pression est continue (même pression pour les deux fluides).

Surface libre ≠ surface isobare quand les liquides sont différents

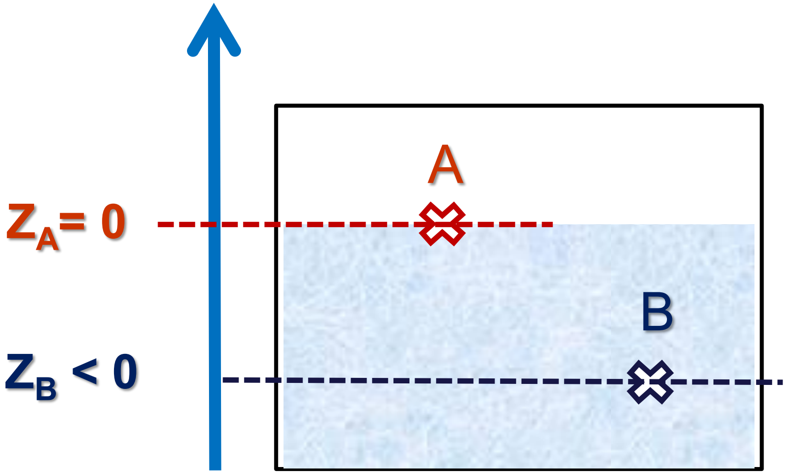
L'interface est le point clé pour écrire l'égalité des pressions

Pression en un point d'un liquide à surface libre

Zone réservée pour la vidéo

Liquide à l'air libre

P_B ?

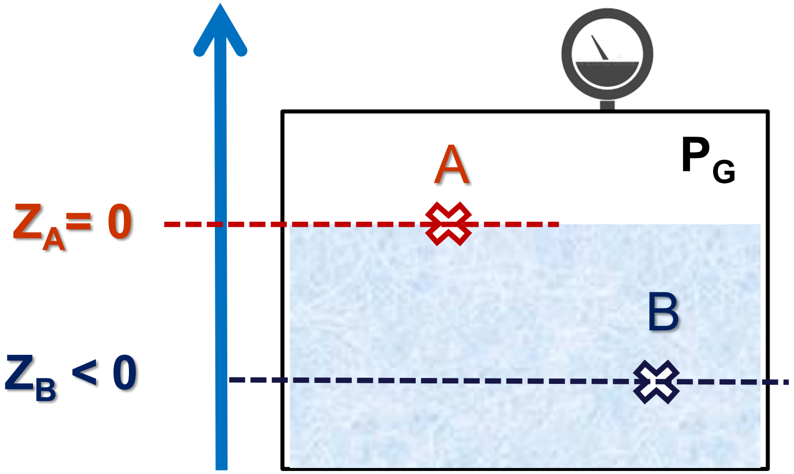


$$P_B + \rho \times g \times z_B = P_A + \rho \times g \times \cancel{z_A} = P_{Atm}$$

$$P_B = \cancel{P}_{Atm} - \rho \times g \times z_B$$ $Z_B < 0$

$$P_B > \cancel{P}_{Atm}$$

Liquide dans une enceinte pressurisée



$$P_B + \rho \times g \times z_B = P_A + \rho \times g \times \cancel{z_A} = P_G$$

$$P_B = \cancel{P}_G - \rho \times g \times z_B$$ $Z_B < 0$

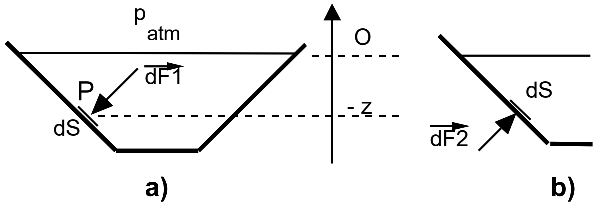
$$P_B > \cancel{P}_G$$

Action des forces de pression sur une paroi

Zone réservée pour la vidéo

Forces de pression sur un élément de paroi

$$dF = dF_1 - dF_2$$
$$dF = P_{-z} \times dS - P_{atm} \times dS$$
$$dF = (P_{-z} - P_{atm}) \times dS$$



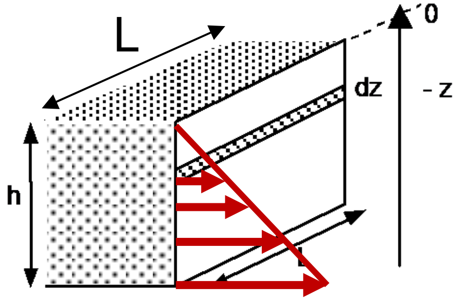
L'élément de paroi **dS** doit résister à la force **dF** dirigée vers l'extérieur

avec $P_{-z} + \rho \times g \times (-z) = P_{Atm} \quad \Rightarrow P_{-z} > P_{Atm}$ ainsi $dF = \rho \times g \times z \times dS$

Forces de pression sur une paroi plane

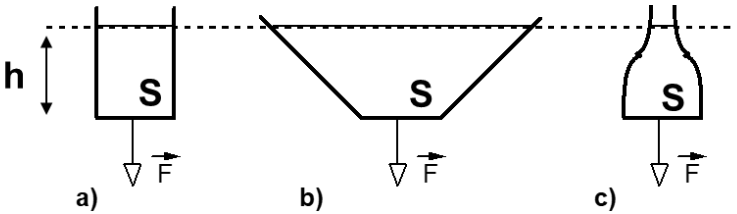
$$F = \int_S dF \Rightarrow F = \frac{1}{2} \times \rho \times g \times L \times h^2$$

avec dS= L x dz



Forces de pression sur le fond d'un récipient

$$F = \rho \times g \times h \times S$$



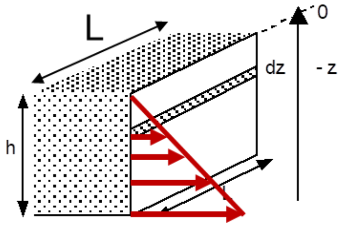
Zone réservée pour la vidéo

Démonstration forces de pression sur une paroi plane

Surface élémentaire $\qquad dS = L \times dz$

Résultante force de pression sur dS $\qquad dF = \rho \times g \times z \times dS$

$$F = \int_S dF \quad \Rightarrow F = \int_0^{-h} dF = \int_0^{-h} \rho \times g \times z \times L \times dz$$



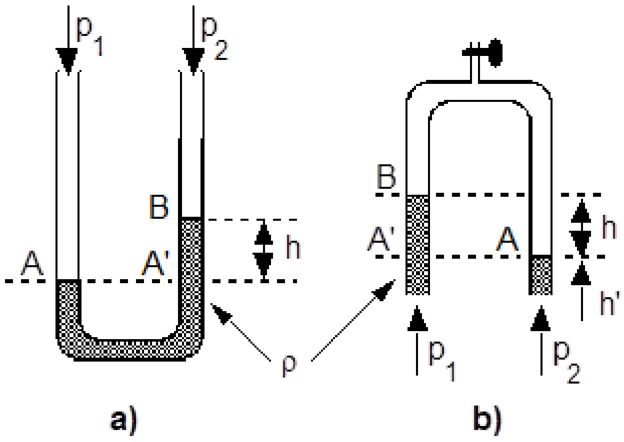
$$\Rightarrow F = \rho \times g \times L \int_0^{-h} z \times dz = \rho \times g \times L \left[\frac{z^2}{2}\right]_0^{-h}$$

$$\Rightarrow \boxed{F = \frac{1}{2} \times \rho \times g \times L \times h^2}$$

Mesure de pression dans un fluide au repos

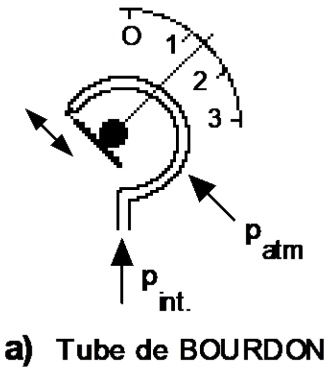
Zone réservée pour la vidéo

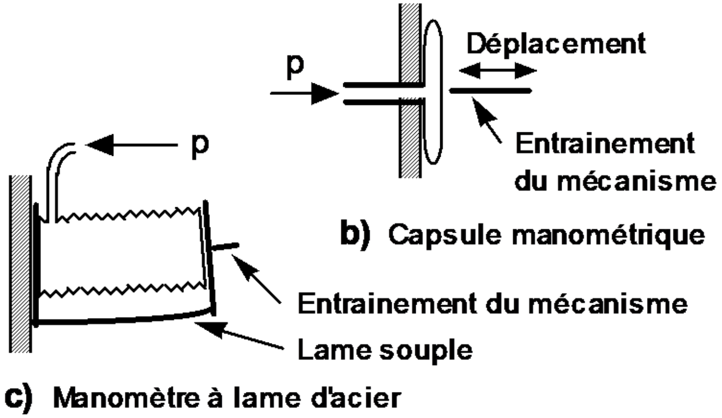
Manomètre à liquide



Cas traité en ED

Manomètres à déformation





Zone réservée pour la vidéo

❷ DYNAMIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES

❷ DYNAMIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES

Zone réservée pour la vidéo

Sommaire

Zone réservée pour la vidéo

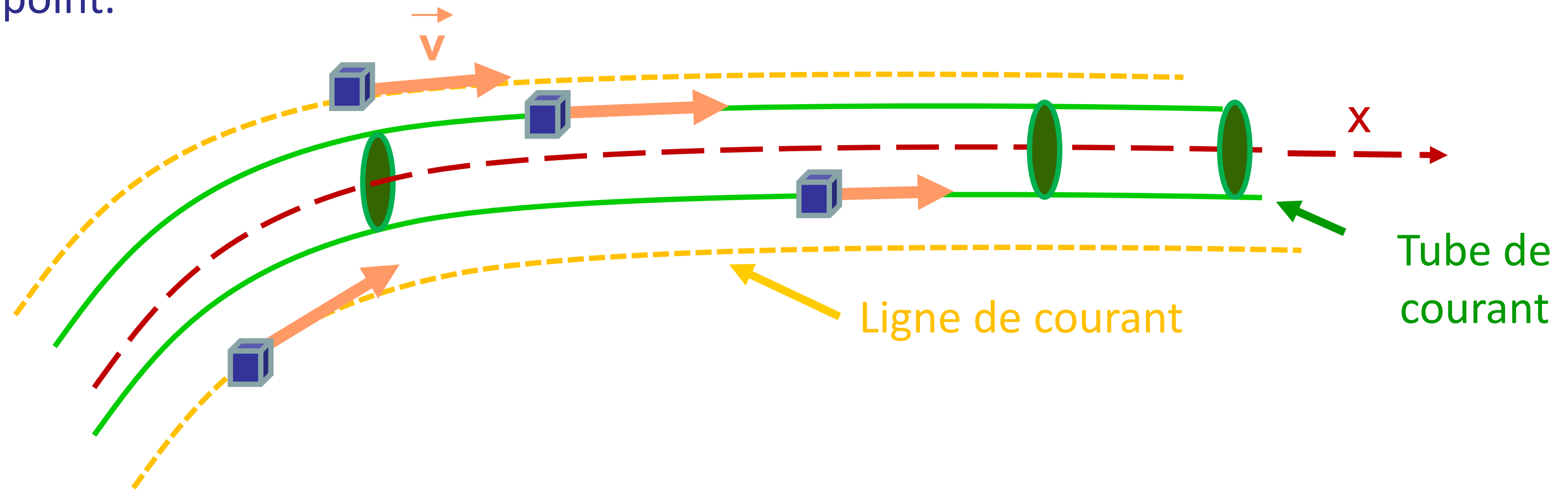
Notions générales

I, ECOULEMENT UNIDIMENSIONNEL

Zone réservée pour la vidéo

Dans tout écoulement, une particule fluide se déplace sur une **trajectoire** appelée **ligne de courant**.

Une ligne de courant est une courbe tangente au **vecteur vitesse** en tout point.



L'ensemble des lignes de courant qui s'appuient sur un contour fermé constitue **un tube de courant**, que l'on désigne aussi par **filet de courant** lorsque la section droite du tube est très petite.

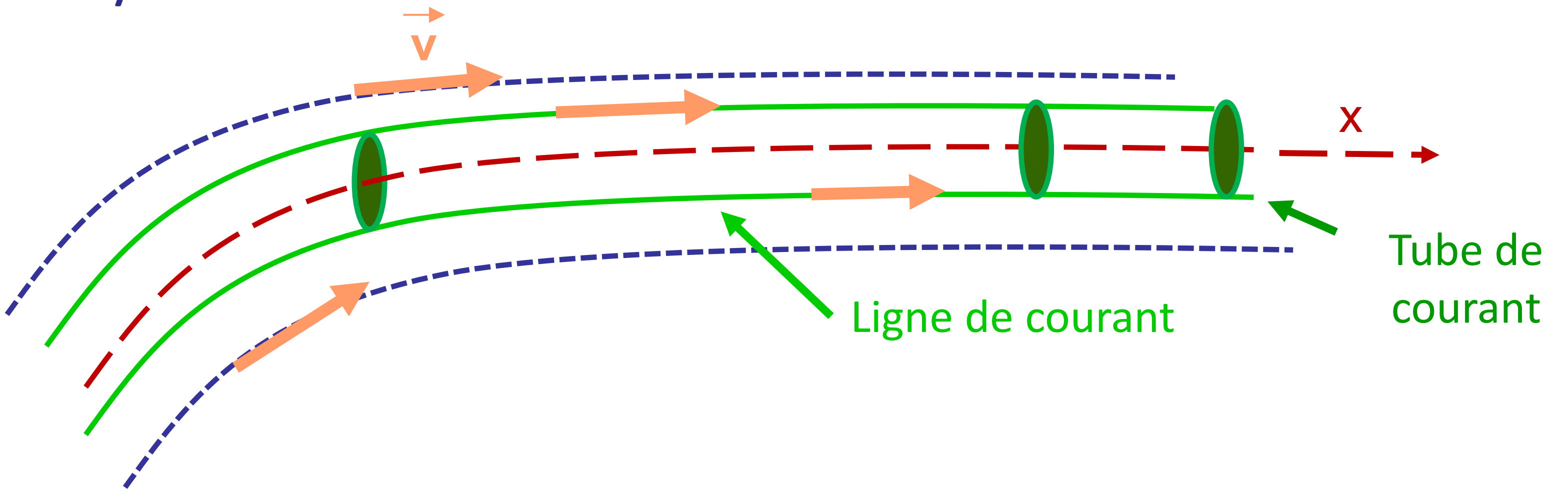
Hypothèses

L'écoulement est supposé **unidimensionnel** et les grandeurs liées à la particule (v, P, ρ, T) ont, à un instant donné, **la même valeur en tout point de la section droite du tube de courant**.

Zone réservée pour la vidéo

On choisit une abscisse curviligne sur la ligne de courant médiane, Ox.

Dans toute section droite du tube de courant, chaque particule à la **même vitesse v**, de module **v = dx/dt**.

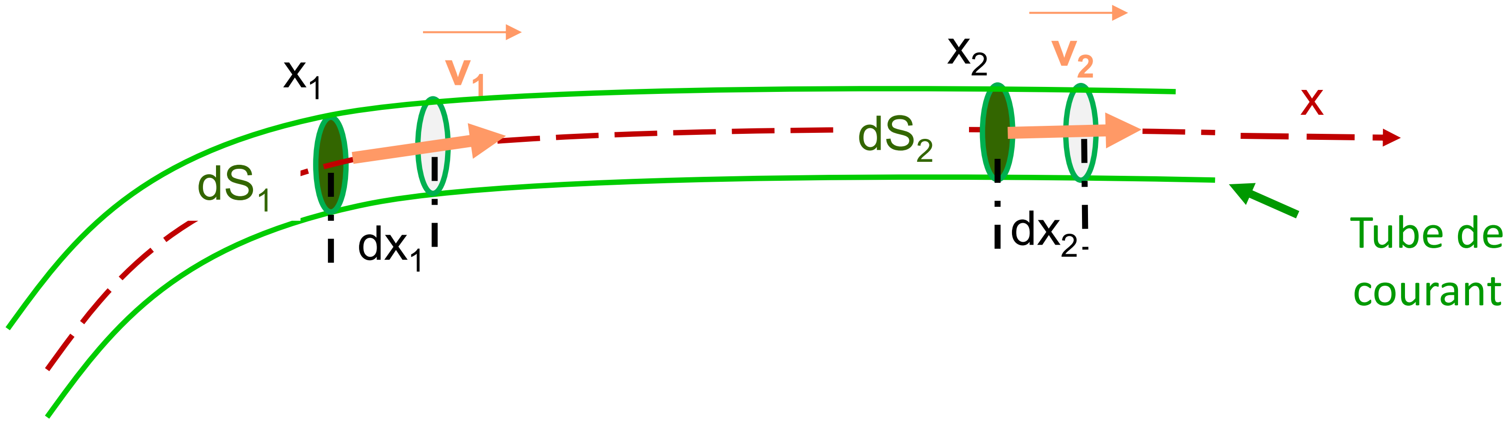


On dit que l'écoulement est **permanent** ou **stationnaire**, lorsque les grandeurs ρ, P et v, caractéristiques du fluide et de l'écoulement, sont **indépendantes du temps**.

2. EQUATION DE CONTINUITE

Zone réservée pour la vidéo

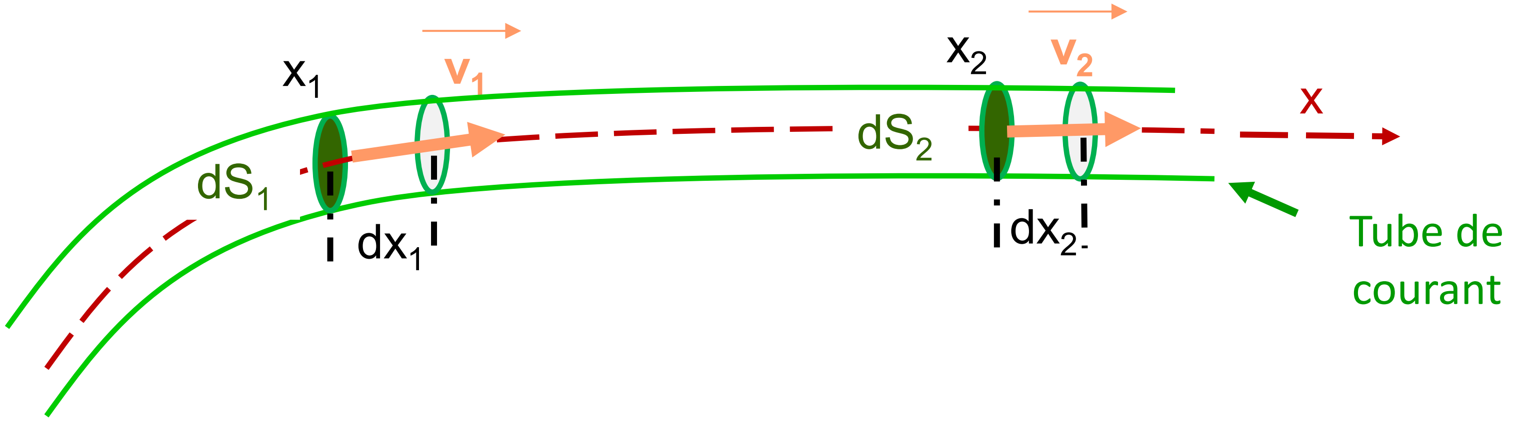
On entend par équation de continuité une relation qui traduit **la conservation de la masse**.



Si aucun puit ni source entre les sections dS_1 et dS_2 d'un même tube de courant, la masse de fluide **dm** qui passe par unité de temps **dt** au travers des deux sections droites est la même et donc le ratio $\frac{dm}{dt}$ est constant.

$\frac{dm}{dt}$ correspond à un débit massique.

Zone réservée pour la vidéo



$$\frac{dm_1}{dt} = \frac{dm_2}{dt} = cte \quad \textbf{avec} \quad \frac{dm_i}{dt} = \frac{\rho \times dS_i \times dx_i}{dt} = \rho \times dS_i \times \frac{dx_i}{dt} = \rho \times dS_i \times v_i$$

dm = ρ x dV avec dV = dS x dx

$$\rho \times dS_1 \times v_1 = \rho \times dS_2 \times v_2 = cte$$

$$\Rightarrow \boxed{dS_1 \times v_1 = dS_2 \times v_2 = cte}$$

Zone réservée pour la vidéo

Considérons un écoulement en conduite (parois solides)

$$\boxed{S_1 \times v_1 = S_2 \times v_2 = S_i \times v_i = Q}$$

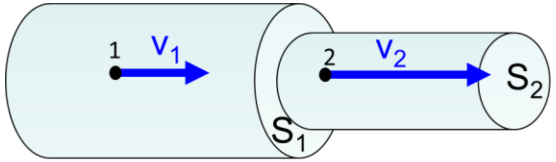
Pour un fluide incompressible, le **produit de la section par la vitesse** est constant tout au long de la conduite.

Avec un liquide parfait ($\mu = 0$)
v_1, v_2, v_i … vitesses constantes sur les sections droites de la conduite.

Avec un liquide réel ($\mu \neq 0$)
v_1, v_2, v_i … représentent des vitesses moyennes sur les sections droites de la conduite.

Cf. Slides 38 et 48

Si changement de section alors changement de vitesse



$$S_1 > S_2 \rightarrow v_2 > v_1$$

Dans le cas d'une conduite cylindre, la section S correspond à la surface d'un disque : $\mathbf{S = \pi R^2}$ avec R, rayon de la conduite

3. ENERGIE D'UN FLUIDE EN MOUVEMENT

Zone réservée pour la vidéo

Un fluide qui s'écoule **véhicule de l'énergie**.

… sous quelle forme?

Zone réservée pour la vidéo

Les **énergies mises en jeu** sont:

- **le travail des forces de pression** qui s'exercent sur chaque section droite du fluide

  dW = F dx ➜ **dW = P dS dx**

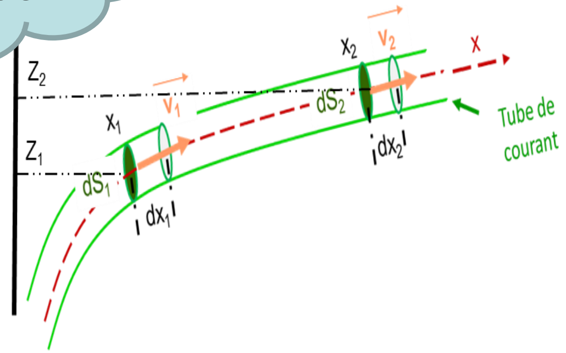
- **l'énergie cinétique** du fluide en mouvement

  dEc = ½ dm v² ➜ **dEc = ½ ρ dV v² = ½ ρ dS dx v²**

- **l'énergie potentielle**

  dEp = dm g z ➜ **dEp = ρ dV g z = ρ S dx g z**

V volume
v vitesse

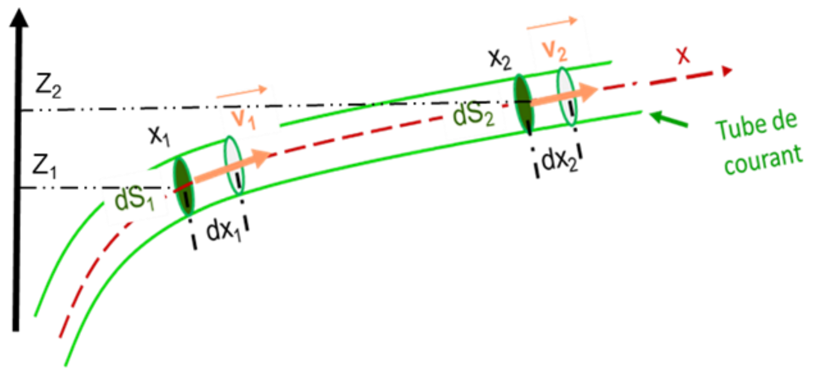


Energie totale E

=

Energie des forces de pression + Energie cinétique + Energie potentielle

Zone réservée pour la vidéo



Energie totale $E = P\,\boxed{dS\,dx} + \frac{1}{2}\rho\,\boxed{dS\,dx}\,v^2 + \rho\,\boxed{dS\,dx}\,g\,z$ en énergie (J)

Energie totale $E = P + \frac{1}{2}\rho\,v^2 + \boxed{\rho\,g}\,z$ en énergie / unité de volume ou pression (Pa)

Unité usuelle

Energie totale $E = P/(\rho\,g) + v^2/(2g) + z$ en hauteur (m)

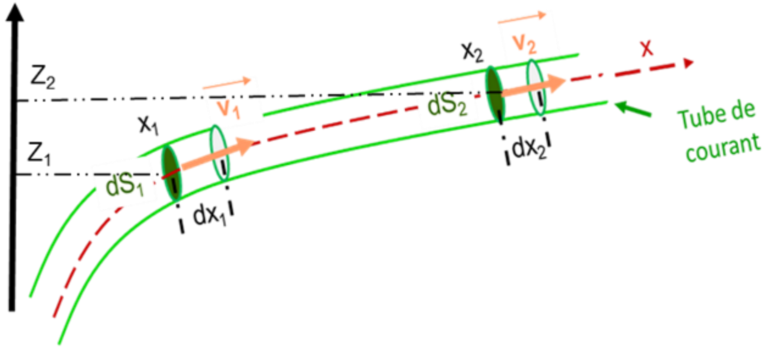
Unité utilisée par les hydrauliciens
(notions de charge et de hauteur d'eau)

Zone réservée pour la vidéo

$$\text{Energie totale (Pa)} = \underbrace{P + \rho g z}_{\text{Pression statique}} + \underbrace{\tfrac{1}{2}\rho v^2}_{\text{Pression cinétique ou dynamique}}$$

Pression statique
souvent noté P*

Pression cinétique ou dynamique



P : pression interne au fluide (Pa)
ρ : masse volumique du fluide ($kg.m^{-3}$)
g : accélération de la pesanteur ($m.s^{-2}$)
z : hauteur (altitude) selon direction verticale orientée positivement vers le haut (m)
v : vitesse moyenne d'écoulement du fluide ($m.s^{-1}$)

Zone réservée pour la vidéo

Ecoulement d’un fluide parfait

I , GÉNÉRALITÉS

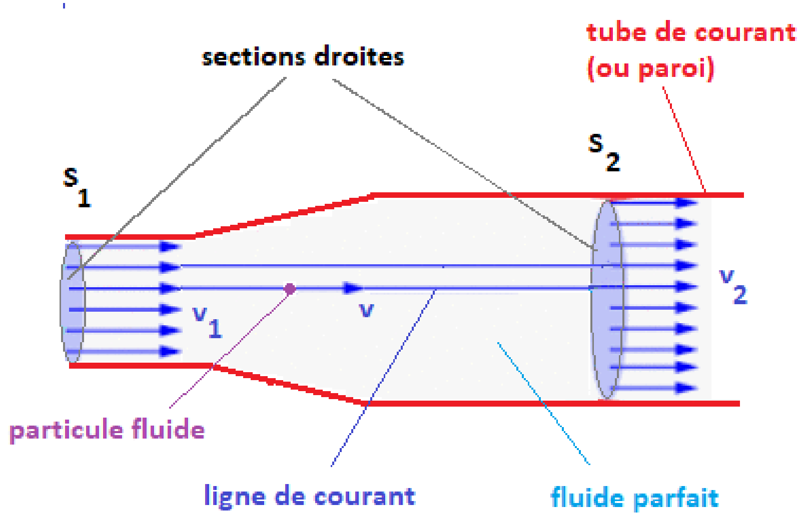
Zone réservée pour la vidéo

Fluide parfait

Dans un fluide parfait, il n'existe pas de force (frottement) qui s'opposent au glissement des particules fluides les unes sur les autres.

⇨ **Viscosité nulle**

⇨ Ecoulement **sans perte d'énergie**



Vitesse constante sur toute une section droite

Lignes de courant parallèles les unes aux autres

Les fluides parfaits n'existent pas!

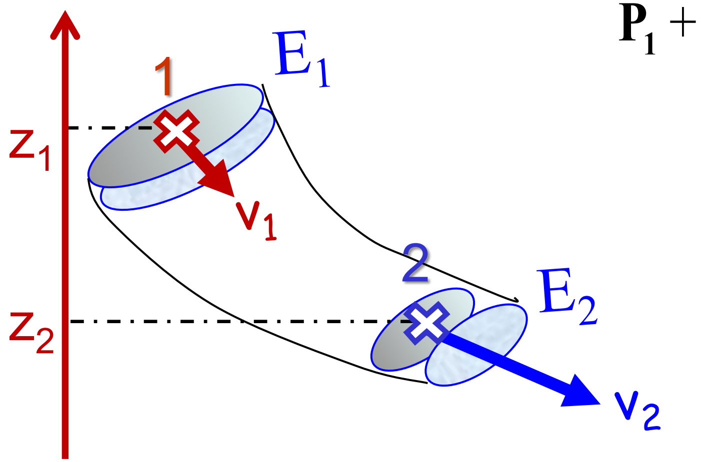
2. THÉORÈME DE BERNOULLI

Zone réservée pour la vidéo

Ecoulement en conduite d'un fluide parfait

- Absence de forces de frottement interne au fluide
- Aucune résistance mécanique à son écoulement

$$E_1 = E_2$$



$$P_1 + \rho \times g \times z_1 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_1^{\,2} = P_2 + \rho \times g \times z_2 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_2^{\,2}$$

$$\boxed{P + \rho \times g \times z + \frac{1}{2} \times \rho \times v^2 = \text{constante}}$$

Equation de BERNOULLI

Fluide parfait

À RETENIR!

Théorème de Bernoulli (1738)
Lors de l'écoulement **permanent** d'un **fluide parfait incompressible**, dans un tube de courant, l'énergie de ce fluide reste constante.
En d'autres termes, il y a conservation de l'énergie en tout point de l'écoulement.

Zone réservée pour la vidéo

Théorème de Bernoulli

- Fluide **parfait** incompressible de masse volumique ρ , en écoulement dans le champ de pesanteur terrestre
- Ecoulement stationnaire

Très utile à l'explication/la description de nombreux phénomènes

Effet Venturi

Vidange d'un réservoir

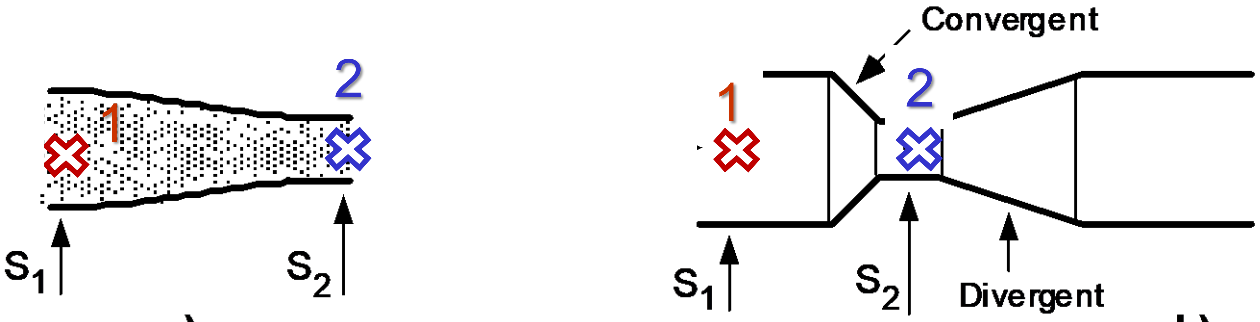
Tube de Pitot

Vitesse/hauteur d'un jet d'eau

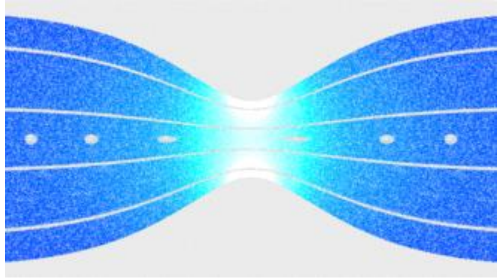
3. APPLICATIONS

Zone réservée pour la vidéo

Effet Venturi



a) b)



$$P_1 + \rho \times g \times \cancel{z_1} + \frac{1}{2} \times \rho \times v_1^2 = P_2 + \rho \times g \times \cancel{z_2} + \frac{1}{2} \times \rho \times v_2^2$$

$z_1 = z_2$

$$P_1 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_2^2$$

$$P_2 = P_1 + \frac{1}{2} \times \rho \times (v_1^2 - v_2^2)$$

$v_1 < v_2$ car $S_1 > S_2$

$$\boxed{P_2 < P_1}$$

Effet Venturi

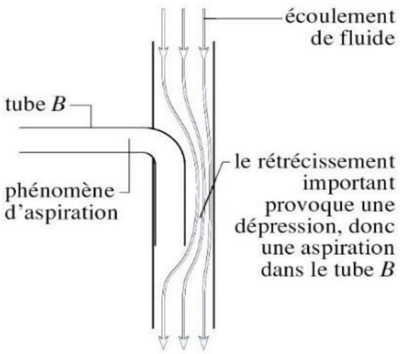
Toute augmentation de la vitesse d'écoulement entraîne une diminution de pression en ce point.

Formation d'une **dépression** dans une zone où les particules de fluide sont accélérées

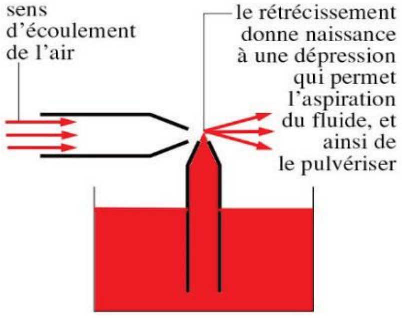
APPLICATIONS

Zone réservée pour la vidéo

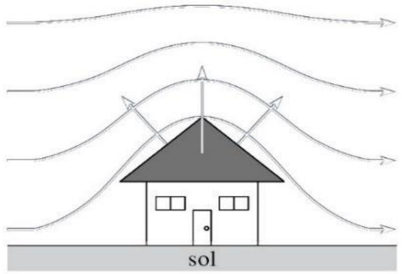
… de nombreuses applications



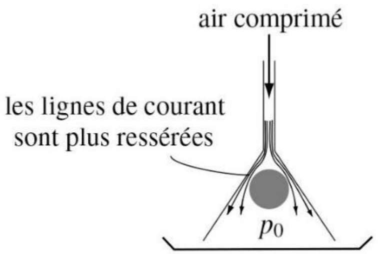
Principe de la trompe à eau.



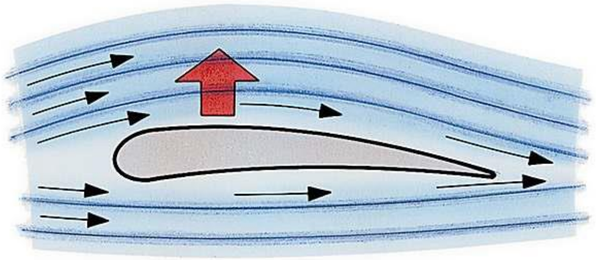
Principe de fonctionnement d'un vaporisateur ou d'un pistolet à peinture.

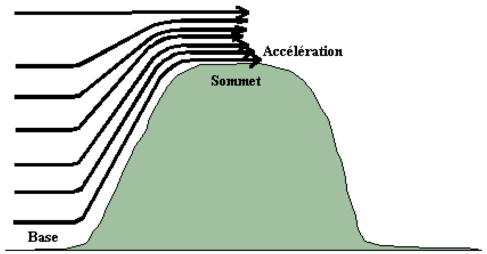


Les lignes de courant au voisinage d'un toit sont plus « serrées ». La pression sur le toit est plus faible que la pression à l'intérieur de la maison.



Source : Laurent Pietri, Cours de Mécanique de Fluides

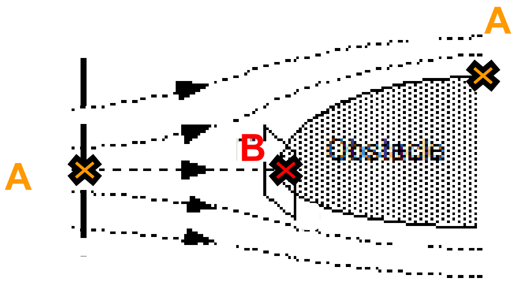




Extrapolation à l'air (fluide compressible)

Zone réservée pour la vidéo

Tube de Pitot



Lorsqu'un fluide en mouvement rencontre un obstacle fixe placé en son sein, la plupart des lignes de courant contournent l'obstacle.

Le **point B** est appelé **point d'arrêt ou point de stagnation**, car en ce point la vitesse du fluide est nulle (v_B = 0).

En A $$E_A = P_A + \rho \times g \times z_A + \frac{1}{2} \times \rho \times v_A^{2}$$

En B $$E_B = P_B + \rho \times g \times z_B + \frac{1}{2} \times \rho \times v_B^{2}$$

$$E_A = E_B \quad \Rightarrow \quad P_A + \rho \times g \times z_A + \frac{1}{2} \times \rho \times v_A^{2} = P_B + \rho \times g \times z_B + \frac{1}{2} \times \rho \times v_B^{2}$$

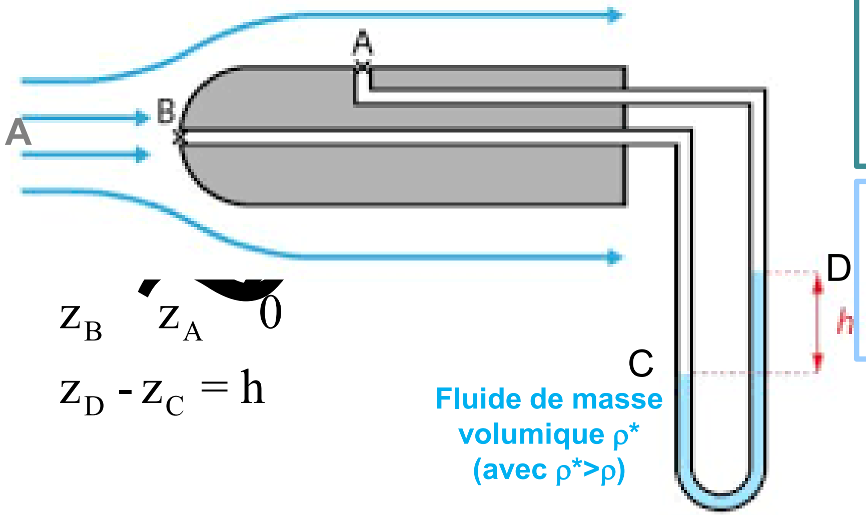
$v_B = 0$

$z_A = z_B$

$$P_A + \frac{1}{2} \times \rho \times v_A^{2} = P_B$$

Zone réservée pour la vidéo

… ainsi



$z_B \quad z_A \quad 0$

$z_D - z_C = h$

Fluide immobile dans tube en U

$$P_A + \rho \times g \times z_A = P_D + \rho \times g \times z_D$$

$$P_B + \rho \times g \times z_B = P_C + \rho \times g \times z_C$$

$$P_C + \rho^* \times g \times z_C = P_D + \rho^* \times g \times z_D$$

$$P_C - P_D = \rho^* \times g \times (z_D - z_C)$$

$$P_B - P_A = (P_C - P_D) + \rho \times g \times (z_C - z_D)$$

$$P_B - P_A = \rho^* \times g \times (z_D - z_C) + \rho \times g \times (z_C - z_D)$$

$$P_B - P_A = g \times h \times (\rho^* - \rho) \quad (1)$$

Fluide en mouvement autour du tube de Pitot

$$P_A + \frac{1}{2} \times \rho \times v_A^2 = P_B$$

$$P_B - P_A = \frac{1}{2} \times \rho \times v_A^2 \quad (2)$$

(1) + (2)

$$\frac{1}{2} \times \rho \times v_A^2 = g \times h \times (\rho^* - \rho)$$

$$v_A = \sqrt{\frac{2 \times g \times h \times (\rho^* - \rho)}{\rho}}$$

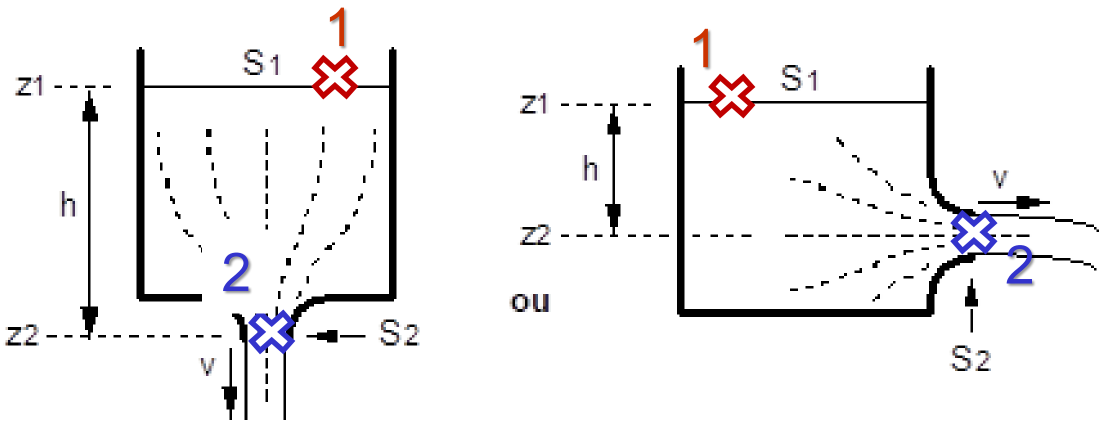
Avec ρ* >> ρ alors

$$\boxed{v_A = \sqrt{\frac{2 \times g \times h \times \rho^*}{\rho}}}$$

On peut ainsi remonter à la valeur de la vitesse en mesurant la dénivellation h du fluide dans le tube en U.

Zone réservée pour la vidéo

Vidange d'un réservoir (formule de Torricelli)



$$\cancel{P_1} + \rho \times g \times z_1 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_1^2 = \cancel{P_2} + \rho \times g \times z_2 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_2^2$$

$P_1 = P_2 = P_{Atm}$

$$\rho \times g \times z_1 + \cancel{\frac{1}{2} \times \rho \times v_1^2} = \rho \times g \times z_2 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_2^2$$

$v_1 << v_2$ car $S_1 >> S_2$

$$\rho \times g \times z_1 = \rho \times g \times z_2 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_2^2$$

$$\frac{1}{2} \times \rho \times v_2^2 = \rho \times g \times \underbrace{\boxed{(z_1 - z_2)}}_{h}$$

$$\boxed{v_2 = \sqrt{2gh}}$$

Formule de Torricelli

La vitesse d'écoulement du liquide diminue au fur et à mesure que le réservoir se vide.

Zone réservée pour la vidéo

Vitesse/hauteur d'un jet d'eau

$P_2 = P_{atm}$
$z_2 = h$
$v_2 = 0$

Frottements air/eau négligés

$P_1 = P_{atm}$
$z_1 = 0$
v_1

Cas traité en ED

Zone réservée pour la vidéo

Ecoulement en conduite cylindrique d'un fluide réel

I, GÉNÉRALITÉS

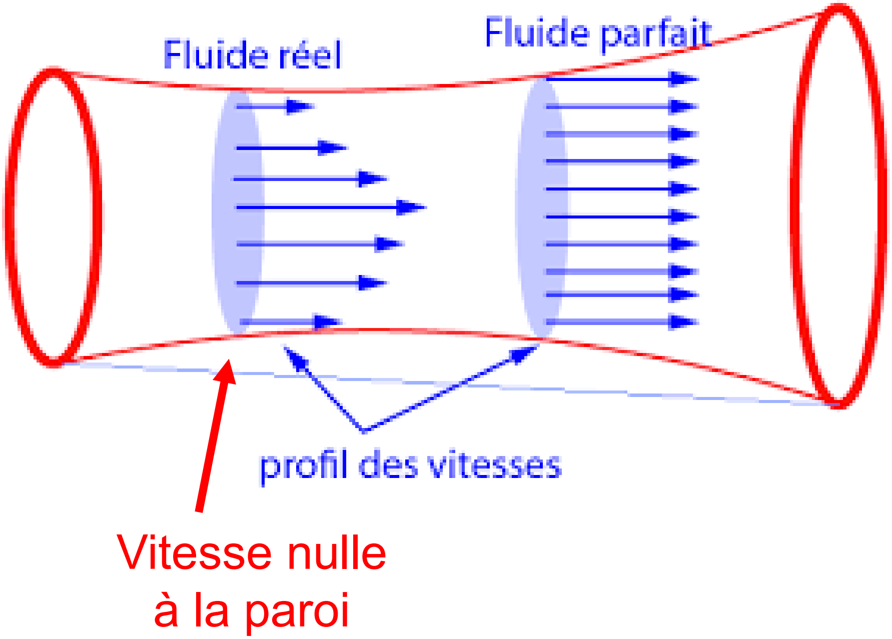
Zone réservée pour la vidéo

Ecoulement en conduite d'un fluide réel

Dans un fluide réel, il existe une résistance au glissement des particules fluides les unes sur les autres; il est question de frottement.

⇨ **Viscosité non nulle**

⇨ Ecoulement **avec perte d'énergie**



Vitesses non constantes sur une section droite (**vitesse nulle à la paroi**)

Ligne de courant **parallèles ou pas** les unes aux autres… selon le **régime d'écoulement.**

Régime d'écoulement?

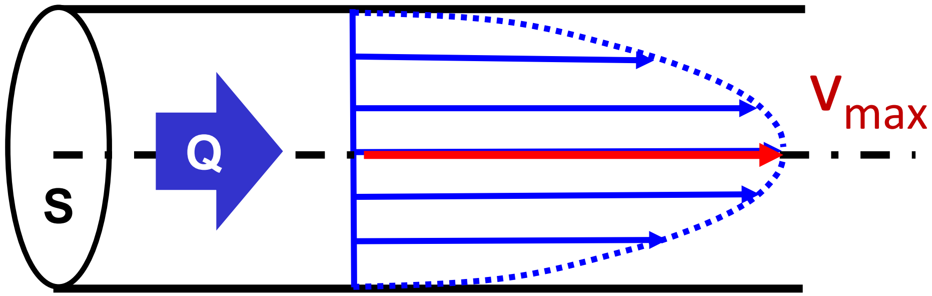
2. RÉGIMES D'ÉCOULEMENT

Zone réservée pour la vidéo

Régime laminaire

Pour les **faibles vitesses d'écoulement**, les couches glissent les unes sur les autres et les filets fluides ne se mélangent pas.
Seules les forces de frottement interviennent.

Particularités du régime laminaire:



$$\mathbf{v}_{\mathbf{max}} = 2 \times \mathbf{v}_{\mathbf{moy}}$$

avec $v_{moy} = \dfrac{Q}{S}$

À RETENIR!

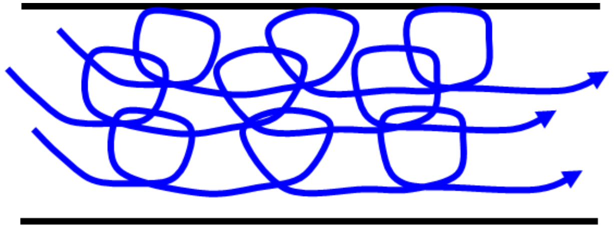
- ✓ Vitesse nulle au niveau des parois et maximale sur l'axe central du conduit.
- ✓ Profil de vitesse parabolique.

Zone réservée pour la vidéo

Régime turbulent

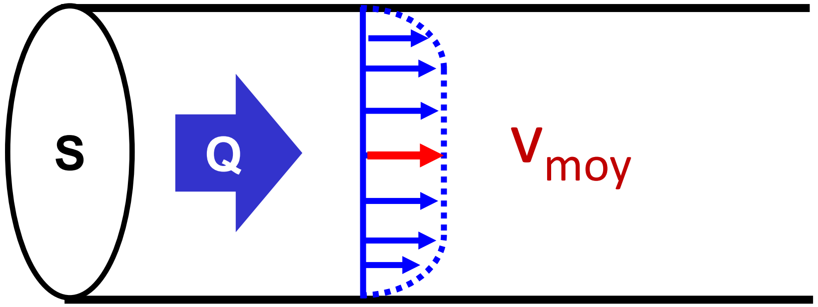
Pour **les vitesses d'écoulement très élevées**, les lignes de courant ne sont plus parallèles et viennent à se couper avec apparition de tourbillons.

La répartition des vitesses instantanées devient aléatoire : les particules fluides se déplacent au hasard dans toutes les directions, même à contre-courant. Les forces de turbulence deviennent prépondérantes.



Turbulent

Particularités du régime turbulent:



$$V_{moy} = \frac{Q}{S}$$

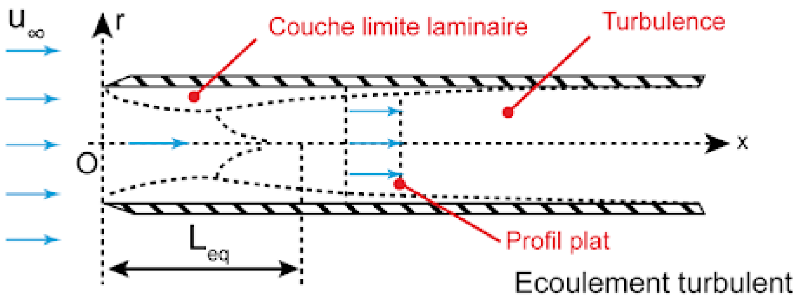
- ✓ Vitesse considérée identique, égale à la vitesse moyenne, sur toute la section droite de la conduite.
- ✓ Profil de vitesse aplati.

Zone réservée pour la vidéo

… autres particularités du régime turbulent

Les filets fluides se mélangeant entre eux, l'homogénéisation des vitesses et par suite les transferts de quantité de mouvement, de matière et de chaleur sont favorisés.

Au voisinage de la paroi, où la vitesse est faible, l'écoulement reste souvent laminaire sur une faible épaisseur appelée "couche limite laminaire".



Le passage du régime laminaire au régime turbulent ne se fait pas brutalement pour une vitesse particulière : il existe un domaine intermédiaire où des variations de vitesse irrégulières mais de faible amplitude prennent naissance.
Dans ce régime dit **TRANSITOIRE**, la présence d'instabilités fait que l'écoulement n'est plus laminaire sans être véritablement turbulent.

PLAY ▶ https://www.youtube.com/watch?v=eD7LdS6bfOQ

Zone réservée pour la vidéo

Nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds Re est un nombre sans dimension qui caractérise un écoulement, en particulier la nature de son régime (laminaire, transitoire, turbulent).

À RETENIR !

$$\boxed{R_e = \frac{\rho \times v \times D}{\eta}}$$

Si $R_e < 2000$ — **Régime laminaire**
Si $2000 < R_e < 4000$ — **Régime transitoire instable**
Si $R_e > 4000$ — **Régime turbulent**

La transition d'un régime laminaire à un régime turbulent se fait graduellement **sur une plage critique de nombre de Reynolds**, dont les valeurs dépendent de chaque problème.

ρ : masse volumique du fluide ($kg.m^{-3}$)
v : vitesse moyenne du fluide dans la conduite ($m.s^{-1}$)
D : diamètre de la conduite (m)
η: viscosité du fluide (Pl ou Pa.s)

Avec des conduites de section non circulaire, on définit un diamètre hydraulique, D_h, avec $\mathbf{D_h = 4\ R_h}$, R_h étant le quotient de l'aire de la section droite par le périmètre mouillé.

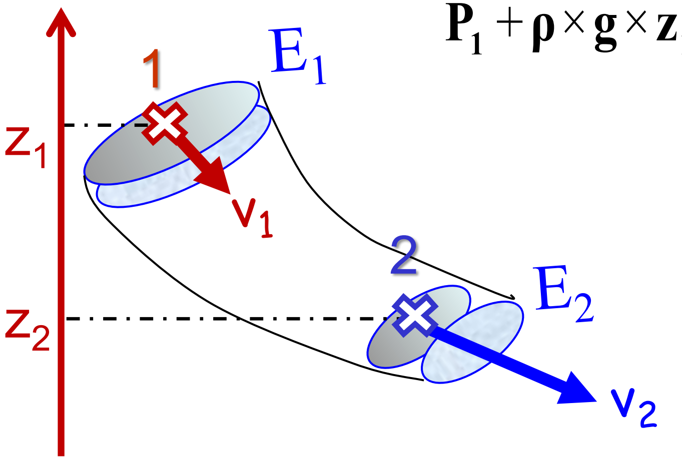
3. PERTES DE CHARGE

Zone réservée pour la vidéo

Ecoulement en conduite d'un fluide réel

Un fluide réel, en mouvement, subit des pertes d'énergie durant son écoulement.

$$E_1 > E_2$$



$$P_1 + \rho \times g \times z_1 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_1^{2} = P_2 + \rho \times g \times z_2 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_2^{2} + \Delta E$$

Pertes d'énergie

appelées

Pertes de charge

$$E_1 - E_2 = \boxed{\Delta E}$$

Pertes de charge

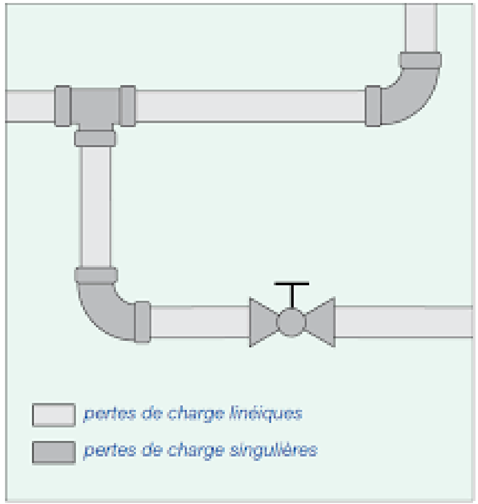
Zone réservée pour la vidéo

Pertes de charge

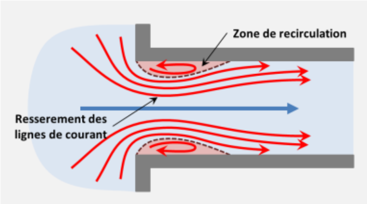
Les **pertes de charge** correspondent à la dissipation, par frottements, de l’énergie du fluide en mouvement.

Les pertes de charge **régulières** (ou **linéaires**) sont générées par le frottement du fluide sur la paroi interne de la conduite tout au long de son écoulement.

Les pertes de charge **singulières** sont essentiellement dues aux accidents de canalisation, c'est-à-dire toute modification géométrique de la conduite.



Les pertes de charge singulières proviennent de la variation de direction ou d’intensité du vecteur vitesse, due à une variation locale de géométrie dans la conduite.



Zone réservée pour la vidéo

Pertes de charge

Pertes de charge **régulières**

$$\boxed{\Delta E_R = \lambda \times \frac{L}{D} \times \frac{1}{2} \times \rho \times v^2}$$

Equation de Darcy-Weisbach

λ est fonction des caractéristiques de la paroi, du fluide et du régime d'écoulement.

Pertes de charge **singulières**

$$\boxed{\Delta E_S = k \times \frac{1}{2} \times \rho \times v^2}$$

k est fonction des caractéristiques géométriques et du régime d'écoulement.

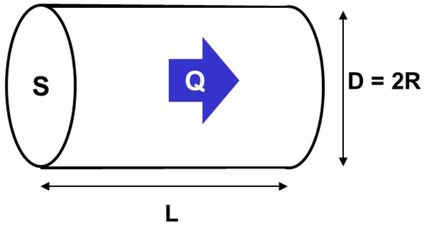
ΔE : perte de charge (Pa)
λ : coefficient de perte de charge régulière
k : coefficient de perte de charge singulière
ρ : masse volumique du fluide ($kg.m^{-3}$)
v : vitesse moyenne d'écoulement du fluide ($m.s^{-1}$)

Zone réservée pour la vidéo

Pertes de charge régulières en régime laminaire

Régime laminaire

$$\boxed{\lambda = \frac{64}{Re}}$$



Perte de charge qui varie linéairement avec la vitesse

$$\lambda = \frac{64}{Re} = \frac{64 \times \eta}{\rho \times v \times D}$$

$$\Rightarrow \Delta E_R = \frac{64 \times \eta}{\rho \times v \times D} \times \frac{L}{D} \times \frac{1}{2} \times \rho \times v^2 = \boxed{\frac{32 \times \eta \times L}{D^2}} \times v$$

$$\Rightarrow \Delta E_R = \frac{32 \times \eta \times L}{D^2} \times \frac{Q}{\frac{\pi \times D^2}{4}} = \frac{128 \times \eta \times L}{\pi \times D^4} \times Q = \frac{8 \times \eta \times L}{\pi \times R^4} \times Q$$

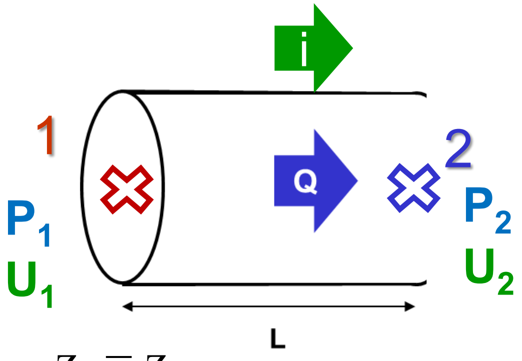
$$\boxed{\Delta E_R = \frac{8 \times \eta \times L}{\pi \times R^4} \times Q}$$

Loi de Hagen-Poiseuille

ΔE_R : perte de charge linéaire (Pa)
η : viscosité dynamique du fluide (Pa.s)
L : longueur de la conduite (m)
R : rayon de la conduite (m)
Q : débit d'écoulement ($m^3.s^{-1}$)

Zone réservée pour la vidéo

Application à une **conduite horizontale de section constante**



$$z_1 = z_2$$

$$v_1 = v_2$$

$$P_1 + \rho \times g \times z_1 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_1^{\,2} = P_2 + \rho \times g \times z_2 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_2^{\,2} + \Delta E_R$$

$$P_1 = P_2 + \Delta E_R \qquad P_1 - P_2 = \Delta E_R$$

$$P_1 - P_2 = \Delta P = \boxed{\frac{8 \times \eta \times L}{\pi \times R^4}} \times Q = R_{\text{ésistance}} \times Q$$

Analogie entre la dynamique des fluides (écoulement d'un fluide) et le courant électrique continu (écoulement de charges électriques)

Dynamique des fluides	Electricité
Débit Q ($m^3.s^{-1}$) (quantité de matière/unité de temps)	Intensité i ($C.s^{-1}$) (quantité de charges/unité de temps)
Différence de pression ΔP ($J.m^{-3}$) (Energie/unité de volume)	Différence de potentiel ΔU ($J.C^{-1}$) (Energie/quantité de charges)
Résistance hydraulique ($Pa.m^{-3}.s^{1}$)	Résistance électrique (Ohm)
Loi de Poiseuille : ΔE = R Q	**Loi d'ohm : U = R i**

$$\boxed{R_{\text{ésistance}} = \frac{8 \times \eta \times L}{\pi \times R^4}}$$

Résistance hydraulique

À RETENIR!

Cas particulier d'une conduite horizontale de section constante

Zone réservée pour la vidéo

Pertes de charge régulières en régime turbulent

Contrairement au régime laminaire, **l'état de surface** de la conduite joue un rôle très important en écoulement turbulent.

Le profil des vitesses et la perte de charge dépendent **de la rugosité des parois**.

Pour une conduite de diamètre D, on définit la rugosité relative de la paroi par le quotient **ε/D** avec ε étant une épaisseur moyenne, appelée rugosité absolue, qui dépend non seulement de la hauteur des aspérités, mais aussi de leur forme, de leur nombre et de leur répartition à la surface de la paroi.

Détermination de λ :

De nombreuses relations empiriques permettent de calculer λ (Blasius, Nikurasde…).
La **relation de Colbrook**, valable pour tout le régime turbulent, est très souvent utilisée.

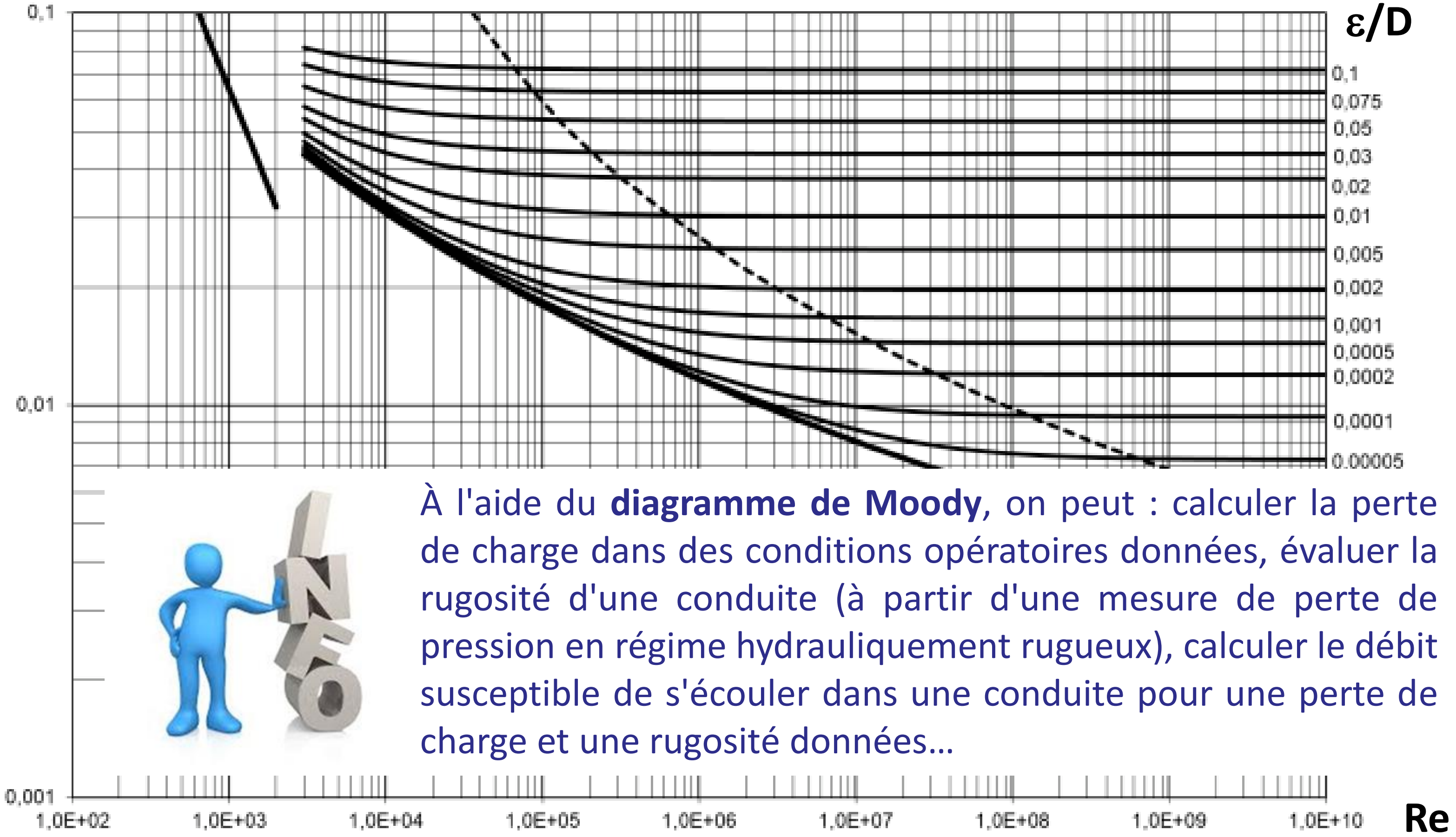
$$\boxed{\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{\varepsilon}{3{,}71 \times D} + \frac{2{,}51}{\mathbf{Re} \times \sqrt{\lambda}}\right)}$$

Relation de Colbrook

Une représentation graphique de λ en fonction de Re, paramétrée par des valeurs de **ε/D** est donnée par le **diagramme de MOODY** (ou de MOODY-STANTON).

Zone réservée pour la vidéo

Coefficient de perte de charge – Diagramme de Moody



À l'aide du **diagramme de Moody**, on peut : calculer la perte de charge dans des conditions opératoires données, évaluer la rugosité d'une conduite (à partir d'une mesure de perte de pression en régime hydrauliquement rugueux), calculer le débit susceptible de s'écouler dans une conduite pour une perte de charge et une rugosité données…

Zone réservée pour la vidéo

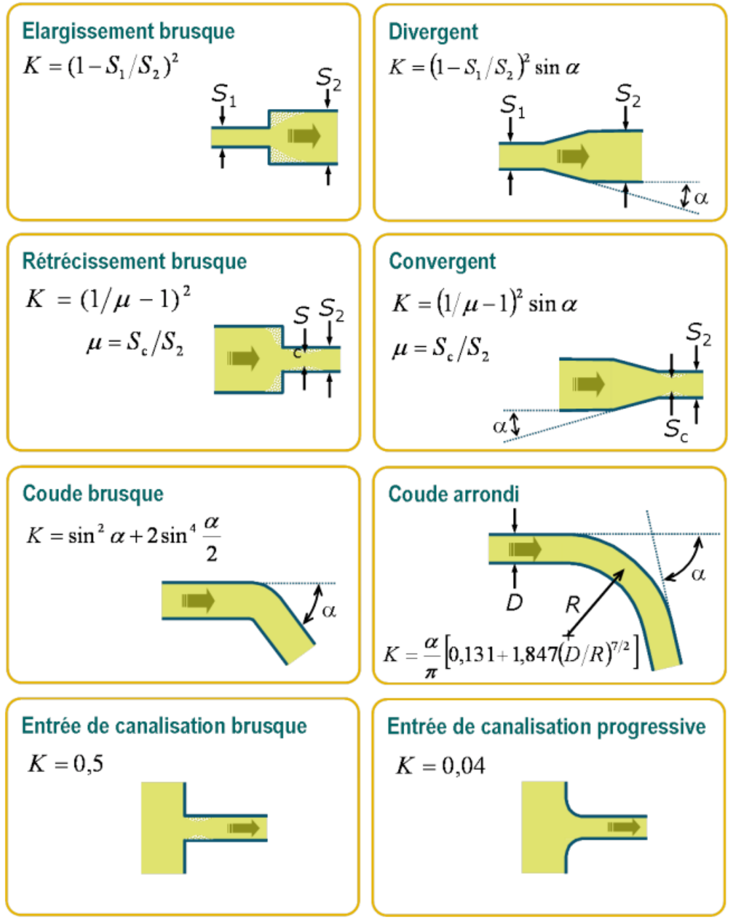
Pertes de charge singulières

k est fonction des caractéristiques géométriques.

➔ En régime turbulent, k varie très peu avec Re.

Les valeurs de k sont soit déterminées expérimentalement, soit relevées dans la littérature.

Exemple



http://sa.ge.sts.free.fr/Wiki/uploads/SA/FludynPertesSing/coefK.png

4. HYDRAULIQUE

Zone réservée pour la vidéo

Hydraulique

L'hydraulique est une technologie et une science appliquée ayant pour objet d'étude les propriétés mécaniques des liquides et des fluides.

L'ingénierie hydraulique s'intéresse aux concepts de **débit dans des tuyaux, à la conception de barrages, à la microfluidique et aux pompes**.

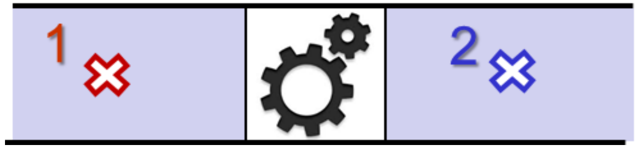
Les principes de l'hydraulique sont utilisés également en biologie dans le corps humain par exemple le **système cardiovasculaire**.

L'**hydraulique à surface libre** est la branche de l'hydraulique étudiant les débits des écoulements à surface libres, comme les rivières, les canaux, les lacs, les estuaires et les mers.

Zone réservée pour la vidéo

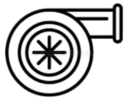
Pompe et turbine

Dans un écoulement, l'énergie mécanique du fluide peut être modifiée d'une section à l'autre en introduisant dans le circuit une **machine hydraulique**.



Si l'échange d'énergie se fait des parois de la machine vers le fluide, il s'agit d'une **pompe**.

Si l'échange d'énergie se fait du fluide au parois de la machine, il s'agit d'une **turbine**.



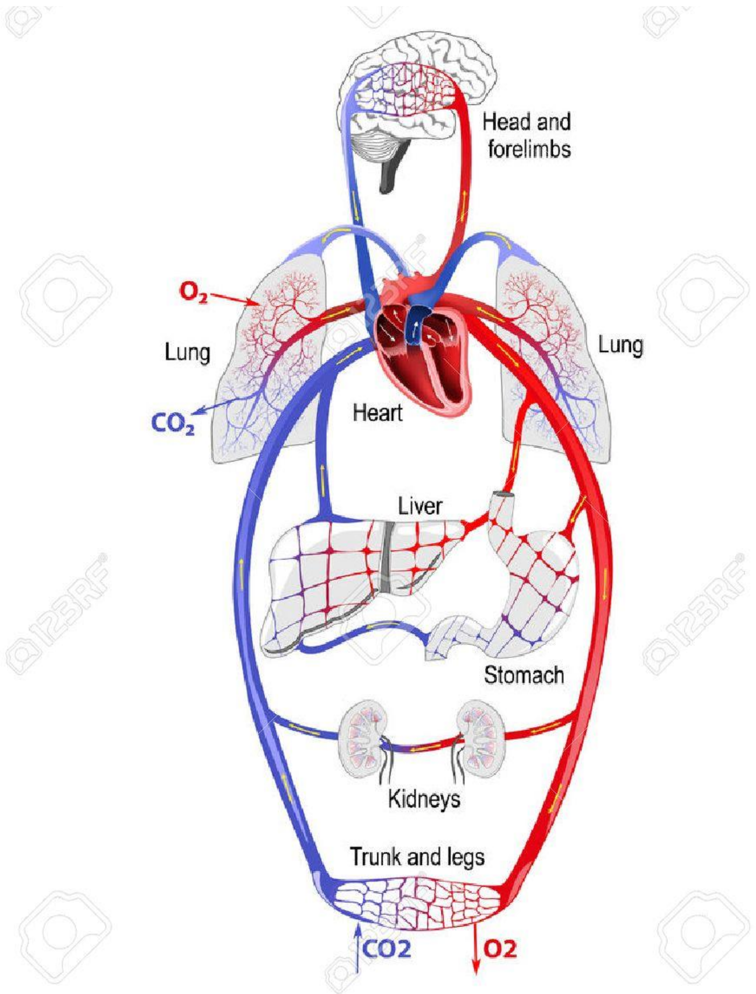
Le bilan d'énergie est modifié un terme complémentaire E_P ou E_T, qui représente l'augmentation par une pompe ou la diminution par une turbine de l'énergie du fluide en mouvement.

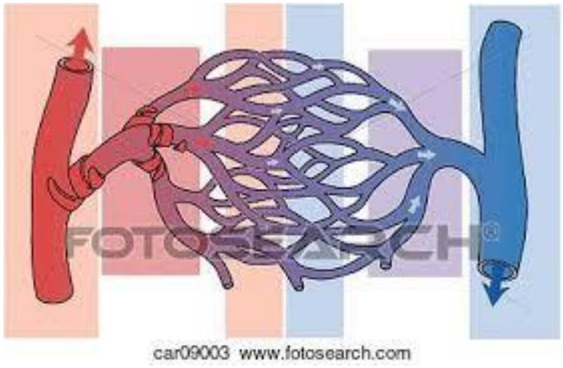
$$P_1 + \rho \times g \times z_1 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_1^{\ 2} = P_2 + \rho \times g \times z_2 + \frac{1}{2} \times \rho \times v_2^{\ 2} + \underbrace{\Delta E}_{\text{Pertes de charge}} + \overbrace{E_T}^{\text{Turbine}} - \underbrace{E_P}_{\text{Pompe}}$$

À RETENIR !

5. APPLICATION BIOMÉDICALE

Zone réservée pour la vidéo





Le système circulatoire humain

Cours de PO Kotzki

À RETENIR!

Zone réservée pour la vidéo

STATIQUE DES FLUIDES	DYNAMIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES
Relations fondamentales Equation fondamentale de la statique des fluides Poussée d'Archimède	**Notions générales** Equation de continuité Energie d'un fluide en mouvement **Ecoulement d'un fluide parfait** Théorème de Bernoulli **Ecoulement en conduites cylindriques d'un fluide réel** Régimes d'écoulement Pertes de charge

APPLICATIONS DE CES CONCEPTS